

# 선박조타의 TSK 퍼지 비선형제어시스템 설계

채양범\* · 이원창\*\* · 강근택\*\*

\*한국해양대학교 운항시스템공학부, \*\*부경대학교 전자공학과

## Design of TSK Fuzzy Nonlinear Control System for Ship Steering

Yang-Bum Chae\* · Won-Chang Lee\*\* · Geun-Taek Kang\*\*

\*Division of Ship Operation Systems Engineering, National Korea Maritime University

\*\*Division of Electronic, Computer and Telecommunication Engineering, Pukyong National University

**요 약** : 선박 조종방정식의 비선형 요소를 고려한 선박의 자동조타시스템의 제어기를 설계하기 위하여 TSK (Takagi-Sugeno-Kang) 퍼지 이론을 이용하였다. TSK 퍼지모델은 비선형 시스템을 매우 효율적으로 표현할 수 있으며, 또 TSK 퍼지모델은 결론부가 선형식으로 이뤄져 있어 체계적인 제어기 설계가 가능하다. 따라서 본 연구에서는 선박의 조종방정식을 TSK 퍼지모델로 표현하는 방법과 그 모델로부터 체계적으로 TSK 퍼지제어기를 설계하는 방법을 설명한다.

**핵심용어** : 조종방정식, TSK 퍼지이론, TSK 퍼지모델, TSK 퍼지제어기

**Abstract** : This paper suggests a method to design TSK( Takagi-Sugeno-Kang ) fuzzy nonlinear control system for automatic steering system which contains the nonlinear component of a ship's maneuvering equation. A TSK fuzzy model can be identified using input-output data and represent a nonlinear system very well. A TSK fuzzy controller can be designed systematically from a TSK fuzzy model because the consequent part of a TSK fuzzy rule is a linear input-output equation having a constant term. Therefore, this paper suggests the method identifying the TSK fuzzy model and designing the TSK fuzzy controller based on the TSK fuzzy model for ship steering.

**Key words** : maneuvering equation, TSK fuzzy nonlinear control system, TSK fuzzy rules, TSK fuzzy model, TSK fuzzy controller

### 1. 서 론

선박의 자동조타에 대한 연구는 오래 전부터 행해져 왔으며, 근래에는 자동조타시스템의 분석 및 설계시에 파라미터 최적화 법이나 적응제어에 기초를 둔 적응제어시스템의 설계 그리고 인간의 경험을 바탕으로 자동조타시스템을 설계하고자 하는 퍼지논리제어에 의한 조타시스템의 제어[1][2] 등 현대제어 이론이 광범위하게 적용되고 있다. 그러나 대부분의 연구가 자동조타시스템 내부의 비선형 요소의 영향을 고려하지 아니하였거나 비선형 요소를 등가 선형화하여 해석하였다. 또 숙련된 인간의 경험과 지식을 부가한 퍼지이론을 이용한 자동조타에 관한 연구는 다소 있으나, 조타시스템의 비선형 모델에 근거한 퍼지제어기 설계는 아직 이뤄지지 않고 있다. 뿐만 아니라 선박의 속도가 빠를 경우에는 선체운동의 비선형 요소를 무시하는 데는 많은 무리가 따른다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 선체운동의 비선형 요소를 고려한 선박의 자동조타시스템의 제어기를 설계하기 위한 방법으로 TSK(Takagi-Sugeno-Kang) 퍼

지이론[3]을 이용하는 것이 가능하다. TSK 퍼지모델은 비선형 시스템을 매우 효율적으로 표현할 수 있으며, 결론부가 선형식으로 이뤄져 있어 체계적인 제어기 설계가 가능하다[4][5].

따라서 본 연구에서는 선박 조종방정식을 TSK 퍼지모델로 표현하는 방법과 그 모델로부터 체계적으로 TSK 퍼지제어기를 설계하는 방법을 설명한다. 또 간단한 예에 대하여 시뮬레이션을 수행함으로써 제안한 방법의 타당성을 입증하고자 한다.

### 2. 선박 조종방정식의 TSK 퍼지모델 표현

선박 조종방정식은 Bech와 Smith[6]에 따르면 다음과 같은 비선형 미분방정식으로 주어진다.

$$T_1 T_2 \frac{d^3 \theta(t)}{dt^3} + (T_1 + T_2) \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + H \left( \frac{d\theta(t)}{dt} \right) = K(\delta(t) + T_3 \frac{d\delta(t)}{dt}) \quad (1)$$

여기서  $\theta(t)$ 는 배의 편각이며  $\delta(t)$ 는 타각(rudder angle)이다. 그리고  $T_1, T_2, T_3$ 은 조종성능지수,  $K$ 는 조종이득정수이며,  $H\left(\frac{d\theta(t)}{dt}\right)$ 는  $\frac{d\theta(t)}{dt}$ 의 비선형함수이다.

TSK 퍼지제어시스템을 설계하기 위해서는 선박 조종방정

\* 종신회원, chaeyb@hanara.kmaritime.ac.kr, 051)410-4287  
\*\* 비회원, gtkang@pknu.ac.kr, 051)620-6464  
비회원, wlee@pknu.ac.kr, 051)620-6466

식을 TSK 퍼지모델로 표현하여야 한다. 그러기 위해 먼저 식 (1)의 비선형항  $y(t) = H(\frac{d\theta(t)}{dt})$ 을 다음과 같은 TSK 퍼지규칙들로 표현한다.

$$M^i: \text{ if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } y(t)^i = c_0^i + c_1^i \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (2)$$

여기서  $M^i$  은 모델의  $i$  번째 규칙임을 뜻하고,  $F^i$  는 퍼지집합,  $c_j^i$  는 결론부 파라미터,  $y(t)^i = H(\frac{d\theta(t)}{dt})^i$  는 규칙  $M^i$  로부터의 출력을 각각 뜻한다. 이 때 퍼지모델의 전체출력  $y(t)$ 는 다음과 같이 구한다.

$$y(t) = (\sum_{i=1}^r F^i(\frac{d\theta(t)}{dt})(c_0^i + c_1^i \frac{d\theta(t)}{dt})) / (\sum_{i=1}^r F^i(\frac{d\theta(t)}{dt})) \quad (3)$$

여기서  $r$  은 규칙의 개수이며  $F^i(\frac{d\theta(t)}{dt})$  퍼지집합  $F^i$  에서  $\frac{d\theta(t)}{dt}$  의 멤버십치이다. 식(2)의 퍼지모델은  $y(t) = H(\frac{d\theta(t)}{dt})$  로 부터 얻어지는 입출력 데이터를 이용하여 인식되어지며 그 알고리즘은 참고문헌[4]의 것을 이용한다.

식(3)의 퍼지모델을 식(1)에 대입하면 선박 조종방정식은 다음과 같은 퍼지모델로 표현된다.

$$M^i: \text{ if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } \frac{d^3\theta(t)}{dt^3} = -a_2 \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} - a_1 \frac{d\theta(t)}{dt} + b_1 \frac{d\delta(t)}{dt} + b_0\delta(t) + d_0^i$$

단,  $a_2 = \frac{(T_1+T_2)}{T_1T_2}$ ,  $a_1 = \frac{c_1^i}{T_1T_2}$ ,  $b_1 = \frac{KT_3}{T_1T_2}$ ,  $b_0 = \frac{K}{T_1T_2}$ ,  $d_0^i = -\frac{c_0^i}{T_1T_2}$  이다. 식(4)의 퍼지모델을 상태방정식의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$M^i: \text{ if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } \frac{dx(t)}{dt} = A^i x(t) + bu(t) + d^i \text{ y}(t) = cx(t)$$

단,  $y(t) = \theta(t)$ ,  $u(t) = \delta(t)$ ,  $x(t) = (x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t))^T$ 이며,

$$A^i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_1^i & -a_2^i \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad d^i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d_0^i}{b_0} \end{pmatrix},$$

$c = (b_0 \ b_1 \ 0)$  이다.

식(5) 퍼지모델로부터 상태변수  $x(t)$ 는 다음과 같이 구한다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = (\sum_{i=1}^r w^i(A^i x(t) + bu(t) + d^i)) / (\sum_{i=1}^r w^i) \quad (6)$$

여기서  $w^i = F^i(\frac{d\theta(t)}{dt})$ 이며  $r$ 은 규칙의 개수이다.

### 3. 선박조타의 TSK 퍼지제어시스템 설계

선박의 조종방정식이 식(5)과 같은 TSK 퍼지모델로 표현되어 있을 때 그 모델로부터 TSK 퍼지제어시스템을 설계한다. TSK 퍼지제어시스템은 극 배치법을 이용하여 설계되며 상태 추정기와 상태 제어기로 구성된다.

다음은 식(5)의 TSK 퍼지모델로부터 TSK 퍼지상태 제어기를 극 배치법으로 설계하는 방법을 설명한다. 모델의  $i$ 번째 규칙  $M^i$  에 대한 퍼지제어기의 규칙은 다음과 같다.

$$C^i: \text{ if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } u^i(t) = -G^i x(t) + \frac{d_0^i}{b_0} \quad (7)$$

여기서  $G^i = (g_1^i, g_2^i, g_3^i)$ 는 제어기의 이득이며, 제어기의 원하는 상태천이행렬을  $\Phi_c$ 라 할 경우 다음과 같이 구한다.

$$\Phi_c = A^i - bG^i \quad (8)$$

$$\Phi_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \phi_{c1} & \phi_{c2} & \phi_{c3} \end{pmatrix} \text{ 라면 식(8)로부터}$$

$G^i = (-\phi_{c1}, -\phi_{c2} - a_1^i, -\phi_{c3} - a_2^i)$ 가 된다. 제어입력  $u(t)$ 는 다음에 의해 구해진다.

$$u(t) = (\sum_i w^i u^i(t)) / (\sum_i w^i) \quad (9)$$

**정리 1 :** 식(9)에 의해 구해진 제어입력을 인가하여 식(5)의 규칙들로 구성된 퍼지모델을 제어할 경우 그 퍼지모델의 거동을 원하는 상태천이행렬  $\Phi_c$  를 갖는 선형시스템의 거동과 같게 할 수 있다.

**증명 :**

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= (\sum_{i=1}^r w^i(A^i x(t) + bu(t) + d^i)) / (\sum_{i=1}^r w^i) \\ &= (\sum_{i=1}^r w^i(A^i x(t) + bu^i(t) + d^i)) / (\sum_{i=1}^r w^i) \\ &= (\sum_{i=1}^r w^i(A^i x(t) + b(-G^i x(t) + \frac{d_0^i}{b_0}) + d^i)) / (\sum_{i=1}^r w^i) \\ &= (\sum_{i=1}^r w^i(A^i - bG^i)x(t)) / (\sum_{i=1}^r w^i) \\ &= \Phi_c x(t) \end{aligned} \quad (10)$$

다음은 식(5)의 TSK 퍼지모델의 상태  $x(t)$  를 추정하는 TSK 상태추정기의 설계에 대해 설명한다. TSK 상태추정기는 다음과 같은 TSK 퍼지규칙들로 구성된다.

$$E^i: \text{ if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A^i \hat{x}(t) + bu(t) + L^i(y(t) - c\hat{x}(t)) + d^i \quad (11)$$

단,  $\hat{x}(t)$ 는 상태  $x(t)$ 의 추정치이며,  $L^i = (l_1^i \ l_2^i \ l_3^i)^T$ 는 상태추정기의 이득이며 다음을 만족하도록 한다.

$$A^i - L^i c = \Phi_L \quad (12)$$

단,  $\Phi_L$ 은 상태추정기의 원하는 상태천이행렬이다.  
 식(11)의 TSK 퍼지 상태추정기로부터 상태 추정치  $\hat{x}(t)$ 는 다음 식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}(t)}{dt} &= \left( \sum_{i=1}^3 w^i (A^i \hat{x}(t) + bu(t) \right. \\ &\quad \left. + L^i (y(t) - c\hat{x}(t)) + d^i) \right) / \left( \sum_{i=1}^3 w^i \right) \end{aligned} \quad (13)$$

**정리 2 :** 식 (11)의 규칙들로 구성되는 TSK 퍼지 상태추정기를 사용하여 상태  $x(t)$ 를 추정할 경우, 그 추정 상태의 오차  $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 의 거동은 원하는 상태천이 행렬  $\Phi_L$ 과 같다.

**증명 :** 식(6), (12), (13)에 의해

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} &= \frac{dx(t)}{dt} - \frac{d\hat{x}(t)}{dt} \\ &= \left( \sum_{i=1}^3 w^i (A^i - L^i c)(x(t) - \hat{x}(t)) \right) / \left( \sum_{i=1}^3 w^i \right) \\ &= \Phi_L \tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (14)$$

#### 4. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션에 사용한 배는 문헌[6]에서 인용된 화물선으로 식(1)의 비선형항이 다음과 같다.

$$H\left(\frac{d\theta(t)}{dt}\right) = h_1 \frac{d\theta(t)}{dt} + h_2 \left(\frac{d\theta(t)}{dt}\right)^3 \quad (15)$$

식(1)과 (15)의 파라미터 값은 각각  $T_1 = 45$ ,  $T_2 = 6$ ,  $T_3 = 10$ ,  $K = 0.08$ ,  $h_1 = h_2 = 1$  이다. 선박 조종방정식의 TSK 퍼지모델을 작성하기 위해 먼저 비선형항인  $y(t) = \left(\frac{d\theta(t)}{dt}\right)^3$ 의 TSK 퍼지모델을 작성하였으며 그 결과는 Fig. 1과 같다.

Fig. 1의 퍼지모델은  $-1.5 \leq \frac{d\theta(t)}{dt} \leq 1.5$ 의 범위에서 데이터를 구해 문헌 [4]의 알고리즘을 이용하여 구하였다. Fig. 1의 퍼지모델과 위의 파라미터 값을 이용하여 상태변수 형태의 TSK 퍼지모델을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M^1: & \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^1 \\ & \text{then } \frac{dx(t)}{dt} = A^1 x(t) + bu(t) + d^1 \\ & \quad y(t) = cx(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M^2: & \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^2 \\ & \text{then } \frac{dx(t)}{dt} = A^2 x(t) + bu(t) \\ & \quad y(t) = cx(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M^3: & \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^3 \\ & \text{then } \frac{dx(t)}{dt} = A^3 x(t) + bu(t) + d^3 \\ & \quad y(t) = cx(t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{여기서 } A^1 = A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.0162 & 0.189 \end{pmatrix},$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.0045 & 0.189 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$d^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 18.55 \end{pmatrix}, \quad d^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -18.55 \end{pmatrix},$$

$$c = (0.000296 \quad 0.00296 \quad 0) \text{ 이다.}$$

$$\text{제어기의 원하는 상태천이행렬을 } \Phi_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \phi_{c1} & \phi_{c2} & \phi_{c3} \end{pmatrix} \text{ 라면}$$

식(8)과 (9) 및 식(16)의 퍼지모델에 의해 TSK 퍼지제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^1: & \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^1 \text{ then} \\ & \quad u^1(t) = (\phi_1 \quad \phi_2 - 0.0162 \quad \phi_3 - 0.189)x(t) - 18.55 \\ C^2: & \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^2 \text{ then} \\ & \quad u^2(t) = (\phi_1 \quad \phi_2 - 0.0045 \quad \phi_3 - 0.189)x(t) \\ C^3: & \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^3 \text{ then} \\ & \quad u^3(t) = (\phi_1 \quad \phi_2 - 0.0162 \quad \phi_3 - 0.189)x(t) + 18.55 \end{aligned} \quad (17)$$

$\theta(t)$ 의 초기치가  $20^\circ$  일 때 Fig. 2에는 선형제어기의 제어 결과를, Fig. 3에는 TSK 퍼지제어기의 제어 결과를 보였다. Fig. 2의 선형제어기와 Fig. 3의 TSK 퍼지제어기 설계에서 원하는 극점을  $-0.15$ 로 하였다. 상태추정기에서 원하는 상태천이

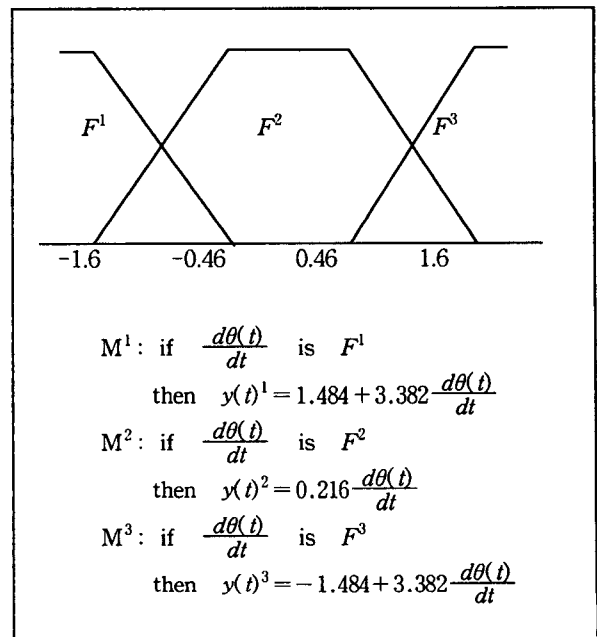
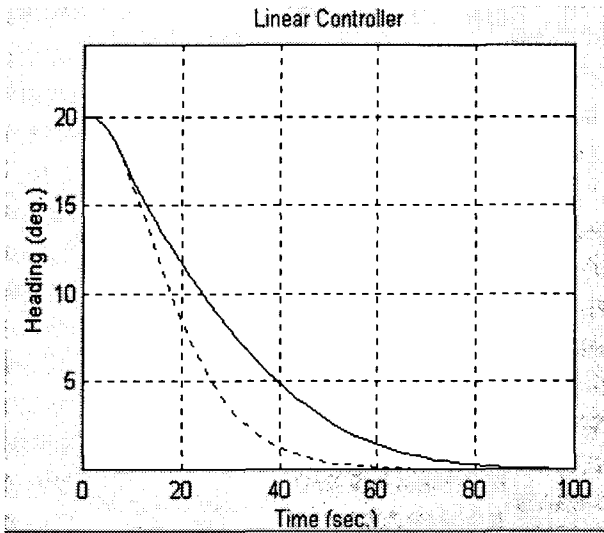
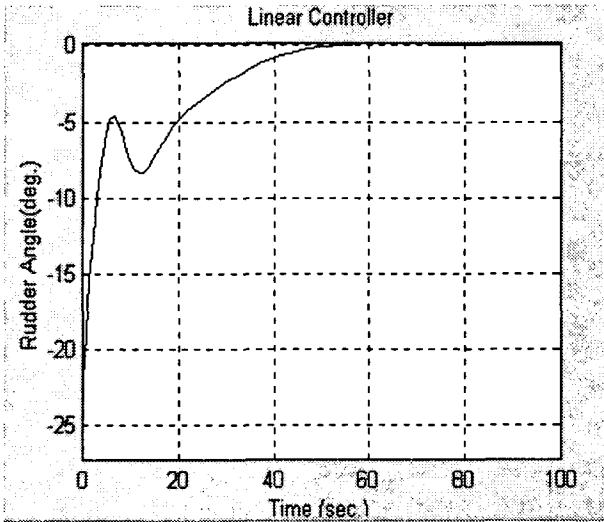


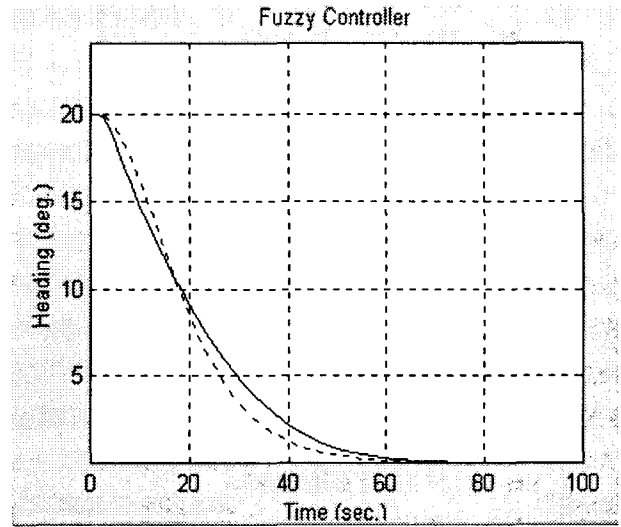
Fig. 1 The TSK fuzzy model of  $y(t) = \left(\frac{d\theta(t)}{dt}\right)^3$



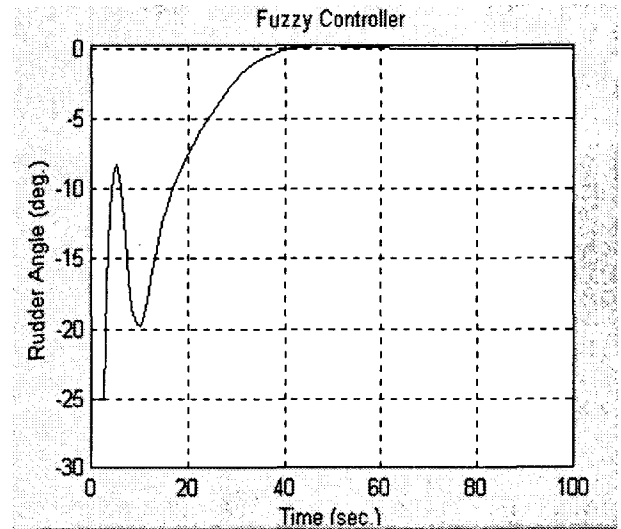
(a)  $\theta(t)$



(b) control input  $\delta(t)$



(a)  $\theta(t)$



(b) control input  $\delta(t)$

Fig. 2 (a) solid line : response of the linear control system  
dashed line : the desired output, (b) control input  $\delta(t)$

Fig. 3 (a) solid line : response of the TSK fuzzy control system  
dashed line : the desired output (b) control input  $\delta(t)$

행렬의 극점은 빠른 상태 추정을 위해 5.0으로 하였다. Fig. 2(a)와 Fig. 3(a)에서 실선은 실제 응답이고 점선은 원하는 응답이다. Fig. 2에서 선형제어기를 사용할 경우 시스템의 비선형성에 의해 실제응답이 원하는 응답과 차이가 나는 반면, Fig. 3에서는 TSK 퍼지제어기를 사용할 경우 응답이 원하는 응답과 거의 비슷함을 알 수 있다.

TSK퍼지모델로 표현되어 있을 때 비선형 제어시스템이 극 배치법을 이용하여 체계적으로 설계될 수 있음을 보였다.

앞으로 해상상태에서의 불규칙 외란 특성을 다양하게 고려한 퍼지제어기의 설계 및 이의 성능평가를 위한 더 많은 실제적 응용에 대한 연구가 필요하다고 본다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 선박 조종방정식의 비선형항을 고려한 비선형 제어시스템의 설계 방법을 TSK 퍼지이론을 이용하여 제안하였다. TSK 퍼지모델을 이용할 경우, 선박 조종방정식을 충분히 표현할 수 있음을 보여 주었다. 또한 선박 조종방정식이

## 참 고 문 헌

- [1] Jeffery R. Layne and Kevin M. Passino(December, 1993), "Fuzzy Model Reference Learning Control for Cargo Ship Steering", IEEE Conrol Systems, pp. 23-34.

- [2] 이철영, 김환수(1981. 12), "Fuzzy Logic Controller에 의한 선박의 제어", 한국항해학회지, 제5권, 제2호, pp. 59~88.
- [3] Takagi T. and Sugeno M.(1985), "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modelling and Control", IEEE Trans. on SMC, 15(1), pp.116-132.
- [4] Sugeno M. and Kang. G.(1988), "Structure Identification of Fuzzy Model", Fuzzy Sets and Systems, vol. 28, pp. 15-33.
- [5] Geuntaek Kang, Wonchang Lee, and Michio Sugeno (1998), "Design of TSK Fuzzy Controller Based on TSK Fuzzy Model using Pole Placement", Proceedings of the 1998 IEEE World Congress on Computational Intelligence, pp. 246-251.
- [6] N. Minorsky(1922), "Directional Stability of Automatically Steered Bodies", J. of ASNE, vol.34.

---

원고접수일 : 2002년 04월 30일

원고채택일 : 2002년 06월 14일