

## 〈논 문〉

### 압전형 AFM 외팔보의 동적거동 해석

Analysis of Dynamic Behavior of Piezoelectric Atomic Force Microscope Cantilever

박 성 균\* · 김 영 호\* · 하 성 규†

Sung K. Park, Young H. Kim and Sung K. Ha

(2001년 8월 27일 접수 : 2002년 1월 29일 심사완료)

**Key Words :** Piezoelectrics(압전), Atomic Force Microscope(AFM : 원자간력 현미경), Resonance Frequency (공진 주파수), Antiresonance Frequency(반공진 주파수), Effective Electromechanical Coupling Factor(전기기계 결합계수)

#### ABSTRACT

A seven-port impedance and admittance matrices of multilayered piezoelectric beam are derived for the analysis of piezoelectric AFM(atomic force microscope) cantilever that is partially covered by the piezoelectric layer. The variational principle is used for deriving the extensional and flexural motional equations and the conjugate parameters. Overall impedance matrix of AFM cantilever can be obtained by combining two impedance matrices of the covered and the non-covered. The resonance and antiresonance frequencies and the effective electromechanical coupling factors are calculated using the derived matrices. The results and the three dimensional finite element solutions are compared with the experimental results in other publication.

#### 1. 서 론

AFM(atomic force microscope)은 날카로운 탐침이 시료 표면에 수 Å( $1\text{Å} = 10^{-10}\text{ m}$ ) 이내로 접근할 때, 탐침과 시료 표면 사이에 작용하는 원자력에 의한 외팔보의 변형을 측정하여 시료 표면의 3차원 이미지를 얻는 초정밀 계측 장치이다. AFM은 매우 높은 분해능을 가지고 있어 최근에는 반도체 생산 공정 시 불순물 검출 및 나노 노광장치(nano lithography)와 나노 정보저장장치(nano data storage) 등에 적용하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다.<sup>(1, 2)</sup> 특히,

나노 정보저장장치에 쓰이기 위해서 기존의 AFM에 적용하던 광학시스템과 튜브 스캐너(tube scanner)를 압저항(piezoresistive) 물질과 압전(piezoelectric) 물질로 대체하여 소형화를 추진 중이며,<sup>(3)</sup> 또한 다팅침(multiprobe) 구조를 통해 정보의 읽기 및 쓰기 속도를 증가시키기 위한 연구가 활발히 진행 중이다.

최근의 AFM과 관련된 연구 진행사항을 살펴보면, 제작과 관련하여 Mamin<sup>(4, 5)</sup> 등은 AFM을 이용한 고밀도 저장장치의 읽기 및 저장 속도 향상에 관한 연구를 수행하였다. Itoh<sup>(6, 7)</sup> 등은 읽기 및 저장 속도 향상을 위한 다팅침 형태의 압전형 외팔보를 제작하였고, 이에 관한 주파수 특성을 연구하였다. 해석과 관련하여, Turner<sup>(8)</sup> 등은 AFM의 고주파수 응답에 관한 연구를 수행하였으며, Smits<sup>(9~11)</sup> 등은 굽힘 운동만 하며, 한쪽 끝단에서만 기계적 포트(mechanical port)를 가지는 대칭 압전 외팔보에 대해서 임피던스 행렬을 유도하였다. Chang<sup>(12)</sup> 등은 한쪽 끝단에서만

\* 책임저자, 정희원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : sungha@hanyang.ac.kr

Tel : (031) 400-5249, Fax : (031) 501-0754

† 한양대학교 대학원 기계설계학과

기계적 포트를 가지며 인장 및 굽힘 운동을 하는 유니모프 외팔보에 대해서 임피던스를 유도하였다. 그러나 원자 탐침에 사용되는 압전 외팔보의 경우 길이 방향으로 단면의 형상이 불균일하며, 여러 탄성층이 적층되어 있다. 또한, 압전층에 전압이 가해질 경우, 두께 방향으로의 비대칭성으로 인해 인장 및 굽힘운동을 동시에하게 된다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 압전 AFM 외팔보의 동적 해석을 위해서 인장 및 굽힘 운동을 하며 양쪽 경계에서 기계적 포트를 가지는 적층 압전보의 임피던스 행렬을 유도하였으며 구한 임피던스 행렬을 이용하여 단면이 불연속적인 압전형 AFM 외팔보의 동적거동, 즉, AFM 외팔보의 처짐, 공진 주파수, 반공진 주파수 및 전기기계 결합 계수를 구하였다. 또한, 구해진 결과값을 3차원 유한 요소 결과 및 타 논문에서<sup>(13)</sup> 제시된 실험값과 비교·검증하였다.

## 2. 압전 적층보의 운동 방정식 및 경계조건

해석하고자 하는 압전 적층보를 직교 좌표계에 나타내면 Fig. 1과 같다. 적층보의 길이와 적층수를 각각  $l$ ,  $m$ , 그리고  $q$  번째 적층판의 폭과 두께를 각각  $b^{(q)}$ 와  $h^{(q)}$ 로 나타내었다. 압전 적층보의 두께가 얇고 폭이 비교적 좁다고 가정하고  $x$  방향의 응력성분만을 고려하였다. 압전 적층판은 판의 수직방향인  $z$  방향으로 분극화(polarized)되어 있고, 윗면과 아랫면이 전극(electrode)으로 덮여 있어  $z$  방향으로만 전기장이 가해진다고 할 때, 압전 재료의 구성방정식은 다음과 같이 표현 할 수 있다.<sup>(14)</sup>

$$T_x = c_{11} S_x - e_{31} E_z \quad (1a)$$

$$D_z = e_{31} S_x + \epsilon_{33} E_z \quad (1b)$$

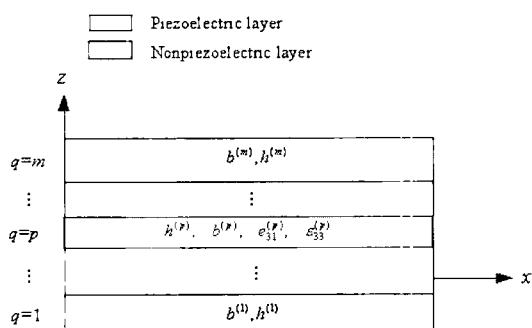


Fig. 1 Configuration of the piezoelectric AFM cantilever

여기서,

$$c_{11} = \frac{1}{s_{11}^E}, \quad e_{31} = \frac{d_{31}}{s_{11}^E}, \quad \epsilon_{33} = \epsilon_3^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \quad (2)$$

식 (1)의  $T_x$ 와  $S_x$ 는  $x$  축 방향의 수직응력과 변형률이고,  $D_z$ 와  $E_z$ 는  $z$  방향의 유전 변위(cielectric displacement)와 전기장(electric field)을 나타낸다. 식 (2)에서  $s_{11}^E$ 은 전기장이 일정할 때의 커플라인스(compliance),  $d_{31}$ 은 압전 변형률,  $\epsilon_3^T$ 는 일정 응력에서의 유전상수를 각각 나타낸다.

Bernoulli-Euler보 이론에 따라 인장 및 굽힘에 의한 변위는 다음과 같이 가정한다.

$$u_x(x, z) = u_0(x) - z u_{z,x}(x, z), \quad u_z(x, z) = u_z(x) \quad (3)$$

식 (3)에서  $u_0$ 은 중립 축에서의  $x$  축 방향 인장변위를 나타낸다. 변형률-변위 관계는 다음과 같다.

$$S_x = u_{x,x} = u_{0,x} - z u_{z,xx} \quad (4)$$

또한, 압전층의 두께가 적층보의 전체 두께에 비해서 얇을 때 압전층 내의 전기장은 다음과 같이 균형화할 수 있다.

$$E_z = \frac{V}{h^{(q)}} \quad (5)$$

여기서,  $h^{(q)}$ 는 압전층의 두께를 나타낸다.

각진동수  $\omega$ 인 조화운동으로 인장 및 굽힘운동을 하는 압전 적층보의 내부에너지  $I$ 는 다음과 같다. (단, 시간과 관계되는 복리함  $e^{j\omega t}$ 을 생략하였다.)

$$L = \frac{1}{2} \int_v \{-\rho \omega^2 (u_x^2 + u_z^2) + T_x S_x - D_z E_z\} dt \quad (6)$$

여기서,  $v$ 는 압전 적층보의 전체 세적,  $\rho$ 는 밀도이다. 식 (6)에 변분을 취하면,

$$\delta L = \iint \{-\rho \omega^2 (u_x \delta u_x + u_z \delta u_z) + T_x \delta S_x - D_z \delta E_z\} dz dx dy \quad (7)$$

와 같이 된다. 식 (3)을 대입하면, 식 (7)의 첫째항은 다음과 같이 된다.

$$\iint \rho \omega^2 (u_x \delta u_x + u_z \delta u_z) dz dx dy = \rho_h \int_0^l \omega^2 (u_x \delta u_x + u_z \delta u_z) dx \quad (8)$$

여기서, 회전관성은 무시되었다.  $\rho_h$ 는 압전 적층보의 단위 길이당 질량이며, 다음과 같다.

$$\rho_h = \iint \rho dy dz = \sum_{q=1}^m \rho^{(q)} b^{(q)} h^{(q)} \quad (9)$$

식 (8)의 두 번째 항을 부분적분하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \iint T_x \delta S_x dz dx dy &= - \int_0' N_{x,x} \delta u_o dx + \int_0' M_{x,xx} \delta u_z dx \\ &\quad + N_x \delta u_o \Big|_0' + M_x \delta u_{z,x} \Big|_0' + R_x \delta u_z \Big|_0' \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $N_x$ 는 인장력,  $M_x$ 은 굽힘모멘트,  $R_x$ 는 전단력을 나타내며, 다음과 같이 정의된다.

$$N_x(x) = \int T_x dz dy \quad (11a)$$

$$M_x(x) = - \int T_x z dz dy \quad (11b)$$

$$R_x(x) = -M_{x,x} \quad (11c)$$

식 (5)를 이용하여 식 (7)의 마지막 항은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\iint D_z \delta E_z dz dx dy = \iint D_z = \frac{\delta V}{h^{(p)}} dz dx dy = Q \delta V \quad (12)$$

여기서, 압전층에 발생하는 전하는 두께방향으로의 평균 유전 변위로서 다음과 같이 정의된다.

$$Q = \frac{1}{h^{(p)}} \iint D_z dz dx dy \quad (13)$$

식 (8), (10)과 (12)로부터 식 (7)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \delta L &= \int_0' \{(-N_{x,x} - \rho_h \omega^2 u_o) \delta u_o + (M_{x,xx} - \rho_h \omega^2 u_z) \delta u_z\} dx \\ &\quad + N_x \delta u_o \Big|_0' + M_x \delta u_{z,x} \Big|_0' + R_x \delta u_z \Big|_0' - Q \delta V \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)로부터 인장 및 굽힘에 대한 평형 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_{x,x} + \rho_h \omega^2 u_o = 0 \quad (15a)$$

$$M_{x,xx} - \rho_h \omega^2 u_z = 0 \quad (15b)$$

식 (14)에서 보듯이 압전 적층보의 전기적 경계조건은 압전층에 발생하는 전하  $Q$ 와  $V$ 로 표현되며, 기계적 경계조건은 양 끝단에서의 하중ベ터  $\mathbf{F}$ 와 변

위벡터  $\mathbf{u}$ 로 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{F}_N = \begin{pmatrix} -N_x(0) \\ N_x(\ell) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_N = \begin{pmatrix} u_o(0) \\ u_o(\ell) \end{pmatrix} \quad (16a)$$

$$\mathbf{F}_F = \begin{pmatrix} -M_x(0) \\ -R_x(0) \\ M_x(\ell) \\ R_x(\ell) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_F = \begin{pmatrix} u_{z,x}(0) \\ u_z(0) \\ u_{z,x}(\ell) \\ u_z(\ell) \end{pmatrix} \quad (16b)$$

식 (1b), (4)와 (5)를 식 (13)에 적용하면, 압전층에서 발생하는 전하는 다음과 같이 압전층에 가해지는 전압과 양 끝단에서의 변위로 표현된다.

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{h^{(p)}} \iint e_{31} S_x dz dx dy + CV \\ &= e_{31} b^{(p)} u_o \Big|_0' + e_{31} b^{(p)} z_c^{(p)} u_{z,x} \Big|_0' + CV \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,  $z_c^{(p)}$ 는 중립 축으로부터 압전층의 중심까지의 거리,  $C$ 는 압전층에 변형이 없을 때의 정전용량 (clamped capacitance)이며, 다음과 같다.

$$C = \ell \frac{b^{(p)} \varepsilon_{33}}{h^{(p)}} \quad (18)$$

식 (1a), (4)와 (5)를 식 (11)에 적용하면, 인장력과 굽힘모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ M_x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{11} \\ B_{11} & D_{11} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{o,x} \\ u_{z,xx} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_x^* \\ M_x^* \end{pmatrix} \quad (19)$$

여기서, 가해진 전압에 의해 발생하는 등가 인장력  $N_x^*$ 과 등가 굽힘모멘트  $M_x^*$ 는 다음과 같다.

$$N_x^* = - \int e_{31} E_z dz dy = -e_{31} b^{(p)} V \quad (20a)$$

$$M_x^* = \int e_{31} E_z z dz dy = -e_{31} b^{(p)} z_c^{(p)} V \quad (20b)$$

식 (19)에서  $A_{11}$ ,  $B_{11}$ ,  $D_{11}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$A_{11} = \int c_{11} dz dy = \sum_{q=1}^m c_{11}^{(q)} b^{(q)} h^{(q)} \quad (21a)$$

$$B_{11} = - \int c_{11} z dz dy = - \sum_{q=1}^m c_{11}^{(q)} b^{(q)} h^{(q)} z_c^{(q)} \quad (21b)$$

$$D_{11} = \int c_{11} z^2 dz dy = - \sum_{q=1}^m c_{11}^{(q)} b^{(q)} h^{(q)} z_c^{(q)} + h^{(q)}/12 \quad (21c)$$

인장과 굽힘운동에 대한 운동방정식은  $B_{11}$  성분을

0으로 만드는 중립축의 위치를 선택함으로써 비연성화 시킬 수 있다. 바닥면( $\bar{z}=0$ )으로부터 중립 축( $z=0$ )까지의 거리를  $z_o$ 라고 하면,  $B_{11}$ 이 0이 되는  $z_o$ 의 값은 다음과 같다.

$$z_o = \frac{1}{A_{11}} \sum_{q=1}^m c_{11}^{(q)} b^{(q)} h^{(q)} \bar{z}_c^{(q)} \quad (22)$$

식 (22)의 조건을 적용하면, 다음과 같은 비연성화된 인장 및 굽힘 운동방정식이 얻어지게 된다.

$$u_{o,xx} + \lambda_N^2 u_o = 0 \quad (23a)$$

$$u_{z,xxx} - \lambda_F^4 u_z = 0 \quad (23b)$$

여기서,  $\lambda_N$ 과  $\lambda_F$ 는 다음과 같다.

$$\lambda_N^2 = \frac{\rho_i \omega^2}{A_{11}}, \quad \lambda_F^4 = \frac{\rho_i \omega^2}{D_{11}} \quad (24)$$

### 3. 임피던스 행렬과 어드미턴스 행렬

압전 적층보의 임피던스 행렬과 어드미턴스 행렬은 앞 절에서 얻어진 결과를 이용하여 유도할 수 있다. 식 (15)와 (16)을 이용해서 식 (14)를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\delta L = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_N \\ \mathbf{F}_F \\ -Q \end{pmatrix}^T \delta = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_N \\ \mathbf{u}_F \\ V \end{pmatrix} \quad (25)$$

식 (23)과 식 (24)에서 볼 수 있듯이, 기계·전기적 물성치 중에서 단지 탄성 강성만이 압전 적층보에 대한 인장과 굽힘운동방정식에 포함되어 있음을 알 수 있다. 식 (23)의 일반해는 다음과 같다.

$$u_0(x) = \Phi_N A_N \quad (26a)$$

$$u_z(x) = \Phi_F A_F \quad (26b)$$

여기서,

$$\Phi_N = (\cos \lambda_N x \quad \sin \lambda_N x) \quad (27a)$$

$$\Phi_F = (\cos \lambda_F x \quad \sin \lambda_F x \quad x \cos \lambda_F x \quad \sin \lambda_F x) \quad (27b)$$

$$A_N = (A_1 \quad A_2)^T \quad (27c)$$

$$A_F = (A_3 \quad A_4 \quad A_5 \quad A_6)^T \quad (27d)$$

여기서,  $A_i$ 는 경계조건에 따라 결정되는 계수이다.

식 (19)와 (20)에서 보듯이 인장과 굽힘력은 변위와 압전 재료에 가해지는 전압의 함수로 표현된다. 즉, 양 끝단에서 하중벡터  $\mathbf{F}$ 는 경계에서의 변위의 전압의 함수가 되며, 다음과 같은 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{BA} + \mathbf{PV} \quad (28)$$

여기서,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \\ \mathbf{F}_F \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_F \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_N \\ \mathbf{A}_F \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_N \\ \mathbf{P}_F \end{bmatrix} \quad (29)$$

여기서,  $\mathbf{B}_N$ ,  $\mathbf{B}_F$ 와  $\mathbf{P}_N$ ,  $\mathbf{P}_F$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{B}_N = A_{11} \lambda_N \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -s_N & c_N \end{bmatrix} \quad (30a)$$

$$\mathbf{B}_F = D_{11} \lambda_F^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\lambda_F & 0 & \lambda_F \\ -c_F & -s_F & n_F & n_F \\ -\lambda_F s_F & \lambda_F c_F & -\lambda_F m_F & 0 \end{bmatrix} \quad (30b)$$

$$\mathbf{P}_N = \begin{bmatrix} e_{31} & b^{(p)} \\ -e_{31} & b^{(p)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_F = \begin{bmatrix} -e_{31} b^{(t)} z_{(t)} \\ 0 \\ -e_3 b^{(t)} z_c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30c)$$

여기서,  $c_N = \cos \lambda_N \ell$ ,  $s_N = \sin \lambda_N \ell$ ,  $c_F = \cos \lambda_F \ell$ ,  $s_F = \sin \lambda_F \ell$ ,  $m_F = \cosh \lambda_F \ell$ ,  $n_F = \sinh \lambda_F \ell$ 이다.

식 (16)의 변위에 대한 경계조건은 하중 경계조건과 유사하게 식 (26)과 (27)을 이용하여 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{GA} \quad (31)$$

여기서,  $\mathbf{u}$ 와  $\mathbf{G}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_N \\ \mathbf{u}_F \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_F \end{bmatrix} \quad (32)$$

여기서,

$$\mathbf{G}_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_N & s_N \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_F = \begin{bmatrix} 0 & \lambda_F & 0 & \lambda_F \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_F s_F & \lambda_F c_F & \lambda_F n_F & \lambda_F m_F \\ c_F & s_F & m_F & n_F \end{bmatrix} \quad (33)$$

식 (30c)에 정의된  $P_N$ 과  $P_F$ 를 이용하여 식 (17)의 전하  $Q$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q = -P^T \mathbf{u} + CV \quad (34)$$

식 (28)과 식 (31)에서 계수벡터  $\mathbf{A}$ 를 소거하고, 식 (34)와 함께 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} BG^{-1} & P \\ -P^T & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ V \end{pmatrix} \quad (35)$$

임피던스 행렬을 유도하기 위해, 변위  $\mathbf{u}$ 와 전하  $Q$  대신 각각 변위속도  $\mathbf{U}$ 와 전류  $I$ 를 사용한다. 또한, 조화응답에서의 모든 물리적인 양들을 고려하므로, 다음과 같은 관계식이 이용된다.

$$U = j\omega \mathbf{u}, I = j\omega Q \quad (36)$$

식 (36)을 식 (35)에 대입하고 좌변의 전하와 우변의 전압을 바꾸면, 다음과 같은 압전 적층보의 임피던스 행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ V \end{pmatrix} = \frac{1}{j\omega} \begin{pmatrix} \mathbf{B}G^{-1} + \frac{1}{C}PP^T & \frac{1}{C}\mathbf{P} \\ \text{sym} & \frac{1}{C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ I \end{pmatrix} \quad (37)$$

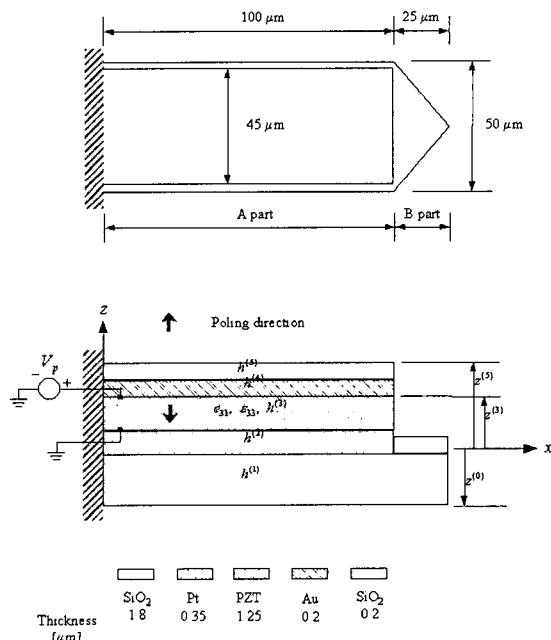


Fig. 2 Finite element model of the piezoelectric AFM cantilever

반대로, 식 (35)의 하중벡터와 변위벡터의 위치를 서로 바꾸고 식 (36)을 대입하면, 다음과 같은 어드미턴스 행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} U \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} GB^{-1} & -GB^{-1} \\ \text{sym.} & C + P^T \\ & GB^{-1} P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ V \end{pmatrix} \quad (38)$$

식 (38)의 어드미턴스 행렬을 이용하면, 압전 적층보가 양 끝단에서 하중을 받거나 압전층에 전압이 가해질 때, 압전 적층보의 기계·전기적 응답을 구할 수 있다. 기계·전기적 공진 주파수와 반공진 주파수도 어드미턴스 행렬을 이용하면 손쉽게 얻을 수 있다. 만일, 외부하중이 가해지지 않을 경우( $F=0$ ), 어드미턴스 행렬의 우측하단 항은 전기적 어드미턴스를 나타낸다.

$$Y(\omega) = j\omega (C + P^T GB^{-1} P) \quad (39)$$

$Y(\omega)$ 의 극점(pole)과 영점(zero)은 전류의 공진 주파수( $\omega_r$ )와 반공진 주파수( $\omega_a$ )를 구할 수 있는 특성방정식을 제공한다. 여기서 구해진 공진 주파수와 반공진 주파수를 다음 관계식에 적용하면 전기기계 결합계수  $k_{eff}$ 를 얻을 수 있다.<sup>(14)</sup>

$$k_{eff}^2 = \frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{\omega_a^2} \quad (40)$$

#### 4. 압전형 AFM 외팔보의 임피던스 행렬

압전형 AFM 외팔보는 Fig. 2에서와 같이 압전층이 덮여있는 A부분과 지지대(shim layer)로만 구성되어 있는 B부분으로 나누어 볼 수 있다. (단, B부분의 보를 해석 할 때, 삼각형 모양을 고려하여 그 면적과 같아지는 사각형의 등가의 폭으로 처리하였다.)

먼저, 각 부분 A, B의 임피던스 행렬을 구한 후, 전체 보 양 끝단 경계조건과 A, B가 만나는 부분의 적합조건을 적용하여 전체 시스템의 임피던스 행렬을 구성하였다. 그리고 이를 역변환시켜 어드미턴스 행렬을 구하였다.

여기에서 구한 어드미턴스 행렬로부터 일정 주파수를 갖는 전압을 가해서 압전형 AFM 외팔보의 전기·기계적 반응 특성을 얻어내었다.

## 5. 결과 및 검증

이 절에서는 앞에서 유도된 임피던스 및 어드미턴스 행렬을 압전형 AFM 외팔보에 적용하여 구한 결과와 3차원 유한요소 해석 결과를 타논문에서 제시한 실험결과와 비교·검증하였다.

압전 재료와 압전 재료가 부착되는 지지대로는 각각 PZT(plumbum zirconate titanate)와 이산화규소( $\text{SiO}_2$ )가 사용되었으며, 하부 전극과 상부 전극에는 각각 백금(Pt)과 금(Au)이 사용되었다. 사용된 재료의 물성치는 Table 1과 같고, 각 부분의 치수는 Fig. 2에 나타내었다. Table 2에 임피던스 행렬을 이용하여 구한 압전형 AFM 외팔보의 공진주파수, 반공진주파수, 전기기계 결합계수와 유한 요소법을 이용하여 구한 결과값을 PZT박막에 20 mV의 전압을 갖는 정현파(sine wave)를 인가하여 얻은 실험결과와<sup>(13)</sup> 비교하였다. 유한요소 해석을 위해 사용된 요소는 하나

의 절점에서 3개의 기계적 변위성분과 하나의 전위(electric potential)성분을 갖는 8절점의 1자유도의 3차원 요소이며<sup>(15)</sup> AFM 외팔보의 유한요소 모델은 Fig. 3과 같다. 압전층의 전극이 부착된 부분에 해당하는 노드(node)의 전위를 연성(coupling)시켰으며 공진 주파수를 구할 경우는 압전층의 윗전극과 아래전극에 해당하는 노드의 전위를 같게 하여 단락조건(short circuit condition)을 반공진 주파수를 구할 경우는 아래전극의 전위값과 윗전극의 전위값이 다른 값을 갖도록 단선조건(open circuit condition)을 위하여 모달 해석을 수행하였다.<sup>(16)</sup> 공진 주파수는 해석해의 경우 약 195 kHz, 유한요소 해석의 경우 약 199 kHz가 구해졌고, 실험값은 약 189 kHz를 나타

Table 1 Material properties of the piezoelectric AFM cantilever

	PZT	$\text{SiO}_2$	Au	Pt
Elastic modulus, $1/S_{11}^E[\text{GPa}]$	72.5	73	168	78
Mass density, $\rho[\text{kg/m}^3]$	7700	2200	21500	19300
Poisson ratio, $\nu$	0.3	0.17	0.38	0.44
Piezoelectric strain constant, $d_{31}[\text{pm/V}]$	58	•	•	•
Dielectric constant, $e_{33}^T[\text{nF/m}]$	4.87	•	•	•

Table 2 Comparison of the resonance frequencies, antiresonance frequencies, and the effective electromechanical coupling factors of the piezoelectric AFM cantilever between the experimental results and theoretical results

	Experimental results	Analytical results	Error (%)	FEM results	Error (%)
Resonance frequency(kHz)	188.86	194.76	3.0	199.38	5.3
Antiresonance frequency(kHz)	189.53	195.38	3.0	200.23	5.3
Effective electromechanical coupling factor	8.401E-02	7.960E-02	5.2	9.204E-02	8.7

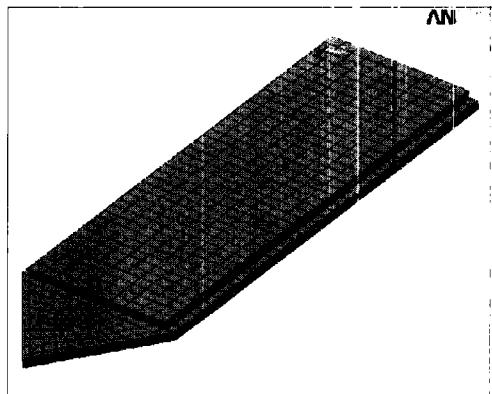


Fig. 3 Tip displacement of the piezoelectric AFM cantilever versus the applied dc voltage

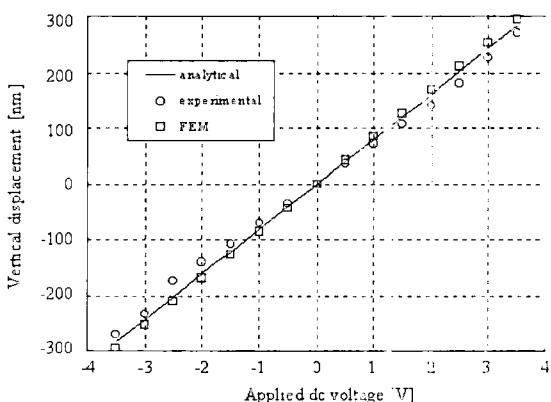


Fig. 4 Tip displacement of the piezoelectric AFM cantilever versus the applied dc voltage

냈다. 구해진 이론 값들을 실험값과 비교한 결과, 각각 3%, 5% 정도의 오차를 나타냈다. 또한 구해진 공진 주파수와 반공진 주파수로부터 전기기계 결합계수를 계산하여 비교한 결과, 각각 약 5%, 9% 정도의 오차를 나타냈다. Fig. 4는 인가 전압에 따른 압전형 AFM 외팔보의 끝단 변위를 나타낸 것이다. 해석해 및 유한요소 해가 실험결과가 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다.

## 6. 결 론

압전 적층판에서 전기장이 일정하다고 가정하면, 압전 적층보에 관한 운동방정식은 기계적인 물성치만을 포함하며, 전기·기계간의 연성이 경계조건에 나타나게 된다. 본 논문에서는 이를 이용하여 인장 및 굽힘운동이 고려된 압전 적층보의 임피던스 및 어드미터스 행렬을 유도하였다. 구해진 임피던스 행렬을 이용하여 단면이 불균일한 압전형 AFM 외팔보의 주파수 특성과 끝단 변위를 구하였고, 3차원 유한요소에서 얻어진 해석결과와 함께 타 논문에서 제시한 실험결과와 비교·검증하였다. 임피던스 행렬을 이용해서 이론적으로 구한 동적 특성 값들 및 유한요소에서 얻은 동적 특성 값들은 실험을 통해 얻어진 결과와 비교적 잘 일치하였으며, 전기기계 결합계수도 9% 이내로 일치함을 나타내었다. 전압 대 저짐 그래프도 범위 내에서 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

본 논문에서 제시된 임피던스 행렬을 이용하면 단면이 불연속적인 압전형 AFM 외팔보의 동적 거동을 해석적으로 쉽게 접근할 수 있으며 압전층에 가진 회로나 분로회로 등의 전기적인 성분이 연결되어 있거나 끝단에 질량 스프링 댐퍼 등의 기계적 성분이 연결되어 있을 때, 기존의 유한요소법에 비해 전체 시스템의 해석을 용이하게 수행할 수 있다. 또한 임피던스 행렬을 이용할 경우 기존의 유한요소법에 비해 해석 시간을 단축시키며 유사한 해의 정확성을 가지므로 유용한 설계도구로 사용되어질 수 있으리라고 판단된다.

## 후 기

이 논문은 1999년 한양대학교 교내연구비에 의하여 연구 되었음.

## 참 고 문 헌

- (1) Chui, B. W., et al., 1998, "Low-stiffness Silicon Cantilevers with Integrated Heaters and Piezoresistive Sensors for High-density AFM Thermomechanical Data Storage," *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 7, No. 1, pp. 69~78.
- (2) Despont, M., et al., 1999, "VLSI-NEMS chip for AFM Data Storage," *MEMS '99. 12th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems*, pp. 564~569.
- (3) 남효진, 조성문, 김영식, 김동천, 부종욱, 홍제완, 2001, "Nano Data Storage용 PZT Cantilever의 제작 및 특성 평가," 제 5회 대한전기학회 MEMS 심포지움 논문집, 제 3권, 제 1호, pp. 27~32.
- (4) Mamin, H. J., Fan, L. S., Hoen, S., and Rugar, D., 1995, "Tip-based Data Storage Using Micromechanical Cantilevers," *Sensors and Actuators A*, Vol. 48, pp. 215~219.
- (5) Mamin, H. J., Ried, R. P., Terris, B. D., and Rugar, D., 1999, "High Density Data Storage Based on the Atomic Force Microscope," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 87, No. 6, pp. 1014~1027.
- (6) Itoh, T., Ohashi, T., and Suga, T., 1996, "Piezoelectric Microcantilever Array for Multiprobe Scanning Force Microscopy," *IEEE the 9th Annual International Workshop on Structures, Sensors, Actuators, Machines and System*, pp. 451~455.
- (7) Itoh, T., Azumi, R., and Suga, T., 1997, "Piezoelectric Microcantilever Array for Multiprobe Scanning Force Microscopy," *IEICE Trans. Electron.*, Vol. E80 C, pp. 269~273.
- (8) Turner J. A., Hirsekorn S., Rabe U., and Arnold W., 1997, "High-frequency Response of Atomic-force Microscope Cantilevers," *Journal of Applied Physics*, Vol. 82, No. 3, pp. 909~1502.
- (9) Smits, J. G., Dalke, S. I., and Cooney, T. K., 1991, "The Constituent Equations of Piezoelectric Bimorphs," *Sensors and Actuators A*, Vol. 28, pp. 41~61.

- 
- (10) Smits, J. G., and Ballato, A., 1994, "Dynamic Admittance Matrix of Piezoelectric Cantilever Bimorphs," *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 3, No. 3, pp. 105~112.
- (11) Smits, J. G., Choi, W., and Ballato, A., 1997, "Resonance and Antiresonance of Symmetric and Asymmetric Cantilevered Piezoelectric Flexors," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 44, No. 2, pp. 250~258.
- (12) Chang, S. H., and Chou, C. C., 1999, "Electromechanical Analysis of an Asymmetric Piezoelectric/elastic Laminate Structure : Theory and Experiment," Vol. 46, No. 2, pp. 441~451.
- (13) Lee, C., Itch, T., and Suga, T., 1990, "Self-excited Piezoelectric PZT Microcantilevers for Dynamic SFM-with Inherent Sensing and Actuating Capabilities," *Sensors and Actuators A*, Vol. 72, pp. 179~188.
- (14) IEEE Standard on Piezoelectricity, 1983, ANSI/IEEE Std. 176-1987, New York, : IEEE Inc.
- (15) ANSYS, ANSYS User's Manual, 1995, Swanson Analysis Systems, Inc. Houston.
- (16) Boucher, D., Lagier, M. and Maerfeld, C., 1981, "Computation of the Vibrational Modes for Piezoelectric Array Transducer Using a Mixed Finite Element-perturbation Method," *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Vol. SU-28, 318~330.