

## PZT 액추에이터를 이용한 로터계 동기진동의 강인제어

권 대 규\*  
(2001년 6월 23일 접수, 2002년 1월 21일 심사완료)

### Robust Control of Synchronous Vibration of a Rotor System with PZT Actuator

Tae-Kyu Kwon

**Key Words:** Robust Control(강인제어), Synchronous Vibration(동기진동), Active Air Bearing(능동 공기 베어링), Tilting-pad Gas Bearings(틸팅 패드 기체 베어링)

#### Abstract

This paper presents the synchronous vibration control of a rotor system using an active air bearing(AAB). In order to suppress the synchronous vibration, it is necessary to actively control the air film pressure or the air film thickness. In this study, active pads are used to control the air film thickness. Active pads are supported by pivots containing piezoelectric actuators and their radial position can be actively controlled by applying voltage to the actuators. Thus, disturbances, i. e. various kinds of external force can cause shaft vibration as well as change of the air film thickness. The dynamic behavior of a rotary system supported by two tilting-pad gas bearings and its active stabilization using the tilting-pads as actuators are investigated numerically. The  $\mu$  synthesis are applied to the AAB system with three pads, two of which contain piezoelectric actuators. To test the validity of the theoretical method, the performance of this control method is evaluated through experiments. The experimental results also show the effectiveness of the control system for suppressing the unbalanced response of the rigid modes.

#### 1. 서 론

고속 회전기계는 유막 베어링의 사용이 곤란하고, 기체 베어링의 사용이 기대된다. 기체 베어링은 유막 베어링과 비교해서 마찰, 마모가 적고, 운동정도가 매우 높다는 장점을 가지고 있는 반면, 강성, 감쇠가 적다는 결점을 가지고 있다.<sup>(1~5)</sup> 그리고, 현재 개발 중에 있는 헬륨 팽창기용 동압 기체 베어링을 완성하기 위해서는, 회전축의 1차와 2차 강체모드의 고유 진동수의 공진 진폭을 억제하는 것이 중요하다. 이 점을 보완하기

위해서 신뢰성이 있는 기체 베어링의 강성과 감쇠를 능동적으로 제어할 필요가 있다. 이와 같은 기체 베어링의 능동화는 회전축의 위치제어 및 고속 회전축의 안정성을 높게 할 수 있다는 점에 커다란 특징이 있다.

고속 회전기계의 능동제어에 관한 연구로써 Watanabe<sup>(6)</sup>는 스러스트 베어링형의 능동 베어링을 개발하고, Palazzolo<sup>(7)</sup>는 압전 액추에이터를 베어링에 작용하는 작동기로써 이용하여 레디얼형 베어링의 연구를 수행했다. 그리고, Horikawa<sup>(8)</sup>는 능동형 정압 공기 베어링을 개발했지만, 실제로 동압 기체 베어링을 이용하여 고속 회전기계에 적용했던 예는 적다.

본 연구는 능동 공기 베어링(active air bearing : AAB)을 이용하여 고속 회전기계의 동기진동의

\* 회원, 전북대학교 박사후 연구원

E-mail : kwon6821@hanmail.net

TEL : (063)270-2320 FAX : (063)270-2315

안정화를 목적으로, 동압 공기 베어링인 틸팅 패드 기체 베어링(Tilting Pad Gas Bearing: TPGB)의 패드 위치를 적층형 액추에이터를 이용하여 능동적으로 제어하는 방법을 제안한다. 그 검증으로써 종래의 레디얼형 헬륨 팽창기의 피봇에 적층형 압전 액추에이터를 배치한 능동 공기베어링을 제작하여 능동제어를 수행했다. 특히 3 패드·저널 공기 베어링의 강체 모드의 고유진동의 진폭을 능동적으로 제어하는 것을 시도했다. 그리고, AAB를 이용해서 축을 안정화하는 제어방법으로써  $H_\infty$  제어기,  $\mu$  설계법 등의 장인제어를 적용하고, 4개의 압전 액추에이터를 이용하여 동기진동의 진폭이 감소하는 것을 검증한다. 그리고, 제어시스템의 유효성을 실험적으로 증명한다.

## 2. 기초 방정식과 모델링

### 2.1 기초방정식의 도입

Fig. 1은 TPGB의 구성을 표시하고 있다. 그림에서  $\Psi_{pi}$ 는  $i$  번째의 피봇의 위치를 나타내고 있다. 기체 베어링은 반경 방향에 설치된 피봇으로부터 지지되는 3개의 패드로 구성된다. 동압 기체 베어링으로 지지된 축이 회전하면 유체의 점성력에 의해서 축과 베어링 사이의 간극에 기체막이 형성되어 압력이 발생하고, 축의 하중을 지지한다.

유체의 관성을 무시하고 유체 흐름을 2차원 압축성, 층류, 등온으로 가정하면, 공기막 압력은 연속방정식과 운동량 방정식으로부터 유도된 무차원 동적 레이놀즈 방정식이 구해진다. 이 방정식으로부터 1개 패드의 하중성분은 식 (1)로부터 구해진다.

$$\begin{aligned} f_{pi,x'} &= \int \int_{\Omega} (P_i - 1) \cos \phi \, d\phi d\bar{Z} \\ f_{pi,y'} &= \int \int_{\Omega} (P_i - 1) \sin \phi \, d\phi d\bar{Z} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $f_{pi,x'}$ 와  $f_{pi,y'}$ 는 각각 1개 패드의 하중성분이고,  $P_i$ 는 각각 패드의 무차원압력( $P_i = p/p_a$ )  $p_a$ 는 주위압력,  $\bar{Z}$ 는 무차원 좌표( $\bar{z}/R$ )를 나타내고 있다. 베어링 총 하중의 크기와 방향은 3개의 패드에 작용하는 힘의 합력을 합하여 식 (2)로부터 구한다.

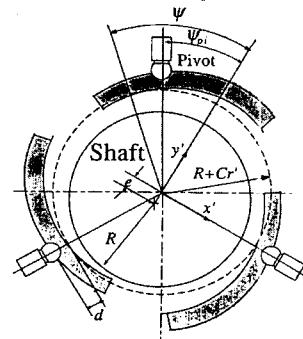


Fig. 1 Configuration of the TPGB

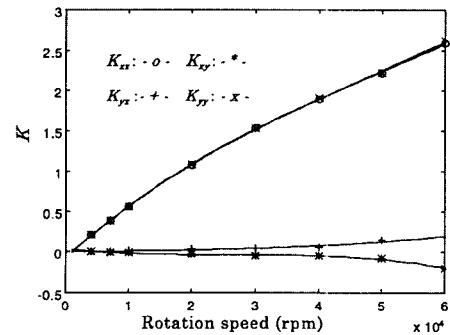


Fig. 2 Dimensionless  $K$  coefficients

$$\begin{aligned} f &= \left( \left( \sum_{i=1}^3 f_{pi,x'} \right) + \left( \sum_{i=1}^3 f_{pi,y'} \right) \right)^{1/2} \\ \phi &= \tan^{-1} \left( \left( \sum_{i=1}^3 f_{pi,x'} \right) / \left( \sum_{i=1}^3 f_{pi,y'} \right) \right) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $f$ 와  $\phi$ 는 베어링에서 총 하중의 크기와 방향을 나타내고 있다.  $j$  번째 베어링의  $x$ ,  $y$  방향의 하중성분을  $f_{jx}$ ,  $f_{jy}$ 로 표시하면 다음과 같이 축 변위와 속도로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{jx} &= -k_{xx}x_j - k_{xy}y_j - c_{xx}\dot{x}_j - c_{xy}\dot{y}_j \\ f_{jy} &= -k_{yx}x_j - k_{yy}y_j - c_{yx}\dot{x}_j - c_{yy}\dot{y}_j \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $x_j$ ,  $y_j$ ,  $\dot{x}_j$ ,  $\dot{y}_j$ 는  $j$  번째 베어링의 축변위와 속도이고,  $k_{xx}$ ,  $k_{xy}$ ,  $k_{yx}$ ,  $k_{yy}$ ,  $c_{xx}$ ,  $c_{xy}$ ,  $c_{yx}$ ,  $c_{yy}$ 는 베어링 강성계수 및 감쇠계수이다. 본 논문에서는 TPGB의 특성을 수치해석하여 그 결과를 검토하였다. Table 1은 수치해석에 사용한 매개변수 값을 표시한다.

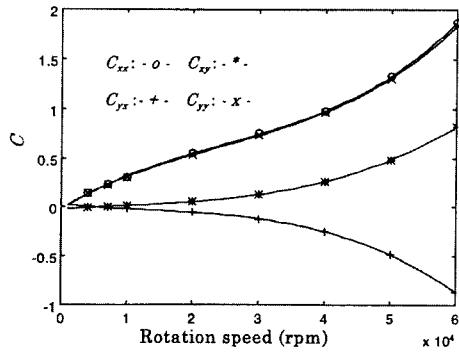
Fig. 3 Dimensionless coefficients  $C$ 

Table 1 Values of parameters in rotor-bearing system

Parameters	Value(unit)	
Shaft length $l$	181.35mm	$l_1$ 23.54 mm
Shaft mass $m$	0.28Kg	$l_2$ 26.46 mm
Shaft radius $R$	8 mm	$l_3$ 10.84 mm
Bearing width $L$	15.4 mm	$l_4$ 14.16 mm
Clearance $C_r$	20 $\mu\text{m}$	$l_5$ 90.25 mm
Pivot position	0.65	$l_6$ 91.10 mm
Dimensionless preload $P_r$	0.5	

무차원 레이놀즈 방정식을 유한요소법으로 구하면, 식 (1)의  $P_i$ 가 구해진다. 식 (1)과 식 (2)의 계산 결과로부터 식 (3)의  $f_{ix}$ ,  $f_{iy}$ 가 구해지고,  $f_{ix}$ ,  $f_{iy}$ 의 계산결과에 최소자승법을 적용해서 식 (3)의 강성계수  $k_{xx}$ ,  $k_{xy}$ ,  $k_{yx}$ ,  $k_{yy}$ 와 감쇠계수  $c_{xx}$ ,  $c_{xy}$ ,  $c_{yx}$ ,  $c_{yy}$ 를 구하여 운동방정식에 적용하였다. Fig. 2와 Fig. 3는 예압  $P_r$ 가 0.5일 경우의 강성계수와 감쇠계수의 계산치를 각각 표시한다. 각각의 계수는  $K = kC_r/P_aR^2$ ,  $C = cC_r/P_aR^2$ 으로 무차원화 된 상수값이고, 여기서,  $C_r$ 은 베어링 간격( $=20 \mu\text{m}$ )이다.

## 2.2 운동방정식의 도입

본 연구에 이용했던 로터계의 구성과 좌표계를 Fig. 4에 표시한다. 시스템의 기준 좌표계는 질량 중심을 포함한  $x$ ,  $y$ 평면 내에 선택하고, 축을 강체로 가정하면, 축 운동은 기하학적 축 운동과 일치한다.

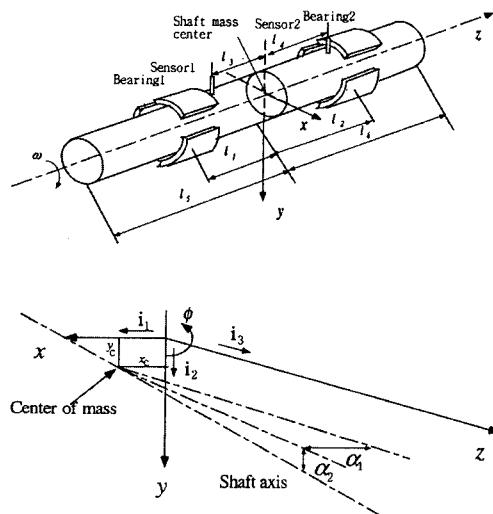


Fig. 4 Configuration of the rotor-bearing system and the selected coordinate system

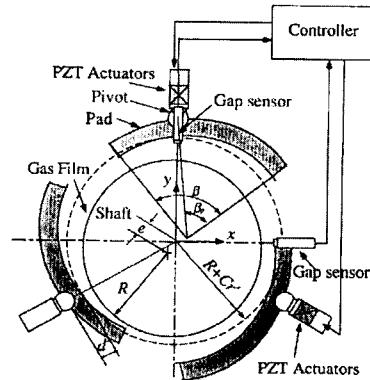


Fig. 5 Configuration of AAB

Table 1에 나타낸 것처럼 터빈 부분을 제외한 로터의 축 길이는 181.35 mm, 상부와 하부 베어링이 축 중심 면으로부터 각각 23.54mm와 26.46mm 떨어져 있다. 그리고, 상부와 하부의 축 정 면은 축 중심 면으로부터 각각 10.84mm와 14.16mm 떨어져 있다.

AAB의 모델을 Fig. 5에 표시한다. 축은 강체로 가정하고, 시스템의 기준 좌표계는 질량중심을 포함한  $x$ ,  $y$  평면 내에 선택한다. 3개 패드 중 1개를 고정하고, 남은 2개를 적층형 압전 액추에

이터에 의해 구동한다. 축은 3개의 패드에 의해 압축성 공기를 통하여 비접촉으로 지지되고, 적층형 압전 액추에이터를 사용하여 능동 패드를 제어하는 것으로부터  $x, y$  방향으로 축을 제어한다. Fig. 4의 로터-베어링 계의 구성에서 질량중심의 병진운동 방정식은  $m\ddot{r}=f$ 으로, 여기서,  $r = x\vec{i}_1 + y\vec{j}_1$ 는 축 중심의 위치벡터이다. 한편, 축의 회전운동은  $d\vec{H}/dt = M$  ( $\vec{H}$ 는 질량중심 각 운동량)으로 표현된다.  $j$  ( $j=1, 2$ )번째 베어링으로부터 축에 미치는 힘  $x$  성분  $f_{jx}$ ,  $y$  성분  $f_{jy}$ 로 표기하면, 시스템의 병진운동과 회전운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -k_{xx}(x_1 + x_2) - k_{xy}(y_1 + y_2) - c_{xx}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) \\ &\quad - c_{yx}(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + m_1 R \omega^2 \cos \omega t \\ m\ddot{y} &= -k_{xy}(x_1 + x_2) - k_{yy}(y_1 + y_2) - c_{xy}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) \\ &\quad - c_{yy}(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + m_1 R \omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} I_t \ddot{\alpha}_1 + I_p \omega \dot{\alpha}_2 &= k_{xx}(x_2 l_2 - x_1 l_1) + k_{xy}(y_2 l_2 - y_1 l_1) \\ &\quad c_{xx}(\dot{x}_2 l_2 - \dot{x}_1 l_1) + c_{yy}(\dot{y}_2 l_2 - \dot{y}_1 l_1) \\ &\quad + \frac{m_2 R \omega^2 l}{2} \sin(\omega t - \phi_u) \\ - I_t \ddot{\alpha}_2 + I_p \omega \dot{\alpha}_1 &= -k_{xx}(x_2 l_2 - x_1 l_1) - k_{xy}(y_2 l_2 - y_1 l_1) \\ &\quad - c_{xx}(\dot{x}_2 l_2 - \dot{x}_1 l_1) - c_{yy}(\dot{y}_2 l_2 - \dot{y}_1 l_1) \\ &\quad + \frac{m_2 R \omega^2 l}{2} \sin(\omega t - \phi_u) \end{aligned} \quad (5)$$

$$I_p \dot{\omega} = 0$$

여기서,  $m$ 은 축의 질량,  $m_1, m_2$ 는 축의 불평형 질량,  $\omega$ 는 축의 회전속도,  $I_t, I_p$ 는 관성모멘트, 극관성모멘트,  $x, y$ 는 축 중심에 있는 좌표이고,  $x_1, y_1$ 과  $x_2, y_2$ 는 각각 베어링 1, 베어링 2에 있어서 좌표이다. 식 (4), (5)를 무차원화 한 축의 운동방정식으로써 식 (6)과 같이 표현된다.

$$[\ddot{V}] + [C][\dot{V}] + [K][V] = A \cos T + B \sin T \quad (6)$$

여기서,  $V = [X \ A_1 \ Y \ A_2]^T$

$$\begin{aligned} \{A\} &= [U_f - U_m \sin \phi_u \ 0 \ - U_m \cos \phi_u] \\ \{B\} &= [0 \ U_m \cos \phi_u \ U_f \ - U_m \sin \phi_u] \end{aligned}$$

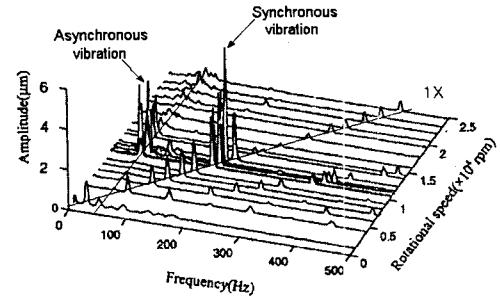
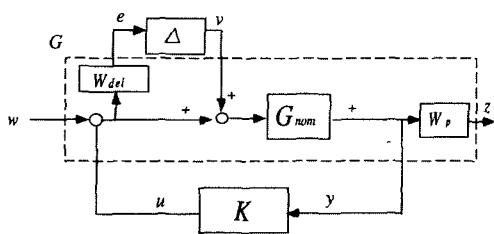


Fig. 6 Waterfall chart of frequency response of turbine shaft at upper-left(UL) gap sensor (Experimental result)

$$\begin{aligned} [K] &= \begin{bmatrix} 2K_{xx} & \frac{l_2 - l_1}{R} K_{xx} & 2K_{xy} & \frac{l_2 - l_1}{R} K_{xy} \\ (l_2 - l_1)K_{max} & \frac{l_2^2 + l_1^2}{R} K_{max} & (l_2 - l_1)K_{max} & \frac{l_2^2 + l_1^2}{R} K_{max} \\ 2K_{yx} & \frac{l_2 - l_1}{R} K_{yx} & 2K_{yy} & \frac{l_2 - l_1}{R} K_{yy} \\ (l_2 - l_1)K_{myx} & \frac{l_2^2 + l_1^2}{R} K_{myx} & (l_2 - l_1)K_{myy} & \frac{l_2^2 + l_1^2}{R} K_{myy} \end{bmatrix} \\ [C] &= \begin{bmatrix} 2C_{xx} & \frac{l_2 - l_1}{R} C_{xx} & 2C_{xy} & \frac{l_2 - l_1}{R} C_{xy} \\ (l_2 - l_1)C_{max} & \frac{l_2^2 + l_1^2}{R} C_{max} & (l_2 - l_1)C_{max} & \frac{l_2^2 + l_1^2}{R} C_{max} + G \\ 2C_{yx} & \frac{l_2 - l_1}{R} C_{yx} & 2C_{yy} & \frac{l_2 - l_1}{R} C_{yy} \\ (l_2 - l_1)C_{myx} & \frac{l_2^2 + l_1^2}{R} C_{myx} - G & (l_2 - l_1)C_{myy} & \frac{l_2^2 + l_1^2}{R} C_{myy} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

여기서,  $C_m = CR/I_t \omega^2$ ,  $K_m = KR/I_t \omega^2$ ,  $U_f = m_1 R/mC_r$ ,  $U_m = m_2 R^2 l/(2I_t C_r)$ ,  $R$ 는 축의 반경,  $[C]$ 와  $[K]$ 는 무차원 감쇠와 강성행렬을 표시한다. 일반적으로 이 계수들은 회전 모멘트, 감쇠, 비대칭적인 베어링의 성질에 의해 비대칭 행렬로 구성된다. 베어링의 강성계수를 변화함으로써 동기진동인 병진 모드와 원주 모드의 2개의 고유진동수와 공진이 되지 않도록 할 수 있다. 모달 진동해석에 의한 축의 회전속도 공진 주파수는 11,760 rpm과 35,000 rpm이다.

Fig. 6은 상부 측정단 면의  $y$  방향에서 계측했던 각 회전 속도에 있어서 발생하는 축 진동의 주파수 특성을 표시하고 있다. 축이 11,760 rpm으로 회전할 경우, 축의 진폭은 최대가 된다. 그것은 축의 회전수가 일차 강체 모드의 고유 진동수와 일치하기 때문이다. 이와 같은 고속 회전체를 안정하게 운전할 수 있도록 압전 액추에이터에 의한 능동 공기 베어링을 제안하고, 동기 진동의 능동제어 방법을 다음과 같이 고찰한다.

Fig. 7  $\mu$  control system and generalized plant

### 3. 제어기의 설계

본 연구는 진동계의 모달 해석과  $\mu$  합성법을 이용하여 진동요소를 효과적으로 제어하는 보상기를 설계하고, 고속회전이 가능한 새로운 능동 공기 베어링을 제안하여 제어방식과 기초적인 특성에 대해서 검토한다. 식(6)의 로터계의 운동 방정식을 표준 상태 공간으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{X}}(T) &= A \cdot \bar{X}(T) + B_1 \cdot u(T) + B_2 \cdot w(T) \\ \bar{Y}(T) &= C \cdot \bar{X}(T) + D \cdot u(T) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $\bar{X}(T) = [X \ A_1 \ Y \ A_2 \ \dot{X} \ A_1 \ \dot{Y} \ A_2]$ ,

$$\bar{Y}(T) = [X_3 \ X_4 \ Y_3 \ Y_4],$$

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} O_{4 \times 4} & I_{4 \times 4} \\ -K_{4 \times 4} & -C_{4 \times 4} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} O_{4 \times 4} \\ I_{4 \times 4} \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} & -K_{xx} & -K_{max}l_1 & 0 & 0 \\ -K_{xx}\sin\alpha & -K_{max}l_1\sin\alpha & -K_{yy}\cos\alpha & K_{myy}l_1\cos\alpha & 0 \\ K_{xx} & -K_{max}l_2 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{xx}\sin\alpha & -K_{max}l_2\sin\alpha & -K_{yy}\cos\alpha & -K_{myy}l_2\cos\alpha & 0 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & -l_3/R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -l_4/R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -l_3/R & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -l_4/R & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad w(T) = \begin{bmatrix} U_f \cos(T) \\ U_m \sin(T - \phi_u) \\ U_f \sin(T) \\ -U_m \cos(T - \phi_u) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

여기서,  $\bar{X}$ 는 상태벡터,  $\bar{Y}$ 는 측정된 출력,  $u$ 는 제어입력,  $w$ 는 외란 입력,  $T$ 는 무차원 시간( $T = \omega t$ )이다. 공기 베어링을 능동제어하기 위해서는 PID, LQR,  $H_\infty$ 와 슬라이딩 모드제어 등의 여러 가지 제어방법이 있다. 본 논문의 로

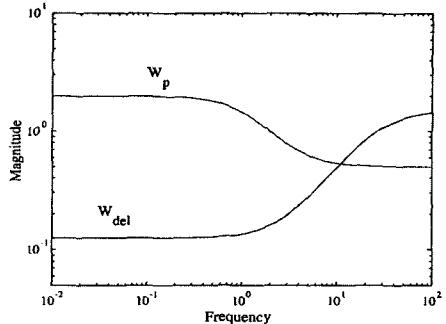


Fig. 8 Uncertainty weight and performance weight for active air bearing

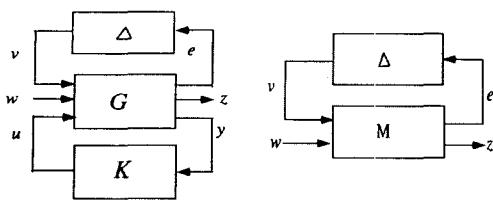
터 베어링 시스템의 모델은 4개의 입력, 4개의 측정 출력을 포함한다.

시스템의 상태방정식은 고주파의 영역을 무시하고, 축의 재료, 기하학적 매개변수 등에 의한 큰 모델링 오차를 포함하고 있어서  $H_\infty$  제어기,  $\mu$  합성법을 선택하여 시스템의 강인성과 효율성을 검토한다. 제어기의 설계에는 모델의 불확실성을 포함하고 있기 때문에 우선, Fig. 7에 표시한 것처럼 확장 시스템을 고려한다. 점선부는 식(8)에 있는 전달함수  $G$ 를 갖는 플랜트를 표시하고 있다.

$$G = G_{nom}(1 + \Delta G W_{del}) \quad (8)$$

Fig. 7의  $G_{nom}$ 는 플랜트의 공칭 모델,  $\Delta G$ 는 모델의 불확실성,  $K$ 는 제어기,  $u$ ,  $d$ ,  $w$ ,  $y$ ,  $e$ ,  $z$ 는 제어입력, 섭동입력, 외란입력, 센서출력, 섭동출력과 오차출력이다. 제어성능 목적은,  $w$ 로부터  $z$ 까지의 전달함수  $T_{wz}$ 가  $\Delta G$ 에 대해서  $\|T_{wz}\| < 1$ 을 만족하는 제어기를 얻는데 있다.

발생할 수 있는 가능성 있는 오차와 센서의 비선형을 고려하면 2개의 가중함수  $W_{del}$ 과  $W_p$ 의 개인 진폭은 Fig. 8에 표시된다. 이 설계 방법에 있어서 가중함수  $W_{del}$ 와  $W_p$ 의 선택은 초기 단계로써 중요하다. 저주파수 근처에서 공칭모델의 에러는 적고, 고주파수에서는 상대적으로 모델링에서 고려안한 고유 진동수로 인하여 공칭모델 에러는 크게 된다. 이를 고려하여 가중함수  $W_{del}$ 는 저주파 영역에서 12%, 고주파 영역에서 매우 큰 모델링 에러를 가지도록 설계한다.

Fig. 9 Block diagram of a  $\mu$  standard problem

반면, 가중함수  $W_p$ 는 전체의 주파수 영역에서 실모델과의 상대적인 제어성능을 표시한다. 이는 저주파수에서 외란의 영향이 크므로, 이에 대하여 높은 성능이 되게 하기 위해서  $W_p$ 는 저주파수에서 2배, 고주파수에서 0.5배의 성능을 가지고 롤 설계하였다.

Fig. 9은  $\mu$  합성법의 구조를 다룬 일반화된 시스템이다. 여기서,  $w$ 로부터  $z$ 까지의 전달함수  $M$ 은 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} W_{\text{del}} T & W_{\text{del}} KS \\ W_p S G_{\text{nom}} & W_p S \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$S = (I + G_{\text{nom}} K)^{-1}, \quad T = K G_{\text{nom}} (I + K G_{\text{nom}})^{-1} \quad (10)$$

로 정의된다.  $v$ 로부터  $e$ 까지의 전달함수  $W_{\text{del}} T$ 는 로버스트 안정조건이고,  $w$ 로부터  $z$ 까지는  $W_p S$ 로써 공칭성능을 표시하고 있다. 실제로  $\mu$  합성법은 이와 같이 2개의 성능을 달성하는 것 이외에 장인 성능으로써 다음과 같은 식의 조건을 만족한다.

$$\sup_{\Delta(\Delta) \leq 1} |F_u(M, \Delta)|_\infty \leq \gamma \quad (11)$$

여기서,  $F_u$ 는 선형분수변환(Linear fractional transformation)이라 부르고 다음과 같이 정의된다.

$$F_u(M, \Delta) = M_{22} + M_{21} \Delta (I - M_{11} \Delta)^{-1} M_{12} \quad (12)$$

실제에 식 (11)의 조건을 구하는 것과 동가의 식으로 계산한다.

$$\mu_\Delta(M) \leq \gamma \quad (13)$$

여기서,  $\mu$ 는 구조화 특이치로 불리고 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_v(M) = \frac{1}{[\min \sigma(\Delta) : \Delta \in \Delta, \det(I - M\Delta) = 0]} \quad (14)$$

$\mu$  합성법에 의한 장인성 문제는 식 (11)를 만족하는 안정화 제어기  $K$ 를 찾는 문제이며,  $\gamma_{\min} < 1$ 를 만족하는 주어진 시스템은 가정한 불확실성에 대해서 장인성을 만족한다.

이상으로 Fig. 8의 가중함수를 이용해서 적용한  $H_\infty$  제어기에 의한  $\gamma = 1.22$ 를 얻었다. 즉  $\gamma$  값이 1을 초과하였기 때문에, 이 시스템의 장인한 성능이 만족하지 못한다. 그러나 기대되어지는 성능은 식 (15)와 같이  $D-K$  반복법<sup>(9)</sup>에 의한  $\mu$  제어기를 적용하는 것에 의해  $\gamma = 0.96$ 를 얻었고, 보상기에 대해 장인한 성능을 달성하고 있다.

$$\mu_v(F_i(P_i, K_i)) = \min_{D, K} \|D_{i+1} F_i(P_i, K_i) D_{i+1}^{-1}\|_\infty \quad (15)$$

이상의 방법을 적용하면 제어기는 시간에 의한 상미분 방정식으로 표시된다. 디지털화하기 위해서 다음과 같은 이산화 LTI(linear time invariant) 시스템을 적용한다.

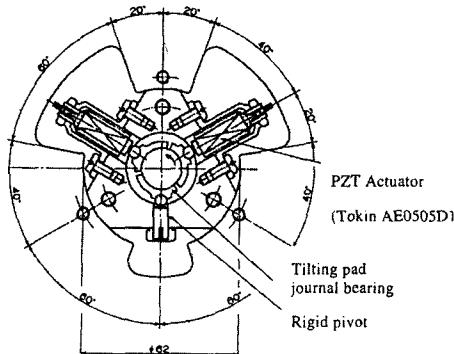
$$\begin{aligned} x[n+1] &= A_c \cdot x[n] + B_c \cdot y[n] \\ u_c[n] &= C_c \cdot x[n] + D_c \cdot y[n] \end{aligned} \quad (16)$$

한편, 디지털 제어 시스템은 디지털 컴퓨터를 사용하는 것에 의해 실현될 경우, 샘플링 구간은 가능한 짧게 되어야 한다. 이것은 설계의 의한 제어기가 연속적인 시간 시스템이 되기 때문이다. 계산 시간이 제어기의 차원에 의해 변하기 때문에 제어기의 차원을 감소하는 것이 중요하다. 이 연구에 있어서 제어기의 차원은 최적의 Hankel-Nome 근사에 의해  $12 \times 12$ 의 차원까지 감소된다.

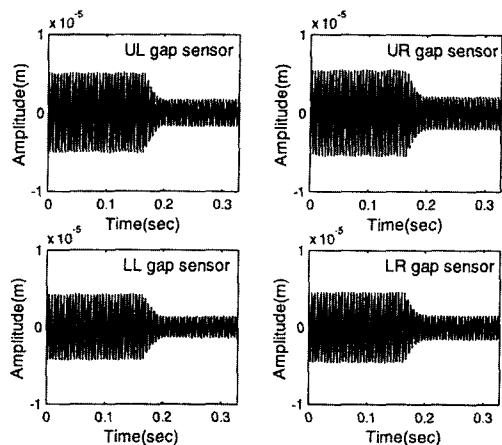
## 4. 진동제어 실험

### 4.1 진동제어 실험방법

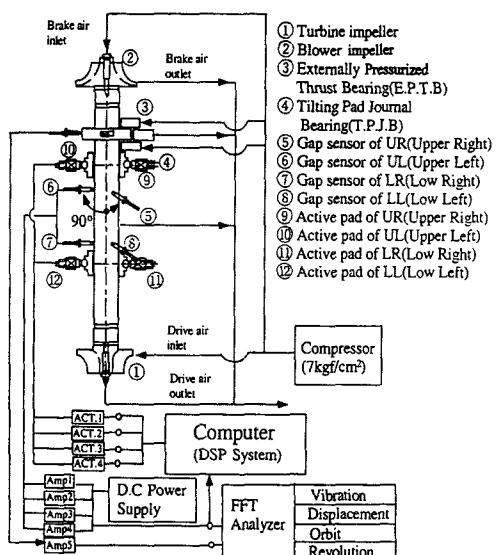
고속 회전기계에 발생하는 동기진동을 억제하기에는 축의 위험속도의 영역을 가능한 한 높게 설계하는 것이 제안되고 있지만, 본 논문에서는 새로운 접근방법으로써 적층형 액추에이터를 이용한 패드의 레디얼 방향의 위치를 능동제어함으



**Fig. 10** Configuration of active pads



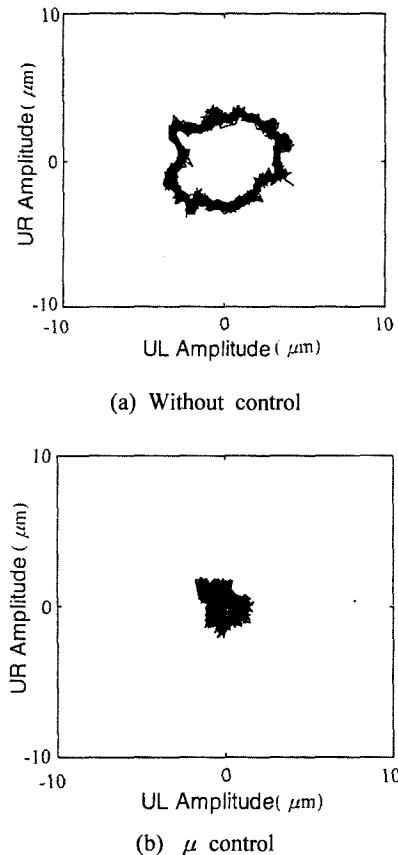
**Fig. 12** Simulation results of time response with  $\mu$ -control



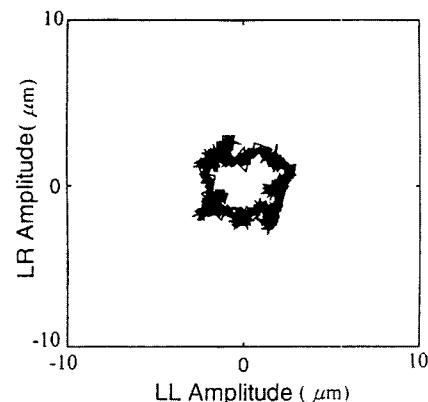
**Fig. 11** Schematic diagram of the active control system

로써 고속 회전기계의 동기진동에 의한 불안정 특성을 악정화한다.

Fig. 10은 능동 공기베어링의 실제 구성도로써 3개의 털딩 패드로 구성되며 그 중 1개는 고정하고, 남은 2개를 적층형 압전 액추에이터로 구동한다. 축은 3개의 패드에 의해 압축성 공기를 통하여 비접촉으로 지지되고 적층형 압전 액추에이터를 사용하여 능동 패드를 제어하는 것으로부터  $x, y$  방향으로 축을 제어한다.



**Fig. 13** Experimental response of shaft orbits with  $\mu$ -control (UL gap sensor vs UR gap sensor)



(a) Without control

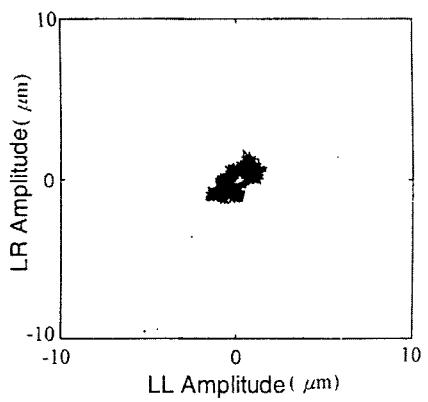
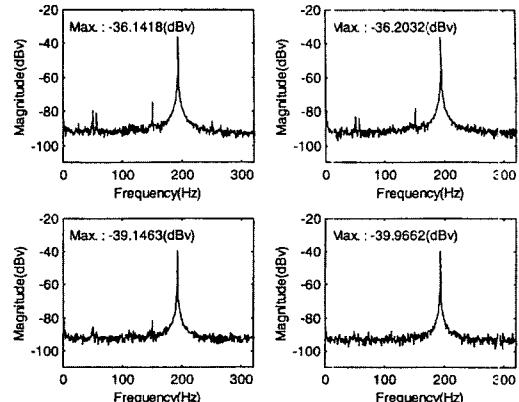
(b)  $\mu$  control

Fig. 14 Experimental response of shaft orbits with  $\mu$ -control(LL gap sensor vs LR gap sensor)

Fig. 11은 본 연구에 이용한 공기 팽창기의 구성을 나타내며, 로터는 축 방향에는 정압 기체베어링으로, 반경 방향에는 2개의 틸팅 패드 기체베어링으로 지지되고 있다. 로터 하단에는 구동용 터빈이 설치되어 있고, 상단에는 안정을 위한 브레이크용 터빈이 작동하고 있다. 양측의 터빈에 적절한 압력을 가진 압축 공기를 공급하면 로터를 회전시킬 수 있다. 4개의 캡 센서와 4개의 액추에이터의 위치를 각각 LR(下右), LL(下左), UR(上右), UL(上左)로 구별한다. 여기서, LL과 UL의 센서는  $y$  방향의 변위를 측정하고, LR과 UR의 위치의 센서는 Fig. 1에 표시한 것처럼  $x$  방향의 변위를 측정한다. 그리고, LL과 UL 액추에이터는  $y$  방향에, LR과 UR의 액추에이터



(a) No control

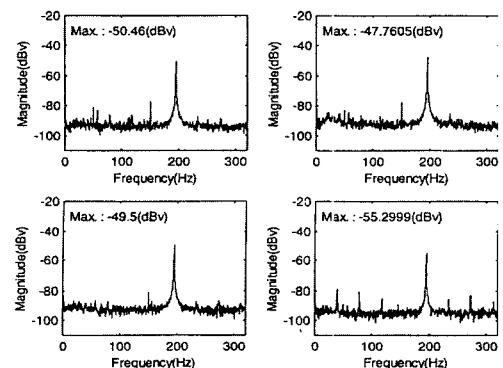
(b)  $\mu$  control

Fig. 15 Frequency responses of shaft with  $\mu$ -control

는  $x$  축과 30도 각도로 설치되어 있다.

와전류식 초소형 캡 센서 (분해능 :  $0.2 \mu\text{m}$ )에 의한 축의 변위를 측정하고, 센서로부터 신호를 샘플링 주기  $12 \mu\text{sec}$ 로 A/D 변환기를 통하여 DSP(TMS320 C40)에 인가된다. DSP보드 상에 계산되어진 제어출력은 D/A 변환기와 진압 증폭기를 통하여 압전 액추에이터에 인가된다. 적층형 압전 액추에이터는 응답성이 좋고, 발생력도 크기 때문에 패드의 위치를 고속으로 제어할 수 있다.

#### 4.2 $\mu$ -합성법에 의한 결과와 고찰

로터 계의 동기진동을 제어하기 위해서  $H_\infty$  제어기와  $\mu$  합성법에 의한 AAB 시스템의 유효성

을 고찰한다. 본 연구에서는 최초의 2개의 강체 모드만 고려하고, 다른 고차모드 성분은 모델의 불확실성을 포함하는 것으로써 플랜트 모델을 설계하였다.

Fig. 12는  $\mu$  합성법을 적용할 경우, 시뮬레이션에 의한 축의 변위응답을 표시하고 있다. 그 진동의 진폭은 제어입력을 적용했을 경우, 약 75% 감소하는 결과를 얻었다. Fig. 13과 14는 축이 11,760 rpm으로 회전할 경우, UL 캡센서와 UR 부분, LL 캡센서와 LR 캡센서의 실험결과에 의한 제어효과를 리사쥬 도형으로 표시하고 있다. 이 경우 동기 진동의 진폭은 제어입력을 적용했을 경우에 약 75% 감소하는 것을 알 수 있다.

Fig. 15는  $\mu$  합성법을 적용했을 경우의 제어시 와 무제어시의 주파수 응답을 보여주고 있다.  $\mu$  합성법을 적용한 제어기 입력을 인가했을 경우, UL, UR위치의 변위센서로부터 진폭이 14dB정도 감소되어 고속 로터계의 안정화를 구현하였다. 이상의 결과로부터 새롭게 제작된 능동 공기베어링은 강인 제어기를 적용함으로써 고속 회전기계의 동기진동을 유효하게 억제할 수 있었다.

## 5. 결 론

이 논문에는 TPGB에 의한 로터·베어링 시스템의 동기진동의 거동을 압전 액추에이터에 의해서 능동적으로 제어하는 공기 베어링의 능동화의 방법을 제안하고, 강체모드의 공진을 억제하기 위해서  $H_\infty$  제어기와  $\mu$  합성법을 이용하여 그 진동 성분의 억제를 검토했다. 그 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.  $\mu$  합성법을 적용함으로써 주기적인 외란의 경우에 좋은 결과가 얻어졌고, 동기진동이 14dB 감소하고, 비동기진동 성분도  $\mu$  합성법에 의해서 안정하게 되었다. 그리고, 최대 특이치 평가에 의한  $H_\infty$  제어이론을 이용해서 강인 성능을 만족하는 제어기가 구해지지 않을 경우가 있다. 그러나, 구조화 특이치 평가에 의한  $\mu$  합성법을 적용하는 것으로부터 제어계의 공칭 제어 성능과 강한 안정성이 얻어지고, 강인한 제어성능도 만족하게 달성되었다.

이와같이 공기베어링을 압전 액추에이터로 제어하고 능동화하는 것으로부터 고속으로 회전이

가능한 공기 베어링이 가능하다는 것을 명확히 하고, 장래, 능동 공기베어링이 널리 사용되어지고, 소형 회전기계의 고속화, 고성능화에 그 파급 효과가 매우 클 것으로 기대한다.

## 참고문헌

- (1) 박상신, 황평, 장인배, 한동철, 1991, "극소 공기막을 갖는 공기베어링의 직접 수치해법을 이용한 정적해석," 대한기계학회논문집, 제15권, 제1호, pp. 120~126.
- (2) 이정배, 김경웅, 1996, "공기베어링의 능동제어에 관한 연구," 대한기계학회(A), 제20권, 제8호, pp. 2501~2507.
- (3) 황평, 윤성진, "패드의 탄성 변형을 고려한 공기윤활 텔링 패드 저어널 베어링의 윤활해석에 관한 연구," 대한기계학회 춘계학술대회논문집(I), pp. 510~515.
- (4) Outstep, M. W. and Wilcock D. F., 1988, "A New Hydrodynamic Gas Bearing Concept," Transactions of the ASME, Vol. 110, pp. 614~620.
- (5) Heshmat, H., 1994, "Advancements in the Performance of Aerodynamic Foil Journal Bearing: High Speed and Load Capability," *J. of Tribology*, Vol. 116, pp. 287~294.
- (6) Watanabe, I., Aoyama, H. and Shimokohbe, A., 1988, "An Active Air Bearing, Ultra-Precision Control of Floating Position and Vibration," *Journal of JSPE*, Vol. 54, No. 2, pp. 329~334.
- (7) Palazzolo, A. B., et al, 1993, "Hybrid Active Vibration Control of Rotor Bearing Systems Using piezoactuator," *J. of Vib. and Acou.*, Vol. 135, pp. 115~111.
- (8) Horikawa and Shimokohbe, A., 1990, "An Active Air Bearing," *JSME, Int. Journal*, Vol. 33, No. 1, pp. 55~60.
- (9) Nonami, K. and Fan, Q., 1994, "Computer-Aided Control System Design and Control Performance for Active Vibration Control Systems with  $\mu$  Synthesis Theory," *J. of JSME (C)*, Vol. 64, No. 572, pp. 1203~1209.