한국 퍼지 및 지능시스템 학회 2002, Vol. 12, No. 3, pp. 238-245

포화입력을 가지는 시간지연 비선형 시스템의 퍼지 H_2/H_∞ 제어기 설계

Fuzzy H_2/H_∞ Controller Design for Delayed Nonlinear Systems with Saturating Input

조희수* · 이갑래** · 박홍배*
Hee Soo Cho, Kap Rai Lee** and Hong Bae Park*

* 경북대학교 전자전기컴퓨터과학부
** 평택대학교 정보과학부

요 약

본 논문에서는 입력에 제한이 있는 시간지연 비선형 시스템에 대한 퍼지 H_2/H_∞ 제어기 설계 방법을 제시한다. 포화입력을 갖는 시간지연 비선형 시스템을 시간지연과 포화입력을 갖는 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델로 표현하고 병렬분산보상(PDC)의 개념을 이용하여 제어기를 설계한다. Lyapunov 함수를 이용하여 시간지연과 포화입력을 갖는 T-S 퍼지모델에 대한 폐루프 시스템의 안정성 조건과 LQ 성능을 최소화하는 조건을 유도하고, 퍼지 H_2/H_∞ 제어기가 존재할 충분조건을 선형행렬부등식(LMI : linear matrix inequality)을 이용하여 구한다. 제어기는 선형행렬부등식의 해를 구하므로써 바로 구할 수 있으며, 설계된 퍼지 H_2/H_∞ 제어기는 H_∞ 노음 한계값을 만족하면서 LQ성능의 상한값을 최소화한다. 마지막으로 포화입력을 가지는 시간지연 비선형 시스템에 대해 퍼지 H_2/H_∞ 제어기 설계 사례를 보인다.

Abstract

In this paper, we present a method for designing fuzzy H_2/H_∞ controllers of delayed nonlinear systems with saturating input. Takagi-Sugeno fuzzy model is employed to represent delayed nonlinear systems with saturating input. The fuzzy control systems utilize the concept of the so-called parallel distributed compensation(PDC). Using a single quadratic Lyapunov function, the globally exponential stability and H_2/H_∞ performance problem are discussed. And a sufficient condition for the existence of fuzzy H_2/H_∞ controllers is given in terms of linear matrix inequalities(LMIs). The designing fuzzy H_2/H_∞ controllers minimize an upper bound on a linear quadratic performance measure. Finally, a design example of fuzzy H_2/H_∞ controller for uncertain delayed nonlinear systems with saturating input.

Key Words: H_2/H_∞ 제어기, TS 퍼지 모델, 입력제한, 시간지연 비선형 시스템, LMI.

1. 서 론

최근 비선형 시스템에 대해 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지모델을 이용하는 연구가 많은 관심을 끌어 왔으며 성공적인 적용 사례도 많이 있다. 퍼지제어에 있어 가장 중요한 연구중의 하나는 안정성과 성능을 만족하는 체계적인 제어기 설계에 대한 연구이다. Wang 등[1]은 T-S 퍼지모델로 표현된 비선형 시스템을 안정화하는 방법을 제시하고, 병렬분산보상(PDC: parallel distributed compensation) 개념을 이용하여 퍼지제어기를 설계하였다. 또한, Ma 등[2]은 T-S 퍼지모델에 대한 안정성을 보장하는 관측기 구조의 출력궤환 제어기를 설계하였다.

외란감쇠에 대한 오차신호의 L_2 이득 제한조건과 안정성을 만족시키기 위한 연구로 Han[3] 및 Lee[4] 등은 상태궤환 퍼지 H_∞ 제어기를 설계하였으며, Chen 등[5]은 관측기 구조의 퍼지 H_∞ 제어기를 설계하였다. 시스템의 과도응답 성능을 고려하기 위해서는 LQ성능지수로 나타내는 H_2 제어가 더 효과적이다. Jadbabaie[6] 등은 안정성과 LQ성능을 만족하는 상태궤환 퍼지제어기를 설계하였으며 Chen 등[7]은 H_2/H_∞ 성능을 만족시키는 출력궤환 퍼지제어기를 설계하였다.

대부분의 실 시스템은 구동부의 물리적 제약을 받으며 이러한 입력제한 조건을 고려하지 않고 제어기를 설계하

접수일자 : 2002년 3월 25일
완료일자 : 2002년 5월 16일

면 시스템의 안정성과 성능에 매우 심각한 영향을 나타낸다. 이러한 포화입력을 갖는 시스템에 대해서 유 등[8]은 상태궤환 퍼지제어기를 설계하였다. 또한 시간지연을 갖는 시스템도 포화입력처럼 시스템의 안정성과 성능에 심각한 영향을 나타낸다. Lee 등[9]은 안정성과 H_∞ 성능을 만족하는 출력궤환 퍼지 H_∞ 제어기를 설계하였다.

본 논문에서는 Lee[4] 등이 고려한 시간지연 비선형시스템에서 나아가 구동부의 물리적 제약을 받는 입력에 제한이 있는 시간지연 비선형 시스템을 제어대상으로 하고 제어기도 LQ 성능지수와 외란의 영향을 함께 고려할 수 있는 퍼지 H_2/H_∞ 제어기를 설계한다. 입력제한을 갖는 시간지연 비선형 시스템에 대한 안정성과 H_∞ 성능 및 H_2 성능 문제를 고려한 퍼지제어기를 설계하기 위하여, 포화입력을 갖는 시간지연 비선형 시스템은 시간지연과 포화입력을 갖는 T-S 퍼지모델로 나타내며 병렬분산보상의 개념을 이용하여 제어기를 설계한다. 폐루프 시스템이 지수함수적으로 안정하며 H_∞ 성능 조건과 H_2 성능의 상한값 최소화를 만족하는 충분조건을 선형행렬부등식으로 나타내며, 퍼지제어기는 선형행렬부등식의 해로부터 직접 구한다.

2. 문제 설정

비선형 시스템은 T-S 퍼지모델로 나타낼 수 있다. 시간지연과 포화입력을 갖는 T-S 퍼지모델

Plant Rule i:

IF $z_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ and $z_g(t)$ is M_{ig}

$$\begin{aligned} \text{THEN } \dot{x}(t) = {} & A_i x(t) + A_{d_i}(t)\, x(t-d(t)) \\ & + B_{1_i} w(t) + B_{2_i}\sigma(u(t)) \\ y(t) = {} & C_i x(t) \\ x(t) = {} & \psi(t), \quad t \le 0 \qquad i=1,2,\cdots,r \end{aligned} \tag{1}$$

를 고려한다. 여기서 M_{ij}는 퍼지집합이고, $x(t)\in R^n$는 상태, $u(t)\in R^m$는 입력, $w(t)\in \boldsymbol{R}^p$는 제한된 에너지를 갖는 외부 외란, r은 IF-THEN 규칙의 수, A_i, A_{d_i}, B_{1_i}, B_{2_i}, C_i는 공칭시스템을 나타내는 적절한 차원을 갖는 상수행렬이다. $d(t)$는

$$0 \le d(t) < \infty, \quad \dot{d}(t) \le \beta < 1 \tag{2}$$

을 만족하는 시변 시간지연이며 $\sigma(u(t))$는

$$\sigma(u_l) = \begin{cases} u_l & ,|u_l| \le u_l^{\max} \\ sign(u_l)\, u_l^{\max} & ,|u_l| > u_l^{\max} \quad l=1,2,\cdots,m \end{cases} \tag{3}$$

로 표현되는 포화입력을 의미한다.

입력제한을 나타내는 변수 $\theta_l(u_l)$를

$$\theta_l(u_l) = \frac{\sigma(u_l)}{u_l} \qquad l=1,2,\cdots,m \tag{4}$$

그리고 $\theta_l(0)=1$로 정의하면 $\theta_l(u_l)\in(0,\ 1]$ 이다. 또한 이를 사용하여 포화지시행렬을 나타낼 수 있다.

$$\theta = diag\{\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_l\} \tag{5}$$

$\mu_i(z(t))$를 추론된 퍼지집합 $h_i(z(t))$의 정규화된 멤버 함수로 정의한다.

$$\mu_i(z(t)) = \frac{h_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))}$$

$$h_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{n} M_{ij}(z_j(t)) \tag{6}$$

$$z(t) = [z_1(t)\ z_2(t)\ \cdots\ z_g(t)]^T$$

여기서 $M_{ij}(z_j(t))$는 멤버쉽 함수 M_{ij}에서 $z_j(t)$의 멤버쉽 등급이다. 그리고 모든 t에 대하여

$$h_i(z(t)) \ge 0, \quad i=1,2,\cdots,r$$

$$\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) > 0 \tag{7}$$

을 가정하면,

$$\mu_i(z(t)) \ge 0, \quad i=1,2,\cdots,r$$

$$\sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) = 1 \tag{8}$$

이다.

주어진 $(z(t), u(t))$에 대해서, T-S 퍼지모델의 최종 출력은 추론된 $h_i(z(t))$를 이용하여 각 동작점에서의 선형화된 r개의 선형모델 조합인

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = {} & A(\mu)\, x(t) + A_d(\mu)\, x(t-d(t)) \\ & + B_1(\mu)\, w(t) + B_2(\mu)\,\theta u(t) \\ y(t) = {} & C(\mu) x(t) \\ x(t) = {} & \psi(t), \quad t \le 0 \end{aligned} \tag{9}$$

와 같이 추론된다. 여기서

$$A(\mu) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) A_i, \qquad A_d(\mu) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) A_{d_i},$$

$$B_1(\mu) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) B_{1_i}, \qquad B_2(\mu) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) B_{2_i},$$

$$C(\mu) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) C_i \tag{10}$$

이다. 퍼지시스템 (1)을 안정화하는 견실 퍼지제어기로 아래와 같은 상태궤환 제어기를 고려한다.

Control Rule i:

IF $z_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ and $z_g(t)$ is M_{ig} (11)

THEN $u(t) = K_i x(t), \quad i=1,2,\cdots,r$

이러한 퍼지제어기의 최종 출력은

$$u(t) = K(\mu)x(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) K_i x(t) \tag{12}$$

이다. 퍼지제어기 (12)를 퍼지시스템 (9)에 적용하였을

때, 폐루프 시스템은

$$\dot{x}(t)=\hat{A}(\mu)x(t)+A_d(\mu)x(t-d(t))+B_1(\mu)w(t)$$
$$z(t)=C(\mu)x(t) \tag{13}$$
$$x(t)=\psi(t),\quad t\le 0$$

이다. 여기서

$$\hat{A}(\mu)=A(\mu)+B_2(\mu)\theta K(\mu) \tag{14}$$

이다.

주어진 γ에 대해서 H_∞ 제어 성능

$$J_\infty=:\int_0^T \|z(t)\|^2dt\le\gamma^2[\int_0^T\|w(t)\|^2dt] \tag{15}$$

을 고려하고 외란 $w(t)$를 고려하지 않은 시스템에서 LQ 성능을 나타내는 비용함수

$$J_2=:\int_0^T[x^T(t)Q_2x(t)+u^T(t)R_2u(t)]dt \tag{16}$$

을 고려할 경우 하중행렬 Q_2, R_2을 적절히 조절함으로써 과도응답 등의 원하는 제어성능을 적절히 조절할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 시간지연과 포화입력을 갖는 퍼지시스템 (9)에서 폐루프 시스템 (13)을 지수함수적으로 안정화하며 비용함수 (15)를 만족하면서 LQ성능 (16)을 최소화시키는 상태궤환 제어기 K_i을 설계하고자 한다.

제어기 설계에 앞서 δ_l을 다음과 같이 정의한다.

$$\delta_l\le\theta_l(u_l)\le 1 \tag{17}$$

여기서 $0\le\delta_l<1$ 이다.

집합 Θ_m 과 Θ_{vex}를 다음과 같이 정의한다.

$$\Theta_m=\{\Theta(u):\delta_l\le\theta_l(u_l)\le 1\}\qquad l=1,2,\cdots,m \tag{18}$$

$$\Theta_{vex}=\{\Theta(u):\theta_l(u_l)=\delta_l \text{ or } 1\}\quad l=1,2,\cdots,m \tag{19}$$

그리고 Θ_{vex} 는 2^m 개의 원소가 존재하고 이는 θ^k, $k=1,2,\cdots,2^m$로 표현할 수 있다.

보조정리 1[10] $G(\theta)$가 $D\theta E$ 이고 D 와 E는 적정차수의 상수행렬이며 θ는 Θ_m의 원소라고 가정하자. 그러면 $\sum_{k=1}^{2^m}\lambda_k=1$, $k=1,2,\cdots,2^m$ 을 만족하며 $G(\theta)$를 다음과 같이 표현할 수 있는 양의 변수 λ_k가 존재한다.

$$G(\theta)=D\theta E=\sum_{k=1}^{2^m}\lambda_kD\theta^kE \tag{20}$$

여기서 θ^k 는 θ의 정점(vertex)이다.

3. 퍼지 H_2/H_∞ 제어기

시간지연과 포화입력을 갖는 T-S 퍼지시스템 (13)에서 H_∞ 성능을 만족하는 제어기를 먼저 설계해 보자.

정리 1 시간지연과 포화입력을 갖는 T-S 퍼지시스템 (13)에서

$$\begin{bmatrix}\Lambda(\mu)+C^T(\mu)C(\mu) & PA_d(\mu) & PB_1(\mu)\\ A_d^T(\mu)P & -(1-\beta)S_1 & 0\\ B_1^T(\mu)P & 0 & -\gamma^2I\end{bmatrix}\le 0 \tag{21}$$

$$\Lambda(\mu)=\tilde{A}^T(\mu)P+P\tilde{A}(\mu)+S_1+\alpha I \tag{22}$$

$$\tilde{A}=A(\mu)+B_2(\mu)\theta^kK(\mu)\qquad k=1,2,\cdots,2^m \tag{23}$$

을 만족하는 양한정 행렬 P, S_1 및 양수 α가 존재하면, 시간지연과 포화입력을 갖는 폐루프 시스템 (13)은 지수함수적으로 안정할 뿐만 아니라 H_∞ 성능 (15)를 만족한다.

(증명) $P>0$이고 $S_1>0$를 만족하는 Lyapunov 함수

$$V(x(t))=x^T(t)Px(t)+\int_{t-d(t)}^t x(\tau)^TS_1x(\tau)d\tau \tag{24}$$

을 정의하면 $\delta_1\|x\|^2\le V(x,t)\le\delta_2\|x\|^2$을 만족하는 양수 δ_1 및 δ_2는 항상 존재한다.

따라서 $\dot{V}(x,t)\le-\alpha\|x\|^2$을 만족하는 양수 α가 존재한다면 시스템 (13)은 지수함수적으로 안정하다[11].
가정 (2)로부터

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t))\le\ &\dot{x}^T(t)Px(t)+x^T(t)P\dot{x}(t)+x(t)^TS_1x(t)\\ &-x(t-d(t))^T(1-\beta)S_1x(t-d(t))\\ :=\ &\dot{V}_a(x,t)\end{aligned} \tag{25}$$

이다. 또한 $\dot{V}_a(x(t))\le-\alpha\|x\|^2$ 와 보조정리 1로부터

$$\begin{bmatrix}x(t)\\ x(t-d(t))\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}\Lambda(\mu) & PA_d(\mu)\\ A_d^T(\mu)P & -(1-\beta)S_1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x(t)\\ x(t-d(t))\end{bmatrix}\le 0 \tag{26}$$

이다.

식 (24)와 같이 Lyapunov 함수를 정의하고 H_∞ 성능을 증명하기 위하여 조건식

$$J_a(t):=\dot{V}_a(x,t)+y^T(t)y(t)-\gamma^2w^T(t)w(t)\le 0 \tag{27}$$

을 고려하면 식 (26)과 식 (27)에 의해 식 (21)을 쉽게 얻을 수 있다. 즉, 폐루프 시스템은 지수함수적으로 안정하며 H_∞성능 (15)가 만족됨을 알 수 있다. ■

정리 2 시간지연과 포화입력을 갖는 T-S 퍼지시스템 (13)에서

$$\min\{\rho+tr(Q)\}\ \text{Subject to} \tag{28}$$

$$\begin{bmatrix}H & PA_d(\mu)\\ A_d^T(\mu)P & -(1-\beta)S_1\end{bmatrix}\le 0 \tag{29}$$

여기서,

$$H = \tilde{A}(\mu)^T P + P\tilde{A}(\mu) + S_1 + Q_2 + K^T(\mu) R_2 K(\mu)$$

$$-\rho + \psi^T(0)\, P\psi(0) < 0, \quad -Q + N_1^T S_1 N_1 < 0 \tag{30}$$

을 만족하는 양한정 행렬 P, S_1, Q 및 ρ가 존재하면, 제어기 (12)는 준 최적 H_2 제어기이며 $\rho + tr(Q)$는 H_2 성능지수의 상한값이다. 여기서

$$\int_{-d(0)}^{0} \psi(\tau)\psi(\tau)^T d\tau = N_1 N_1^T \tag{31}$$

이다.

(증명)

Lyapunov 함수 (24)와 LQ 성능을 나타내는 비용함수 (16)으로부터

$$\begin{aligned} J_2 &= \int_0^T \{x^T(t) Q_2 x(t) + u^T(t) R_2 u(t)\} dt \\ &= V(0) - V(T) + \int_0^T [x^T(t) Q_2 x(t) \\ &\qquad + u^T(t) R_2 u(t) + \dot{V}(t)] dt \\ &\le V(0) + \int_0^T [x^T(t) Q_2 x(t) + u^T(t) R_2 u(t) \\ &\qquad + \dot{V}(t)] dt \end{aligned} \tag{32}$$

이다. 여기서

$$\dot{V}(t) + x^T(t) Q_2 x(t) + u^T(t) R_2 u(t) \le 0 \tag{33}$$

이면 H_2 성능의 상한값은

$$J_2 \le V(0) = x^T(0) P x(0) + \int_{-d(0)}^{0} x^T(\tau) S_1 x(\tau) d\tau \tag{34}$$

임을 알 수 있다. (33)으로부터 (29)가 얻어지며, (30)은 (34)의 상한값을 최소화하는 것이다. (34)의 우측 항의 첫 번째 부분의 최소화는

$$\psi^T(0) P \psi(0) < \rho \tag{35}$$

를 만족하면서 ρ를 최소화하는 것이며, 두 번째 부분의 최소화는

$$\int_{-d(0)}^{0} \psi^T(\tau) S_1 \psi(\tau) d\tau = \int_{-d(0)}^{0} tr\{\psi(\tau)^T S_1 \psi(\tau)\} d\tau$$

$$= tr\{N_1 N_1^T S_1\} = tr\{N_1^T S_1 N_1\} < tr\{Q\} \tag{36}$$

을 만족하면서 $tr\{Q\}$를 최소화하는 것이다. 따라서 (35) 및 (36)으로부터 (30)이 구해지며 (34)의 성능 상한값은

$$J_2^* = \rho + tr\{Q\} \tag{37}$$

이고 (28)에 의해 구해진다. ■

따름정리 1은 정리 1 및 정리 2의 결과로부터 퍼지 H_2/H_∞ 제어기가 존재할 충분조건과 제어기 설계방법을 선형행렬부등식으로 나타낸다.

따름정리 1 시간지연을 갖는 퍼지시스템 (13)에서

$$\min\{\rho + tr(Q)\} \quad \text{subject to} \tag{38}$$

$$\begin{aligned} &\Psi_{iik} \le 0,\ \Omega_{iik} \le 0,\ i = 1,2,\ldots,r \text{ and } k = 1,2,\ldots,2^k \\ &\Psi_{ijk} + \Psi_{jik} \le 0, \quad \Omega_{ijk} + \Omega_{jik} \le 0, \\ &\qquad i < j \le r \text{ and } k = 1,2,\ldots,2^k \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{bmatrix} -\rho & \psi^T(0) \\ \psi(0) & -X \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} -Q & N_1^T \\ N_1 & -S_1^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{40}$$

을 만족하는 행렬 $Q>0$, $X>0$, $Y_j>0$, $S_1>0$ 및 상수 $\rho>0$, $\alpha>0$ 가 존재하면 제어기 (12)는 H_∞ 성능 (15)를 만족하면서 H_2 성능 (16)의 상한값을 최소화하는 혼합 H_2/H_∞ 제어기이다. 여기서 N_1은 (31)에 나타나 있으며

$$\Psi_{ij} = \begin{bmatrix} \Gamma_{ij} & B_{1i} & X & XC_i^T & X \\ B_{1i}^T & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & -S_1^{-1} & 0 & 0 \\ C_i X & 0 & 0 & -I & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & -\alpha^{-1} I \end{bmatrix} \tag{41}$$

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Gamma_{ij} & X & Y_i^T & X \\ X & -S_1^{-1} & 0 & 0 \\ Y_i & 0 & -R_2^{-1} & 0 \\ X & 0 & 0 & -Q_2^{-1} \end{bmatrix} \tag{42}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij} = {} & A_i X + X A_i^T + B_{2_i} \theta^k Y_j + Y_j^T \theta^{k^T} B_{2_i}^T \\ & + A_{d_i} (1-\beta)^{-1} S_1^{-1} A_{d_i}^T \end{aligned} \tag{43}$$

이며, 상태궤환 이득들은

$$K_i = Y_i X^{-1}, \quad i = 1,2,\ldots,r \tag{44}$$

이다.

(증명) 정리 1과 정리 2로부터 $X = P^{-1}$로 두고 (21)의 앞과 뒤에 Diag[X I I], (29)의 앞과 뒤에 Diag[X I]을 각각 곱하고

$$Y_i = K_i X \tag{45}$$

로 두면 (21) 및 (29)는 각각

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{r} \mu_i(x(t)) \mu_i(x(t)) \Psi_{iik} \\ &\sum_{i<j}^{r} \mu_i(x(t)) \mu_j(x(t)) (\Psi_{ijk} + \Psi_{jik}) \le 0 \\ &\sum_{i=1}^{r} \mu_i(x(t)) \mu_i(x(t)) \Omega_{iik} \\ &\sum_{i<j}^{r} \mu_i(x(t)) \mu_j(x(t)) (\Omega_{ijk} + \Omega_{jik}) \le 0 \end{aligned} \tag{46}$$

와 등가이므로, (39)가 만족되면 (46)이 만족됨을 쉽게 알 수 있다. 또한 (30)을 선형행렬부등식으로 나타내면 (40)이다. ■

따름정리 1의 모든 부등식은 모든 변수에 대해서 선형행렬부등식으로 나타나 있으므로 Matlab을 이용하면 (38)~(40)를 만족하는 해는 바로 구할 수 있다. 또한 제어기 K_i 및 LQ 성능의 상한값도 바로 구할 수 있다.

4. 예 제

다음의 비선형 시스템에 대해 퍼지 H_2/H_∞ 제어기 설계를 하고자 한다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -3.125x_1(t) - 0.5x_1(t-d(t)) - 2x_2(t)\\ &\quad -6.7x_2^3(t) - 0.2x_2(t-d(t)) + w(t) + \sigma(u(t))\\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t)\\ z(t) &= 2x_2(t)\\ x(t) &= \phi(t), \quad t \le 0\end{aligned}$$

여기서 시변지연은 $d(t) = 1 + 0.44\cos(0.1t)$ 이며

$$x_1(t) \in [-1.5 \quad 1.5], \quad x_2(t) \in [-1.5 \quad 1.5]$$

라 가정한다. 또한 입력 u의 최고값 $u^{\max} = 20$, $\delta = 0.75$로 가정한다.

[5] 와 같은 과정을 거쳐 비선형항은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$-6.7x_2^3(t) = M_{11} \cdot 0 \cdot x_2(t) - M_{12} \cdot 15.075 \cdot x_2(t)$$

여기서

$$\begin{aligned}M_{12}(x_2(t)) &= \frac{6.7}{15.075}x_2^2(t)\\ M_{11}(x_2(t)) &= 1 - M_{12}(x_2(t)) = 1 - \frac{1}{2.25}x_2^2(t)\end{aligned}$$

이며 이 퍼지집합을 이용하면 비선형시스템은 다음과 같은 T-S 퍼지 모델로 표시할 수 있다.

Plant Rule 1 :

IF $x_2(t)$ is M_{11}

THEN $\dot{x}(t) = A_1x(t) + A_{d_1}(t)x(t-d(t)) + B_{1_1}w(t) + B_{2_1}\theta u(t)$

$z(t) = C_1x(t)$

Plant Rule 2 :

IF $x_2(t)$ is M_{12}

THEN $\dot{x}(t) = A_2x(t) + A_{d_2}(t)x(t-d(t)) + B_{1_2}w(t) + B_{2_2}\theta u(t)$

$z(t) = C_2x(t)$

여기서 $x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -3.125 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3.125 & -17.075 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{d_1} = A_{d_2} = \begin{bmatrix} -0.5 & -0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{1_1} = B_{1_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{2_1} = B_{2_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = C_2 = [0 \ \ 2]$$

이다.

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{bmatrix}, \quad R_2 = 0.02,$$

$$[x_1(0) \quad x_2(0)] = [-1 \quad -1], \quad w(t) = 0.5\cos(\pi t),$$

$\gamma = 7$로 두고 Matlab을 이용하여 H_2/H_∞ 제어기를 구하면

$$\begin{aligned}K_1 &= Y_1X^{-1} = [-380.1976 \quad 457.7387]\\ K_2 &= Y_2X^{-1} = [-226.3856 \quad 272.0923]\end{aligned}$$

이며 그림 1과 그림 2는 제어기 유무에 따른 상태응답을 나타낸 결과이며 그림3은 제어기의 입력이다.

5. 결 론

본 논문에서는 입력에 제한이 있는 시간지연 비선형 시스템에 대한 퍼지 H_2/H_∞ 제어기 설계 방법을 제시하였다. 포화입력은 포화지시행렬을 이용하여 나타내었으며, 폐루프 시스템의 안정화와 H_∞ 성능조건 및 H_2 성능의 상한값 최소화를 만족하는 퍼지제어기가 존재할 충분조건을 선형행렬부등식을 이용하여 나타내었다. 선형행렬부등식의 해로부터 퍼지 H_2/H_∞ 제어기의 상태궤환 이득과 성능 상한값을 직접 구할 수 있었으며 제안된 퍼지제어기는 포화입력을 갖는 시간지연 비선형 시스템의 안정성 뿐만 아니라 폐루프 시스템의 H_∞ 성능조건과 LQ 성능의 상한값 최소화를 만족한다. 또한 간단한 시뮬레이션 예를 통하여 본 논문의 결과를 확인하였다. 향후 출력궤환 퍼지 H_2/H_∞제어기나 관측기 구조의 퍼지 H_2/H_∞제어기에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

[1] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability, H_∞ control theory, and linear matrix inequalities," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 1-13, Feb. 1996.

[2] X. J. Ma, Z. Q. Sun, and Y. Y. He, "Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy

observer," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 6, pp. 41-51, Feb. 1998.
[3] Z. Han and G. Feng, "State feedback H_∞ control- ler design of fuzzy dynamic systems using LMI techniques," *Proc. FUZZ-IEEE, Anchorage*, AK, pp. 538-544, May 1988.
[4] K. R. Lee, E. T. Jeung, and H. B. Park, "Robust fuzzy H_∞ control for uncertain nonlinear systems via state feedback : An LMI approach," *Fuzzy Sets and Syst.*, vol. 120, no. 1, pp. 123-134, 2001.
[5] B. S. Chen, C. S. Tseng, and H. J. Uang, "Robustness design of nonlinear dynamic systems via fuzzy linear control," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 7, pp. 571-585, Oct. 1999.
[6] A. Jadbabie, M. Jamshidi, and A. Titli, "Guarantwd cost design of continuos-time Takagi -Sugeno fuzzy controllers via linear matrix inequalities," *Proc. FUZZ-IEEE, Anchorage*, AK, pp. 268-273, May 1988.
[7] B. S. Chen, C. S. Tseng, and H. J. Uang, "Mixed H_2/H_∞ fuzzy outout feedback control design for nonlinear dynamic systems : An LMI approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 3, pp. 249-265, June 2000.
[8] 유제영, 원상철, "포화입력을 가지는 시스템의 Takagi Sugeno 퍼지제어", *Proc. of the 14th KACC*, pp. B293-B296, Octorber 1999.
[9] K. R. Lee, J. H. Kim, E. T. Jeung, and H. B. Park, "Output feedback robust H_∞ control of uncertain fuzzy dynamic systems with time -varying delay," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 6, pp. 657-664, Dec. 2000.
[10] I. E. Köse, F. Jabbaari, and W. E. Schmitendorf, "A Direct Characterization of L_2 Gain Controllers for LPV Systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 43, pp. 1302-1307, 1998.
[11] M. Vidysagar, *Nonlinear Systems Analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
[12] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 14-23, Feb. 1996.
[13] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Syst.*, vol. 45, no. 2, pp. 135-156, 1992.
[14] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM, 1994.
[15] Y. Y. Cao and P. M. Frank, "Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 200-211, April 2000.

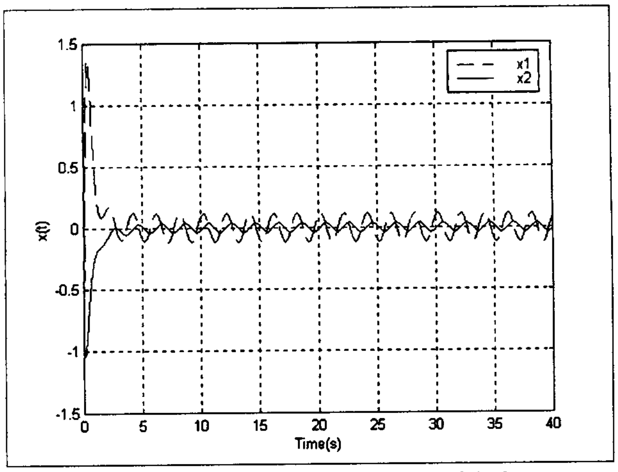

그림 1. 개회로 시스템에서의 상태응답
Figure 1. Response of the open-loop system.

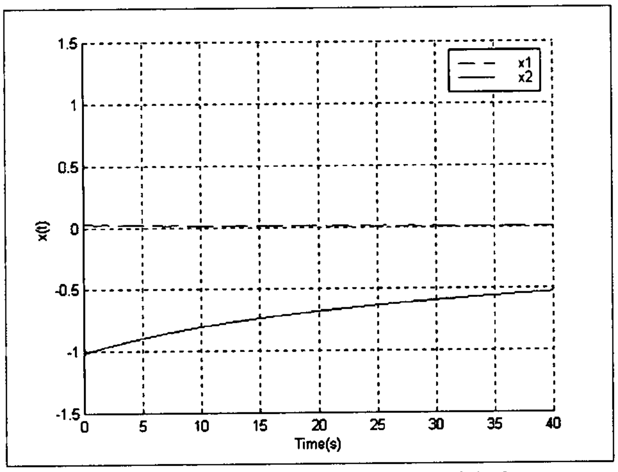

그림 2. 폐회로 시스템에서의 상태응답
Figure 2. Response of the closed-loop system.

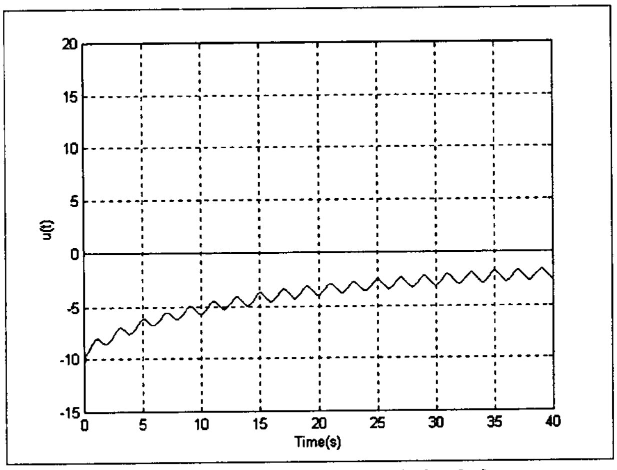

그림 3. 폐회로 시스템에서의 입력
Figure 3. Input of the closed-loop system.

저 자 소 개

조희수(Hee Soo Cho)
1993년 : 경북대학교 전자공학과(학사)
1995년 : 포항공대 대학원(석사)
1996년 ~ 현재 : 경북대학교 전자전기컴퓨터 학부 박사과정.
관심분야 : 견실제어, 퍼지제어 및 응용, 모델링.

Phone : 02-502-9844
Fax : 02-502-9847
E-mail : hscho@smba.go.kr

이갑래(Kap Rai Lee)
1987년 : 경북대학교 전자공학과(학사)
1990년 : 경북대학교 전자공학과(석사)
1999년 : 경북대학교 전자공학과(박사)
2001년 ~ 현재 : 평택대학교 정보과학부 교수.
관심분야 : 지능제어, 산업네트워크제어, 임베디드 OS.

Phone : 031-659-8285
E-mail : krlee@ptuniv.ac.kr

박홍배(Hong Bae Park)
1977년 : 경북대학교 전자공학과(학사)
1979년 : 경북대학교 전자공학과(석사)
1988년 : Univ. of New Mexico(박사)
1988년 ~ 현재 : 경북대학교 전자전기컴퓨터 학부 교수.

관심분야 : 견실제어, 최적제어 및 응용.

Phone : 053-950-5548
E-mail : hbpark@ee.knu.ac.kr