

Lyapunov 재설계 기법을 이용한 우주비행체 강인 자세제어기 설계

A Robust Attitude Controller Design Using Lyapunov Redesign Technique for Spacecraft

남 헌 성, 유 준
(Heon Seong Nam and Joon Lyou)

Abstract : A robust attitude controller using Lyapunov redesign technique for spacecraft is proposed. In this controller, quaternion feedback is considered to have the attitude maneuver capability very close to the eigen-axis rotation. The controller consists of three parts: the nominal feedback parts which is a PD-type controller for the nominal system without uncertainties, the additional term compensating for the gyroscopic motion, and the third part for ensuring robustness to uncertainties. Lyapunov stability criteria is applied to stability analysis. The performance of the proposed controller is demonstrated via computer simulation.

Keywords : spacecraft, robust attitude controller, Lyapunov redesign technique, quaternion feedback

I. 서론

우주공간상에서 움직이는 우주비행체와 인공위성 등은 모멘텀 휠(Momentum Wheel), 추력기(Gas Jet), 반작용 휠(Reaction Wheel)등을 통해 제어 토오크의 방향을 원하는 벡터방향으로 일치시키기가 용이하다. 우주비행체와 인공위성 등에서는 제어 토오크의 방향을 쿼터니온의 고유축(Eigen-axis) 방향과 일치시켜 자세제어를 수행하기 위하여 쿼터니온 궤환(Quaternion Feedback)을 주로 사용하였다. 이러한 고유축 회전을 이용한 자세제어 방식은 최단경로의 자세제어 방식으로 각 축을 순차적으로 회전시키는 오일러 각 변환 방식의 자세제어에 비해 여러 장점을 갖는다[1]-[4].

쿼터니온 궤환 개념은 60년대에 Mortensen에 의해 처음으로 강체 자세제어 문제에 도입되었으며[5], 그 이후 우주비행체 자세제어 문제에, 특히 고유축 회전을 성취할 수 있는 적절한 수단으로서 각광을 받기 시작하여 많은 연구가 수행되어 왔다[1]-[4]. 대부분의 쿼터니온 궤환을 이용하는 자세제어기들은 엄밀한 의미로 Global Stability만을 보장한다[1][2][4]. Wen과 Delgado는 관성행렬의 대각선 항들이 모두 같을 경우 쿼터니온 궤환을 이용하는 자세제어기가 Asymptotic Stability를 만족함을 보였다[3]. 그러나 이와 같은 가정은 현실성이 부족하다.

불확실성이 존재하는 경우 강인 제어를 설계하는 방법은 여러 가지 방법이 있다[6]-[9]. 불확실성의 Upper Bound를 추정하여 이를 보상할 수도 있고[6], 불확실성의 크기를 가정하여 이를 제어기에 반영할 수도 있으며[7], 불확실성이 없는 공칭 시스템(Nominal System)에 대해서 설계된 공칭 제어기(Nominal Controller)에 불확실성을 감쇠시키는 강인 제어항을 덧붙일 수도 있다[8][9]. 특히, 1996년에 Khalil이 제안한 Lyapunov 재설계 기법을 이용한 강인 제어기 설계방법[9]은

불확실성이 Matching Condition을 만족하고, 공칭 시스템과 공칭 제어기로 이루어진 페루프 시스템이 Uniformly Asymptotic Stability를 만족하면, 공칭 제어기에 불확실성을 보상하기 위한 항을 덧붙여 강인 제어기를 설계할 수 있음을 보였다. 이때, 전체 페루프 시스템도 또한 Asymptotic Stability를 만족한다.

본 논문에서는 공칭 상태의 우주비행체에 대해서 고유축 회전을 수행하도록 설계된 비례·미분(Proportional Derivative) 형태의 자세제어기에 Khalil이 제안한 방법을 사용하여 불확실성을 보상하기 위한 항을 덧붙여 강인 자세제어기를 설계한다. 이때, 우주비행체가 고유축 회전에 좀 더 근접하도록 하기 위하여 Gyroscopic 효과를 보상하기 위한 항을 비례·미분 자세제어기에 추가하여 공칭 자세제어기를 설계한다. Khalil이 제안한 방법을 적용하여 강인 자세제어기를 설계하기 위하여 먼저 공칭 상태의 우주비행체와 공칭 자세제어기로 이루어진 페루프 시스템이 Uniformly Asymptotically Stable함을 보이고, 본 논문에서 고려한 관성량, 제어 토오크, Gyroscopic 효과 불일치 등의 불확실성이 Matching Condition을 만족함을 보인다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 우선, 2장에서 우주비행체 동력학을 간략히 소개한다. 이때, 자세를 나타내는 쿼터니온에 대해서 알아본다. 3장에서는 공칭 상태의 우주비행체에 대한 공칭 자세제어기를 설계하고, 이 제어기가 Uniformly Asymptotic Stability를 만족함을 보인다. 4장에서는 불확실성들이 Matching Condition을 만족함을 보이고, Khalil이 제안한 방법을 이용하여 강인 자세제어기를 설계한다. 5장에서는 설계된 강인 자세제어기의 성능을 알아보기 위하여 컴퓨터 모사시험(Simulation)을 수행하고 결과를 분석한다.

II. 우주비행체 동력학 및 기구학

우주비행체 동력학은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J\dot{\omega} + \omega \times J\omega = u \quad (1)$$

여기서, J 는 대각관성행렬, ω 는 동체좌표계에서 정의된 각속도 벡터, u 는 제어 토오크벡터이다. $\omega \times J\omega$ 는 Gyroscopic 효과를 나타낸다.

우주비행체의 자세를 나타내는 방법에는 오일러각, 방향코사인 행렬, 쿼터니온등 여러 가지 방법이 있다. 오일러의 회전이론에 의하면 고유축을 중심으로 고유각(Euler's Principal Angle or Eigenangle) 만큼을 회전시켜 주어진 자세에서 다른 자세로 자세를 바꿀 수 있다. 이와 같은 고유축 회전은 쿼터니온을 이용하여 얻을 수 있다.

쿼터니온은 세 개의 벡터성분과 한 개의 스칼라양으로 다음과 같이 정의된다.

$$q = [\sin(\frac{\varphi}{2})\lambda, \cos(\frac{\varphi}{2})] \quad (2)$$

여기서, φ 는 고유각으로서 고유축 회전의 크기이고, λ 는 관성좌표계에서 동체좌표계로 회전을 시키기 위한 고유축의 단위벡터로서 $\|\lambda\|_2 = 1$ 이다. 쿼터니온은 다음의 등식을 만족한다.

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (3)$$

쿼터니온 운동학(Kinematics)은 다음과 같다.

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\Omega q \quad (4)$$

여기서,

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix}$$

오차 쿼터니온은 현재 자세의 쿼터니온(q)과 요구되어야 하는 자세의 쿼터니온(q_e)에 의해서 다음과 같이 계산된다.

$$q_e = q^* q \quad (5)$$

여기서, q_e 는 오차 쿼터니온, q^* 는 adjoint 쿼터니온을 나타낸다. 오차 쿼터니온 $q_e = [q_{e1}, q_{e2}, q_{e3}, q_{e4}]^T$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{bmatrix} q_{e1} \\ q_{e2} \\ q_{e3} \\ q_{e4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{4c} & q_{3c} & -q_{2c} & -q_{1c} \\ -q_{3c} & q_{4c} & q_{1c} & -q_{2c} \\ q_{2c} & -q_{1c} & q_{4c} & -q_{3c} \\ q_{1c} & q_{2c} & q_{3c} & q_{4c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

(6)과 같이 쿼터니온 곱셈을 통하여 구해진 오차 쿼터니온을 다음과 같이 간략히 표현할 수 있다.

$$q_e^T = [\sin(\frac{\Delta\varphi}{2})e, \cos(\frac{\Delta\varphi}{2})] \quad (7)$$

여기서, $\|e\|_2 = 1$ 이다.

오차 쿼터니온의 운동학은 쿼터니온 운동학에 오차 쿼터니온 및 각속도 오차를 고려하여 다음과 같이 정해진다[1].

$$\dot{q}_e = \frac{1}{2}\Omega_e q_e \quad (8)$$

여기서, Ω_e 는 Ω 에서 ω 대신에 ω_e 를 대입하여 구해진다. $\omega_e = \omega - \omega_c$ 로서 각속도오차를 나타낸다. ω_c 는 요구되어야 하는 각속도 벡터이다. 본 논문에서는 편의상 $\omega_c = 0$ 인 고정된 자세명령만을 다루지만, $\omega_c \neq 0$ 인 경우로 확장 가능하다.

우주비행체의 자세를 고유축을 중심으로 회전시키기 위해서는 동체좌표계에서 정의된 각속도 벡터 ω 와 쿼터니온의 벡터성분들이 서로 collinear하여야 한다. 즉, $\omega \times q_v = 0$, $\omega \times q_v = 0$ 를 만족[1][2]하며, (1)에서 ω 를 쿼터니온의 벡터성분들로 표현가능하다는 것을 의미한다. 여기서 q_v 는 쿼터니온의 벡터성분이다. 또한, 이와 같은 관계가 성립하기 위해서는 (1)의 Gyroscopic 효과가 상쇄되어야 하고, 쿼터니온의 벡터성분들이 제어토오크에 의해서 똑같은 양만큼 움직여야 하므로 롤, 피치, 요의 관성량이 같아야 한다. Gyroscopic 효과의 정확한 상쇄나 관성량을 같게 하는 것은 현실적으로 불가능하다고 사료되므로 본 논문에서는 고유축 회전에 근접하도록 자세제어기를 설계한다.

III. 공칭 자세제어기 설계

공칭시스템에 대한 비례·미분형태의 자세제어기를 설계하는 과정은 다음과 같다. 이때, 자세제어기에 사용되는 자세오차는 오차 쿼터니온을 직접 사용하지 않고, 다음과 같이 선정한다[4].

$$\Delta\Phi = \Delta\varphi e \quad (9)$$

비례·미분 형태의 공칭 자세제어기를 다음과 같이 설계한다.

$$u = \omega \times J\omega - k_p J\Delta\Phi - k_d J\dot{\omega}_e \quad (10)$$

(10)의 자세제어기를 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{\omega}_e = -k_p \Delta\Phi - k_d \omega_e \quad (11)$$

공칭 자세제어기를 포함하는 페루프 시스템의 안정성 해석을 위하여 Lyapunov 함수를 다음과 같이 선정한다[4].

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} [\Delta\Phi^T \ \omega_e^T] \begin{bmatrix} k_I I & k_p I \\ k_p I & k_d I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Phi \\ \omega_e \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} k_p \Delta\Phi^T \Delta\Phi + k_p \Delta\Phi^T \omega_e + \frac{1}{2} k_d \omega_e^T \omega_e \\ &= \frac{1}{2} k_p \Delta\varphi^2 + k_p \Delta\Phi^T \omega_e + \frac{1}{2} k_d \omega_e^T \omega_e \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, I 는 3×3 단위행렬이고, k_I , k_p , k_d 는 양의 상수로서 $\begin{bmatrix} k_I I & k_p I \\ k_p I & k_d I \end{bmatrix}$ 가 positive definite를 만족하도록 선정한다. (12)는

다음 부등식을 만족하도록 양의 상수 c_1, c_2 를 선정할 수 있다.

$$c_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq c_2 \|x\|^2 \quad (13)$$

여기서, $x = \begin{bmatrix} \Delta\Phi \\ \omega_e \end{bmatrix}$ 이다.

(12)를 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = k_p \Delta\varphi \dot{\varphi} + k_p \Delta\dot{\Phi}^T \omega_e + (k_p \Delta\Phi^T + k_d \omega_e^T) \dot{\omega}_e \quad (14)$$

(14)에 (11)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = k_p \Delta\varphi \dot{\varphi} + k_p \Delta\dot{\Phi}^T \omega_e - k_p^2 \Delta\varphi^2 - 2k_p k_d \Delta\Phi^T \omega_e - k_d^2 \omega_e^T \omega_e \quad (15)$$

(15)를 증명하는데 다음과 같은 두가지 성질들이 필요하다.

Property 1 : 오차 쿼터니온 운동학에 의해서 $\Delta\dot{\Phi}^T \omega_e = \Delta\varphi \dot{\varphi}$ 이다[4].

증명 : (8)의 \dot{q}_e 에 (7)을 대입하여 정리하면,

$$-\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \Delta\dot{\varphi} = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \omega_e^T e \quad (16)$$

$$\Delta\dot{\varphi} = \omega_e^T e$$

와 같고, 양변에 $\Delta\varphi$ 를 곱하면 $\Delta\varphi \Delta\dot{\varphi} = \Delta\dot{\Phi}^T \omega_e$. ■

(15)에 Property 1을 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = (k_p - 2k_p k_d) \Delta\varphi \dot{\varphi} + k_p \Delta\dot{\Phi}^T \omega_e - k_p^2 \Delta\varphi^2 - k_d^2 \omega_e^T \omega_e \quad (17)$$

Property 2 : $\Delta\varphi$ 의 범위가 $\begin{cases} -180^\circ \leq \Delta\varphi < 0^\circ \\ 0^\circ < \Delta\varphi \leq 180^\circ \end{cases}$ 일 경우 $\Delta\dot{\Phi}^T \omega_e \leq \omega_e^T \omega_e$ 를 항상 만족한다.

증명 : $\Delta\dot{\Phi}^T \omega_e$ 는 다음과 같다.

$$\Delta\dot{\Phi}^T \omega_e = \Delta\dot{\varphi} e^T \omega_e + \Delta\varphi \dot{e}^T \omega_e \quad (18)$$

(18)에서 \dot{e} 를 구하기 위하여 (7)의 벡터부분을 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \Delta\dot{\varphi} e_1 + \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \dot{e}_1 \\ \frac{1}{2} \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \Delta\dot{\varphi} e_2 + \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \dot{e}_2 \\ \frac{1}{2} \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \Delta\dot{\varphi} e_3 + \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \dot{q}_e \quad (19)$$

(19)를 다시 쓰면 다음과 같이 정리된다.

$$\sin \frac{\Delta\varphi}{2} \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \dot{q}_e - \frac{1}{2} \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \Delta\dot{\varphi} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

(18)의 두 번째 항을 (20)을 이용하여 표현하면,

$$\Delta\varphi \dot{e}^T \omega_e = \frac{1}{2} \frac{\Delta\varphi q_{e4}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}} [\omega_e^T \omega_e - \Delta\dot{\varphi} e^T \omega_e]. \quad (21)$$

(18)에 (21)을 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\Phi}^T \omega_e &= \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta\varphi q_{e4}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}\right) \Delta\dot{\varphi} e^T \omega_e \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\Delta\varphi q_{e4}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}} \omega_e^T \omega_e \end{aligned} \quad (22)$$

(22)를 $\Delta\dot{\Phi}^T \omega_e \leq \omega_e^T \omega_e$ 에 대입하고, 좌변의 모든 항을 우변으로 이항하면 다음과 같다.

$$0 \leq \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta\varphi q_{e4}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}\right) (\omega_e^T \omega_e - \Delta\dot{\varphi} e^T \omega_e) \quad (23)$$

$\Delta\varphi = 0$ 이면 부등식을 항상 만족한다. $\Delta\varphi$ 가 $\begin{cases} -180^\circ \leq \Delta\varphi < 0^\circ \\ 0^\circ < \Delta\varphi \leq 180^\circ \end{cases}$ 의 범위일 경우 $\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta\varphi q_{e4}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}\right) \geq 0$

이므로, (23)의 양변을 $\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta\varphi q_{e4}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}\right)$ 로 나누면 다음과 같다.

$$0 \leq \omega_e^T \omega_e - \Delta\dot{\varphi} e^T \omega_e \quad (24)$$

(24)에 $\Delta\dot{\varphi} = \omega_e^T e$ 를 대입하면,

$$(e^T \omega_e)^2 \leq \omega_e^T \omega_e \quad (25)$$

(25)를 좌변항을 정리하여 우변으로 이항시키고, $e^T e = 1$ 인 성질을 대입하면,

$$0 \leq (\omega_{e1} e_2 - \omega_{e2} e_1)^2 + (\omega_{e2} e_3 - \omega_{e3} e_2)^2 + (\omega_{e3} e_1 - \omega_{e1} e_3)^2 \quad (26)$$

이므로 항상 부등식을 만족한다. ■

$\Delta\varphi$ 가 $-180^\circ \leq \Delta\varphi \leq 180^\circ$ 의 범위이면 실질적으로 모든 자세를 표현할 수 있으므로, Property 2를 (17)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V} \leq (k_p - 2k_p k_d) \Delta\varphi \dot{\varphi} - k_p^2 \Delta\varphi^2 + (k_p - k_d^2) \omega_e^T \omega_e \quad (27)$$

(27)의 k_p, k_d, k_d 를 다음과 같이 정한다.

$$k_p = 4a^3, \quad k_d = a^2, \quad k_d = 2a \quad (28)$$

(28)을 (27)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{V} \leq -\alpha^2(\alpha^2 \Delta \Phi^T \Delta \Phi + 3\omega_e^T \omega_e) \quad (29)$$

$\alpha \geq 1$ 의 부등식을 만족하도록 α 를 정하면, (29)는 다음 부등식을 만족한다.

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha^2 \|x\|^2 \quad (30)$$

(13)과 (30)에 의해서 공칭 자세제어기는 Uniformly Asymptotic Stability를 만족한다.

IV. 강인 자세제어기 설계

3장에서 설계된 공칭 자세제어기를 바탕으로 강인 자세제어기를 설계하기 위해서는 다음 두 조건을 만족하여야 한다.

- 불확실성이 Matching Condition을 만족하여야 함.
- 공칭 시스템과 공칭 제어기로 이루어진 페루프 시스템이 Uniformly Asymptotically Stable하여야 함.

여기서, 두 번째 조건은 3장에서 만족함을 확인하였다.

강인 자세제어기를 설계하기 위하여 불확실성이 Matching Condition을 만족하는지를 알아본다. 본 논문에서는 불확실성으로서 관성량 불확실성(ΔJ), 제어토크 불확실성(u_d), Gyroscopic 효과 불일치(μ) 등을 고려한다.

(1)에 불확실성들을 고려하면 다음과 같다.

$$(J + \Delta J) \dot{\omega} + (1 + \mu)\omega \times (J + \Delta J)\omega = u_r + u_d \quad (31)$$

여기서, u_r 은 제어토크 벡터로서 불확실성에 강인한 제어법칙을 포함한다. (31)을 다시 쓰면,

$$\dot{\omega} = (J + \Delta J)^{-1} [u_r + u_d - (1 + \mu)\omega \times (J + \Delta J)\omega]. \quad (32)$$

$(J + \Delta J)^{-1}$ 를 Matrix Inversion Lemma를 이용하여 나타내면,

$$(J + \Delta J)^{-1} = J^{-1} [I - \Delta J (I + J^{-1} \Delta J)^{-1} J^{-1}]. \quad (33)$$

$\omega_e = \omega$ 와 (33)을 (32)에 대입하여 간략히 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\omega}_e = f + (G + \Delta G)u_r + \Delta H \quad (34)$$

$$f = -J^{-1}(\omega \times J\omega)$$

$$G = J^{-1}$$

여기서, $\Delta G = -J^{-1} \Delta X$

$$\Delta H = J^{-1} [(1 + \mu) \Delta X \omega \times (J + \Delta J)\omega - \omega \times \Delta J \omega - \mu \omega \times (J + \Delta J)\omega + (I - \Delta X)u_d]$$

여기서, $\Delta X = \Delta J (I + J^{-1} \Delta J)^{-1} J^{-1}$ 이고, $\Delta G = G \Delta_g$, $\Delta H = G \Delta_h$ 라 놓을 수 있다.

$$\Delta_g = -\Delta X$$

$$\Delta_h = (1 + \mu) \Delta X \omega \times (J + \Delta J)\omega - \omega \times \Delta J \omega - \mu \omega \times (J + \Delta J)\omega + (I - \Delta X)u_d$$

강인 자세제어 법칙을 다음과 같이 정하자.

$$u_r = u + \nu \quad (35)$$

여기서, u 는 3장에서 설계된 공칭 자세제어기이고, ν 는 불확실성에 강인 안정하도록 첨가되는 항으로서 Lyapunov 재설계 기법을 이용하여 설계된다.

(35)를 (34)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{\omega}_e = f + Gu + G(\delta + \nu) \quad (36)$$

여기서 $\delta = \Delta_h + \Delta_g u + \Delta_g \nu$ 이다.

(36)을 (14)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = k_p \Delta \varphi \Delta \dot{\varphi} + k_p \Delta \Phi^T \omega_e + (k_p \Delta \Phi^T + k_d \omega_e^T) [f + Gu + G(\delta + \nu)] \quad (37)$$

(37)을 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{V} \leq -\alpha^2 \|x\|^2 + y^T (\delta + \nu) \quad (38)$$

여기서, $y = [(k_p \Delta \Phi^T + k_d \omega_e^T) G]^T$.

Lyapunov 재설계 기법에 의하면, $\nu = -\frac{\rho}{1-k} \cdot \frac{y}{\|y\|_2}$

와 같이 정하면[9], $y^T \delta + y^T \nu \leq 0$ 를 만족한다. y 가 0일 경우 ν 를 구할 수가 없으므로, 본 논문에서는 ν 를 다음과 같이 구하였다.

$$\begin{cases} \nu = -\frac{\rho}{1-k} \cdot \frac{y}{\|y\|_2}, & y \neq 0 \\ \nu = 0, & y = 0 \end{cases}$$

ρ 와 k 는 다음과 같이 구해진다.

$$\|\delta\|_2 \leq \rho(t, x) + k \|u\|_2, \quad 0 \leq k < 1.$$

본 논문에서는

$$\begin{aligned} \|\delta\|_2 &= \|\Delta_h + \Delta_g u + \Delta_g \nu\|_2 \\ &\leq \|\Delta_h + \Delta_g u\|_2 + \|\Delta_g\|_2 \|u\|_2 \end{aligned}$$

로부터

$$\begin{aligned} \rho &= \|\Delta_h + \Delta_g u\|_2 \\ k &= \|\Delta_g\|_2 \end{aligned} \quad (39)$$

와 같이 선정한다.

ν 를 위와 같이 정하면, (38)에서 우변의 두 번째 항이 0보다 같거나 작게 되어 \dot{V} 는 Negative Definite하다. 즉, 공칭 자세제어기의 경우와 마찬가지로 강인 자세제어기도 또한 Asymptotic Stability를 만족한다.

V. 시뮬레이션

설계된 강인 자세제어기의 성능을 확인하기 위하여 시뮬레이션을 수행한다. 시뮬레이션에 사용한 우주비행체 모델은 1989년 Wie논문의 모델을 근거로 설정하였다[2].

$$J = \begin{bmatrix} 1200 & 0 & 0 \\ 0 & 2200 & 0 \\ 0 & 0 & 3100 \end{bmatrix} Kg \cdot m^2,$$

$$\Delta J = \begin{bmatrix} 600 & 100 & -200 \\ 100 & 1100 & 300 \\ -200 & 300 & 1550 \end{bmatrix} Kg \cdot m^2$$

$$u_d = -0.5 u_r, \quad \mu = 0.5.$$

위의 불확실성들의 크기는 성능을 저해하는 방향으로 임의로 가정하였다.

요구되어지는 자세에 대한 쿼터니온 $q_c = [0.5, 0.5, 0.7071, 0]$ 이다. 초기 쿼터니온 및 초기 각속도는 없는 것으로 가정한다.

시뮬레이션은 다음의 두 가지 경우에 대해서 공칭 자세제어기와 강인 자세제어기의 성능을 비교한다.

Case 1 : 불확실성이 없는 경우

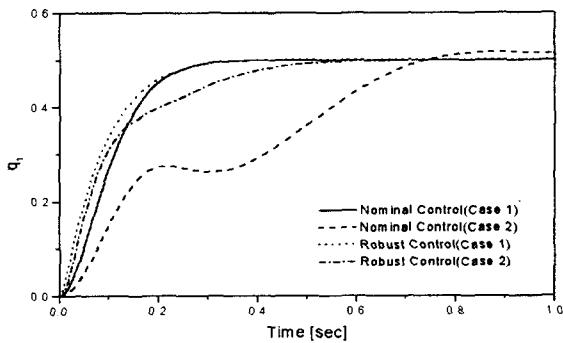
Case 2 : 불확실성을 포함한 경우

시뮬레이션 결과는 그림 1~그림 3이다. 그림 1은 각 경우

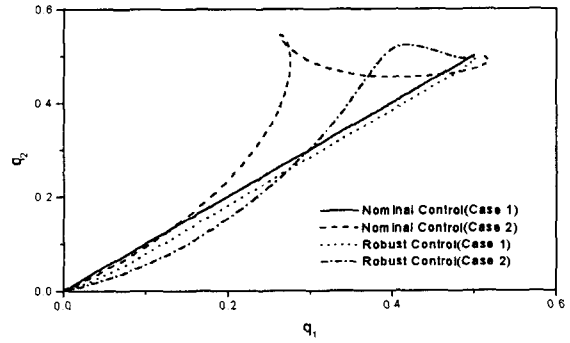
의 응답특성을 나타낸 그림으로서 강인 자세제어기가 성능이 좋을 수 있고, 그림 2는 고유축 회전에 얼마나 근접한지를 파악하기 위하여 나타낸 그림으로서 고유축 회전을 정확히 수행하면 시작점에서 목표점까지 직선을 이룬다. 그림 2의 결과를 보면, 고유축 회전에 근접하도록 제어를 수행함을 알 수 있다. 그림 3은 제어입력으로서 강인 자세제어기가 강인제어항의 추가로 제어입력이 커짐을 알 수 있다.

VI. 결론

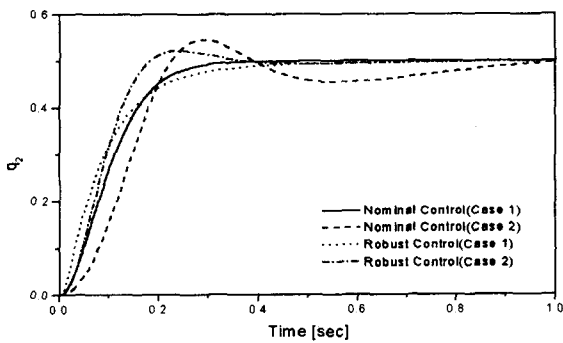
본 논문에서는 Lyapunov 재설계 기법을 이용하여 우주비행체의 강인 자세제어기를 설계하였다. 이 제어기는 최단경로로 자세를 변화시키기 위하여 쿼터니온 궤환을 이용하여 고유축 회전에 최대한 근접하도록 하였다. 제어기는 크게 세 부분으로 구성된다. 첫 번째 부분은 공칭 상태의 우주비행체 모델을 이용하여 설계한 비례·미분형태의 제어기 부분이고, 두 번째 부분은 Gyroscopic 효과를 상쇄시켜주기 위한 부



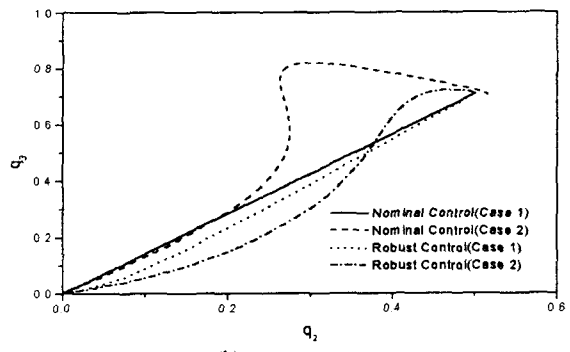
(a) q_1 의 응답특성



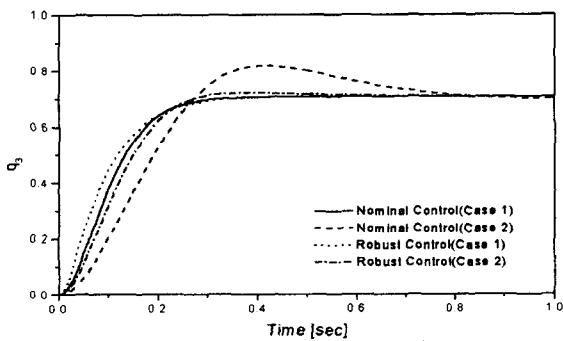
(a) q_1 vs. q_2



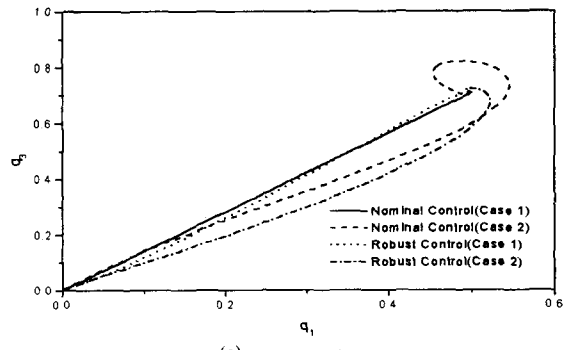
(b) q_2 의 응답특성



(b) q_2 vs. q_3



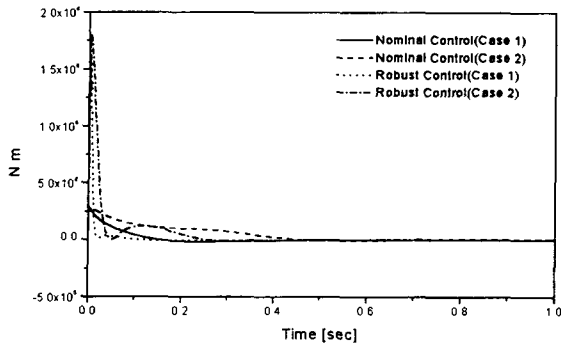
(c) q_3 의 응답특성



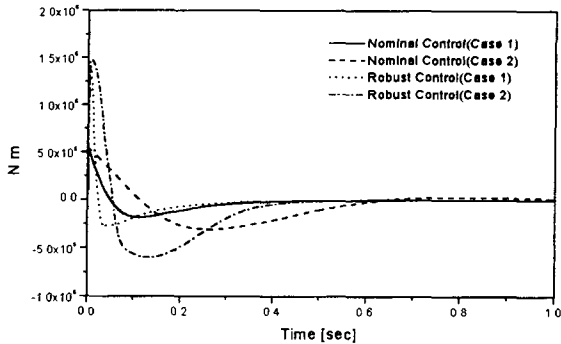
(c) q_1 vs. q_3

그림 1. 각 경우의 응답특성.
Fig. 1. Response of each case.

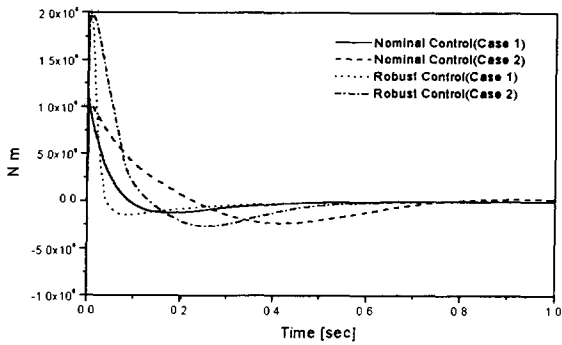
그림 2. 고유축 회전.
Fig. 2. Eigen-axis rotation.



(a) 제어입력 u_1



(b) 제어입력 u_2



(c) 제어입력 u_3

그림 3. 제어입력.
Fig. 3. Control input.



남 현 성

1968년 9월 17일생. 1991년 충남대 전자공학과 졸업. 동대학원 석사(1993). 동대학원 박사과정. 1996~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 비선형제어, 적응제어, 자동조종장치.

본이고, 세 번째 부분은 불확실성을 감쇄시켜 강인 안정화하도록 하는 강인제어 부분이다. Lyapunov 재설계 기법을 적용하기 위하여 불확실성들이 Matching Condition을 만족함을 보였고, 또한 공칭상태의 페루프 시스템에 대하여 Uniformly Asymptotically Stable함을 보였다. 이때, 안정성 해석 수행에 꼭 필요한 두가지 성질을 정의하고, 증명을 수행하였다. Lyapunov 안정성 해석을 이용하여 설계된 강인 자세제어기가 Asymptotically Stable함을 보였고, 성능분석을 위하여 컴퓨터 모사시험을 수행하여 좋은 성능을 보임을 확인하였다.

참고문헌

[1] H. Weiss, "Quaternion-based rate/attitude tracking system with application to gimbal attitude control," *J. Guidance*, vol. 16, no. 4, pp. 609-616, 1993.
 [2] B. Wie, H. Weiss, and A. Arapostathis, "Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotations," *J. Guidance*, vol. 12, no. 3, pp. 375-380, 1989.
 [3] J. T. -Y Wen and K. K Delgado, "The attitude control problem," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 36, no. 10, pp. 1148-1162, 1991.
 [4] S. W Thurman and H. Flashner, "Robust digital autopilot design for spacecraft equipped with pulse-operated thrusters," *J. Guidance*, vol. 19, no. 5, pp. 1047-1055, 1996.
 [5] R. E Mortensen, "A globally stable linear attitude regulator," *Int. J of Control*, vol. 8, no. 3, pp. 297-302, 1968.
 [6] M. M. Polycarpou and P. A. Ioannou, "A robust adaptive nonlinear control design," *Automatica*, vol. 32, no. 3, pp. 423-427, 1996.
 [7] R. A. Hull and Z. Qu, "Dynamic robust recursive control design and its application to a nonlinear missile autopilot," *Proc. ACC*, pp. 833-837, 1997.
 [8] B. R. Barmish, M. Corless, and G. Leitmann, "A new class of stabilizing controllers for uncertain dynamical systems," *SIAM J. Control and Optimization*, vol. 21, pp. 246-255, 1983.
 [9] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, 1996.

유 준

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제7권, 제4호, 참조.