

## 〈논 문〉

# 축방향으로 움직이는 박막의 면내 진동해석

In-plane Vibration Analysis for an Axially Moving Membrane

신 창 호\* · 정 진 태† · 김 원 석\*\*

C. H. Shin, J. Chung and W. Kim

(2001년 10월 10일 접수 : 2002년 2월 14일 심사완료)

**Key Words :** In-plane Vibration(면내진동), Axially Moving Material(축방향 이송체), Vibration Analysis(진동 해석), Time-response(시간응답), Natural Frequency(고유진동수)

## ABSTRACT

The longitudinal and lateral in-plane vibrations of an axially moving membrane are investigated when the membrane has translating acceleration. By extended Hamilton's principle, the governing equations are derived. The equations of motion for the in-plane vibrations are linear and coupled. These equations are discretized by using the Galerkin approximation method after they are transformed into the variational equations, i.e., the weak forms so that the admissible functions can be used for the bases of the in-plane deflections. With the discretized equations for the in-plane vibrations, the natural frequencies and the time histories of the deflections are obtained.

## 1. 서 론

축방향으로 움직이는 평판톱, 시트, 얇은 필름, 플라스틱 등의 재료는 웹(web), 박판(membrane), 현(string) 등으로 모델링되어 이에 대한 연구가 활발히 진행되어왔다. Mote<sup>(1, 3)</sup>는 이송속도와 이송시스템에 따른 장력, 횡방향 진동 및 안정성에 관한 연구를 발표하였고, Barakat<sup>(2)</sup>는 선형화된 횡방향의 진동 및 에너지에 대해 연구를 하였다. 얇은 박판의 flutter에 대한 연구를 통해 Pramila<sup>(4)</sup>가 처음으로 실험을 통하여 횡방향 진동을 측정하였으며, 다른 일련의 연구에서도 횡방향 진동에 대한 많은 연구가 진행되고 있다.<sup>(5~7)</sup> 일반적으로 횡방향 진동이 훨씬 크고 중요하여 대부분의 연구가 횡방향 진동만을 고려하여 운동

을 해석하거나 이들을 감소시키는 방향으로 제어해 왔다.

하지만 테이프 동력계에서는 테이프와 헤드드럼이 매우 가까이 근접할수록 고밀도의 기록을 할 수 있다. 이때 양자간에 미끄럼 접촉이 생겨 종방향 진동이 발생하게 된다. 이것은 테이프 혹은 주행기구에 손상을 가져오거나 작동에 이상을 일으켜 정확한 위치를 찾지 못하고 테이프가 주행경로를 이탈하거나 테이프가 손상을 입어 기록실패를 가져오는 요인이 되고 있다. 또한 주행중인 테이프의 정밀한 신호 전달을 위해 비디오 레코더의 경우 종방향 기록 방식으로 작동하는 나선형 주사법(helical scan)을 사용하는 것은 횡방향이나 비틀림 진동뿐만 아니라 종방향 진동도 신호변조에 중요한 요인이 됨을 알 수 있다.<sup>(8~11)</sup>

따라서 본 논문은 이러한 계를 박막과 구동계로 모델링하고, 그동안 연구가 미흡했던 면내방향의 진동특성을 연구하려고 한다. 접근 방법은 질량의 입, 출입이 양 끝단의 경계에서 발생하므로 Extended Hamilton<sup>(12)</sup> 원리를 적용하여 박막의 면내방향 운동 방정식을 유도하며, 수치해를 구하기 위하여 Galerkin

\* 책임저자. 정희원, 한양대학교 기계공학

E-mail : jchung@hanyang.ac.kr

Tel : (031) 400-5287, Fax : (031) 406-5550

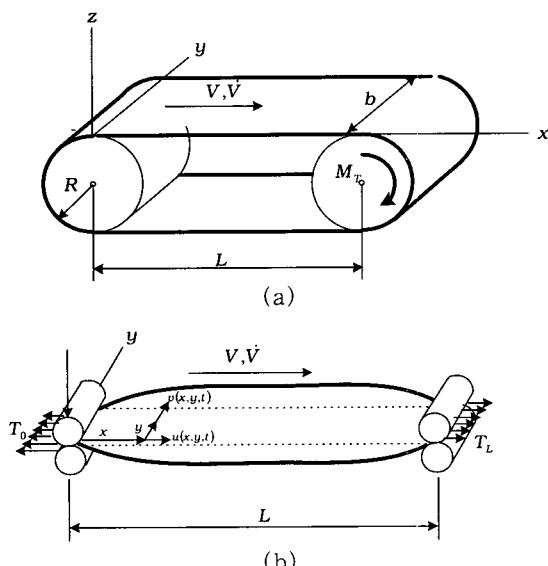
\*\* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

\*\*\* 한양대학교 BK21 기계분야사업단

방법을 통하여 weak form으로 방정식을 이산화하고, 면내변위에 대한 기저함수(basisfunction)는 허용함수(admissible function)를 사용하여 이산화된 방정식으로부터 이송속도에 따른 고유진동수 및 이송가속도가 시간응답에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

## 2. 모델링과 운동 방정식

Fig. 1(a)는 박막의 구동 시스템을 도시하고 있다. 구동과 피구동 류러(roller)로 구성되어 있으며, 같은 반경  $R$ 과 질량관성 모멘트  $J$ 를 가지고 있다. 또한 Fig. 1(b)는 축방향으로 움직이는 박막의 모델이다. 두 류러간의 축방향 간격이  $L$ 이고, 박막의 단위 면적당 밀도는  $\rho$ , 폭은  $b$ , Young률은  $E$ , 이송속도는  $V(t)$ , 그리고 이송가속도는  $\dot{V}(t)$ 로 정의하였다. 면내 방향의 변위를  $x$  축 방향과  $y$  축 방향에 대해서 각각  $u(x, y, t)$ ,  $v(x, y, t)$ 로 표현하였다. 만약 구동류러에서 회전 토크가 발생하면 이송가속도가 발생하는데, 서로 비례의 관계가 있다.<sup>(11)</sup> 그리고  $M_T=0$  일때  $x=0$ 에서 단위 길이당 초기장력이  $T_0$ 이고  $M_T=0$ 일때  $x=L$ 에서 단위 길이당 장력이  $T_L$ 이라 하면,  $T_0$ 와  $T_L$ 의 관계는 다음과 같다.



**Fig. 1** Schematics of an axially moving membrane: (a) a drive system between two rollers; and (b) a model of the membrane with the longitudinal and lateral deflections

$$T_L = T_0 + \rho h \dot{V} \quad (1)$$

박막의 운동방정식은 질량의 유출, 입을 고려한 Extended Hamilton 원리를 사용하여<sup>(12)</sup> 하며, 식의 형태는 다음과 같다.

$$\int_{t_2}^{t_1} (\delta T - \delta U + \delta W_{nc} - \delta M) dt = 0 \quad (2)$$

여기서  $T$ 는 운동에너지,  $U$ 는 변형에너지,  $\delta W_{nc}$ 는 비보존력에 의한 가상일,  $\delta M$  경계를 통과하는 가상수송량 (virtual momentum transport)이다.

변형된 후의 임의의 점  $P$ 에 대한 위치벡터는 면내 변위만을 고려하면 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{r} = (x + u) \mathbf{i} + (y + v) \mathbf{j} \quad (3)$$

여기서  $i, j$ 는 각각  $x, y$ 축의 단위 벡터이다. 속도벡터는 위치벡터를 시간에 대해 미분을 취하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{v} = \left( V + \frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial x} \right) \mathbf{i} + \left( \frac{\partial v}{\partial t} + V \frac{\partial v}{\partial x} \right) \mathbf{j} \quad (4)$$

또한, 박막의 변위-변형률 관계식은 다음과 같다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (5)$$

그리고, 응력-변형률의 관계식은 다음 식으로 표현된다.

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \epsilon_x + \epsilon_y) \\ \sigma_{xy} = \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{xy} \quad (6)$$

여기서  $\nu$ 는 포아송의 비를 나타낸다. 또한 박판의 두께가 매우 얇으므로 응력  $\sigma_z, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$ 는 무시할 수 있다. 즉,

$$\sigma_z = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \quad (7)$$

따라서, 박막의 운동에너지  $T$ 와 변형에너지  $U$ 는 식 (4)~(6)을 아래의 식에 대입하여 구한다.

$$T = \frac{1}{2} \rho \int_L^0 \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dx, \\ U = \frac{1}{2} h \int_A (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + 2\sigma_{xy} \epsilon_{xy}) \quad (8)$$

그리고, 비보존력에 의한 가상일과 가상수송량은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta W_{nc} = \int_0^b T_L \delta u \Big|_{x=L} dy - \int_0^b T_0 \delta u \Big|_{x=0}$$

$$\delta M = \int_B \rho (\mathbf{V} \cdot \delta \mathbf{r}) (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dB \quad (9)$$

여기서  $\mathbf{n}$ 은 경계에서 바깥쪽으로 향하는 수직 벡터이다. 운동방정식은 식 (8)과 식 (9)를 식 (2)에 대입하여 유도할 수 있다.

축방향으로 움직이는 박막에 대한 면내방향 운동지배방정식은 아래와 같이 유도되었다.

$$\rho \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dot{V} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_{xy}}{\partial y} = -\rho \dot{V} \quad (10)$$

$$\rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} + V^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \dot{V} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

여기서

$$q_x = \frac{Eh}{1-v^2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right),$$

$$q_y = \frac{Eh}{1-v^2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial x} \right),$$

$$q_{xy} = \frac{Eh}{2(1+v)} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (12)$$

그리고 박막의 경계조건은 아래와 같다.

$$q_x = T_L \text{ at } x=L, q_x = T_0 \text{ at } x=0,$$

$$q_{xy} = 0 \text{ at } x=0, L, q_{xy} = 0 \text{ at } y=0, b,$$

$$q_y = 0 \text{ at } y=0, b \quad (13)$$

### 3. 면내 운동방정식의 이산화

면내 운동방정식의 이산화를 위해 유도된 식 (10), (11)과 경계조건 식 (13)으로부터 weak form을 만든 후 Galerkin 방법을 적용하였다. 이렇게 하는 이유는 경계조건이 복잡하기 때문이다. 시도함수(trial function)  $u$ 와  $v$ , 가중함수(weighting function)  $\bar{u}$ 와  $\bar{v}$ 를 사용하여 식 (10), (11)은 다음과 같은 weak

form으로 표현된다.

$$\int_0^b \int_0^L \left[ \rho \bar{u} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho V \left( \bar{u} \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial t} \right) + (D - \rho V^2) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho \dot{V}}{2} \left( \bar{u} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} u \right) + Dv \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + D \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + D \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right] dx dy$$

$$- \rho V^2 \int_0^b \left[ \bar{u} \frac{\partial u}{\partial x} \right]_0^L dy - \frac{\rho \dot{V}}{2} \int_0^b [\bar{u} u]_0^L dy + D \int_0^b [\bar{u} q_x]_0^L dy + D' \int_0^L [\bar{u} q_{xy}]_0^b dx \quad (14)$$

$$\int_0^b \int_0^L \left[ \rho \bar{v} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \rho V \left( \bar{v} \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial t} \right) + (D' - \rho V^2) \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\rho \dot{V}}{2} \left( \bar{v} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} v \right) + Dv \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + D' \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + D \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right] dx dy = -\rho V \int_0^b \left[ \bar{v} \frac{\partial v}{\partial t} \right]_0^L dy - \rho V^2 \int_0^b \left[ \bar{v} \frac{\partial u}{\partial x} \right]_0^L dy - \frac{\rho \dot{V}}{2} \int_0^b [\bar{v} v]_0^L dy + D \int_0^L [\bar{v} q_y]_0^b dx \quad (15)$$

여기서

$$D = \frac{Eh}{1-v^2}, \quad D' = \frac{Eh}{2(1+v)} \quad (16)$$

위에서 면내방향 변위는 혼용함수가 선형 결합된 아래와 같은 시도함수로 근사화 될 수 있다.

$$u(x, y, t) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J C_{ij}(t) \cos \frac{i\pi x}{L} \cos \frac{j\pi y}{b},$$

$$v(x, y, t) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N P_{mn}(t) \cos \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (17)$$

마찬가지로 각각의 시도함수에 대응하는 아래의 식과 같은 가중함수에 의해 근사화 할 수 있다.

$$\bar{u}(x, y, t) = \sum_{d=0}^I \sum_{e=0}^J \bar{C}_{de}(t) \cos \frac{d\pi x}{L} \cos \frac{e\pi y}{b},$$

$$\bar{v}(x, y, t) = \sum_{f=0}^M \sum_{g=0}^N \bar{P}_{fg}(t) \cos \frac{f\pi x}{L} \cos \frac{g\pi y}{b} \quad (18)$$

식 (17)과 식 (18)을 식 (14)와 식 (15)에 대입하여 정리하여 다음과 같은 이산화된 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^J [m_{deij}^c \ddot{C}_{ij} + 2Vg_{deij}^c \dot{C}_{ij} + (D - \rho V^2) K_{deij}^{c_1} C_{ij} \\ & + \dot{V}g_{deij}^c C_{ij} D' K_{deij}^{c_2} C_{ij}] \\ & + \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N [(DvK_{demn}^{p_1} + D' K_{demn}^{p_2}) P_{mn}] = f_{de}^c \\ & d = 0, 1, \dots, I, e = 0, 1, \dots, J \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N [m_{fgmn}^p \ddot{P}_{mn} + 2Vg_{fgmn}^p \dot{P}_{mn} \\ & + (D' - \rho V^2) K_{fgmn}^p P_{mn} + \dot{V}g_{fgmn}^p P_{mn} \\ & + DK_{fgmn}^p P_{mn}] + \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^J [(DvK_{fgij}^{c_1} \\ & + D' K_{fgij}^{c_2}) C_{ij}] = 0 \\ & f = 0, 1, \dots, M, g = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (20)$$

여기서

$$\begin{aligned} m_{deij}^c &= \frac{bL}{4} \delta_{di} \delta_{ej}, \quad m_{fgmn}^p = \frac{bL}{4} \delta_{fm} \delta_{gn} \\ g_{deij}^c &= \begin{cases} 0 & \text{for } d = i \\ \frac{b}{2} [1 - (-1)^{f+i}] \frac{d^2 + i^2}{d^2 - i^2} \delta_{ej} & \text{for } d \neq i \end{cases} \\ g_{fgmn}^p &= \begin{cases} 0 & \text{for } f = m \\ \frac{b}{2} [1 - (-1)^{f+m}] \frac{f^2 + m^2}{f^2 - m^2} \delta_{gn} & \text{for } f \neq m \end{cases} \\ K_{deij}^{c_1} &= \frac{i^2 \pi^2 b}{4L} \delta_{di} \delta_{ej}, \quad K_{deij}^{c_2} = \frac{j^2 \pi^2 L}{4b} \delta_{di} \delta_{ej} \\ K_{demn}^{p_1} &= \begin{cases} 0 & \text{for } e = n \text{ or } d = m \\ \frac{[1 - (-1)^{n+e}] n^2}{n^2 - e^2} \cdot \frac{[1 - (-1)^{d+m}] d^2}{d^2 - m^2} & \text{for } e \neq n \text{ and } d \neq m \end{cases} \\ K_{demn}^{p_2} &= \begin{cases} 0 & \text{for } e = n \text{ or } d = m \\ \frac{[1 - (-1)^{n+e}] e^2}{n^2 - e^2} \cdot \frac{[1 - (-1)^{d+m}] m^2}{d^2 - m^2} & \text{for } e \neq n \text{ and } d \neq m \end{cases} \\ K_{fgmn}^p &= \frac{m^2 \pi^2}{4L} \delta_{fm} \delta_{gn}, \quad K_{fgmn}^{p_2} = \frac{n^2 \pi^2}{4b} \delta_{fm} \delta_{gn} \\ K_{fgij}^{c_1} &= \begin{cases} 0 & \text{for } j = g \text{ or } f = i \\ \frac{[1 - (-1)^{n+e}] g^2}{j^2 - g^2} \cdot \frac{[1 - (-1)^{d+m}] j^2}{f^2 - i^2} & \text{for } j \neq g \text{ and } f \neq i \end{cases} \\ K_{fgij}^{c_2} &= \begin{cases} 0 & \text{for } j = g \text{ or } f = i \\ \frac{[1 - (-1)^{n+e}] j^2}{j^2 - g^2} \cdot \frac{[1 - (-1)^{d+m}] f^2}{f^2 - i^2} & \text{for } j \neq g \text{ and } f \neq i \end{cases} \\ f_{de}^c &= \frac{(-1)^d T_L - T_0}{2} \cos \frac{e\pi}{2} \end{aligned} \quad (21)$$

#### 4. 고유 진동수 및 시간응답

식 (19), (20)으로부터 행렬-벡터 방정식을 구하고 복소 고유치문제를 적용하여 고유진동수를 구하였다. 먼저, 고유진동수의 수치해를 구하기 위해서 사용한 박막의 물성치는, 길이  $L = 0.4$  m, 폭  $b = 0.3$  m, 단위 면적당 질량  $\rho = 250$  kg/m<sup>2</sup>,  $v = 0.25$ ,  $E = 1.0 \times 10^9$  pa,  $V = 20$  m/s이다. 먼저 정지상태에서 고유진동수 검증을 위해 Ansys 5.5를 이용해 고유진동수를 구하고 서로 비교하여 Table 1에 나타내었다. 오차범위가 1 % 미만이며 서로 거의 일치함을 확인할 수 있다. 그리고 고유진동수의 수렴성을 검증하기 위해 허용함수의 수를 10개 까지 증가시키면서 저차 4개의 고유진동수를 계산하였다. 단위는 Hz이다. Table 2는 속도가 40 m/s일 때 허용함수의 수가 증가함에 따라 고유진동수가 수렴함을 보여준다.

다음으로, 이송속도  $V$ 가 고유진동수에 끼치는 영향을 분석하기 위해,  $V$ 를 0에서 150 m/s까지 변화시켰다. 첫 번째 고유진동수가 150 m/s에서 0이 됨을 Fig. 2를 통해 알 수 있고, 이송속도가 증가함에 따라 모든 고유진동수가 단조 감소함을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 2에서 면내 방향의 모드형상도 함께 도시하였다.

Table 1 Comparison of the present natural frequencies  $\omega^p$  w.th the results computed by Ansys 5.5

$\omega$	$\omega^p/2\pi$	Ansys 5.5	Difference(%)
1	271.15	268.59	0.95
2	321.68	323.29	0.5
3	335.41	336.70	0.38
4	412.25	411.31	0.23

Table 2 Convergence characteristics of the in-plane vibration when  $V = 40$  m/s

$I, J$	$\omega_1/2\pi$	$\omega_2/2\pi$	$\omega_3/2\pi$	$\omega_4/2\pi$
1	339.67282	344.37900	460.92558	475.81196
2	310.83541	329.84462	344.45946	411.28792
3	276.21958	328.91143	337.52932	402.93161
4	272.65625	326.79720	334.83362	393.81501
5	263.87794	326.49463	332.70230	390.87996
6	262.05364	325.27465	331.42597	386.09958
7	257.46180	325.11492	330.26264	384.54367
8	256.35662	324.27107	329.53212	381.49740
9	253.47242	324.17091	328.79011	380.53366
10	252.73100	323.53979	328.32110	378.40417

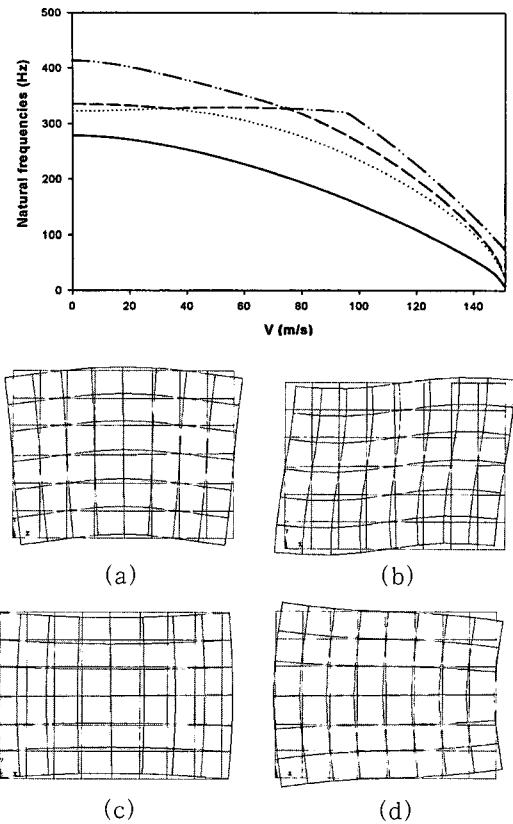


Fig. 2 Natural frequencies of in-plane for the translating speed  $V$  and mode shapes

면내방향 변위의 시간응답은 Newmark method를 사용하였으며, 기본 알고리듬은 다음과 같다.

$$Ma_{n+1} + Cv_{n+1} + Kd_{n+1} = F_{n+1} \quad (22)$$

$$d_{n+1} = d_n + \Delta t v_{n+1} + \frac{1}{2} \Delta t^2 [(1-2\beta)a_n + 2\beta a_{n+1}] \quad (23)$$

$$v_{n+1} = v_n + \Delta t [(1-\gamma) a_n + \gamma a_{n+1}] \quad (24)$$

Fig. 3(a)는 0~2초까지는 양의 이송가속도 45 m/s<sup>2</sup>의 등가속도 구간과 2~4초 동안은 이송가속도가 0인 등속구간으로 구성된 속도를 도시한 것이다. Fig. 3(b)는 박막의 (0.5 L, 0.25 b) 지점에서 x 방향의 변위에 대한 시간 응답이다. 시간이 0 ≤ t ≤ 2일 때, 즉 양의 가속도가 발생하여 속도가 변화할 때 x 방향의 변위는 가속도에 저항하는 음의 평형위치에서 진동함을 볼 수 있다. 이것은 관성력 때문에 발생하게 된다. 반면 시간이 2 ≤ t ≤ 4일 때 즉 가속도가 존재하지 않아 속도의 변화가 없을 때 x 방향의 변위는 진동의 중심이 0인 평형위치에서 진동함을 알 수 있다. Fig.

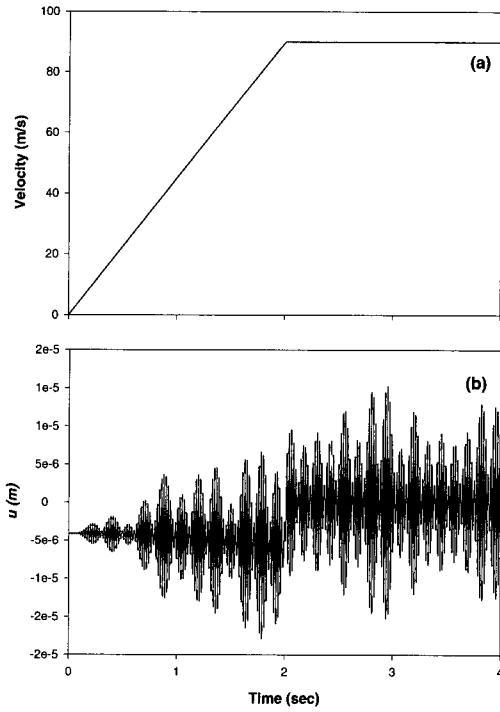


Fig. 3 Time histories of the deflection at for the given velocity profile : (a) the translating speed: (b) the direction deflection

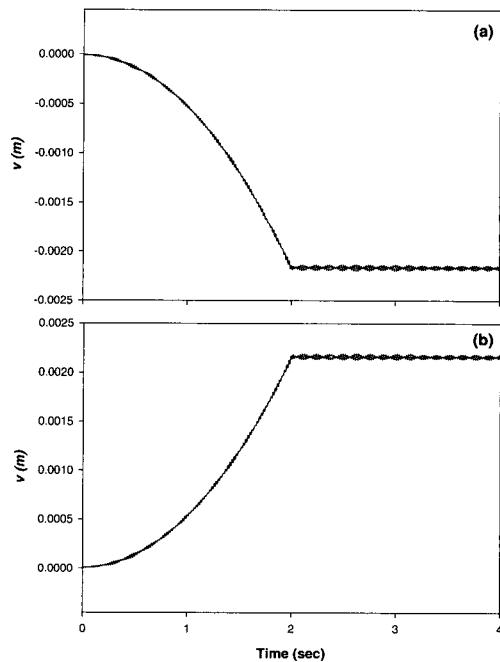


Fig. 4 Time histories of the lateral deflection: (a) the  $v$  direction deflection at  $y = 0.75 b$  : (b) the direction deflection at  $y = 0.25 b$

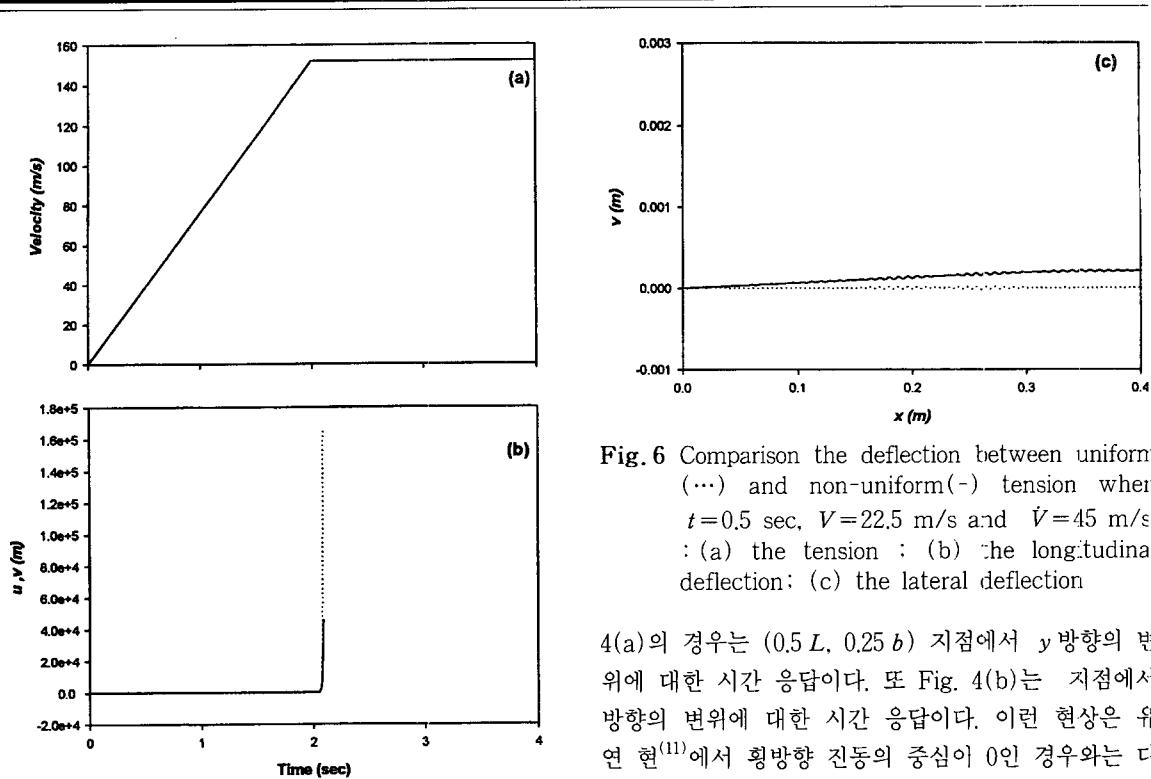


Fig. 5 Time histories of the longitudinal (-) and lateral (...) deflection (a) the translational speed; (b) the deflection at  $x = 0.5 L$ ,  $y = 0.25 b$

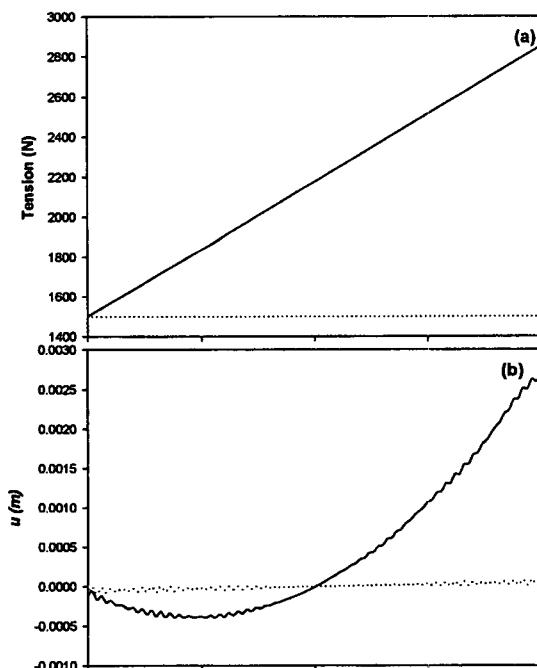


Fig. 6 Comparison the deflection between uniform (...) and non-uniform (-) tension when  $t = 0.5$  sec,  $V = 22.5$  m/s and  $\dot{V} = 45$  m/s : (a) the tension ; (b) the longitudinal deflection; (c) the lateral deflection

Fig. 4(a)의 경우는  $(0.5 L, 0.25 b)$  지점에서  $y$  방향의 변위에 대한 시간 응답이다. 또 Fig. 4(b)는 지점에서 방향의 변위에 대한 시간 응답이다. 이런 현상은 유연 현<sup>(11)</sup>에서 횡방향 진동의 중심이 0인 경우와는 다르다. 왜냐하면 박막의 경우는 축방향 변형과 너비방향의 변형이 서로 연관된 프와송의 효과가 존재하기 때문이다. Fig. 5(a)는 파단현상을 확인하기 위해 첫 번째 고유진동수의 임계속도 150 m/s까지 변화시킨 후 구한 시간응답을 도시하였다. Fig. 6(a)는 장력이 일정한 경우와 일정하지 않은 경우를 Fig. 6(b), 6(c)  $y = 0.25 b$ 에서  $0 \leq x \leq L$ 에서  $x$  방향의 변위,  $y$  방향의 변위를 각각 나타낸다. 각각의 변위는 장력의 변화에 의해 영향이 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 논문에서 이송되는 박막의 면내방향 변위의 운동방정식을 유도하였다. 유도된 운동 방정식은 선형이며 서로 연성되어 있다. Galerkin 방법을 적용하여 이산화된 운동방정식을 얻었으며, 이를 바탕으로 고유진동수 및 Newmark method를 이용하여 시간응답을 계산하였다. 본 연구에서 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 이송속도가 증가함에 따라 면내방향의 모든 고유진동수는 단조감소한다.
- (2)  $x$  축방향의 시간응답은 가속도에 저항하는 방향으로 진동중심이 이동하게 된다.

(3)  $y$  축방향의 시간응답은 프와송의 효과에 의해 진동중심이 영향을 받는다.

(4) 장력의 변화는  $x, y$  방향의 변위에 영향을 미친다.

### 참 고 문 헌

(1) Mote, Jr. C. D., 1965, "Some Dynamic Characteristics of Band Saws", Forest Products Journal, January, pp. 37~41.

(2) Barakat, P., 1968, "Transverse Vibration of a Moving Thin Rod", The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 43, pp. 533~539.

(3) Mote, Jr. C. D., 1975, "Stability of Systems Transporting Accelerating Axially Moving Materials", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, Vol. 97, pp. 96~98.

(4) Pramila, A., 1986, "Sheet Flutter and the Interaction between Sheet and Air," Tappi-Journal, Vol. 69, pp. 70~74.

(5) Asokamthan, S. F. and Ariarathnam, S. T., 1994, "Flexural Instabilities in Axially Moving Bands," Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 116, pp. 275~279.

(6) Pakdemirli, M. and Ulsoy A. G., 1997,

"Stability of an Axially Accelerating String", Journal of Sound and Vibration, Vol. 203, pp. 815~832.

(7) Lee, S. Y. and Mote, Jr. C. D., 1998, "Traveling Wave Dynamics in a Translating String Coupled to Stationary Constraints : Energy Transfer and Mode Localization," Journal of Sound and Vibration, Vol. 212, pp. 1~22.

(8) Majewski, T., 1986, "Audio Signal Modulation Caused by Self-excited Vibrations of Magnetic Tape," Journal of Sound and Vibration, Vol. 105, pp. 17~25.

(9) Wickert, J. A., 1993, "Analysis of Self-excited Longitudinal Vibration of a Moving Tape.", Vol. 160(3), pp. 455~463.

(10) 김동균 등, 1994, "매개변수가진에 종속되는 현의 횡방향 진동을 이용한 종방향 진동의 추정", 한국소음진동학회지, 제 4권 제 3호, pp. 365~375.

(11) Chung, J., Han, C. S. and Yi K., 2001 "Vibration of an Axially Moving String with Geometric Non-linearity and Translating Acceleration," Journal of Sound and Vibration, Vol. 240, No. 4, pp. 733~746.

(12) McIver, D. B., 1972, "Hamilton's Principle for Systems of Changing Mass." Journal of Engineering Mathematics, Vol. 7, pp. 249~261.