The Korean Communications
in Statistics Vol. 9, No. 1, 2002
pp. 229-240

Comparison of Powers in Goodness of Fit Test of Quadratic Measurement Error Model

Myung-Sang Moon[1)]

Abstract

Whether to use linear or quadratic model in the analysis of regression data is one of the important problems in classical regression model and measurement error model (MEM). In MEM, four goodness of fit test statistics are available in solving that problem. Two are from the derivation of estimators of quadratic MEM, and one is from that of the general k^{th}-order polynomial MEM. The fourth one is derived as a variation of goodness of fit test statistic used in linear MEM. The purpose of this paper is to find the most powerful test statistic among them through the small-scale simulation.

Keywords : Quadratic MEM, Goodness of fit test, Most powerful, Small-scale simulation.

1. 서론

측정오차모형(MEM)에서는 고전적인 회귀분석에서와는 달리 설명변수의 관찰치가 설명변수의 참값(true value)과 그 관찰치를 얻는데 수반되는 측정오차의 합으로 이루어진다고 가정한다. 따라서, 측정오차모형에서의 설명변수는 상수가 아니라 어떤 분포를 따르는 확률변수이고 이러한 조그마한 가정의 변화가 모형의 회귀계수 추정에 큰 영향을 미친다.

비선형 측정오차모형에 속하는 이차 다항측정오차모형은 실제 자료분석에서 많이 이용되는 모형이지만 현재까지 이루어진 이에 관한 연구 결과는 아주 미미하다. Wolter와 Fuller(1982)는 측정오차항이 이변량 정규분포를 따른다는 가정하에 최우 추정법을 변형 적용하여 이차 다항측정오차모형에 대한 추정량을 도출하였고, 도출된 추정량이 점근정규분포를 따름을 증명하였다. Chan과 Mak(1985)은 일반화 최소자승추정법을 적용하여 이차 다항측정오차모형과 일반적인 k차 다항측정오차모형의 추정량을 각각 도출해내고 이들이 점근정규분포를 따름을 증명하였다. 또한 Moon과 Gunst(1995)는 Wolter와 Fuller의 이차 다항측정오차모형에 대한 추정방법을 확대 적용하여 k차 다항측정오차모형의 추정량을 도출해 내었고, Moon(1995)은 설명변수가 2개 이상(≥ 2) 포함되어 있는 k차 다항측정오차모형에서의 회귀계수 추정량도 제시하였다.

이차 다항측정오차모형을 실제 자료에 적용하는데 있어 가장 중요한 것은 주어진 자료를 이차 모형에 적합시켜 좋은 특성을 갖는 회귀계수 추정량을 구해내는 것이다. 그러나, 이차 다항측정오

1) Associate Professor, Department of Statistics, Yonsei University, Wonju-City, Kangwon-Do, 222-701, Korea.
E-mail : statmoon@dragon.yonsei.ac.kr

차모형을 다루는데 있어 또 하나 중요한 것은 주어진 자료에 대해 선형 측정오차모형을 적합시킬 것인지 또는 이차 다항측정오차모형을 적합시킬 것인지를 판단 · 결정하는 것이다. 본 논문에서는 이 결정절차에 이용될 수 있는 네 가지 검정통계량의 검정력을 모의실험을 통하여 비교하여본 후 이들 중 가장 검정력이 높은 것을 찾아보고자 한다. 비교할 네 가지 검정통계량 중 두 가지는 윗 문단에서 언급한 Wolter와 Fuller, 그리고 Chan과 Mak의 이차 다항측정오차모형의 추정량과 그의 점근분포을 이용하는 것이다. 세 번째 검정통계량으로는 Chan과 Mak의 $k(\geq 2)$차 다항측정오차 모형의 추정량과 그의 점근분포을 이용한다. 세 가지 추정량이 모두 점근정규분포를 따른다는 사실로부터 필요한 검정통계량을 도출할 수 있다. 네 번째 검정통계량은 선형 측정오차모형의 적합도 검정법을 이차 다항측정오차모형에 변형 · 적용하여 도출된다.

위의 네 가지 검정통계량 중 Chan과 Mak의 이차, 그리고 $k(\geq 2)$차 다항측정오차모형의 추정량을 이용한 검정통계량은 측정오차항이 정규분포를 따른다는 가정이 필요하지 않지만 Wolter와 Fuller의 추정량을 이용한 검정통계량의 도출은 이의 가정이 필수적이다. 선형 측정오차모형의 적합도 검정법을 변형하여 도출되는 네 번째 검정통계량도 정규성 가정을 필요로 한다. 따라서, 본 논문의 모의실험에서는 측정오차항의 정규성 가정이 맞는 경우와 맞지 않는 경우를 모두 다루어 보고 어떤 차이가 발생하는가 하는 것도 파악하여 보고자 한다.

본 논문은 서론을 포함하여 모두 네 개의 절로 구성되어 있다. 2절에서는 이차 다항측정오차모형과 이 모형의 타당성을 판단하는데 이용할 수 있는 네 가지 검정통계량이 소개된다. 3절에서는 네 가지 검정통계량의 검정력을 비교하기 위한 모의실험계획과 결과가 주어진다. 마지막으로 4절에는 본 논문의 결론이 주어진다.

2. 이차 다항측정오차모형과 네 가지 검정통계량

본 논문의 목적은 이차 다항측정오차모형의 타당성을 검정하는데 이용 가능한 네 가지 검정통계량의 검정력을 모의실험을 통해 비교해 보려는 데에 있다. 이 절에서는 본 논문의 분석 대상인 이차 다항측정오차모형의 정의와, 비교 대상인 네 가지 검정통계량을 간략히 소개한다. 네 가지 검정통계량의 공식이 모두 너무 복잡하여 간단한 도출 과정만 언급하고 각각의 공식이 주어져 있는 참고문헌의 쪽수만 소개한다.

2.1 이차 다항측정오차모형

측정오차모형에서 반응변수와 설명변수의 i번째 관찰값 벡터를 $\boldsymbol{z}_i = (y_i, x_i)^t$, 참값 벡터를 $\boldsymbol{\xi}_i = (\psi_i, \pi_i)^t$, 그리고 측정오차값 벡터를 $\boldsymbol{w}_i = (v_i, u_i)^t$라 하면 i번째 관찰값 벡터를 $\boldsymbol{z}_i = \boldsymbol{\xi}_i + \boldsymbol{w}_i$로 나타낼 수 있다. 행렬과 벡터는 진하게(bold-faced) 나타내고, 벡터는 열 벡터를 의미한다. 설명변수의 참값(π_i)을 일련의 상수로 가정하는 모형을 functional 측정오차모형, 변수로 가정하는 모형을 structural 측정오차모형이라 하는데 본 논문에서는 한 개의 설명변수를 포함하고 있는 functional 이차 다항측정오차모형을 대상으로 한다. 위의 표기들을 이용하여 이차 다항측정오차모형을 아래와 같이 설정할 수 있다.

$$\psi_i = \beta_0 + \beta_1 \pi_i + \beta_2 \pi_i^2, \qquad i = 1, 2, \cdots, n, \tag{2.1}$$

단, $\boldsymbol{w}_i$ 는 상호독립인 이변량 정규$(0, \boldsymbol{\Sigma}_{ww})$ 분포를 따르며 공분산행렬 $\boldsymbol{\Sigma}_{ww}$ 은 기지의 수로 구성되어 있다.

분석 자료의 반응변수와 설명변수가 일차함수 관계에 있는지 또는 식 (2.1)의 관계를 만족하는지를 알아보기 위해 H_0: $\beta_2 = 0$을 검정하게 되는데, 여기에 이용할 수 있는 검정통계량으로서 다음의 네 가지를 들 수 있다. 이들 중 두 가지 검정통계량의 도출은 식 (2.1)에 주어진 모든 가정이 만족되어야 가능하고, 나머지 두 가지 검정통계량은 측정오차항이 이변량 정규분포를 따른다는 가정이 없어도 도출 가능하다.

2.2 네 가지 검정통계량

(1) Wolter와 Fuller의 추정방법 이용

Wolter와 Fuller는 식 (2.1)에 주어진 이차 다항측정오차모형을 다루기 용이한 선형 측정오차모형 형태로 변형한 후, 이미 알려져 있는 선형 측정오차모형 추정법을 이에 적용하여 이차 다항측정오차모형의 추정량을 도출하였다. 도출된 추정량이 점근정규분포를 따름도 증명하였다. 선형 측정오차모형 추정법을 적용하기 위해서는 우도함수를 정의하여야 하므로 측정오차항이 이변량 정규분포를 따른다는 가정은 필수적이다. 또한 추정량의 점근정규분포 공분산행렬의 일치추정량을 변형하여 H_0: $\beta_2 = 0$를 검정하기 위한 검정통계량을 도출해내고 그 통계량이 점근표준정규분포를 따름을 보였다. 따라서, 이 검정통계량을 이차 다항측정오차모형의 적합성 검정에 이용할 수 있다. 이 검정통계량의 공식은 Wolter와 Fuller의 178쪽에 $\hat{V}(\hat{\alpha})$으로 주어져 있고 본 논문에서는 'WF'로 표기한다.

(2) Chan과 Mak의 추정방법 이용 - I

Chan과 Mak은 k차 다항측정오차모형을 다음과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{z}_i = \begin{pmatrix} y_i \\ x_i \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \beta_0 + \begin{pmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_k \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{\pi}_i + \boldsymbol{w}_i \\ &= \boldsymbol{u}\beta_0 + \boldsymbol{\Lambda}\ \boldsymbol{\pi}_i + \boldsymbol{w}_i, \end{aligned} \tag{2.2}$$

단, $\boldsymbol{u}^t = (1\ 0)$, $\boldsymbol{\Lambda} = \begin{pmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_k \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\pi}_i^t = (\pi_i, \ \pi_i^2, \ \pi_i^3, \ \cdots, \pi_i^k)$.

그리고 이 모형을 이용하여

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{w}_i^t \boldsymbol{\Sigma}_{ww}^{-1} \boldsymbol{w}_i = \sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{z}_i - \boldsymbol{u}\beta_0 - \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\pi}_i)^t \boldsymbol{\Sigma}_{ww}^{-1} (\boldsymbol{z}_i - \boldsymbol{u}\beta_0 - \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\pi}_i) \tag{2.3}$$

를 최소화해주는 회귀계수의 일반화 최소자승추정량을 도출하고자 하였다. Chan과 Mak은 이차 다항측정오차모형($k=2$)의 경우, 행렬 $\boldsymbol{\Lambda}$가 정방행렬로서 이의 역행렬이 존재함을 이용하여 식 (2.3)을 최소화하는 회귀계수 추정량을 도출해 내었고 이 추정량이 점근정규분포를 따름도 증명하였다. 이 방법은 우도함수를 정의할 필요가 없으므로 측정오차항의 이변량 정규성 가정은 불필요하지만 이의 공분산 행렬이 기지여야 한다는 가정은 필요하다. 그러나 그들이 도출해낸 추정량은 설정된 이차 다항측정오차모형이 자료에 적합한 모형일때만 (즉, $\beta_2 \neq 0$) 미지의 회귀계수에 대한 일치추정량이 된다. 따라서, $H_0: \beta_2 = 0$을 검정하기 위해 점근정규분포에서 얻은 결과인 검정통계량 $\hat{\beta}_2 / SE(\hat{\beta}_2)$을 이용할 수 없다. Chan과 Mak은 이에 대한 대안으로 보다 간편한 검정통계량을 제시하고 이 검정통계량이 점근표준정규분포를 따름을 보였다. 본 논문에서는 Chan과 Mak이 대안으로 제시한 검정통계량을 이용하려 하고 이를 'CM2'로 표기한다. 이 검정통계량의 공식은 Chan과 Mak(1985) 514쪽에 $z_{(n)}$으로 주어져 있다.

(3) Chan과 Mak의 추정방법 이용 - II

식 (2.3)을 최소화해주는 $k(\geq 2)$차 다항측정오차모형의 일반화 최소자승추정량은 (2)에서 언급한 이차 다항측정오차모형에 적용했던 방법을 이용하여 도출할 수 없다. $\boldsymbol{\Lambda}$가 정방행렬이 아니기 때문이다. 따라서 Chan과 Mak은 다른 방법으로서 x_i의 Hermite polynomial 들이 π_i^r $(r=1,2,3,\cdots)$의 불편추정량을 제공해준다는 사실을 이용하여 $k(\geq 2)$차 다항측정오차모형의 회귀계수 추정량을 구해내고 그 추정량이 점근정규분포를 따름을 보였다. 이 점근정규분포로부터 $\hat{\beta}_2 / SE(\hat{\beta}_2)$를 계산하여 $H_0: \beta_2 = 0$을 검정할 수 있고, 검정통계량의 공식은 Chan과 Mak의 515 ~ 516쪽에 주어져 있다. 본 논문에서는 이 검정통계량을 'CM k'로 표기한다. (2)에서와 마찬가지로 여기에서도 측정오차항의 공분산 행렬은 기지여야 하지만 이들이 이변량 정규분포를 따른다는 가정은 필요하지 않다.

(4) 선형 측정오차모형에서의 적합성 검정법의 응용

선형 측정오차모형에서 반응변수와 설명변수의 이차 적률행렬을 M_{zz}라 정의하고 $\hat{\lambda}$을 아래에 주어진 식을 만족하는 λ의 최소근이라 하자.

$$| M_{zz} - \lambda \Sigma_{ww} | = 0.$$

선형 측정오차모형이론에 의하면, 주어진 자료가 설정된 선형모형에 적합한 자료이면

$n(n-k)^{-1}\hat{\lambda}$은 자유도가 $n-k$ 와 d_f 인 F분포를 따른다고 한다. 여기서 n은 자료의 갯수, k는 모형에 포함된 독립변수 갯수를 나타내고 d_f는 여러가지 가정에 따라 달라지는 수이다. 위의 (1)에서 언급하였듯이 Wolter와 Fuller는 이차 다항측정오차모형을 선형모형 형태로 변형하여 이차 다항모형에 대한 결과를 도출하였다. 따라서, Wolter와 Fuller가 정의한 선형모형 형태를 갖는 이차 다항측정오차모형의 적합성 검정에 위의 $\hat{\lambda}$을 이용하는 선형 측정오차모형에서의 결과를 적용할 수 있다. 주어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

$$n(n-k)^{-1}\hat{\lambda} \sim \mathrm{F}_{b,\infty}. \tag{2.4}$$

(단, b값은 Fuller(1987)의 193쪽에 주어져 있음.) 식 (2.4)에서 정의한 통계량이 네 번째 검정 통계량이다.

3. 모의실험

본 논문의 목적이 네 가지 검정통계량의 검정력 비교인데 이론적인 비교는 불가능하므로 모의실험을 통한 비교가 필수적이다. 아래에 여기에서 실시할 모의실험계획을 기술한다.

3.1 모의실험계획

소표본 모의실험을 이용하여 네 가지 검정통계량의 검정력을 비교하기 위해 아래에 주어진 functional 이차 다항측정오차모형과 여러 모수값들의 조합을 이용한다.

(i) 모형: $\psi_i = \pi_i + \beta_2 \pi_i^2$,

단, $\beta_2 = 0.2 \sim 1.0(0.2)$, 그리고 $\pi_i = -0.50 \sim 1.00(0.050)$,

(ii) $n = 62, 124, 186$, ((i)에 주어진 31개의 π_i값들을 각각 2, 4, 6회 반복 이용)

(iii) $\Sigma_{ww} = \begin{pmatrix} 0.030 & 0 \\ 0 & 0.030 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.045 & 0 \\ 0 & 0.045 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.060 & 0 \\ 0 & 0.060 \end{pmatrix}$,

(iv) 측정오차항 분포; 이변량 정규분포, triangular 분포,

(v) 유의수준 = 5%.

비교 대상인 네 가지의 검정통계량 중 세 검정통계량의 분포가 점근정규분포이므로 표본의 크기가 상당히 커야만 비교적 정확한 결론을 도출해낼 수 있으리라 생각된다. 표본크기가 작을 때와 클 때의 결과를 비교해 보기 위하여 세 가지의 표본크기($n = 62, 124, 186$)를 이용한다. 설명변수의 측정오차항 분산의 크기는 σ_{uu}와 π_i의 분산의 비가 Wolter와 Fuller에서 이용한 γ^2과 비슷한 값을 갖도록 다음과 같이 결정한다.

$$\gamma^2 = \frac{n\sigma_{uu}}{\sum_{i=1}^{n}(\pi_i - \bar{\pi})^2} = \begin{cases} 0.300, & \sigma_{uu} = 0.060 \text{ 인 경우}, \\ 0.225, & \sigma_{uu} = 0.045 \text{ 인 경우}, \\ 0.150, & \sigma_{uu} = 0.030 \text{ 인 경우}. \end{cases}$$

σ_{vv}는 σ_{uu}와 같은 값이 되도록 하였다. 측정오차항 분포중의 하나인 triangular 분포는 평균이 0, 그리고 분산이 (iii)에 주어진 σ_{vv}, σ_{uu}와 같아지도록 이 분포의 모수값들을 조정하여 난수를 추출한다. 난수추출은 IMSL의 subroutine인 RNMVN과 RNTRI를 이용하고, (i) ~ (iv)에 주어진 모수값들의 모든 조합에 대해 각각 2,000회씩 모의실험을 실시하여 네 가지 검정통계량의 검정력을 비교하려한다.

3.2 모의실험 결과

검정력 비교를 위한 모의실험 결과가 <표 1> ~ <표 2>에 주어져 있다. 이변량 정규분포를 측정오차항 분포로 이용했을 때의 결과는 <표 1>에, 그리고 triangular 분포를 이용했을 때의 결과는 <표 2>에 제시되어 있다. 모든 경우에 있어서 선형 측정오차모형에서의 적합성 검정법을 변형하여 도출한 식 (2.4)로 주어진 네 번째 검정통계량의 검정력이 다른 것들에 비해 현저하게 낮아 이에 대한 결과는 생략하였다.

각각의 <표>에는 두 개의 검정력이 주어져 있는데, 임계치를 표준정규분포에서 찾은 ± 1.96 (유의수준 5%)을 이용하여 계산한 검정력은 'Power 1'로 표시되어 있다. <표 1> ~ <표 2>에서 볼 수 있듯이 총 90가지 모수값들의 조합 중에서 네 경우를 제외하고는 'WF'의 검정력이 월등하게 높았다. 예외인 네 경우에도 다른 검정통계량들과의 검정력 차이가 미미하여 단순 표본추출변동에 따른 결과로 생각된다. 'CM2'와 'CM k'의 검정력 비교는 측정오차항의 분포에는 영향을 받지 않았고 상대적인 γ^2의 크기(또는 σ_{uu}의 크기)에 따라 상이한 결과가 얻어졌다. 즉, 상대적으로 γ^2이 큰 값을 갖을 때는 (즉, $\sigma_{uu} = 0.060$일 때) 'CM2'의 검정력이 대체적으로 더 높았고, 반대의 경우에는 ($\sigma_{uu} = 0.045$ 또는 0.030일 때) 'CM k'의 검정력이 더 높았다.

'Power 1'은 비교 대상인 세 가지 검정통계량이 모두 점근 표준정규분포를 따르므로 ± 1.96을 임계치로 이용(유의수준=5%)하여 구한 값들이다. 이를 확인하기 위해 각각의 모수값 조합에 대하여 20,000회의 모의실험을 실시한 후 세 가지 검정통계량의 '경험적 유의수준'을 계산하였고 그 결과가 <표 3>에 주어져 있다. <표 3>에 주어진 결과로부터 'WF'의 경험적 유의수준은 모두 0.05보다 더 크고, 'CM2'의 그것은 0.05 보다 더 작음을 알 수 있다. 'CM k'의 경험적 유의수준은 대체적으로 0.05 보다 작지만 $\sigma_{uu} = 0.030$일 때에는 0.05 보다 더 크다. 그러나 공통적인 현상으로, 대부분의 경우에 있어 표본크기가 커질수록 세 가지 검정통계량의 경험적 유의수준이 0.05에 점점 더 가까운 값을 갖게 된다는 것도 확인할 수 있다. 본 논문에서는 세 검정통계량의 경험적 유의수준이 0.05와 상당한 차이를 보이고(특히 표본크기가 작을 때), 특히 'WF'의 경험적 유의수준이 다른 두 검정통계량의 그것보다 더 큰 값을 갖는 경우가 대부분이어서 이를 조정하기 위해 20,000회의 모의실험 결과로부터 각각의 모수 조합에 대해 $\alpha = 0.05$에 해당하는 경험적 임계치를 계산하

였다. 이를 이용하여 세 가지 검정통계량의 검정력을 2,000회의 모의실험을 통해 구하였고, <표 1> ~ <표 2>에 'Power 2'로 주어져 있다.

'Power 2'를 이용하여 세 가지 검정통계량의 검정력을 비교해보면 'Power 1'을 이용하였을 때와는 약간 다른 결론을 내릴 수 있다. 즉, 'Power 1'에서와 마찬가지로 표본크기에는 거의 영향을 받지 않지만 γ^2의 상대적인 크기(또는 σ_{uu}의 크기), 그리고 측정오차항 분포에 따라 상이한 검정력 비교 결과가 얻어짐을 알 수 있다. 이들을 정리해보면 다음과 같다.

① 상대적으로 γ^2이 클 때($\sigma_{uu} = 0.060$일 때): 모의실험에서 이용한 측정오차항의 분포(이변량 정규분포 또는 triangular 분포)에 관계없이 대부분의 경우에 있어 'WF'의 검정력이 가장 높았다. 그리고 측정오차항의 분포가 이변량 정규분포일 때에는 'CM2'의 검정력이, triangular 분포일 때는 'CM k'의 검정력이 두 번째로 높았다.

② $\gamma^2 = 0.225$일 때($\sigma_{uu} = 0.045$일 때): 측정오차항의 분포가 이변량 정규분포일 때에는 'CM2'의 검정력이, 그리고 triangular 분포일 때는 'WF'의 검정력이 가장 높았다. 'WF'의 도출을 위해서는 측정오차항의 정규성 가정을 필요로 하지만 'CM2'의 도출과정은 이 가정을 필요로 하지 않는다는 점에서 의외의 결과였다.

③ 상대적으로 γ^2이 작을 때($\sigma_{uu} = 0.030$일 때): 측정오차항의 분포에 관계없이 거의 대부분의 경우에 있어서 'CM2'의 검정력이 가장 높았고 'CM k'의 검정력이 가장 낮았다.

4. 결론

측정오차모형을 이용하여 주어진 회귀분석자료를 모형에 적합시킬 경우 선형모형을 이용할 것인지 아니면 이차 다항모형을 이용할 것인지를 결정하는 것은 자주 직면하게 되는 중요한 문제이다. 본 논문에서는 측정오차모형에서 이 문제를 해결하는데 이용할 수 있는 네 가지 검정통계량의 검정력을 소규모 모의실험을 통하여 비교하여 보았다. 그 중 한 검정통계량의 검정력은 다른 것들에 비해 현저하게 낮아 소개만 하고 결과 분석에는 포함시키지 않았다.

세 검정통계량의 분포가 점근정규분포를 따르므로 임계치 ± 1.96(유의수준=5%)을 이용하여 검정력(Power 1)을 비교한 결과 거의 모든 경우에 있어 'WF'의 검정력이 가장 높았다. 그러나 임계치 ± 1.96을 이용하면 세 검정통계량의 경험적 유의수준의 차가 너무 커 공정한 비교가 어렵다. 따라서 이를 시정하기 위하여 유의수준이 정확히 5%가 되게 하는 경험적 임계치를 각 검정통계량에 대해 구한 후 모의실험을 통하여 검정력(Power 2)을 다시 비교하였는데 이 경우에는 측정오차항 분산의 상대적 크기에 따라 다른 결론을 얻을 수 있었다. 즉, $\gamma^2 = 0.300$일 때에는 'WF'의 검정력이, 그리고 $\gamma^2 = 0.150$일 때에는 'CM2'의 검정력이 가장 높음을 알 수 있었고 $\gamma^2 = 0.225$인 경우에는 측정오차항의 분포에 따라 'WF'(triangular 분포의 경우), 또는 'CM2'(이변량 정규분포의 경우)의 검정력이 가장 높았다. 따라서 경험적 임계치를 이용할 경우 γ^2이 상대적으로 큰 값을 갖을수록 'WF'의 검정력이, 그리고 작은 값을 갖을수록 'CM2'의 검정력이 가장 높다는 결론을 내릴 수 있었다.

위에서 언급한 경험적 임계치를 이용한 검정력(Power 2) 비교 결과를 실제 자료분석에 적용할 수는 없다. 실제 자료분석에서는 경험적 임계치를 구할 수 없기 때문이다. 따라서 본 논문에서는

'Power 1'이 가장 높았던 'WF'를 이차 다항측정오차모형의 적합도 검정통계량으로 이용하되 'Power 2'의 비교 결과를 고려하여 유의확률이 유의수준보다 작더라도 두 값의 차이가 미미하면 귀무가설을 채택할 것을 제안한다.

참고문헌

[1] Chan, L. K. and Mak, T. K. (1985). On the Polynomial Functional Relationship, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B,* Vol. 47, 510-518.

[2] Fuller, W. A. (1987). *Measurement Error Models,* New York: Wiley and Sons, Inc.

[3] IMSL User's Manual (1984). IMSL inc., Houston, TX.

[4] Moon, M. S. (1995). On Fitting Polynomial Measurement Error Models with Vector Predictor, 「한국통계학회논문집」, 제2권 1호, 1-12.

[5] Moon, M. S. and Gunst, R. F. (1995). Polynomial Measurement Error Modeling, *Computational Statistics & Data Analysis,* Vol. 19, 1-21.

[6] Wolter, K. M. and Fuller, W. A. (1982). Estimation of the Quadratic Errors-in-variables Model, *Biometrika,* Vol. 69, 175-182.

[2001년 12월 접수, 2002년 2월 채택]

부록 : 모의실험 결과

<표 1> 측정오차항 분포가 이변량 정규분포인 경우

$\beta_2 = 0.20$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.1320	0.0705	0.1495	0.0985	0.1470	0.1130
	0.045	0.1505	0.0660	0.1710	0.1085	0.2030	0.1635
	0.030	0.1880	0.1070	0.2370	0.1755	0.2855	0.2050
CM2	0.060	0.0455	0.0595	0.0730	0.0865	0.0850	0.1090
	0.045	0.0575	0.0775	0.0980	0.1070	0.1315	0.1650
	0.030	0.0955	0.1135	0.1685	0.1740	0.2345	0.2275
CM k	0.060	0.0525	0.0715	0.0710	0.0900	0.0815	0.1155
	0.045	0.0730	0.0600	0.1210	0.0960	0.1605	0.1610
	0.030	0.1620	0.1095	0.2105	0.1725	0.2710	0.1995

<표 1> (계속)

$\beta_2 = 0.40$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.2265	0.1330	0.2595	0.1940	0.3370	0.2825
	0.045	0.2740	0.1555	0.3670	0.2565	0.4555	0.3955
	0.030	0.3735	0.2630	0.5270	0.4575	0.6810	0.5700
CM2	0.060	0.0975	0.1155	0.1510	0.1725	0.2440	0.2740
	0.045	0.1225	0.1590	0.2520	0.2725	0.3675	0.4150
	0.030	0.2250	0.2585	0.4465	0.4705	0.6270	0.6165
CM k	0.060	0.0580	0.0990	0.1210	0.1630	0.2225	0.2775
	0.045	0.1435	0.1235	0.2690	0.2230	0.3765	0.3775
	0.030	0.3085	0.2455	0.4880	0.4400	0.6485	0.5525

$\beta_2 = 0.60$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.3345	0.2095	0.4195	0.3305	0.5335	0.4705
	0.045	0.4255	0.2885	0.5565	0.4555	0.7050	0.6450
	0.030	0.5795	0.4535	0.7955	0.7400	0.9085	0.8495
CM2	0.060	0.1345	0.1585	0.2710	0.2980	0.4065	0.4575
	0.045	0.2255	0.2855	0.4385	0.4585	0.6385	0.6765
	0.030	0.4255	0.4575	0.7440	0.7560	0.9025	0.8955
CM k	0.060	0.1090	0.1570	0.2210	0.2630	0.3615	0.4405
	0.045	0.2520	0.2230	0.4510	0.3915	0.6145	0.6145
	0.030	0.4945	0.4200	0.7670	0.7180	0.8945	0.8280

$\beta_2 = 0.80$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.4270	0.2945	0.6040	0.5150	0.6920	0.6375
	0.045	0.5205	0.3765	0.7180	0.6150	0.8475	0.8160
	0.030	0.7505	0.6390	0.9200	0.8830	0.9660	0.9445
CM2	0.060	0.1755	0.2130	0.4345	0.4725	0.5915	0.6335
	0.045	0.3065	0.3815	0.6160	0.6340	0.8285	0.8520
	0.030	0.6025	0.6395	0.9005	0.9080	0.9765	0.9735
CM k	0.060	0.1485	0.2040	0.3385	0.3985	0.5130	0.5925
	0.045	0.3175	0.2855	0.5890	0.5325	0.7905	0.7905
	0.030	0.6720	0.5860	0.8980	0.8655	0.9610	0.9450

<표 1> (계속)

$\beta_2 = 1.00$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.5070	0.3765	0.6920	0.6115	0.8055	0.7625
	0.045	0.6410	0.5025	0.8340	0.7560	0.9160	0.8975
	0.030	0.8360	0.7455	0.9600	0.9370	0.9925	0.9860
CM2	0.060	0.2450	0.2800	0.5390	0.5690	0.7295	0.7685
	0.045	0.4145	0.4895	0.7660	0.7840	0.9165	0.9330
	0.030	0.7100	0.7515	0.9580	0.9605	0.9965	0.9965
CM k	0.060	0.1850	0.2540	0.4065	0.4595	0.6285	0.7110
	0.045	0.4055	0.3645	0.7300	0.6705	0.8725	0.8725
	0.030	0.7755	0.6910	0.9420	0.9280	0.9895	0.9825

<표 2> 측정오차항 분포가 triangular 분포인 경우

$\beta_2 = 0.20$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.1310	0.0815	0.1325	0.0865	0.1530	0.1335
	0.045	0.1320	0.0895	0.1675	0.1250	0.1870	0.1750
	0.030	0.1835	0.1130	0.2550	0.1935	0.2975	0.2845
CM2	0.060	0.0495	0.0670	0.0770	0.0820	0.1085	0.1315
	0.045	0.0600	0.0850	0.1030	0.1210	0.1425	0.1630
	0.030	0.1000	0.1290	0.1980	0.1975	0.2535	0.2830
CM k	0.060	0.0305	0.0730	0.0490	0.0925	0.0885	0.1370
	0.045	0.0660	0.0850	0.1130	0.1165	0.1395	0.1720
	0.030	0.1480	0.1285	0.2315	0.1865	0.2790	0.2715

$\beta_2 = 0.40$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.2105	0.1490	0.2970	0.2215	0.3580	0.3225
	0.045	0.2705	0.1990	0.3750	0.3180	0.4910	0.4660
	0.030	0.3770	0.2785	0.5795	0.5110	0.7155	0.7010
CM2	0.060	0.0890	0.1160	0.1940	0.1995	0.2680	0.3085
	0.045	0.1345	0.1830	0.2725	0.3055	0.4095	0.4535
	0.030	0.2405	0.2855	0.4955	0.4945	0.6810	0.7125
CM k	0.060	0.0610	0.1290	0.1420	0.2130	0.2305	0.3170
	0.045	0.1410	0.1705	0.2765	0.2825	0.4190	0.4665
	0.030	0.3145	0.2825	0.5445	0.4965	0.6985	0.6910

<표 2> (계속)

$\beta_2 = 0.60$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.3150	0.2325	0.4610	0.3725	0.5690	0.5275
	0.045	0.4315	0.3280	0.6120	0.5410	0.7600	0.7380
	0.030	0.5865	0.4660	0.8445	0.8035	0.9410	0.9360
CM2	0.060	0.1385	0.1850	0.3175	0.3295	0.4685	0.5185
	0.045	0.2380	0.3005	0.4940	0.5310	0.6975	0.7270
	0.030	0.4150	0.4805	0.8000	0.7995	0.9290	0.9450
CM k	0.060	0.0980	0.1895	0.2480	0.3455	0.4100	0.5180
	0.045	0.2465	0.2945	0.4985	0.5080	0.7005	0.7325
	0.030	0.5150	0.4740	0.8240	0.7910	0.9360	0.9325

$\beta_2 = 0.80$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.4420	0.3430	0.6415	0.5540	0.7720	0.7435
	0.045	0.5575	0.4570	0.7680	0.7110	0.9070	0.8985
	0.030	0.7565	0.6630	0.9520	0.9340	0.9915	0.9900
CM2	0.060	0.2055	0.2800	0.4765	0.4915	0.6700	0.7115
	0.045	0.3505	0.4290	0.6685	0.6945	0.8720	0.8925
	0.030	0.6090	0.6580	0.9410	0.9400	0.9885	0.9920
CM k	0.060	0.1530	0.2730	0.3830	0.5145	0.6115	0.7160
	0.045	0.3520	0.3965	0.6680	0.6750	0.8740	0.8945
	0.030	0.6965	0.6525	0.9440	0.9265	0.9920	0.9915

$\beta_2 = 1.00$	n	62		124		186	
검정통계량	σ_{uu} \ $1-\beta$	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2	Power 1	Power 2
WF	0.060	0.5285	0.4175	0.7520	0.6740	0.8610	0.8475
	0.045	0.6610	0.5705	0.8750	0.8425	0.9635	0.9615
	0.030	0.8750	0.8060	0.9895	0.9815	0.9990	0.9985
CM2	0.060	0.2710	0.3480	0.6060	0.6185	0.7880	0.8215
	0.045	0.4520	0.5275	0.8170	0.8375	0.9520	0.9630
	0.030	0.7530	0.7990	0.9845	0.9845	0.9985	0.9985
CM k	0.060	0.1860	0.3165	0.4970	0.6325	0.7320	0.8100
	0.045	0.4270	0.4790	0.7925	0.7970	0.9495	0.9625
	0.030	0.8285	0.7955	0.9855	0.9770	0.9990	0.9990

<표 3> 각 검정통계량의 경험적 유의수준

검정 통계량	오차항 분포	이변량 정규분포			Triangular 분포		
	σ_{uu} \ n	62	124	186	62	124	186
WF	0.060	0.1190	0.0905	0.0655	0.1045	0.0800	0.0625
	0.045	0.1125	0.0840	0.0685	0.0870	0.0750	0.0615
	0.030	0.0905	0.0770	0.0815	0.0750	0.0705	0.0590
CM2	0.060	0.0300	0.0380	0.0415	0.0350	0.0435	0.0390
	0.045	0.0385	0.0360	0.0360	0.0275	0.0455	0.0440
	0.030	0.0380	0.0440	0.0465	0.0350	0.0445	0.0420
CM k	0.060	0.0340	0.0325	0.0335	0.0115	0.0300	0.0275
	0.045	0.0535	0.0595	0.0490	0.0410	0.0475	0.0460
	0.030	0.0730	0.0670	0.0775	0.0615	0.0595	0.0500