

파장 분할 방식 성형 통신망에서 조정 제약을 갖는 전송기를 이용한 전송 스케줄링

(On Transmission Scheduling with Tuning-Limited Transmitters in WDM Star Networks)

최 흥 식[†] 이 경 준^{**} 김 진^{***}
(Hongsik Choi) (Kyungjoon Lee) (Jin Kim)

요 약 이 논문은 파장 분할 방식을 이용한 광 통신망에서 패킷 전송예약 문제를 다루었다. 통신망은 고정 주파수 수신기와 조절 가능한 송신기를 갖는 모델을 가정했다. 송신기의 레이저는 전체 통신 대역폭이 아닌 제한된 대역폭 내에서 조절 가능한 것을 가정하였다. 따라서 단일 홉 통신망을 만들기 위해서는 각 노드가 복수개의 레이저 혹은 복수개의 광 필터를 장착하고 있어야 한다.

본 논문에서는 먼저 모두에서 모두로의 패킷 전송 문제를 분석하고 최적의 알고리즘을 구했다. 그 다음으로 무작위 통화 요구를 갖는 경우 이 문제가 강한 의미에서 NP-hard임을 보였고 리스트 스케줄링에 기초한 근사 알고리즘을 제안했다. 또한 이 알고리즘이 이론적인 성능 한계와 수치 해석적 방법을 통한 성능을 보였다. 이 결과들은 조절 지연시간, 채널의 수 레이저의 조절범위의 변화에 관계없이 적용 가능하다.

키워드 : 전송 스케줄링, 파장분할방식, 패킷전송문제

Abstract In this paper, we consider the problem of packet transmission in a wavelength division multiplexed(WDM) optical network. Our network model assumes that receivers are fixed-tuned and transmitters are tunable such that optical lasers assigned to transmitters have limited access to the network bandwidth; hence each node must be equipped with multiple optical lasers and/or multiple optical filters in order to maintain a single-hop network.

We first analyze scheduling all-to-all packet transmissions and present optimum scheduling for all-to-all packet transmissions. We then extend the analysis to the case of arbitrary traffic demands. We show that the scheduling with arbitrary traffic demand is NP-hard. A heuristic algorithm based on list scheduling is presented. The upper bound so obtained is compared with the lower bound and provides performance guarantees with arbitrary demands. The result are applicable to arbitrary tuning delay, arbitrary number of wavelength channels and optical lasers of arbitrary tuning ranges.

Key words : transmission scheduling, WDM, packet transmission problem

1. 서 론

최근 파장 분할 방식을 이용한 광통신 망의 구축에 관한 연구가 많이 되어지고 있다. 특별히 방송-성형(Broadcast-star) 구조를 이용한 광 통신망은 근거리 전광 통신망(All optical network)의 구축을 가능하게

했고[1,2] 이를 이용한 응용들이 제안되고 있다[3,4]. 이러한 통신망은 *m***n* 방송 성형 커플러로 연결되어져 있는데, 방송(broadcasting)의 특성이 통신망상에서 라우팅, 조정 등의 문제를 간단하게 해결할 수 있게 해주었지만 파장 대의 이용을 비효율적으로 만들었다. 이는 하나의 파장대가 주어진 시간에 하나 이상의 정보를 보내는데 공유되어질 수 없기 때문이며 이러한 비효율성은 통신망상의 사용자의 수에 비해 허용할 수 있는 파장대의 수가 현저하게 적을 때 더 큰 제약으로 나타난다. 광 증폭기의 대역폭이나 광 필터의 분해능력 그리고 파장 대간의 크로스톡 등의 물리적 층의 제약으로 실제 사용할 수 있는 파장의 수가 일반적으로 20 미만임을 감안

[†] 종신회원 : 한림대학교 정보통신공학부 교수
choi@hallym.ac.kr

^{**} 비 회 원 : (주)삼성전자 통신연구소 연구원
kyungjun@samsung.co.kr

^{***} 정 회 원 : 한림대학교 정보통신공학부 교수
jinkim@hallym.ac.kr

논문접수 : 2000년 12월 19일

심사완료 : 2002년 1월 3일

한다면 이는 실제적인 제약이다.

이 논문에서는 n 명의 사용자와 $w(\leq n)$ 개의 파장 대를 이용하는 파장 분할 방식의 방송 통신망을 다루었다. 이 통신망은 정보가 출발지에서 목적지까지 중간 노드에서의 변환 없이 빛의 형태로 전송되는 전광통신망이다. 모든 출발지에서 모든 목적지로 향하는 채널을 만들어주기 위해서 이 논문에서는 조정 가능한 송신기와 고정된 수신기의 경우를 다룬다. 조정 가능한 송신기는 조정 가능한 레이저들로 이루어지는데 이 조정 가능한 레이저는 조정 지연 시간이나 조정 가능한 범위 등에 제약이 따른다. 결론적으로 통신망의 전체 대역폭을 수용하기 위해서는 각 송신기가 일련의 조정 가능 레이저들을 갖고 있어야 한다 고정된 송신기와 조정 가능한 수신기의 경우는 고려하는 경우의 이원적(dual) 경우이므로 같은 형태로 정형화 될 수 있고 이 논문의 모든 결과도 수정 없이 적용된다. 조정 지연시간은 조정해야할 대역폭의 크기 즉 파장의 수에 비례한다. 예를 들어 δ_k 가 전체 조정 할 수 있는 채널의 수가 k 일 때 하나의 채널에서 k 개의 채널 중 다른 하나의 채널로 조정하는데 걸리는 시간이라고 하자. 그렇다면 δ_k 는 k 에 대하여 감소하지 않는(non-decreasing) 함수일 것이다.

파장 분할 방식을 이용한 방송 광통신 망에서의 전송 스케줄링에 관한 문제는 이미 여러 논문들[5,6,7,8,9,10,11]에서 연구되었다. 이들 모두 고정된 수신 측과 조정 가능한 수신측을 가정했다. 이중 논문 [10]에서는 무작위적인 통화량(random-traffic)인 경우 중 조정 지연이 작은 경우 ($\delta \leq 1$) 효율적인 스케줄링에 의해 그 조정지연값을 없앨 수 있음을 보였다. 논문 [9]에서는 조정지연값이 큰 경우 ($\delta \geq 1$)에 대한 통화량 패턴을 살펴보고, 그것에 대한 다양한 스케줄링 알고리즘과 성능 한계를 구했고 [11]에서는 빠른 조정지연값을 갖는 전송측과 상대적으로 느린 조정지연값을 갖는 수신측을 갖는 경우를 다루었다. [12]에서는 처음으로 문제의 복잡도에 대해 다루었는데 비선점(Non-Preemptive) 방식의 최적 스케줄링 문제가 약한 의미에서 NP-hard임을 보이고, 정수 계획법(integer programming) 공식을 제시했다. 논문 [3]에서는 채널을 통해 작업량을 균등하게 나누는 스케줄링 문제가 선점 방식(Preemptive)이나 비선점 방식(Non-Preemptive) 모두 강한 의미의 NP-hard임을 보였다.

일반적인 스케줄링 문제의 특별한 예로서 모두에서 모두로의 문제는 [5,7,13] 등에서 다루어졌는데 [13]은 [7]에서 제안된 알고리즘이 사실상 최적의 알고리즘을 증명하였다. [7,13]의 알고리즘들이 파장의 수가 전체 노드의 인수임을 가정했지만 [5]는 이러한 가정 없이

문제를 다루었다. [5]에서는 3개의 다른 알고리즘이 개발되었고 이로서 모두에서 모두로의 전송문제는 파장 수, 노드 수, 조정지연시간에 따른 영역의 거의 모든 부분에서 해결되었다. 이 영역의 작은 부분에서는 최적의 해를 구하지 못했지만 이 부분에서도 하한값의 13/12 배 안에 들어오는 해를 보여준다.

이 논문에서는 각 노드에는 하나의 송신기와 하나의 수신기가 있는 것을 가정한다. 각 송신기는 일련의 조정 가능 레이저로 이루어져 있고 수신기는 여러 개의 고정 조정된 필터로 이루어진 경우를 다룬다. 각 레이저는 제한된 수의 파장에게만 조정 가능하다. 즉 레이저가 조정 접근할 수 있는 파장의 수가 전체 파장의 수보다 작다. 이 논문은 두 가지 점에서 의미가 있다고 생각한다. 하나는 조정 장치의 조정 영역에 제한을 두고 문제를 접근했다는 것이고 둘째는 일반적인 트래픽을 갖는 스케줄링 문제가 선점 방식이나 비선점 방식 모두에서 NP-hard임을 보였다.

이 논문의 나머지는 다음과 같이 구성되었다. 다음절에서는 모두에서 모두로의 방송 문제의 분석 및 최적의 알고리즘에 대해서 설명하고 3절에서는 일반적인 트래픽에서의 복잡도와 휴리스틱 알고리즘을 제안하고 이 이론적인 성능한계를 증명하고 시뮬레이션 결과를 이론적 성능한계와 비교한다. 마지막 절로 결론이 따른다.

2. 모두에서 모두로의 방송 문제

모두에서 모두로의 방송 문제(All-to-All broadcasting problem)란 n 개의 송신측과 n 개의 수신측이 모든 n^2 개의 쌍이 전송할 하나의 패킷을 가지고 있는 것을 말한다. 각각의 송신측은 l 개의 레이저를 가지고 있으며, 이들은 전체 파장에 대해서 조정이 가능하며 전송 시에 배타적으로 사용될 것이다. 여기서 배타적이라는 의미는 하나의 송신측에 속한 2개 이상의 레이저가 동시에 패킷을 송신할 수 없음을 뜻한다. 즉, 수신측이 단위시간에 하나의 패킷만을 수신할 수 있는 것처럼 송신측도 단위시간에 하나의 패킷만을 송신할 수 있음을 뜻한다.

이 논문에서는 모든 패킷의 크기가 같은 단위 크기의 패킷을 가정하여 생각하며 패킷을 전송하기 전에 각각의 레이저는 원하는 파장으로 조정하기 위해서 δ 만큼의 초기 조정지연시간(initial tuning time)이 필요하다. 이 시간은 각 송신측의 레이저가 패킷을 전송하기 위해서 필요한 준비시간이므로 어떠한 송신측도 패킷을 전송할 수 없다.

2.1 문제정의 및 하한값(lower bound)

■ 문제정의 : $n*n$ 의 트래픽 행렬(traffic matrix)이

있으며 행렬의 각 항은 1이다. 즉 $M_{ij}=1(0 \leq i, j < n)$ 이며, w 개의 가용한 파장이 있고, 각 송신측에서는 각각 1개의 레이저가 있다.

■ 전송 스케줄의 목표 : 최소시간에 모든 전송을 마치도록 전송을 스케줄 하는 것

여기에서 트래픽 행렬은 통신 요구를 나타내는 것으로 행렬의 ij 원소 즉 $M_{ij}=x$ 는 송신측 i 에서 수신측 j 로의 전송 요구량이 x 임을 뜻한다.

다음의 정리는 $\frac{w}{l}$ 이 정수인 경우 모두에서 모두로의 전송 스케줄에 대한 하한값을 보여준다.

정리 1 : 전체 n 개의 노드가 있고, w 개의 가용한 파장이 있으며, 송신측에 각각 1개의 레이저가 있고, 조정시간이 δ 이며 $\frac{w}{l}$ 이 정수인 경우에 모두에서 모두로의 전송 스케줄의 길이 T 는 다음과 같다.

$$T \geq \max \left\{ \delta + \frac{n^2}{w}, \delta + l \frac{n^2}{w^2} - \frac{n}{w} + \frac{n}{l} + \frac{(w-l)\delta}{l} \right\}$$

증명은 부록에 있으며 이 정리는 전송 스케줄에 대한 상한값을 보여준다.

다음의 정리는 $\frac{w}{l}$ 이 정수가 아닌 경우 모두에서 모두로의 전송 스케줄에 대한 하한값을 보여준다.

정리 2 : 전체 n 개의 노드가 있고, w 개의 가용한 파장이 있으며, 송신측에 각각 l 개의 레이저가 있고, 조정시간이 δ 이고 $\frac{w}{l}$ 이 정수가 아닌 경우에 모두에서 모두로의 전송 스케줄의 길이 T 는 다음과 같다.

$$T \geq \max \left\{ \delta + \frac{n^2}{w}, \delta + \frac{n^2}{w} + Q \left(\frac{w}{l} \right) \left(\delta - l \cdot \frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w} \right) \right\}$$

$Q \left(\frac{w}{l} \right)$ 는 w 를 l 로 나눈 몫

증명은 부록에 있으며 정리 1과 함께 2.4절에서 알고리즘의 최적성을 보이는데 사용된다.

2.2 전송 스케줄링 알고리즘

다음은 임의의 조정시간을 갖는 경우 전송 스케줄링 알고리즘을 기술하고 이 스케줄링 알고리즘에 대한 상한값을 보이겠다.

시간영역은 타임 슬롯(time slot)으로 표현되어지고 이 타임 슬롯은 1부터 시작한다. 송신측과 수신측은 각각 $t_1, r_k(0 \leq i, k < n)$ 로 나타낼 것이고 $\lambda_j(0 \leq j < w)$ 로 고정된 수신측의 집단을 R_j 라 하자. 여기서 $|R_j| = \frac{n}{w}$ 이다.

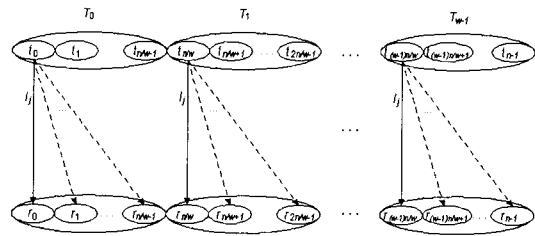
각각의 송신측은 l 개의 레이저를 가지고 있으며 각 레이저는 $l_j(0 \leq j < l)$ 로 나타낸다. 따라서 송신측 t_i 의 레이저들은 $l_j(0 \leq i < n, 0 \leq j < l)$ 로 나타낸다.

설명의 편의를 위해서 송신측과 수신측을 각각 $\frac{n}{w}$ 개씩을 포함하도록 w 개의 송신그룹 $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{w-1}$ 과 수신 그룹 $R_0, R_1, R_2, \dots, R_{w-1}$ 로 분할한다.

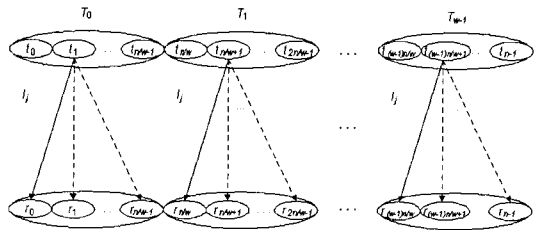
각 송신측과 수신측 사이의 패킷 전송 과정은 다음과 같다.

step 1 (l_j 에 대하여 : 0회라 하자) 각 송신그룹, $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{w-1}$ 의 첫 번째 송신측인 $t_0, t_{\frac{n}{w}}, t_{2 \cdot \frac{n}{w}}, \dots, t_{(w-1) \cdot \frac{n}{w}}$ 에서 각각 $R_0, R_1, R_2, \dots, R_{w-1}$ 로 레이저 l_j 를 사용하여 패킷을 전송한다. 즉, $t_{i \cdot \frac{n}{w}}$ 에서 $R_i, 0 \leq i < w$ 로 $l_j^{\frac{n}{w}}$ 를 사용하여 병렬로 전송한다.

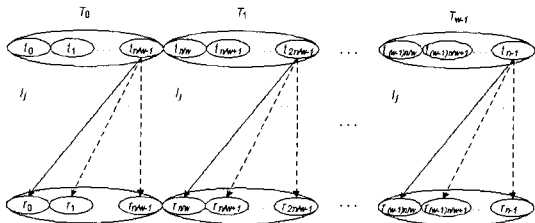
각 그림에서 송신측에서 수신측으로 향하는 선은 각각의 전송을 뜻하며, 같은 종류의 선은 동시에 수행되는 전송을 나타낸다.



step 2 1이 끝나면 즉시 각 송신그룹의 다음 송신측인 $t_1, t_{\frac{n}{w}+1}, t_{2(\frac{n}{w})+1}, \dots, t_{(w-1)(\frac{n}{w})+1}$ 에서 각각 $R_0, R_1, R_2, \dots, R_{w-1}$ 로 레이저 l_j 를 사용하여 패킷을 전송한다. 즉, $t_{i \cdot \frac{n}{w}+1}$ 에서 $R_i, 0 \leq i < w$ 로 $l_j^{\frac{n}{w}+1}$ 를 사용하여 전송한다.

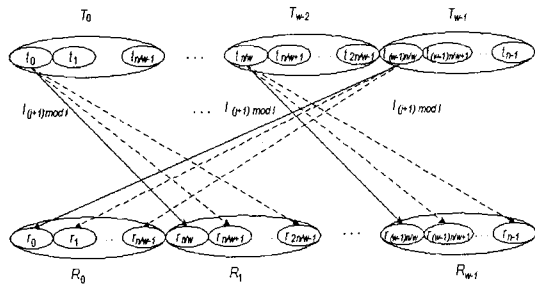


step 3 2의 과정을 $\frac{n}{w}$ 만큼 반복하면 송신 그룹 T_i 에서 수신 그룹 $R_i(0 \leq i < w)$ 로의 모든 전송이 끝나게 된다.

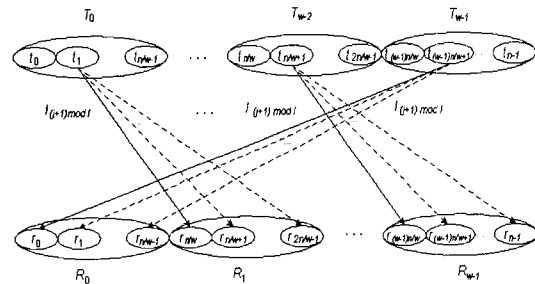


step 4 (l_{i+1} 에 대하여 : $i+1$ 회라 하자) 각 송신 그룹 $T_0, T_1, T_2, \dots, T_{w-1}$ 의 첫 번째 송신측인 $t_0, t_{\frac{n}{w}},$

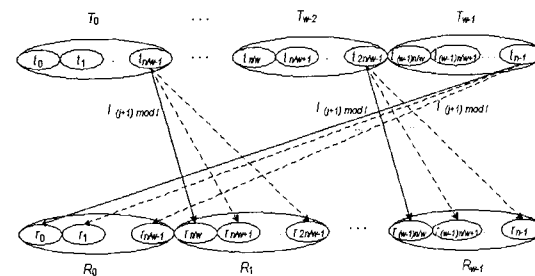
$t_{2\frac{n}{w}}, \dots, t_{(w-1)\frac{n}{w}}$ 에서 각각 $R_{w-1}, R_0, R_1, R_2, \dots, R_{w-2}$ 로 송신측의 레이저 $l_{(i+1) \bmod l}$ 을 사용하여 패킷을 전송한다.



step 5 4가 끝나면 즉시 각 송신그룹의 다음 송신측인 $t_1, t_{2(\frac{n}{w}+1)}, \dots, t_{(w-1)(\frac{n}{m}+1)}$ 에서 각각 $R_{w-1}, R_0, R_1, R_2, \dots, R_{w-2}$ 로 레이저 $l_{(j+1) \bmod l}$ 을 사용하여 패킷을 전송한다. 즉, $t_{i\frac{n}{m}+1}$ 에서 $R_{(i+1) \bmod w}, 0 \leq i < w$ 로 $l_{(j+1) \bmod l}$ 를 사용하여 전송한다.



step 6 5의 과정을 $\frac{n}{m}$ 만큼 반복하면 송신그룹 T_i 에서 수신그룹 $R_{(i+1) \bmod w} (0 \leq i < w)$ 로의 모든 전송이 끝나게 된다.



step 4, 5, 6의 과정을 모든 i 에 대해서 ($0 \leq i < l$) l_i 가 $\frac{n}{l}$ 번씩 송신을 하게 되면 l_i 가 $\frac{n}{l}$ 개의 수신그룹과 통신을 하게 되고, 하나의 송신측에는 l 개의 레이저가 있으므로 모두 w 개의 수신그룹과 통신을 마치게 된다. 이를 알고리즘으로 나타내면 다음과 같다.

알고리즘 1 전송 측에 l 개의 레이저가 있을 경우 모두에서 모두로의 방송 알고리즘

Input : n : 노드의 개수
 w : 가용한 파장의 갯수
 l : 레이저의 갯수

Note : $[a, b, \dots, z] \xrightarrow{l_i} [A, B, \dots, Z]$

전송측 a에서 수신측 A로, b에서 B로, \dots , z에서 Z로 레이저 l_i 을 사용하여 동시에 전송하는 것을 말한다.

Pseudo-code

$i = 0$

for $j = 0$ to $w-1$ {

for $k = 0$ to $\frac{n}{m} - 1$

$[t_k, t_{\frac{n}{w}+k}, t_{2\frac{n}{w}+k}, \dots, t_{n-\frac{n}{w}+k}]$

$\xrightarrow{l_{i \bmod l}} [R_j, R_{j+1}, \dots, R_{(j+w-1) \bmod w}]$

$i = (i+1) \bmod l$

2.3 모두에서 모두로의 트래픽에 대한 스케줄링의 예
 다음은 $n=8, w=4, \delta=4, l=2$ 이고 송신측에 각각 l 개의 레이저가 있을 경우에 모두에서 모두로의 트래픽에 대한 스케줄링의 예이다.

표 1 모두에서 모두로의 트래픽 행렬의 예

	r_0	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7
t_0	1	1	1	1	1	1	1	1
t_1	1	1	1	1	1	1	1	1
t_2	1	1	1	1	1	1	1	1
t_3	1	1	1	1	1	1	1	1
t_4	1	1	1	1	1	1	1	1
t_5	1	1	1	1	1	1	1	1
t_6	1	1	1	1	1	1	1	1
t_7	1	1	1	1	1	1	1	1

표 2 수신그룹으로 분할한 트래픽 행렬

	R_0	R_1	R_2	R_3
t_0	2	2	2	2
t_1	2	2	2	2
t_2	2	2	2	2
t_3	2	2	2	2
t_4	2	2	2	2
t_5	2	2	2	2
t_6	2	2	2	2
t_7	2	2	2	2

표 3 표 2에 대한 전송 스케줄

	1-4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
t_0		R_0	R_0					R_1	R_1					R_2	R_2					R_3	R_3		
t_1				R_0	R_0					R_1	R_1					R_2	R_2					R_3	R_3
t_2		R_1	R_1					R_2	R_2					R_3	R_3					R_0	R_0		
t_3				R_1	R_1					R_2	R_2					R_3	R_3					R_0	R_0
t_4		R_2	R_2					R_3	R_3					R_0	R_0					R_1	R_1		
t_5				R_2	R_2					R_3	R_3					R_0	R_0					R_1	R_1
t_6		R_3	R_3					R_0	R_0					R_1	R_1					R_2	R_2		
t_7				R_3	R_3					R_0	R_0					R_1	R_1					R_2	R_2

■ : 레이저 l_0 를 사용하여 전송하는 time slot □ : 레이저 l_1 를 사용하여 전송하는 time slot

2.4 알고리즘의 최적성

제안된 알고리즘에서 보게 되면 각 송신측의 레이저들은 $l_j, l_{j+1}, l_{j+2}, \dots, l_{w-1}, l_0, l_1, \dots, l_{j-1}, l_j, l_{j+1}$ 의 순서로 순환적으로 사용되게 되는데 레이저 l_j 에서 l_{j-1} 까지의 과정을 회(round)라고 하자. l 이 w 의 인수인 경우와 그렇지 않은 경우를 나누어 생각해 보자.

$\frac{w}{l}$ 이 정수인 경우

step 1, 2, 3에서 걸린 시간이 $\frac{n^2}{w^2}$ 이고 step 4, 5, 6에서 걸린 시간이 $(l-1)\frac{n^2}{w^2}$ 이므로 한 회당 $l\frac{n^2}{w^2}$ 의 시간이 걸리고 전체적으로 $l\frac{n^2}{w^2} \cdot \frac{w}{l} = \frac{n^2}{w}$ 의 시간이 걸리게 된다. 한 회의 l_i 가 다음 회의 l_i 로 사용될 때까지의 시간이 $l\frac{n^2}{w^2} - \frac{n}{w}$ 이므로 δ 가 이보다 작다면 초기 δ 를 포함해서 전체 $\frac{n^2}{w} + \delta$ 의 시간이 걸리게 되고 δ 가 이보다 크다면 각 회간의 거리 $\delta - l\frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w}$ 가 필요하므로 전체 $(\delta - l\frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w}) \cdot (\frac{w}{l} - 1)$ 의 시간이 더 필요하게 된다. 따라서 $\delta \geq l\frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w}$ 라면 초기 δ 를 포함하면 $\delta + \frac{n^2}{w} + (\delta - l\frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w}) \cdot (\frac{w}{l} - 1) = \delta + l\frac{n^2}{w^2} - \frac{n}{w} + \frac{n}{l} + \frac{(w-l)}{l} \delta$ 의 시간이 필요로 하게 된다. 그러므로 다음의 정리를 얻을 수 있다. 이 정리는 스케줄의 상한값이 정리 1에서 보여진 하한값과 같음을 나타내므로 우리의 스케줄링 알고리즘이 최적의 알고리즘임을 뜻한다.

정리 3 $M_{ij}=1$ ($0 \leq i, j < n$)인 트래픽에서 w 개의 파장, 각 전송측에는 각각 l 개의 레이저가 있고, $\frac{w}{l}$ 이 정수인 전체 스케줄 길이가 다음과 같은 스케줄이 있다.

$$\max \left\{ \delta + \frac{n^2}{w}, \delta + l\frac{n^2}{w^2} - \frac{n}{w} + \frac{n}{l} + \frac{(w-l)}{l} \delta \right\}$$

이것은 정리 1에서의 하한값과 일치하므로, 제시한 알

고리즘이 임의의 n, w, δ, l 에 대하여 $\frac{w}{l}$ 이 정수일 경우에 최적의 알고리즘임을 보여준다.

$\frac{w}{l}$ 이 정수가 아닌 경우

$Q(\frac{a}{b})$ 를 a 를 b 로 나눈 몫이라 하고, $R(\frac{a}{b})$ 을 a 를 b 로 나눈 나머지로 하자.

step 1, 2, 3에서 걸린 시간이 $\frac{n^2}{w^2}$ 이고 2에서는 $\frac{w}{l}$ 이 정수가 아니기 때문에 각 회에서 레이저를 차례로 사용하게 되면 $R(\frac{w}{l})$ 만큼의 레이저는 다른 레이저에 비해 하나의 그룹에 대해 더 전송을 하게 된다. 따라서 $Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w^2} + R(\frac{w}{l}) \cdot \frac{n^2}{w^2} - \frac{n^2}{w^2}$ 시간이 걸리게 된다.

$Q(\frac{w}{l}) \cdot l + R(\frac{w}{l}) = w$ 임으로 step 4, 5, 6에서 걸린 시간은 $\frac{n^2}{w} - \frac{n^2}{w^2}$ 이 된다.

한 회의 l_i 가 다음 회의 l_i 로 사용될 때까지의 시간이 $l\frac{n^2}{w^2} - \frac{n}{w}$ 이므로 δ 가 이보다 작다면 초기 δ 를 포함해서 전체 $\frac{n^2}{w} + \delta$ 의 시간이 걸리게 되고 δ 가 이보다 크다면 각 회간의 거리 $\delta - l\frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w}$ 가 필요하므로 전체 $Q(\frac{w}{l}) \cdot (\delta - l\frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w})$ 의 시간이 더 필요하게 된다. 따라서 $\delta \geq l\frac{n^2}{w^2} - \frac{n}{w}$ 라면 $\delta + \frac{n^2}{w} + Q(\frac{w}{l})(\delta - l\frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w})$ 의 시간이 필요로 하게 된다.

정리 4 $M_{ij}=1$ ($0 \leq i, j < n$)인 트래픽에서 w 개의 파장, 각 전송측에는 각각 l 개의 레이저가 있고, $\frac{w}{l}$ 이 정수가 아닌 경우 전체 스케줄 길이가 다음과 같은 스케줄이 있다.

$$\max \left\{ \delta + \frac{n^2}{w}, \delta + \frac{n^2}{w} + Q(\frac{w}{l})(\delta - l\frac{n^2}{w^2} + \frac{n}{w}) \right\}, Q(\frac{w}{l})$$

는 w 를 l 로 나눈 몫

이것은 정리 2에서의 하한값과 일치하므로, 제시한 알고리즘이 임의의 n, w, δ, l 에 대하여 $\frac{w}{l}$ 이 정수가 아닐 경우에 최적의 알고리즘임을 보여준다.

3. 일반적인 트래픽에 대한 스케줄링 알고리즘

3.1 문제정의 및 복잡도 분석

이 절에서는 송신측이 각각 l 개의 레이저를 가지고 있을 때, 송신측에서 수신측으로 임의의 개수의 패킷이 전송되는 일반적인 트래픽 모델에 대해 다룬다.

이 문제는 송신측과 수신측, 2부분으로 나뉘어진 그래프(bipartite graph)로 볼 수 있으므로 편의를 위하여 그래프모형을 도입하여 설명하도록 한다.

먼저 수신측을 각각 $\frac{n}{w}$ 개씩을 포함하도록 w 개의 수신그룹 $R_0, R_1, R_2, \dots, R_{w-1}$ 로 분할한다. $G(X, Y, E)$ 는 꼭지점 $V = X \cup Y$ 이고 연결선의 집합 E 의 가중그래프(weighted graph)이다. $X = \{t_0, t_1, \dots, t_{n-1}\}$ 이며 $Y = \{R_0, R_1, \dots, R_{w-1}\}$ 이며 t_i 는 각각 l 개의 레이저를 가지고 있는 송신측 t_i 에 해당하며 R_j 는 파장 λ_j 에 고정된 수신 그룹 R_j 에 해당한다. $e = (t_i, R_j)$ 는 송신측 t_i 가 수신그룹 R_j 내의 수신측에게 전송할 패킷이 있을 경우에만 존재하며 $s(e)$ 또는 $s(t_i, R_j)$ 는 송신측 t_i 에서 수신그룹 R_j 내의 수신측에게 전송할 패킷의 개수를 나타낸다. $dG(w)$ 는 꼭지점 $v(v \in X \cup Y)$ 에서의 연결선의 개수를 나타낸다. 이러한 $G(X, Y, E)$ 를 통신그래프(communication graph)라고 한다[4]. 이 그래프에서 원래의 일반적인 트래픽에 대한 문제는 n 개의 송신측과 w 개의 수신측, w 개의 파장 그리고 각 송신측에서 전송할 $s(e)$ 개의 패킷이 있는 문제와 동일하게 된다.

다음의 정리는 일반적인 트래픽에 대한 스케줄링 알고리즘의 하한값을 나타낸다.

정리 5 : 통신그래프 $G(X, Y, E)$ 에서 최소 스케줄의 길이 T_{\min} 는 다음과 같다.

$$T_{\min} \geq \max \left\{ \max \left\{ s(t_i) + \frac{dG(t_i)}{l} \delta \mid t_i \in X \right\}, \delta + \max \{ s(R_j) \mid R_j \in Y \} \right\}$$

정규적인 모두에서 모두로의 문제가 최적의 알고리즘이 존재하는데 반해 주어진 모델에서는 가장 간단한 형태인 $l=1$ 인 경우에도 다음에 나오는 이론은 비정규적인 트래픽 환경에서의 스케줄링을 결정하는 문제가 강한 의미의 NP-complete함을 나타내고 있다. 이것은 실제 문제가 NP-hard함을 보여주었다. 이것은 비선형 방식을 위한 최적화 문제를 푸는데 의사 선형시간

(pseudopolynomial) 알고리즘이 존재할 수 있다는 가능성을 남겨두는 것이다. 그러나 다음에 있는 정리는 이 비선형 스케줄링의 문제가 NP-hard임을 보이고 있다. 더욱이 이 증명방법은 비선형 방식의 경우에도 같이 적용될 수 있다. 따라서 비선형 방식에서도 의사 선형시간 알고리즘을 만들어 낼 수 없음을 보인다.

정리 6: 일반적인 스케줄링 문제는 강한 의미에서 NP-complete 하다.

위의 정리는 두 가지 의미를 갖는다. 첫째 선형, 비선형 방식의 스케줄링이 모두 NP-hard임으로 선형시간 내에 최적의 해를 구하는 알고리즘을 구할 수 없다는 뜻이고, 둘째는 의사선형 시간 알고리즘도 있을 수 없음을 뜻함으로 근사 알고리즘에 의존할 수밖에 없음을 뜻한다. 따라서 다음절의 근사알고리즘 사용에 대한 당위성을 준다.

3.2 전송스케줄링 알고리즘

여기서는 송신측이 각각 l 개의 레이저를 가지고 있을 경우에 일반적인 트래픽에 대한 스케줄링 알고리즘을 설명한다. 기본적으로는 잘 알려진 리스트 스케줄링 방법[14]을 사용하며 [4]에서의 방법을 주어진 레이저를 효과적으로 사용하기 위하여 약간의 변형을 가하였다. 다음은 스케줄링 알고리즘이다.

1) 전체적으로 알고리즘은 송신측의 레이저로 하여금 해당 수신측이 전 단계의 수신을 끝마치면 즉시 전송을 시작할 수 있도록 현재 휴지상태(idle)이거나 휴지상태가 되려고 하는 파장으로 조정하도록 한다. 다시 말하면 송신측 t_i 가 레이저 l_j 를 사용하여 전송을 마치면 그 즉시 레이저 l_j 는 가장 빠른 시간에 전송을 시작할 수 있는 파장으로 조정을 시작하도록 한다.

2) 어떠한 레이저도 전송을 하고 있지 않은 송신측 t_i 와 휴지상태인 수신그룹 R_j 가 있고, t_i 의 레이저 중 R_j 의 파장으로 이미 조정된 레이저, 예를 들면 l_k 가 있다면 송신측 t_i 는 수신그룹 R_j 로 레이저 l_k 를 사용하여 전송을 시작한다.

3) 일단 송신측 t_i 에서 수신그룹 R_j 로 전송을 시작하면 $s(t_i, R_j)$ 의 패킷을 전송하기 전에는 중간에 멈추지 않는다.

정리 7은 위에서 설명한 리스트 스케줄링 알고리즘의 상한값을 보여준다. 정리 7에 의하여 알고리즘에 의해서 생성된 스케줄의 전체 시간은 하한값의 두 배를 넘지 않는 알고리즘이라는 것이 증명되었다.

정리 7 : T_{LS} 를 통신그래프 $G(X, Y, E)$ 에서의 리스

트 스케줄링 알고리즘에 의한 전송스케줄 시간이라고 한다면 T_{LS} 는 다음과 같다.

$$T_{LS} < \max \left\{ s(t_i) + \frac{dG(t_i)}{l} \delta \mid t_i \in X \right\} + \delta + \max \{ s(R_j) \mid R_j \in Y \}$$

3.3 일반적인 트래픽에 대한 스케줄링의 예 및 실험 결과

다음은 $n=8, w=4, \delta=4, l=2$ 이고, 송신측에 각각 l 개의 레이저가 있을 경우에 일반적인 트래픽에 대한 리스트 스케줄링 알고리즘을 사용한 스케줄링의 예이다.

표 4 일반적인 경우의 트래픽 행렬의 예

	r_0	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7
t_0	2	3	0	3	0	0	3	1
t_1	0	0	0	0	0	2	0	0
t_2	3	0	2	1	0	0	2	3
t_3	2	0	0	3	1	3	3	0
t_4	0	1	0	0	2	0	0	1
t_5	3	2	0	1	0	0	0	0
t_6	0	0	3	0	2	3	0	1
t_7	3	0	2	0	1	2	0	2

표 5 수신그룹으로 분할한 트래픽 행렬

	R_0	R_1	R_2	R_3
t_0	5	3	0	4
t_1	0	0	2	0
t_2	3	3	0	5
t_3	2	3	4	3
t_4	1	0	2	1
t_5	5	0	1	0
t_6	0	3	5	1
t_7	3	2	3	2

노드의 개수인 n 의 값과 파장인 w , 조정 지연 시간은 δ 를 변화시켜 각각의 경우에 대한 일반적인 트래픽에 대한 하한값과 제안된 알고리즘을 사용하여 구한 실제 스케줄링의 시간을 패킷 크기의 단위로 나타내어 비교하였다.

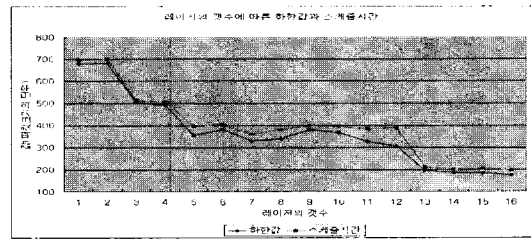


그림 1 레이저의 개수에 따른 하한값과 스케줄 시간 ($n=8, \delta=10, w=4$)

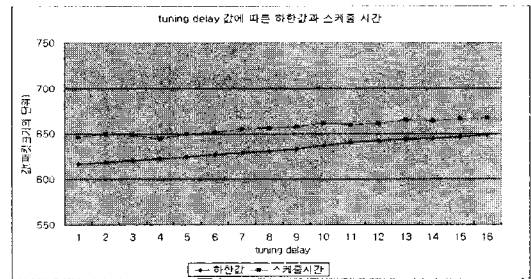


그림 2 조정지연시간에 따른 하한값과 스케줄 시간 ($n=8, w=4, l=2$)

그림 3.4.1에서 알 수 있듯이 δ 와 w 가 주어질 때 레이저의 개수에 따라서 하한값과 실제 스케줄링값이 크게 좌우되는 것을 알 수 있으며, 이 때도 스케줄링값은 이 논문에서 설정한 하한값에 가까운 값을 가짐을 볼 수 있다. 그림 3.4.2에서는 δ 의 값의 증가에 따라 하한

표 6 표 5에 대한 전송스케줄

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
t_0					■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■									
t_1					■																				
t_2					■	■	■	■	■	□	□	□													
t_3					■	■	■			□	□	□	□	□	□			□	□	□					
t_4							■	■						□	□										
t_5									■									□	□	□	□	□			
t_6							■	■	■					□	□	□	□	□	□			□			
t_7									■	■								□	□	□	□	□	□		

■ : 레이저 l_0 를 사용하여 전송하는 time slot □ : 레이저 l_1 를 사용하여 전송하는 time slot

값에 가까운 모양으로 증가를 하며, 실제 스케줄링값도 이와 마찬가지로 하한값에 가까운 값으로 증가함을 볼 수 있다. 다만 이러한 하한값과 실제 스케줄링값의 작은 오차는 일반적인 트래픽의 특성상 정확한 하한값을 구할 수 없으므로 일반적인 하한값을 사용하였음에도 기인한다.

4. 결론

이 논문은 n 개의 노드로 이루어진 방송 성형 통신망에서 전송 예정 문제를 다루었다. 전체 w 개의 채널이 있고 각 레이저는 $\lceil \frac{w}{T} \rceil$ 개의 파장에만 조정되는 것을 가정했는데 이는 전 영역에 조정 가능한 레이저의 가격과 성능에 대한 한계를 감안한다면 의미 있는 것으로 생각한다. 따라서 통신망은 복수개의 조정 가능한 레이저를 갖는 송신측과 하나의 파장에 고정된 단일 필터를 갖게 되는 모델을 가정하였다. 그 중 흥미로운 트래픽의 한 예인 모두에서 모두로의 전송 문제인 경우에는 최적의 스케줄링 알고리즘을 만들어낼 수 있었다. 이는 모두에서 모두로의 전송은 트래픽의 결정적 특성이 파장간의 균등한 부하를 줄일 수 있고 동시에 레이저간의 균등한 부하를 줄 수 있게 하는데 기인한다. 또한 비 결정적인 일반적인 경우의 트래픽에 대하여 우선 이 문제가 강한 의미의 NP-hard임을 보여 휴리스틱 알고리즘에 의존할 수밖에 없음을 보였고 리스트 스케줄링에 기반한 휴리스틱 알고리즘이 이론적으로 최적의 해의 2배보다 적은 해를 줄 수 있을 뿐만 아니라 수치 해석적인 실험을 통해 실제로는 이보다 더 좋은 해를 주고 있음을 보였다.

향후 연구과제로는 복수 개의 조정 가능한 레이저와 필터가 있는 경우에 대한 연구의 파장의 개수에 따른 최적의 레이저의 개수에 대한 부분도 필요한 것으로 생각되어진다. 본 논문의 결과는 조정지연시간과 각 송신측의 레이저의 개수가 전체 성능에 미치는 영향을 잘 보여주고 있으므로 앞으로의 연구에 도움이 될 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] Paul Green, Fiber Optic Networks, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall 1993.
- [2] Craig Patridge, Gigabit Networking, Addison-Wesley, 1993.
- [3] N. Huang and C. S. Wu, "An Efficient Transmission Scheduling Algorithm for a Wavelength Reusable Local Lightwave Network," J. of Lightwave technology, Vol. 12, No. 7, July 1994.
- [4] Bampis E, Chaoui S, Vial S, "Performance of LPT with lookahead for the reconfiguration of WDM all-optical networks," SPIE OptiComm 2000, Richardson, TX, Oct 2000.
- [5] Hongsik Choi, H. -A. Choi and M. Azizoglu, "On-to-All Broadcast Problem in Optical Network," Journal of Photonic Network Communication, p.227-246, Vol. 2, Issue 3, Augusta 2000.
- [6] A. Aggawal, A. Bar-Noy, D. Coppersmith, R. Ramawami, B. Schieber, and M. Sudan, "Efficient routing and scheduling algorithms for optical networks," IBM Research Report, Tech. Rep. RC 18967, June 1993.
- [7] G. R. Pieris and G. H. Sasaki, "Scheduling transmissions in WDM broadcast-and-select networks," IEEE/ACM Trans. Networking, vol.2, np 2, pp.105-110, Apr. 1994.
- [8] A. Aggawal, A. Bar-Noy, D. Coppersmith, R. Ramawami, B. Schieber, and M. Sudan, "Efficient routing and scheduling algorithms for optical networks," IBM Research Report, Tech. Rep. RC 18967, June 1993.
- [9] M. S. Borella and B. Mukerjee, "Efficient scheduling of nonuniform packet traffic in a WDM/TDM local lightwave network with arbitrary transceiver tuning latencies," IEEE JASC, vol. 14, no. 15, pp.923-934, June 1996.
- [10] M. Azizoglu, R. Barry, and A. Mokhtar, "Impact of tuning delay on the performance of bandwidth-limited optical broadcast networks with uniform traffic," IEEE JASC, vol. 14, no. 5, pp.935-944, June 1996.
- [11] Tsukada M, Ogawara M, "WDM/SCM broadcast-and-select architecture for streaming-media," IEEE LEOS 2000, Vol. 1, pp 358-359, 2000.
- [12] G.N.Rouskas and V. Sivaraman, "On The Design of Optimal TDM Schedules for Broadcast WDM Networks with Arbitrary Transceiver Tuning latencies," Proceedings of Infocom'96, pp.1217-1224, March 1996.
- [13] Hongsik Choi, Hyeong-Ah Choi, Murat Azizoglu, "Efficient Scheduling of Transmissions in Optical Broadcast Networks," IEEE/ACM Trans. on Networking, vol. 4, no. 6, pp.913-920, Dec. 1996.
- [14] Wushao Wen, Mukherjee B, "Design and analysis of a WDM client server network architecture," Proc. of IEEE Globecom'00, Vol. 2, pp.1187-1191, Dec. 2000.

부 록

정리 1의 증명 T_{\min} 을 모두에서 모두로의 전송 스케줄의 최소시간이라고 하자. 각각의 w 개의 파장이 한번에 최대로 하나의 패킷을 전송할 수 있고, 전송해야 할 n^2 개의 패킷이 존재하므로 모두에서 모두로의 전송 스케줄은 적어도 $\frac{n^2}{w}$ 만큼의 시간과 초기 조정 지연시간 δ 를 더한 만큼의 길이가 필요하다. 따라서 $T_{\min} \geq \delta + \frac{n^2}{w}$.

w 개의 수신그룹(receiver group)이 존재하므로 $0 \sim \delta + (l \frac{n^2}{w^2} - 1)$ 시간까지의 전체 패킷의 전송량을 생각해 보자. 송신측이 패킷을 전송하기 위해서는 δ 만큼의 초기 조정지연시간이 필요하며, 각 시간에 최대 w 개의 패킷이 동시에 전송 가능하므로, $0 \sim \delta(l \frac{n^2}{w^2} - 1)$ 까지의 전체 패킷의 전송량은 최대 $w(l \frac{n^2}{w^2} - 1)$ 가 된다. 그러므로 전체적으로 $n^2 - w(l \frac{n^2}{w^2} - 1)$ 만큼의 패킷이 아직 전송되지 않은 것이 된다.

전체 n 개의 송신측이 존재하므로 적어도 하나의 송신측, 예를 들어 t_0 는 $n - l \frac{n}{w} + 1$ 개의 전송할 패킷이 남아있다.(일반적인 경우에 node n 의 개수가 파장 w 의 개수보다 크므로 $0 \leq \frac{w}{n} < 1$ 이다.) 그런데 $n - l \frac{n}{w} + 1$ 개의 패킷을 전송하기 위해서는 t_0 가 보내야 하는 남은 수신그룹의 수가 $w - l$ 이므로 최소한 $\frac{(w-l)}{l}$ 만큼의 조정시간이 필요하다.

T_1, T_2 를 t_0 가 각각 $l \frac{n}{w} - 1$ 개, $n - l \frac{n}{w} + 1$ 개의 패킷을 전송하는데 걸리는 시간이라 하고, T_3 를 $n - \frac{n}{w} + 1$ 개의 패킷을 전송하기 위해서 필요한 조정지연 시간이라 하면 전체 t_0 가 n 개의 패킷을 전송하기 위해서 필요한 시간 T 는 $T_1 + T_2 + T_3$ 가 된다. 즉, $T = T_1 + T_2 + T_3, T_1 = \delta + (l \frac{n^2}{w^2} - 1), T_2 \geq \frac{n}{l} - \frac{n}{w} - \frac{1}{l}, T_3 \geq \frac{(w-l)}{l} \delta$ 이다. 따라서 $T \geq \delta + l \frac{n^2}{w^2} - \frac{n}{w} + \frac{(w-l)}{l} \delta$ 이다. □

정리 2의 증명 지연시간인 δ 가 $\delta_{\lim} = l \cdot \frac{n^2}{w^2} - \frac{w}{w}$ 보다 큰 경우와 작은 경우로 나누어 증명한다.

1. $\delta \leq \delta_{\lim}$

$T_1 = \delta + Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w^2}$ 시간까지의 전체 전송측의 전송량을 생각해 보면, 초기 지연시간 δ 동안은 어떤 전송측도 전송을 할 수 없으며, 그 이후에 각 시간의 최대 전송량은 파장인 w 와 같으므로 T_1 시간동안의 최대 전송량은 $Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w^2}$ 이다. 따라서 T_1 시간 이후에 전송

해야 할 전체 패킷은 $n^2 - Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w}$ 임으로 최소한 $\frac{n^2 - Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w}}{w}$ 만큼의 시간이 필요하다. 그러므로 전체 전송시간 T 는 다음과 같다.

$$T \geq \delta + Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w^2} + \frac{n^2}{w} - Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w^2} = \delta + \frac{n^2}{w}$$

2. $\delta > \delta_{\lim}$

$T_1 = \delta + Q(\frac{w}{l})(\delta + \frac{n}{w})$ 시간까지의 전송량을 생각해 보면 δ_{\lim} 의 정의에 따라서 $\delta + Q(\frac{w}{l})(\delta + \frac{n}{w}) > \delta + Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w^2}$ 이다.

$\delta + Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w^2}$ 시간동안에는 전송측의 각 레이저들은 최대한 $Q(\frac{w}{l}) \cdot \frac{n}{w}$ 만큼의 패킷을 전송할 수 있다. 또한 각 레이저들이 하나의 수신측 그룹에 패킷을 전송하고 다음 수신측 그룹에 전송하기 위해서는 최소한 $Q(\frac{w}{l})(\frac{n}{w} + \delta)$ 만큼의 시간이 필요하다. 따라서 T_1 시간동안에 각 레이저는 최대 $Q(\frac{w}{l})$ 그룹에 대해서 전송을 마칠 수 있다. T_1 시간 이후에 전송해야 할 전체 패킷은 $n^2 - Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w}$ 임으로 최소한 $\frac{n^2 - Q(\frac{w}{l}) \cdot l \cdot \frac{n^2}{w}}{w}$ 만큼의 시간이 필요하다. 그러므로 전체 전송시간 T 는 다음과 같다. $T \geq \delta + \frac{n^2}{w} + Q(\frac{w}{l})(\delta - l \cdot \frac{n^2}{w^2} + \frac{w}{w})$. □

정리 5의 증명 $T_{\min} \geq \max \{s(t_i) + \frac{dG(t_i)}{l} \delta \mid t_i \in X\}$

$s(t_i)$ 는 송신측 t_i 에서 수신측에게 전송할 전체 패킷의 개수를 나타내며 각 송신측은 l 개의 laser를 가지고 있으므로 동시에 l 개 레이저를 사용하여 전송한다면 $s(t_i)$ 시간 이상이 필요하며, 전체 $dG(t_i)$ 의 수신그룹에 대해서 전송해야 하기 때문에 최소한 $\frac{dG(t_i)}{l} \delta$ 의 조정시간이 필요하다.

$$T_{\min} \geq \delta + \max \{s(R_j) \mid R_j \in Y\}$$

수신측 R_j 는 한 번에 하나의 패킷만을 수신할 수 있고, 초기의 δ 시간에는 어떠한 송신측도 전송이 불가능하기 때문에 각각의 수신측이 자신이 수신할 모든 패킷을 수신하기 위해서는 최소한 $\delta + s(R_j, 0 \leq j < w)$ 만큼의 시간이 필요하다. 따라서 모든 수신측이 수신을 끝마치기 위해서 최소스케줄의 길이는 $T_{\min} \geq \delta + \max \{s(R_j) \mid R_j \in Y\}$ 이다. □

정리 6의 증명

일반적인 스케줄링 문제가 NP에 속하는 것을 보이기 는 어렵지 않기 때문에, NP-complete 문제로 잘 알려진

3분할(3partition) 문제로부터 다항식 시간 내에 축소하여 보도록 하겠다.

3분할 문제는 다음과 같이 정의되고 있다. $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{3m-1}\}$ 로 $3m$ 개의 원소를 가지며, 그것의 크기 $s(a_i) (0 \leq i \leq 3m-1)$ 는 양의 정수에 속한다. 또한 $\sum_{0 \leq i \leq 3m-1} s(a_i) = mB$ 일 때, 각각의 a_i 의 크기는 $\frac{B}{4} < s(a_i) < \frac{B}{2}$ 를 만족한다.

이 문제는 m 개의 해체된(disjoint) 집합 $A_k = \{a_{3k}, a_{3k+1}, a_{3k+2}\} (0 \leq k \leq m-1)$ 를 만족하면서 분할될 수 있는가 하는 것을 결정하는 것이다. 만약 그러한 분할이 존재한다면, 각각의 A_k 는 A 로부터 정확히 3개의 원소를 가질 것이다. 주어진 3분할 문제의 한 예로서, 다음과 같이 스케줄링의 문제 하나를 만들 수 있다.

$T = \{t_0, \dots, t_{4m}\}$ 은 송신 측 집합, $R = \{r_0, \dots, r_m\}$ 은 수신 측 집합을 말한다. 이때 $m+1$ 개의 파장 채널 $\{\lambda_0, \dots, \lambda_m\}$ 에서 수신 측 r_j 는 파장채널 $\lambda_j (0 \leq j \leq m)$ 에 맞추어진다. 조정지연 δ 는 B 라고 정의되어지며, 트래픽 행렬 $C = [c_{ij}]$ 는 아래와 같이 정의되어진다.

$$c_{ij} = \begin{cases} s(a_i) & \text{만약 } 0 \leq i \leq 3m-1, 0 \leq h \leq n-1 \\ B/2 & \text{만약 } 3m \leq i \leq 4m, 0 \leq j \leq m \\ 0 & \text{그외} \end{cases}$$

여기서 c_{ij} 는 송신측 t_i 에서 수신 측 r_j 로 전송할 패킷의 수를 말한다. 그림 3.2.1은 트래픽 행렬 C 를 그래프로 표현한 것으로, c_{ij} 는 t_i 에서 r_j 로 전송되어질 패킷의 수를 말하는 것이다. 표시를 편하게 하기 위해서 타임 슬롯은 0부터 시작한다고 하자. 다음으로 m 개의 서로 해체된(disjoint)집합으로 분할된 A 를 생각해 보도록 하면, A_0, \dots, A_{m-1} 에서 각각의 A_k 에 대하여

$\sum_{a_i \in A_k} s(a_i) = B$ 이며, C 를 위한 $\frac{3(m+1)B}{2}$ 길이의 스케줄이 존재한다.

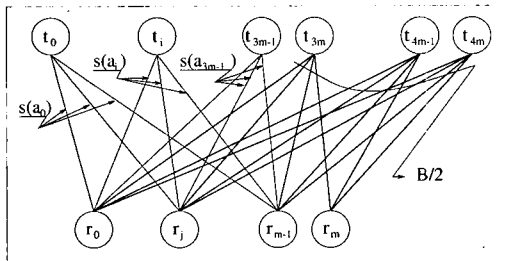


그림 1 3SAT instance의 트래픽 그래프

A 의 분할 A_0, \dots, A_{m-1} 있다고 가정해 보자. 이 분할을 이용하여 $\frac{3(m+1)B}{2}$ 길이의 스케줄이 존재한다는 것을 보이겠다. 임의의 전송 측 t_i 에서 수신 측 r_j 로 일단 전송이 시작되어 지면, C_{ij} 의 모든 패킷들의 전송이 완료되어질 때까지 계속되어진다. 즉, 비선점 전송방식이다.

$A_k = \{a_{3k}, a_{3k+1}, a_{3k+2}\}, (0 \leq k \leq m-1), T_k = \{t_{3k}, t_{3k+1}, t_{3k+2}\}, (0 \leq k \leq m-1)$ 라 가정해도 일반성은 유지될 것이다.

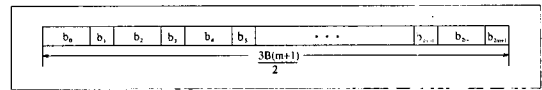


그림 2 타임 블록

전송방식을 설명하기 위하여 그림 3.2.2에서 보이는 것처럼 $2m+2$ 개의 블록 $b_k (0 \leq k \leq 2m+1)$ 으로 타임 슬롯을 나누어 보자, 이때 짝수 번째 k 에 해당하는 블록 b_k 의 크기는 B 가 되고 홀수 번째는 $\frac{B}{2}$ 가 된다. 그러면 전체 블록의 크기는 $\frac{3(m+1)B}{2}$ 가 된다. 각각의 $k (0 \leq k \leq m-1)$ 와 $j (0 \leq j \leq m-1)$ 에 대하여 $T_k = \{t_{3k}, t_{3k+1}, t_{3k+2}\}$ 에서 r_j 로의 전송은 타임 블록 $b_{2p} (1 \leq p \leq m)$ 동안에 연속해서 수행이 되어진다. 이때 첫 번째로 t_{3k} , 그 다음으로 t_{3k+1} , 그리고 마지막으로 t_{3k+2} 에 있는 패킷이 전송되어진다. 더욱이 T_k 에서 r_j 로의 전송 시 타임 블록의 위치를 결정하는 p 의 값은 j 와 k 에 의해서 결정되어진다. 즉 $j+k+1 \leq m$ 이면 $p=j+k+1$ 이고 $j+k+1 > m$ 이면 $p=j+k+1-m$ 이 된다.

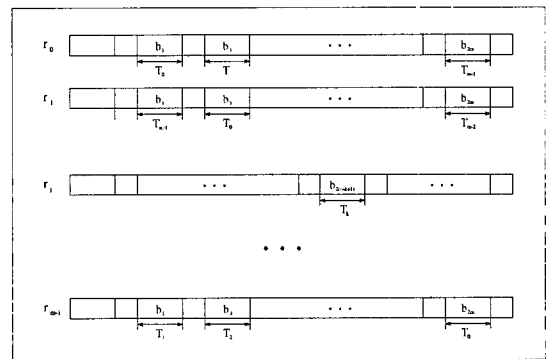


그림 3 처음 3m개 전송기의 스케줄

그림 3은 $0 \leq k \leq m-1, 0 \leq j \leq m-1$ 일 때의 T_k 에서 r_j 로의 전송 스케줄을 나타낸 것이다. 그림 3.2.4는 $3m \leq i \leq 4m, 0 \leq j \leq m$ 인 동안 t_i 에서 r_j 로의 전송은 타임 블록 b_{2p+1} 을 사용해서 이루어진 것을 나타내는 것으로 이때 p 의 값은 역시 i 와 j 의 값에 따라 결정이 이루어진다. 즉 $j+k \leq 4m$ 이면 $p=j+k-3m$ 이고 $j+k > 4m$ 이면 $p=j+k-4m-2$ 가 된다.

어떤 타임 슬롯 동안에도 하나의 전송 측은 하나의 파장 채널로 전송이 허락되어지는 것을 증명하기는 어렵지 않다. 초기 타임 블록 b_0 를 생각해보면, 각각의 전송 측은 그것의 초기 파장 채널을 조정한다. 증명을 끝내기 위해서, 각각의 전송 측은 새로운 전송을 시작하기 전에 또 다른 파장 채널로 자신을 맞추는데 충분한 시간을 가짐을 보일 필요가 있다. 이 조건의 정당함은 각각의 t_i 가 r_j 로 전송을 끝내고 나서, 다음 전송 r_{j+1} 로 전송을 시작하기 전에 비 전송 시간으로 적어도 B 만큼의 타임 슬롯을 갖는다는 사실이 증명이 된다. $3m \leq i \leq 4m$ 동안에 이 비 전송 시간은 정확히 B 와 같다. $0 \leq i \leq 3m-1, j \leq m-1$ 일 때도, t_i 의 다음 번 전송은 r_0 가 된다. 또한 $3m \leq i \leq 4m, j = m$ 일 때 t_i 의 다음 번 전송도 r_0 가 된다. 이것은 바라던 스케줄의 존재로 증명하는 것이다.

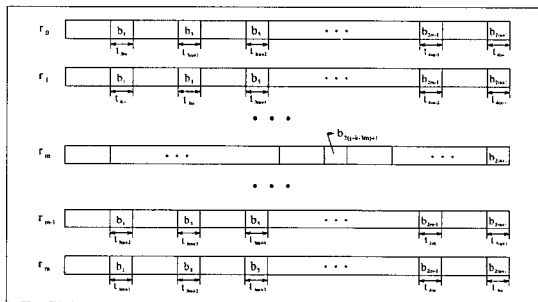


그림 4 마지막 $m+1$ 개 전송기의 스케줄

역으로, 트래픽 행렬 C 를 위한 스케줄이 $\frac{3(m+1)B}{2}$ 의 길이의 스케줄을 가지는 S 가 존재한다고 가정해 보자 $\sum_{a \in A} s(ia) = B (0 \leq k \leq m-1)$ 인 A 의 분할 A_0, \dots, A_{m-1} 이 존재한다는 것을 보이도록 하겠다. 우선 주목할 것은, 각각의 전송측 $t_i (3m \leq i < 4m)$ 는 $m+1$ 개의 다른 파장 채널을 가지고 $\frac{(m+1)B}{2}$ 개의 패킷을 전송해야 한다. 따라서 적어도 $\frac{3(m+1)B}{2}$ 개의 타

임 슬롯을 필요로 한다. 이 것을 바꾸어 말해서 (t_{3m}, \dots, t_{4m}) 에 있는 어떤 전송 측도 반드시 비선점이어야 한다는 것을 의미한다. 더욱이 타임 슬롯 0에서 $\frac{3(m+1)B}{2}$ 까지 전송 측 t_{3m}, \dots, t_{4m} 은 패킷을 전송하거나 다음 파장 채널로 그들을 조정하느라 항상 분주하다는 것을 의미한다.



그림 5 블록 a의 비존재성

$a = b_{2p-1} (0 \leq p \leq m)$ 를 만족하는 타임 슬롯 $a = [q+1, q+B/2]$ 을 사용하여 t_i 에서 r_j 로 전송하는 $i^* (3m \leq i^* \leq 4m)$ 과 $j^* (3m \leq j^* \leq 4m)$ 이 존재한다고 가정하자. $l_1 < q+1 < l_2$ 라고 가정해보자. 그림 5와 같이 l_1 과 l_2 는 각각 b_{2s-1} 과 b_{2s+1} 의 첫 번째 타임 슬롯이다. 타임 슬롯 0에서 q 동안에 t_i 은 기껏해야 $s-1$ 개의 수신 측으로 전송을 마칠 수 있다. 따라서 t_i 가 이 시간 동안에 전송이나 조정과 관련하여 갖는 여분의 타임 슬롯이 있어야 함을 의미한다. 이것은 $\frac{3(m+1)B}{2}$ 타임 슬롯 안에 스케줄이 완료되지 못하게 하는 전송 측 t_i 가 있음을 뜻한다. 그러므로 임의의 t_i 에서 $r_j (3m \leq i \leq 4m, 0 \leq j \leq m)$ 로의 전송은 반드시 $b_{2p-1} (0 \leq p \leq m)$ 타임 슬롯을 사용해야 함을 말한다.

위에서 살펴보았듯이 t_i 에서 $r_j (0 \leq i \leq 3m-1, 0 \leq j \leq m-1)$ 로의 전송은 반드시 $b_{2p} (1 \leq p \leq m, 1 \leq p \leq m)$ 타임 슬롯을 사용해야 한다. 이것은 각각의 전송측 T_k 에서 $r_j (0 \leq k, j \leq m-1)$ 로 전송되어질 전체 패킷의 수는 정확히 B 인 분할 T_0, \dots, T_{m-1} 을 요구한다. 이것은 바라던 대로 A 의 분할 A_0, \dots, A_{m-1} 을 나타내고, 이로서 정리의 증명이 끝날 수 있게 된다. □

정리 7의 증명

$G(X, Y; E)$ 에서 $e(t_i, R_j)$ 가 전체 전송스케줄 중에서 마지막 전송이라고 가정한다. 다시 말해서 t_i 에서 R_j 로의 전송이 전체 전송시간 T_{LS} 에 종료되는 전송이라고 가정한다. 그리고 T_1 시간을 $e(t_i, R_j)$ 가 시작되는 시간이라고 가정한다면, $s(e)$ 가 t_i 에서 R_j 로의 전송할 패킷의 수를 나타내므로 $T_1 = T_{LS} - s(e)$ 이 된다. 0에서 T_1

시간까지는 전송측 t_i 가 패킷을 전송하거나, 필요한 과장으로 조정하거나, 수신측 R_j 가 패킷을 수신하느라 $s(e)$ 를 시작하지 못할 것이다. 따라서 전송측 t_i 의 busy time인 $s(t_i) - s(e) + \frac{dG(t_i)\delta}{l}$, 수신측 R_j 의 busy time인 $\delta + s(R_j) - s(e)$ 의 합보다 작거나 같을 것이다.

즉, $T_1 \leq s(t_i) - s(e) + \frac{dG(t_i)\delta}{l} + \delta + s(R_j) - s(e)$ 이 될 것이다.

따라서 $T_{LS} = T_1 + s(e) \leq s(t_i) + \frac{dG(t_i)\delta}{l} + s(e)$ 이다.

그러므로 $T_{LS} < \max \left\{ s(t_i) + \frac{dG(t_i)\delta}{l}, \delta + \max \{ s(R_j) \mid R_j \in Y \} \right\}$ 이다. \square



최 홍 식

1987년 한림대학교 전자계산학과 이학사. 1992년 Michigan State University, CS 석사. 1996년 George Washington University, EE&CS 박사. 1997년 ~ 현재 한림대학교 정보통신공학부 조교수. 관심분야는 컴비네토리알 디자인, 고속 통신망, 알고리즘, 광통신망



이 경 준

1992년 3월 ~ 1998년 2월 한림대학교 컴퓨터공학과 학사. 1998년 3월 ~ 2000년 2월 한림대학교 컴퓨터공학과 석사. 2000년 1월 ~ 현재 (주)삼성전자 통신연구소 IMT-2000시스템연구팀. 2000년 5월 ~ 2001년 5월 ETRI 비동시시스템 공동개발 참여. 관심분야는 컴비네토리알 디자인, 고속 통신망, 알고리즘, 광통신망



김 진

1984년 2월 고려대학교 물리학과 이학사. 1990년 8월 Michigan State University, 공학석사. 1996년 12월 Michigan State University, 공학박사. 1997년 3월 ~ 2000년 8월 건국대학교 자연과학대학 컴퓨터과학전공 조교수. 2000년 9월 ~ 현재 한림대학교 정보통신공학부 조교수. 관심분야는 생물정보학, 알고리즘, 데이터베이스, 인공지능, 광통신망