

# 유연도법 섬유요소모델에 의한 반복하중을 받는 철근콘크리트 교각의 연성능력 평가

## Evaluation of Ductility Capacity of Reinforced Concrete Bridge Columns Subject to Cyclic Loading Using Flexibility-Based Fiber Element Method

고현무\*

Koh, Hyun Moo

조근희\*\*

Cho, Keun Hee

조호현\*\*\*

Cho, Ho Hyun

### 국문요약

유연도법 섬유요소모델을 통하여 반복하중을 받는 철근콘크리트 교각의 비탄성 이력 거동을 추적하고 직접적인 방법에 의해 변위연성도 평가를 수행하였다. 철근 콘크리트 교각의 극한상태까지의 비탄성 거동을 합리적으로 추적하기 위해 인장강성거동, 기동-기초면의 불연속 변위 등을 고려하여 철근과 콘크리트의 평균응력-평균변형률 관계, 접촉면요소 등을 실험과 잘 일치하는 기존의 해석 모델을 수정, 적용하였다. 또한 수치해석시 간편하게 적용할 수 있는 직접적인 방법에 의하여 교각의 연성능력을 평가하였으며, 항복변위 및 극한변위의 산출에 영향을 미치는 적분점의 위치, 콘크리트 압쇄 후 강도, 철근의 low-cycle fatigue에 의한 파단 시점 등에 대하여 유연도법 섬유요소모델에 적용할 수 있는 값들을 제시하였다. 해석에 의한 변위연성도는 10%이내의 오차를 보이므로, 적용한 해석기법 및 모델에 의한 항복변위 및 극한변위의 평가는 타당하다고 할 수 있다.

**주요어 :** 유연도법 섬유요소모델, 철근콘크리트 교각, 반복하중, 변위연성능력

### ABSTRACT

The evaluation of displacement ductility is performed by direct method through tracking the inelastic hysteretic behavior of RC bridge columns subject to cyclic loading using a flexibility-based fiber element model. To reasonably track the inelastic behavior until the RC bridge column reaches its ultimate state, the average stress-average strain relations and joint elements, which agree well with experiments, are modified and applied considering the tension stiffening behavior and discontinuous displacement between the column and its base. In addition, the evaluation of displacement ductility is performed by a direct method easily applicable to numerical analysis. Locations for the integration points, values for the post-crushing concrete strength and low-cycle fatigue failure of longitudinal reinforcement that affect the calculation of yielding and ultimate displacements are proposed for the application to flexibility-based fiber element model. Since less than 10% of error occurs during the displacement ductility analysis, the yielding and ultimate displacements evaluated by the applied analysis method and model appear to be valid.

**Key words :** flexibility-based fiber element method, reinforced concrete bridge column, cyclic loading, ductility capacity

### 1. 서 론

현재 우리나라를 포함한 여러 나라는 성능기초설계법 (performance-based design)에 근거한 내진설계기준을 마련하고자 연구하고 있다. 성능기초설계법이란 다단계 성능수준을 만족하도록 구조물을 설계하는 것으로서 큰 지진 발생시에는 구조물의 붕괴 방지, 작은 지진 발생시에는 기능 수행에 관한 요구조건을 만족하도록 설계하고자 하는 개념이다. 이러한 성능기준을 만족시키는 구조물의 설계가 이루어지기 위해서는 구조물의 성능기준별 요구성능과 이에 대한 역량성능이 명확히 평가되어야 한다.<sup>(1)</sup>

구조물의 성능에 대한 평가는 종래의 강도 측면에서의 접근보다 연성이거나 에너지 흡수능력을 잘 표현할 수 있는 변형/변위 측면에서의 접근이 적합하다.<sup>(2)</sup> 이는 극한강도에도 달한 구조물도 비탄성 변형거동에 의해 추가의 에너지를 흡

수할 수 있기 때문이다. 따라서 구조물의 요구성능 및 역량성능에 대한 평가는 변형/변위 측면에서의 연성능력의 고찰을 통해서 이루어지는 것이 적합하다.

철근콘크리트 교각은 종방향 및 횡방향 철근의 배근, 축력, 단면 크기에 대한 기동의 높이비(형상비, aspect ratio)에 따라 각기 다른 파괴양상 및 연성거동을 보인다. 이에 많은 연구자들이 실험적 방법에 의하여 교각의 연성능력을 포함한 비탄성 거동을 규명하고자 시도하였으며, 최근 PEERC(pacific earthquake engineering research center)에서 이러한 기준의 실험에 대한 자료기반(<http://peer.ucsd.edu>)을 구축하여 이 분야에 대한 연구를 도모하고 있다.

대부분의 실험들은 부재 단위로 이루어지기 때문에 이러한 단위부재의 실험결과를 통해 구조물 전체의 거동을 예측하는 것은 매우 어려운 일이다. 따라서 구조물 전체의 거동을 파악하기 위해서는 해석적인 방법이 반드시 요구된다.

이에 대한 최근 연구는 김태훈 등<sup>(3)</sup>, Maekawa와 An<sup>(4)</sup>의 연구가 있으며, 이들은 2차원 연속체요소를 사용하여 형상비가 작은 교각에 대해서도 성공적으로 변위연성도를 평가하였다. 그리고 Spaccone 등<sup>(5)</sup>은 교각과 같은 뼈대부재에 효율

\* 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템 공학부, 교수(대표저자 : kohhyun@gong.snu.ac.kr)

\*\* 유니슨기술연구소, 선임연구원

\*\*\* 서울대학교 지구환경시스템 공학부, 박사과정

본 논문에 대한 토의를 2002년 8월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다. (논문접수일 : 2002. 1. 14 / 심사종료일 : 2002. 5. 9)

적으로 적용할 수 있는 유연도법 섬유요소모델(flexibility-based fiber element model)을 제시하였다.

이 연구는 기존의 실험적/해석적 연구를 기초로 하여 철근콘크리트 교각의 연성능력을 평가할 수 있는 해석적 방법을 제시하고자 한다. 이를 위해서는 합리적인 유한요소모델의 선정과 개별재료에 대한 비탄성 거동 및 인장강성거동 그리고 부재의 강도에는 영향을 미치지 않지만 구조물의 변위에 대한 기여도가 큰 기둥-기초 접합부의 불연속 변위에 대한 신뢰도 높은 해석모델을 구성하여야 한다. 또한 수치해석시 간편하게 적용할 수 있는 직접적인 방법에 의하여 변위연성도를 평가하며, 유연도법 섬유요소모델에 적용할 수 있는 항복변위 및 극한변위에 대한 산출기준을 제시하고자 한다.

## 2. 유연도법 섬유요소 모델링

유연도법 섬유요소모델(flexibility-based fiber element model)은 유연도법(flexibility-based formulation)과 섬유요소모델(fiber element model)이 결합된 모델로서 각각의 장점을 그대로 유지한다. 유연도법은 변형연화거동을 겪는 부재의 해석시 수치적으로 안정하고, 힘의 평형조건을 모든 단면에서 만족하며 강도법에 비해 적은 수의 요소를 사용할 수 있는 장점을 가지고 있다. 또한 섬유요소모델(그림 1)은 비교적 잘 정립된 재료의 축방향 구성관계만을 사용하여 부재의 비탄성 거동을 기술하고 휨모멘트-축력의 상호작용을 합리적으로 고려할 수 있는 장점이 있다. 따라서, 이 연구에서는 유연도법 섬유요소모델을 변위연성능력 평가를 위한 유한요소모델로 채택하였다. 하지만 이 모델은 평면인 단면은 변형 후에도 평면으로 남으며, 종축에 수직인 단면은 계속 수직을 유지한다는 섬유요소모델의 기본 가정으로 인하여 전단거동을 기술하지 못하는 단점을 가진다.

유연도법은 강도법과 달리 그림 2(b)와 같이 강체모드가 제거된 국부요소계의 요소자유도만을 사용하여 유도된다. 강체모드가 포함된 국부요소의 변위와 강체모드가 제거된 국부요소의 변위와의 관계는 간단한 기하적 변환을 통하여 구할 수 있다. 이렇게 구해진 변위로부터 구성관계에 의해 절점력을 구할 수 있고, 절점력과 단면력 사이의 관계는 형상함수에 의해 정의되며, 일반적으로 힘의 평형조건으로부터 유도된 선형함수를 사용한다. 요소의 유연도행렬은 가상력의 원리로부터 구할 수 있다.

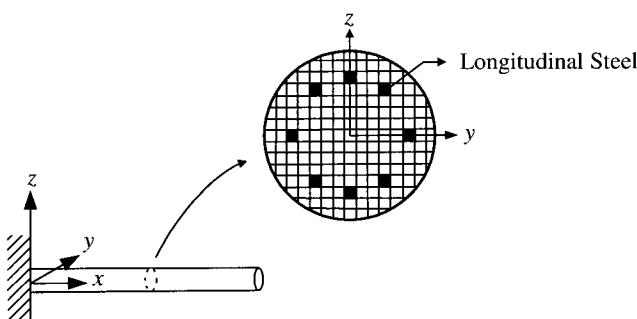
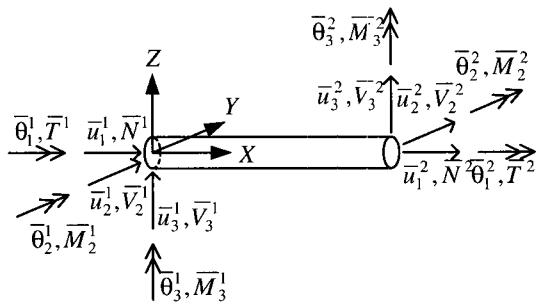
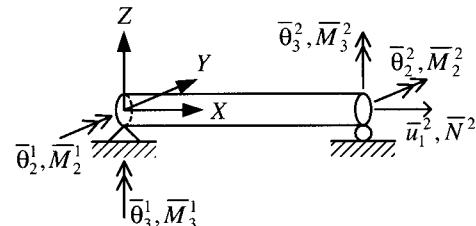


그림 1 섬유요소모델



(a) 강체모드가 포함된 국부요소계의 요소자유도



(b) 강체모드가 제거된 국부요소계의 요소자유도

그림 2 국부요소 좌표계 및 요소자유도

유연도법은 절점변위 뿐만 아니라 절점력 또한 미지변수로 취하기 때문에 해를 구하기 위한 새로운 알고리즘을 필요로 한다. 이러한 문제를 해결하는 합리적인 방법은 Spacone 등<sup>(5)</sup>에 의해 제시되었으며, 어떠한 단면의 재료 거동에도 적용할 수 있는 장점을 가진다. 이러한 장점은 변위와 힘 2가지 변수를 동시에 사용(two-field mixed method)하여 지배방정식을 구성함으로써 얻어진 결과이다.

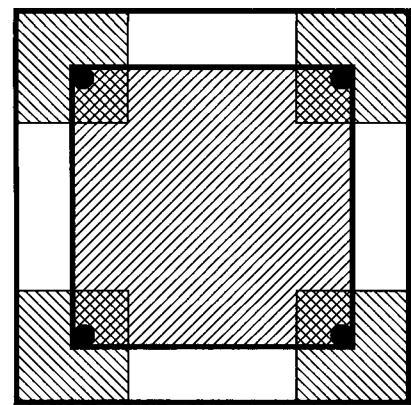
## 3. 철근콘크리트 교각의 비탄성 거동 모델링

제안한 유한요소모델이 합리적인 해석결과를 내기 위해서는 각각의 비탄성 거동에 대한 신뢰성 있는 재료구성관계가 뒷받침되어야 한다. 이에 철근과 콘크리트에 대해서서 실험과 잘 일치하는 기존의 해석모델을 수정, 적용하였다.

### 3.1 콘크리트 모델링

콘크리트는 인장, 압축에 대해 상이한 거동을 보이기 때문에 각각에 대해 서로 다른 응력-변형률 관계를 적용하여야 하며, 이력과정 중에 발생하는 에너지 소산을 기술할 수 있어야 한다. 인장축의 구성관계를 구성할 경우에는 철근과의 부착효과(bond effect)에 의한 인장강성효과(tension stiffening effect)의 고려가 필수적이다. 그리고 압축축 응력-변형률 관계는 구속콘크리트(confined concrete)와 덮개콘크리트(cover concrete)가 서로 다르며, 구속콘크리트는 횡방향 구속철근의 배근량 및 배치형태에 따라 강도 및 연성도가 달라진다. 따라서 철근콘크리트 교각 단면의 섬유요소에 대한 구성관계는 횡방향철근의 구속 및 인장강성효과에 따라 그림 3과 같이 구분하여 적용하여야 한다.

인장강성효과가 나타나는 구역의 크기는 해석시 부재강성뿐만 아니라 파괴양상에도 영향을 미치므로 이의 크기는



■ Confined, Tension Softening Region  
 ■ Confined, Tension Stiffening Region  
 □ Unconfined, Tension Softening Region  
 ▨ Unconfined, Tension Stiffening Region

그림 3 횡방향철근의 구속 및 인장강성효과에 따른 콘크리트 단면의 분할

적절히 설정되어야 한다. 이 연구에서는 철근의 직경과 덮개 콘크리트의 두께로부터 인장강성구역의 크기를 설정하는 Maekawa와 An<sup>(4)</sup>의 실험식을 토대로 인장강성구역의 크기 를 산정하였다. 그리고 구속콘크리트와 덮개콘크리트는 횡 방향 철근을 기준으로 구분하였다.

이 연구에서는 Mander 등<sup>(6)</sup>이 제안한 모델을 압축축 응력-변형률 관계에 대한 포락곡선으로 채택하고, 반복하중에 대한 이력곡선은 이력과정 중에 발생하는 에너지 소산을 기술할 수 있도록 Mander 등의 모델을 수정, 적용하였다(그림 4).<sup>(7)</sup>

콘크리트는 압축강도에 비해 상당히 작은 인장강도를 가지고 있으며 취성파괴를 보인다. 하지만 철근 주변의 콘크리트는 부착거동에 의하여 균열이 발생한 이 후에도 일정한 인장력을 부담하는 연성거동을 보인다. 따라서 인장축 콘크리트의 수치모델은 이러한 인장강성거동(tension stiffening behavior)을 고려할 수 있도록 구성되어야 한다. 이 연구에

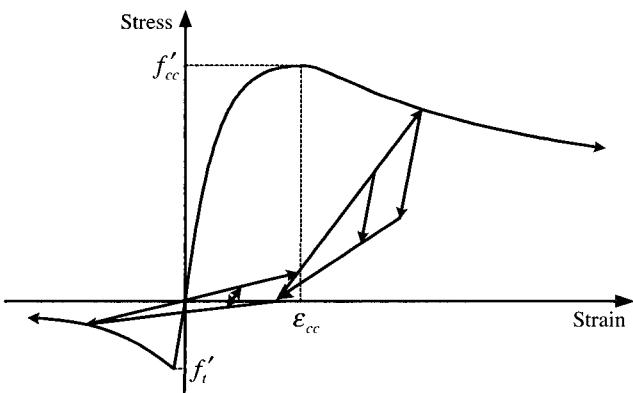
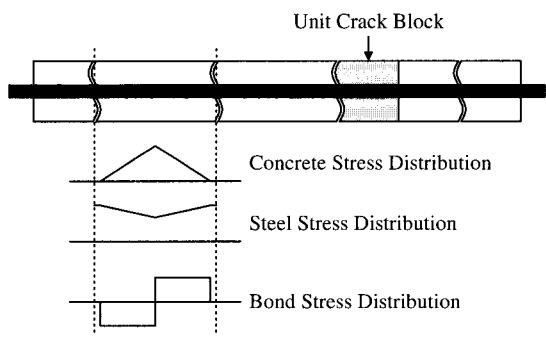


그림 4 인장 및 압축 영역에 대한 콘크리트의 포락곡선 및 제하/재 재하 곡선

서는 Stevens 등<sup>(8)</sup>이 제안한 인장축 응력-변형률 곡선을 수 정하여 적용하였다(그림 4).<sup>(7)</sup>  $f'_{cc}$ ,  $\epsilon'_{cc}$ 는 구속콘크리트의 강 도와 이에 대한 변형률이고,  $f'_t$ 는 휨균열강도이다.

### 3.2 철근 모델링

콘크리트에 포함된 철근의 구성관계는 철근의 특성과 함께 부착효과도 함께 고려하여 구성하여야 하며, 콘크리트의 인장강성거동에 의해 이중 선형 형태가 된다. 이 연구에서는 인접한 두 균열 사이 블록의 반을 단위균열블록(unit crack block)으로 정하고 완전소성 부착응력을 가정하여 인장강성 구역의 설정에 따라 변하는 인장축 철근과 콘크리트의 평균 응력-평균변형률 관계를 구성하였다(그림 5(a)).<sup>(7)</sup> 하지만, 경화현상에 의한 철근의 응력은 철근만의 극한응력을 초과할 수 있으므로 극한응력에 대응하는 변형률을 넘는 변형률에 대해서는 극한응력이 대응되어야 한다. 따라서 콘크리트 속에 포함된 철근의 평균응력-평균변형률 관계에 대해 그림 5(b)와 같이 세개의 직선으로 구성된 포락곡선을 적용하였다.<sup>(7)</sup> 여기서  $(\epsilon_{sy}, f_{sy})$ ,  $(\epsilon_{su}, f_{su})$ 는 철근만의 응력-변형률 관계에서 각각 항복시, 파단시의 변형률과 응력을 나타내고,  $(\epsilon'_{sy}, f'_{sy})$ ,  $(\epsilon'_{su}, f'_{su})$ 는 철근이 콘크리트 속에 포함되어 있을 경우에 대한 항복시점과 파단시점을 나타낸다.



(a) 균열이 안정화된 이후의 응력분포(단위균열블록)

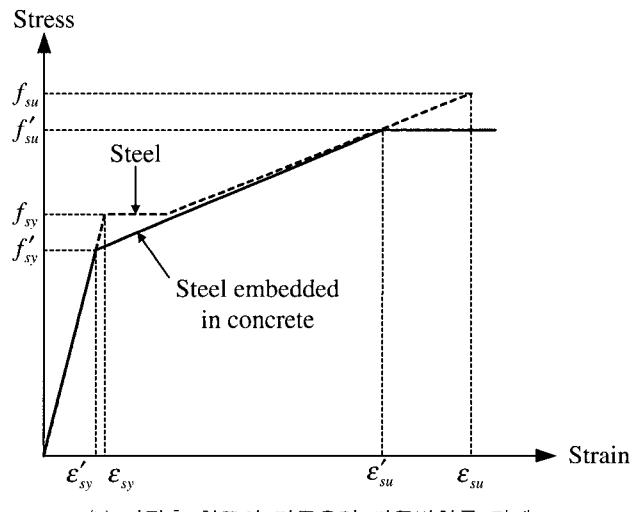


그림 5 콘크리트 속에 포함된 철근의 인장축 평균응력-평균변형률 관계 모델링

철근의 응력-변형률을 관계에 대한 해석 모델로서는 Baushinger 효과 및 등방성 변형 경화를 고려할 수 있는 Filippou 등<sup>(9)</sup>에 의해 수정 보완된 Menegotto-Pinto의 비선형 모델을 사용하였다. 이 모델은 수치적으로도 효율적이고, 철근에 대한 주기적인 실험결과와도 잘 일치한다.

### 3.3 기둥-기초 접합부의 불연속 변위 모델링

부재 두께가 서로 다른 부재간의 접합부에서는, 단면 강성이 급변함에 따라 철근의 인발이나 접합면 미끄러짐/관입 등의 국소적인 불연속 변형이 집중한다. 따라서 이들의 국소적인 불연속 변형을 기술하기 위해서는 접합요소(joint element)를 도입하여야 한다.

철근의 인발에 의한 변형은 인접한 두 부재를 잇는 종철근에서 미끄러짐이 발생하거나 종철근이 들어나면서 발생하게 된다. 이 중 미끄러짐에 의한 변형은 전체 변형량에 비해 차지하는 비중도 작을 뿐만 아니라 적절한 정착시공에 의해 피할 수 있다. 하지만 종철근의 신장에 의한 변형은 피할 수 없으며 이의 영향은 압축력이 작을수록 크게 나타난다. 특히 교각과 같이 압축강도의 10~20%에 해당하는 압축력이 작용할 때 중요하다.

기초로부터 철근의 정착슬립에 관한 해석모델은 Shima 등이 제안한 모델을 김태훈과 신현목<sup>(10)</sup>이 해석의 정도를 크게 해치지 않는 범위에서 유한요소해석에 적용하기에 편하도록 수정한 철근의 변형률-슬립 관계를 사용하였다. 이 모델은 철근 직각방향의 변형에 따른 경계면에서의 손상을 고려하지 않은 Shima 등의 모델과는 달리 부착력의 저하구간을 설정하여 경계면 손상을 고려한다.

불연속변위와 철근의 변형률과의 관계식이 유한요소 해석에 적용되기 위해서는 불연속변형률과 철근의 응력 관계로 재구성되어야 한다. 이 연구에서는 그림 6과 같이 가상의 요소길이  $L_s$ 를 갖는 요소를 가정하여 불연속변형률과 철근의 응력 관계를 재구성하였다. 주어진 불연속변위  $s(\varepsilon_s)$ 로부터 철근의 변형률  $\varepsilon_s$ 를 구하고 이를 철근 모델에 대입하면 철근의 응력  $f_s(\varepsilon_s)$ 와 강성  $df_s/d\varepsilon_s$ 를 구할 수 있다. 이 때 철근의 응력은 접촉면요소의 응력과 일치하는 반면, 철근의

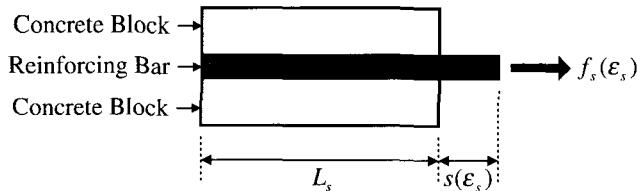


그림 6 축방향 철근 인발에 의한 불연속 변위 모델링

표 1 비탄성 이력거동의 추적 성능을 검증하기 위한 시험체의 물성지(Ozcebe and Saatcioglu, 1987)<sup>(11)</sup>

| Specimen | $f'_c$<br>(MPa) | Axial force<br>$P(kN)$ | $\frac{P}{f'_c A_g}$ | $\frac{a}{d}$ | Longitudinal steel |                   | Transverse steel |                   |                           |
|----------|-----------------|------------------------|----------------------|---------------|--------------------|-------------------|------------------|-------------------|---------------------------|
|          |                 |                        |                      |               | $\rho_l$           | $f_{yl}$<br>(MPa) | $\rho_t$         | $f_{yt}$<br>(MPa) | Confinement configuration |
| U6       | 37.3            | 600                    | 0.131                | 2.857         | 0.0321             | 437               | 0.0195           | 425               | Hoop                      |

강성은 접촉면요소의 강성으로 변환되어야 한다. 이를 위해 불연속 변위로부터 불연속 변형률  $\varepsilon_i$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\varepsilon_i(\varepsilon_s) = \frac{s(\varepsilon_s)}{L_s} \quad (1)$$

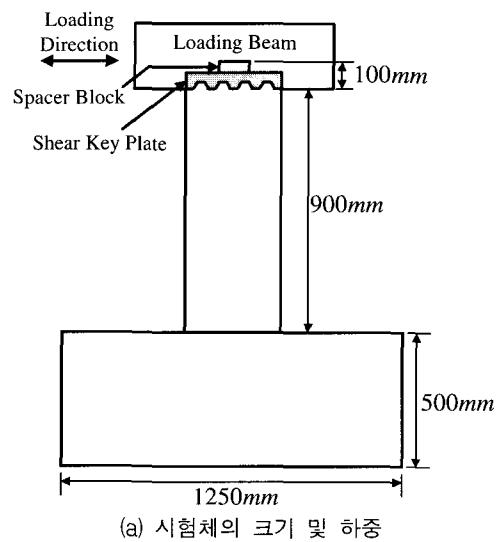
이로써 접촉면요소의 강성은 불연속변형률의 변화율에 대한 응력의 변화율로 구할 수 있다.

$$\frac{df_s}{d\varepsilon_i} = \frac{df_s/d\varepsilon_s}{d\varepsilon_i/d\varepsilon_s} = \frac{df_s/d\varepsilon_s}{L_s ds/d\varepsilon_s} \quad (2)$$

### 3.4 비탄성 이력거동에 대한 추적 성능 검증

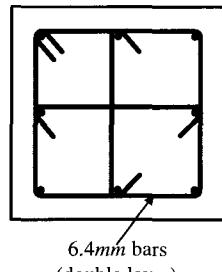
콘크리트 및 철근의 비탄성 거동과 기둥-기초 접합부에서 발생하는 불연속 변위에 대한 해석 모델의 타당성을 검증하기 위하여 Ozcebe와 Saatcioglu<sup>(11)</sup>에 의해 이루어진 실험과 비교하였다. 시험체의 제원 및 하중은 표 1 및 그림 7과 같다.

그림 8은 구속콘크리트 및 종철근 섬유요소에 대해 교각



(a) 시험체의 크기 및 하중

8@D25 longitudinal bars



(b) 시험체의 단면 형상

그림 7 비탄성 이력거동의 추적 성능을 검증하기 위한 시험체의 제원 (Ozcebe and Saatcioglu, 1987)<sup>(11)</sup>

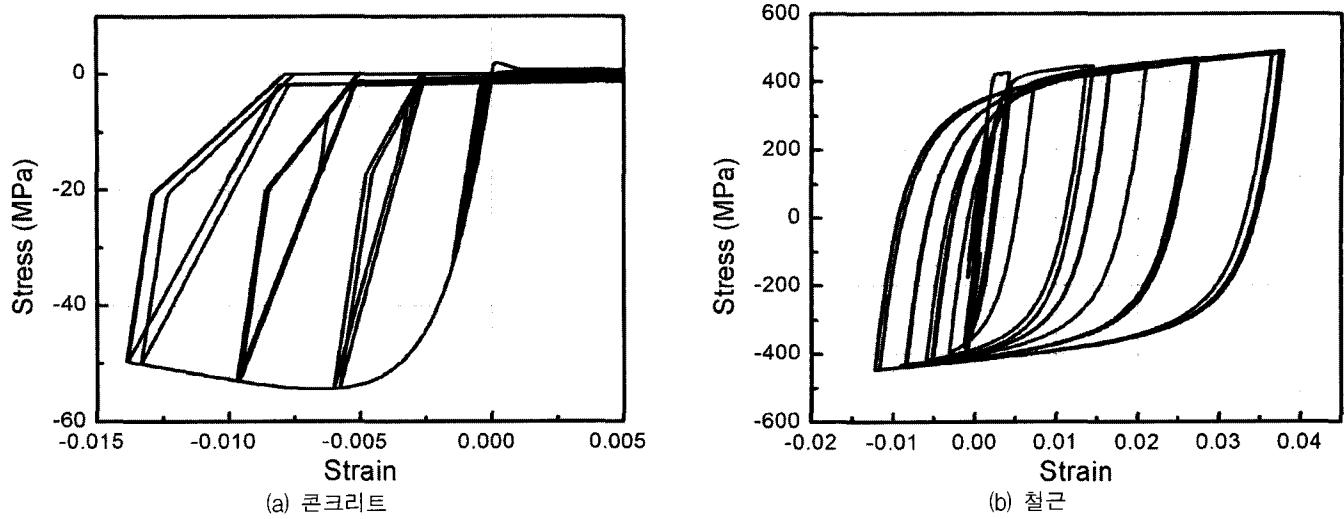


그림 8 교각 하단에 인접한 적분점에서의 구속콘크리트 및 종철근에 대한 응력-변형률 관계

하단에 인접한 적분점에서의 응력-변형률 곡선을 도시한 것이다. 콘크리트에 대해서는 횡방향 철근에 의한 구속 효과, 인장강성거동 그리고 하중 제하/재제하 시의 에너지 소산 등이 기술되고 있음과 종철근에 대해서는 콘크리트의 균열을 고려한 평균응력-평균변형률 구성관계의 적용 및 Baushinger 효과 등이 기술되고 있음을 확인할 수 있다. 그리고 그림 9는 실험과 해석의 이력 곡선 비교로서 해석 모델이 실험결과를 잘 추적하고 있음을 알 수 있다. 이는 철근 및 콘크리트의 비탄성 거동에 대한 해석 모델의 타당성 뿐만 아니라 기둥-기초 접합면의 불연속 변위 또한 적절히 기술하고 있음을 의미한다.

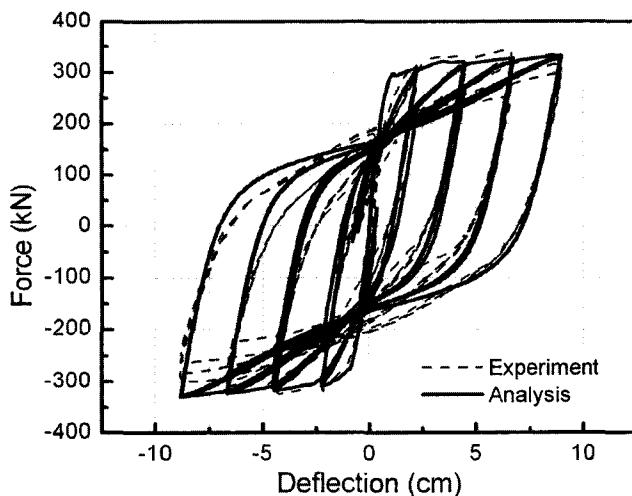


그림 9 실험 및 해석의 이력 곡선 비교

#### 4. 변위연성도 평가

##### 4.1 항복변위 및 극한변위 산출 기준

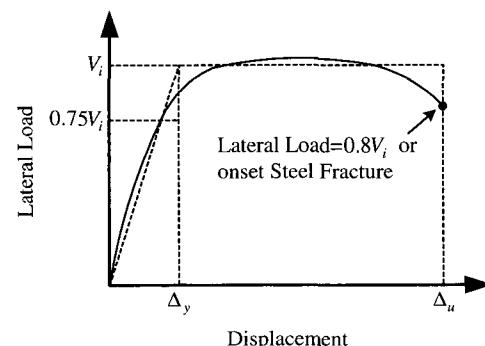
구조물의 비탄성 변형수준의 척도인 변위연성도  $\mu$ 는 항복변위  $\Delta_y$ 에 대한 극한변위  $\Delta_u$ 의 비로 정의된다.

$$\mu = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (3)$$

하지만, 실제 구조물의 응답은 그림 10과 같이 항복시점 및 극한시점이 명확하지 않으므로 간접적인 방법으로 항복변위 및 극한변위를 구해야 한다. 일반적으로 항복변위는 하중-변위 곡선에서 원점과 최대횡력강도의 75%에 해당하는 점을 잇는 직선이 최대횡력강도와 만나는 점의 변위로 정의한다. 그리고, 극한변위는 구조물의 수평 저항력이 최대횡력강도에 비해 연구자들에 따라 다르지만 대략 15~20% 이상 감소한 시점의 변위로 정의한다. 하지만 이러한 간접적인 정의는 실험에서의 하중-변위 곡선으로부터 항복시점 및 극한시점을 정하기 위한 방법으로 수치 모델에 의한 해석에 있어서는 이와 달리 직접적인 방법에 의한 정의가 가능하다.

김태훈 등<sup>[12]</sup>은 구조계 위험단면의 철근의 평균변형률이 항복변형률의 1.5배에 도달한 시점의 수평변위를 항복변위로 정의하고, 위험단면의 철근 또는 콘크리트의 변형률이 각각의 파괴기준 변형률에 도달한 시점의 수평변위를 극한변위로 정의하였다. 여기서 사용된 항복변위의 정의는 구조계의 항복이 철근의 항복에 의해 유발된다는 관찰을 기초로 하여 적절한 구조계의 항복시점을 내는 철근의 평균변형률을 수치해석을 통해 찾은 것이다. 이 연구에서는 항복변위 및 극한변위를 김태훈 등의 방법을 통해 구하도록 한다.

콘크리트와 같이 변형연화 거동에 의한 변형률 국소화(strain localization) 현상을 겪는 재료의 해석에 있어서는 요소의 크기에 대한 의존성이 크게 나타난다. 하지만 유연도법 섬유

그림 10 항복변위( $\Delta_y$ ) 및 극한변위( $\Delta_u$ )의 정의

요소 모델은 단면 단위 모델로서 요소의 크기보다는 적분이 이루어지는 단면의 위치에 의해 해석의 정도가 결정된다. 즉 요소의 크기가 다른 경우라도 단면의 위치가 같다면 결국 동일한 해를 산출한다. 이는 유연도법 섬유요소 모델이 단면 변형뿐만 아니라 단면력 또한 변수로 취하여 지배방정식을 구성하였기 때문이다.

수치모델에서는 적분점에서의 응력, 변형률만이 실제와 같은 값을 갖는다. 따라서 항복변위 및 극한변위의 판정은 위험단면의 적분점에서 이루어져야 한다. 철근콘크리트 교각은 그림 11에서 보인 바와 같이 다른 단면에 비해 상대적

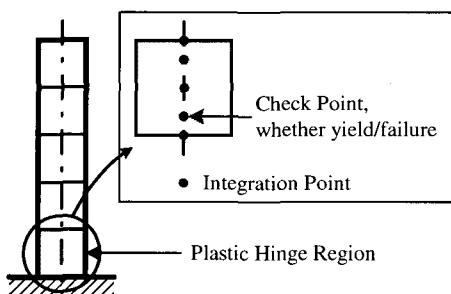


그림 11 수치모델에서 항복변위 및 극한변위의 판단 위치

으로 큰 모멘트가 작용하여 소성힌지가 형성되는 교각 하단 부분이 위험단면이 된다. 따라서 항복변위 및 극한변위의 판정은 교각 하단에 위치한 요소의 적분점에서 이루어지게 된다.

유연도법 섬유요소모델에서는 일반적으로 많이 사용하는 Gauss 적분법이 아닌 Gauss-Lobatto 적분법을 사용하므로 요소 양단의 절점 또한 적분점이 된다. 하지만 콘크리트와 같이 변형연화거동을 보이는 재료의 경우에는 변형연화가 먼저 시작된 적분점에 변형이 집중되므로 항복변위 및 극한변위의 산출은 요소 양단의 적분점보다는 소성힌지에서 특정한 위치(적용한 항복기준 및 파괴기준에 의해 구조계의 항복 및 파괴를 기술할 수 있는 위치)에 대응되는 적분점에서 이루어져야 한다. 이러한 적분점의 위치는 요소의 크기 및 적분점의 개수를 변화시킴으로써 조정이 가능하며, 이 연구에서는 단면 크기의 요소에 5개의 적분점을 갖는 Gauss-Lobatto 적분법을 적용하고, 2번째 적분점(그림 11 참조)을 기준으로 항복변위 및 극한변위를 산출하여 그림 12와 표 2에 나타낸 시험체의 실험결과와 비교하였다.

콘크리트의 변형연화거동에 의해 수치적으로 발생하는 또 다른 문제점은 변형연화가 먼저 발생한 단면의 경우, 변형이

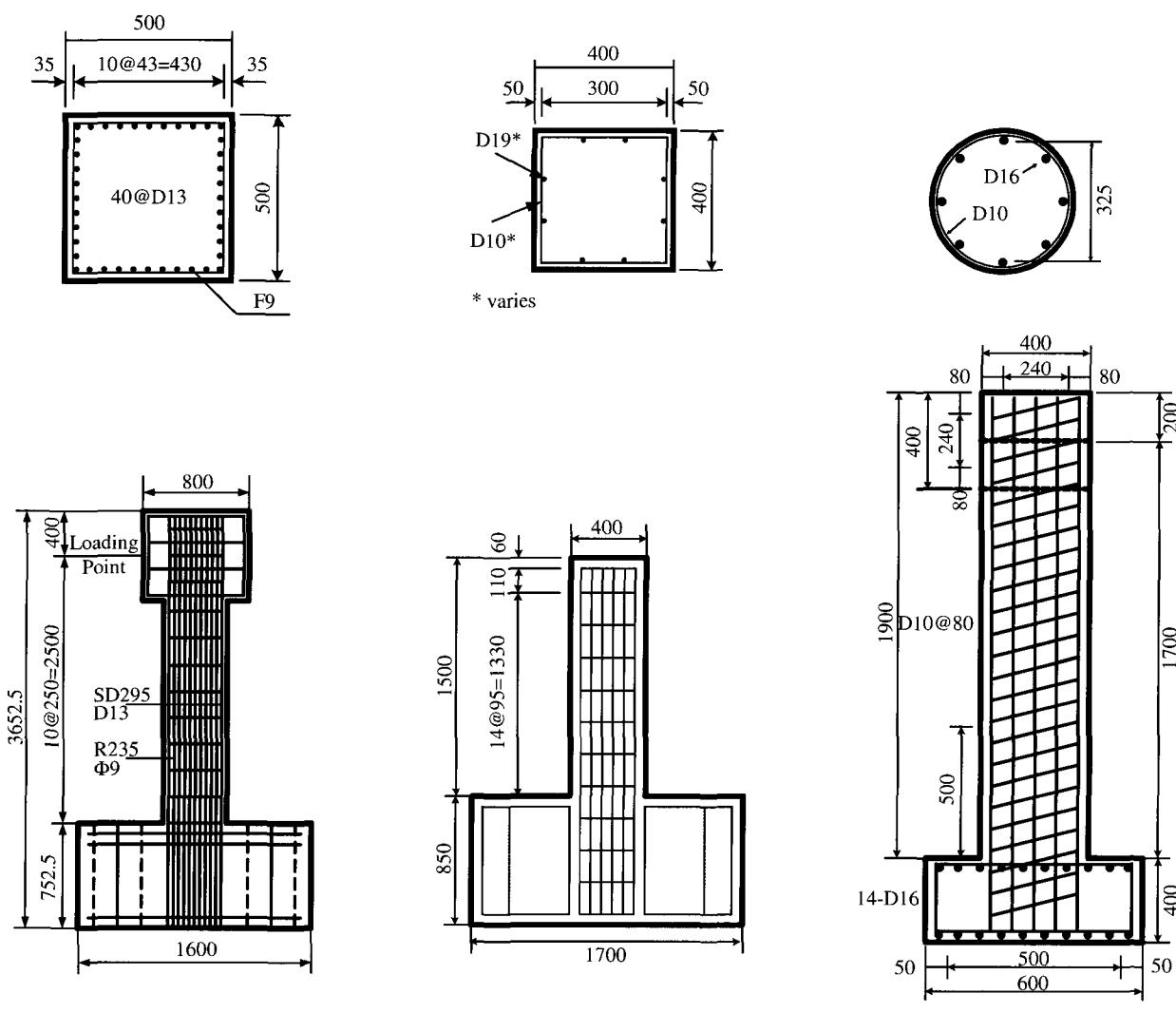


그림 12 변위연성도 평가방법의 검증을 위한 시험체의 크기 및 단면 형상

집중되면서 다른 단면에 비해 빠른 강도저하가 일어나게 되고, 결국에는 실제 교각 거동에 비해 현저히 작은 극한변위를 초래하게 된다는 것이다. 따라서 변형연화에 의해 저하된 강도를 일정 수준이상으로 제한하는 것이 필요하며, 여기서는 콘크리트의 압축응력을  $0.2f_c$  이상으로 제한하였다.

철근콘크리트 교각의 파괴 시점은 구속콘크리트의 압쇄에 의한 파괴 시점이나 종방향철근의 파단 시점 중 먼저 도래하는 것으로 결정하였다. 콘크리트의 압쇄에 의한 파괴는 구속콘크리트의 극한변형률  $\epsilon_{cu}$ 에 의해 판정할 수 있으며, Priestley 등<sup>(13)</sup>의 추정식을 통해 콘크리트의 압쇄파괴를 기술하였다.

$$\epsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s f_{yh} \epsilon_{su}}{f_{cc}} \quad (4)$$

여기서,  $\epsilon_{su}$ 는 철근의 극한인장변형률,  $\rho_s$ 는 구속콘크리트에 대한 횡방향철근의 체적비,  $f_{yh}$ 는 횡방향철근의 항복강도,  $f_{cc}$ 는 구속콘크리트의 압축강도이다. Priestley 등의 추정식은 횡방향철근의 파단 시점을 기준으로 제안된 것이므로, 콘크리트의 압쇄파괴 기준이면서 횡방향철근의 파단 시점이기도 하다.

종방향철근의 파단은 Coffin-Manson(1953)의 reinforcing steel에 대한 low-cycle fatigue 식으로부터 정하였다.

$$\epsilon_{ap} = 0.0777(2N_f)^{-0.486} \quad (5)$$

$$D := D + \frac{1}{2N_f} > \rightarrow \text{failure} \quad (6)$$

표 2 변위연성도 평가방법의 검증을 위한 시험체의 물성치

| Specimen      | Aspect ratio | $\frac{P}{f_c A_g}$<br>(%) | Number of<br>loading<br>cycles | $f_c$<br>(Mpa) | Longitudinal steel |                   | Transverse steel |                   |                              |
|---------------|--------------|----------------------------|--------------------------------|----------------|--------------------|-------------------|------------------|-------------------|------------------------------|
|               |              |                            |                                |                | $\rho_l$<br>(%)    | $f_{yl}$<br>(Mpa) | $\rho_t$<br>(%)  | $f_{yt}$<br>(Mpa) | Confinement<br>configuration |
| P-10          | 5.4          | 0.0                        | 10                             | 31.3           | 2.12               | 308.3             | 0.20             | 272.2             | Hoop                         |
| P-11          | 5.4          | 0.0                        | 10                             | 32.1           | 2.12               | 308.3             | 0.40             | 272.2             | Hoop                         |
| P-13          | 5.4          | 0.0                        | 10                             | 32.8           | 2.12               | 308.3             | 0.62             | 272.2             | Hoop                         |
| P-17          | 3.8          | 0.0                        | 10                             | 33.1           | 2.12               | 308.3             | 0.20             | 272.2             | Hoop                         |
| P-19          | 5.4          | 0.0                        | 3                              | 33.3           | 2.12               | 308.3             | 0.20             | 272.2             | Hoop                         |
| P-20          | 3.8          | 0.0                        | 3                              | 31.8           | 2.12               | 308.3             | 0.20             | 272.2             | Hoop                         |
| P-22          | 5.4          | 0.0                        | 5                              | 31.4           | 2.12               | 308.3             | 0.20             | 272.2             | Hoop                         |
| P-56          | 5.4          | 1.15                       | 10                             | 42.5           | 2.12               | 369.7             | 0.20             | 370.2             | Hoop                         |
| P-57          | 5.4          | 2.45                       | 10                             | 40.0           | 2.12               | 369.7             | 0.20             | 370.2             | Hoop                         |
| P-58          | 5.4          | 5.00                       | 10                             | 39.2           | 2.12               | 369.7             | 0.20             | 370.2             | Hoop                         |
| I-1           | 4.0          | 4.55                       | 3~10                           | 32.4           | 0.95               | 380.8             | 0.72             | 330.1             | Hoop                         |
| I-2           | 4.0          | 4.49                       | 3~10                           | 32.8           | 2.15               | 342.3             | 0.72             | 330.1             | Hoop                         |
| I-3           | 4.0          | 4.49                       | 3~10                           | 32.8           | 3.80               | 316.5             | 0.72             | 330.1             | Hoop                         |
| I-4           | 4.0          | 4.53                       | 3~10                           | 32.5           | 2.15               | 342.3             | 0.48             | 366.8             | Hoop                         |
| I-5           | 4.0          | 4.49                       | 3~10                           | 32.8           | 2.15               | 342.3             | 0.32             | 366.8             | Hoop                         |
| I-6           | 4.0          | 4.53                       | 3~10                           | 32.5           | 2.15               | 342.3             | 0.58             | 330.1             | Hoop                         |
| I-7           | 4.0          | 3.02                       | 3~10                           | 32.5           | 2.15               | 342.3             | 0.36             | 366.8             | Hoop                         |
| I-8           | 4.0          | 12.08                      | 3~10                           | 32.5           | 2.15               | 342.3             | 0.72             | 330.1             | Hoop                         |
| I-9           | 4.0          | 0.00                       | 3~10                           | 32.4           | 2.15               | 342.3             | 0.72             | 330.1             | Hoop                         |
| I-10          | 4.0          | 4.49                       | 3~10                           | 32.8           | 1.49               | 345.7             | 0.72             | 330.1             | Hoop                         |
| I-11          | 4.0          | 4.55                       | 3~10                           | 32.4           | 1.49               | 345.7             | 0.48             | 366.8             | Hoop                         |
| I-12          | 4.0          | 4.55                       | 3~10                           | 32.4           | 1.49               | 345.7             | 0.48             | 366.8             | Hoop                         |
| CN-SP-60-10   | 4.25         | 10.00                      | 2                              | 27.4           | 1.26               | 348.9             | 1.32             | 359.3             | Spiral                       |
| CN-SP-60-20   | 4.25         | 20.00                      | 2                              | 27.4           | 1.26               | 348.9             | 1.32             | 359.3             | Spiral                       |
| CN-SP-60-30   | 4.25         | 30.00                      | 2                              | 27.4           | 1.26               | 348.9             | 1.32             | 359.3             | Spiral                       |
| CN-SP-80-10   | 4.25         | 10.00                      | 2                              | 27.4           | 1.26               | 348.9             | 0.99             | 359.3             | Spiral                       |
| CN-SP-80-20   | 4.25         | 20.00                      | 2                              | 27.4           | 1.26               | 348.9             | 0.99             | 359.3             | Spiral                       |
| CN-SP-100-10  | 4.25         | 10.00                      | 2                              | 27.4           | 1.26               | 348.9             | 0.79             | 359.3             | Spiral                       |
| CN-SP-100-20  | 4.25         | 20.00                      | 2                              | 27.4           | 1.26               | 348.9             | 0.79             | 359.3             | Spiral                       |
| CNH-SP-60-20  | 4.25         | 20.00                      | 2                              | 27.4           | 3.23               | 336.7             | 1.32             | 359.3             | Spiral                       |
| CNH-SP-80-20  | 4.25         | 20.00                      | 2                              | 27.4           | 3.23               | 336.7             | 0.99             | 359.3             | Spiral                       |
| CNH-SP-100-20 | 4.25         | 20.00                      | 2                              | 27.4           | 3.23               | 336.7             | 0.79             | 359.3             | Spiral                       |

여기서,  $\varepsilon_{ap} = (\varepsilon_{p,max} - \varepsilon_{p,min})/2$ 는 한 cycle에서 최대 소성변형( $\varepsilon_{p,max}$ )과 최소 소성변형( $\varepsilon_{p,min}$ )의 차이의 반이며,  $2N_f$ 는 한 cycle에서 변형이력의 반전 회수를 나타내고,  $D$ 는 변형이력에 의해 재료에 누적되는 손상도를 의미한다. 식(6)은 철근만의 파단시점에 대한 식이며 콘크리트 속에 포함된 철근의 파단시점은 유한요소에서 적분점의 위치에 따라 보정되어야 한다. 이 연구에서는 많은 시험체에 대한 calibration을 통해 의 보정계수를 적용하였다.

$$D := D + \frac{1}{1.2(2N_f)} > 1 \rightarrow \text{failure} \quad (7)$$

#### 4.2 철근콘크리트 교각의 변위연성도 평가

이 연구에서 제안한 해석기법과 모델의 타당성을 검증하기 위하여 Kawashima 등<sup>(14)</sup>, Ishibashi와 Yoshino<sup>(15)</sup>, 이재훈 등<sup>(16)</sup>에 의해 이루어진 실험에 대해 수치해석을 통한

변위연성도 평가를 수행하였다. 시험체의 크기 및 단면 형상은 그림 12에 도시하였으며, 재료물성치는 표 2에 나타내었다.

직접적인 방법으로 항복변위 및 극한변위를 산출하는데 있어 기준이 되는 2번째 적분점이 교각 하단의 소성한지 영역에서 일정한 위치에 있도록 하기 위하여 교각 하단의 섬유요소는 단면과 동일한 크기로 모델링 하였으며, 교각 상단부분은 급격한 힘의 변화가 없는 부분이므로 하단의 요소에 비해 상대적으로 큰 요소를 적용하였다(그림 13). 원형 단면의 경우 면적 및 단면 2차 모멘트는 1~3%만의 오차를 보이며 그림 13(c)의 요소 분할은 적절하다고 할 수 있다. 그리고 5개의 적분점을 갖는 Gauss-Lobatto 적분법을 사용하였으며, 콘크리트의 압쇄 후 강도는  $0.2f'_c$ 을 적용하였다.

표 3 및 그림 14는 실험과 해석에 의한 최대휨력강도( $V_{max}$ ), 항복변위, 극한변위, 변위연성도를 정리한 것으로서 직접적인 방법에 의해 평가하였다. 그림 14에서 사각형 박스의 윗

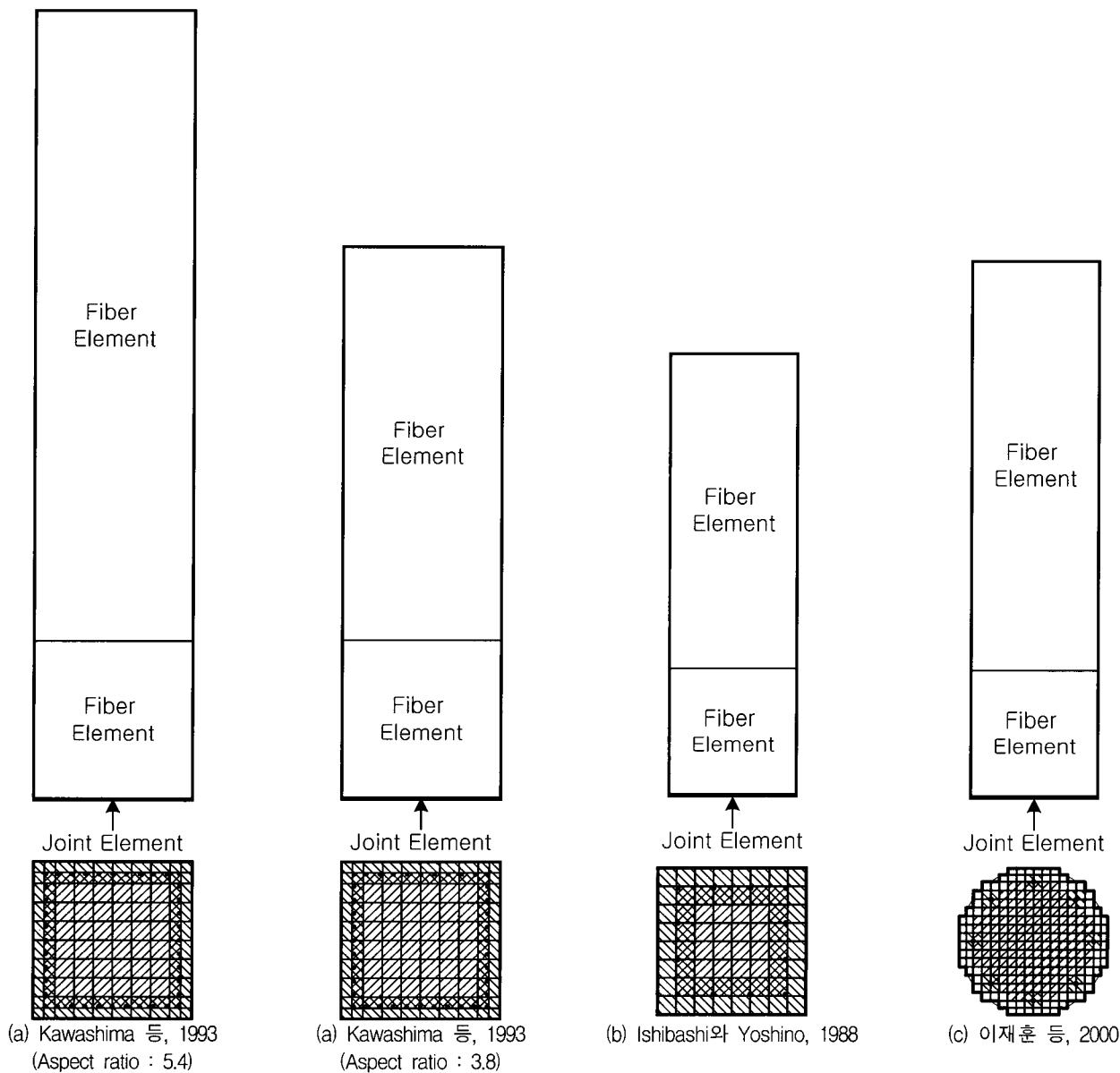


그림 13 변위연성도 평가방법의 검증을 위한 시험체의 요소 분할

표 3 실험 및 해석의 극한휨력강도, 항복변위, 극한변위, 변위연성도 비교

| Specimen           | Test                     |                           |                           |              | Analysis                 |                           |                           |              | (5) / (1) | (6) / (2) | (7) / (3) | (8) / (4) | Failure mode* |
|--------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------------|
|                    | $V_{max}$<br>(kN)<br>(1) | $\Delta_y$<br>(mm)<br>(2) | $\Delta_u$<br>(mm)<br>(3) | $\mu$<br>(4) | $V_{max}$<br>(kN)<br>(5) | $\Delta_y$<br>(mm)<br>(6) | $\Delta_u$<br>(mm)<br>(7) | $\mu$<br>(8) |           |           |           |           |               |
| P-10               | 161.8                    | 12.41                     | 83.10                     | 6.7          | 152.4                    | 13.70                     | 78.32                     | 5.7          | 0.94      | 1.10      | 0.94      | 0.85      | Long          |
| P-11               | 162.1                    | 12.39                     | 83.17                     | 6.7          | 152.7                    | 13.52                     | 78.32                     | 5.8          | 0.94      | 1.09      | 0.94      | 0.86      | Long          |
| P-13               | 156.3                    | 12.34                     | 96.95                     | 7.9          | 152.8                    | 13.52                     | 77.75                     | 5.8          | 0.98      | 1.10      | 0.80      | 0.73      | Long          |
| P-17               | 231.8                    | 7.83                      | 31.88                     | 4.1          | 218.4                    | 7.69                      | 44.96                     | 5.8          | 0.94      | 0.98      | 1.41      | 1.44      | Long          |
| P-19               | 158.0                    | 12.25                     | 127.94                    | 10.4         | 156.5                    | 13.52                     | 102.83                    | 7.6          | 0.99      | 1.10      | 0.80      | 0.73      | Long          |
| P-20               | 233.9                    | 7.81                      | 55.93                     | 7.2          | 224.1                    | 7.69                      | 59.95                     | 7.8          | 0.96      | 0.98      | 1.07      | 1.09      | Long          |
| P-22               | 159.5                    | 12.19                     | 110.39                    | 9.1          | 154.7                    | 13.70                     | 89.98                     | 6.6          | 0.97      | 1.12      | 0.82      | 0.73      | Long          |
| P-56               | 175.0                    | 14.63                     | 58.31                     | 4.0          | 193.9                    | 15.98                     | 76.59                     | 4.8          | 1.11      | 1.09      | 1.31      | 1.20      | Long          |
| P-57               | 182.6                    | 16.08                     | 64.33                     | 4.0          | 200.9                    | 16.22                     | 78.09                     | 4.8          | 1.10      | 1.01      | 1.21      | 1.20      | Long          |
| P-58               | 194.4                    | 20.13                     | 60.31                     | 3.0          | 215.6                    | 16.58                     | 81.09                     | 4.9          | 1.11      | 0.82      | 1.34      | 1.63      | Tran          |
| I-1                | 129.4                    | 6.90                      | 55.20                     | 8.0          | 106.0                    | 8.28                      | 50.30                     | 6.1          | 0.82      | 1.20      | 0.91      | 0.76      | Long          |
| I-2                | 202.9                    | 11.00                     | 44.00                     | 4.0          | 166.3                    | 9.06                      | 56.00                     | 6.2          | 0.82      | 0.82      | 1.27      | 1.54      | Long          |
| I-3                | 276.4                    | 13.00                     | 58.50                     | 4.5          | 242.2                    | 9.38                      | 58.00                     | 6.2          | 0.88      | 0.72      | 0.99      | 1.37      | Long          |
| I-4                | 233.2                    | 11.00                     | 55.00                     | 5.0          | 164.9                    | 9.22                      | 56.00                     | 6.1          | 0.71      | 0.84      | 1.02      | 1.21      | Long          |
| I-5                | 207.8                    | 11.00                     | 44.00                     | 4.0          | 164.6                    | 9.22                      | 56.00                     | 6.1          | 0.79      | 0.84      | 1.27      | 1.52      | Tran          |
| I-6                | 213.6                    | 10.50                     | 52.50                     | 5.0          | 165.0                    | 9.22                      | 56.00                     | 6.1          | 0.77      | 0.88      | 1.07      | 1.21      | Long          |
| I-7                | 229.3                    | 10.40                     | 52.00                     | 5.0          | 158.8                    | 9.06                      | 63.20                     | 7.0          | 0.69      | 0.87      | 1.22      | 1.39      | Long          |
| I-8                | 251.9                    | 10.50                     | 52.50                     | 5.0          | 198.2                    | 9.69                      | 59.00                     | 6.1          | 0.79      | 0.92      | 1.12      | 1.22      | Tran          |
| I-9                | 145.0                    | 10.00                     | 60.00                     | 6.0          | 145.3                    | 8.91                      | 61.71                     | 6.9          | 1.00      | 0.89      | 1.03      | 1.15      | Long          |
| I-10               | 163.7                    | 9.00                      | 45.00                     | 5.0          | 131.8                    | 8.44                      | 59.43                     | 7.0          | 0.81      | 0.94      | 1.32      | 1.41      | Long          |
| I-11               | 156.8                    | 9.10                      | 54.00                     | 5.9          | 130.9                    | 8.44                      | 59.43                     | 7.0          | 0.83      | 0.93      | 1.10      | 1.19      | Long          |
| I-12               | 180.3                    | 9.00                      | 54.00                     | 6.0          | 130.9                    | 8.44                      | 59.43                     | 7.0          | 0.73      | 0.94      | 1.10      | 1.17      | Long          |
| CN-SP-60-10        | 94.5                     | 13.88                     | 104.09                    | 7.5          | 81.8                     | 11.79                     | 80.00                     | 6.8          | 0.87      | 0.85      | 0.77      | 0.91      | Long          |
| CN-SP-60-20        | 106.3                    | 15.87                     | 111.07                    | 7.0          | 100.1                    | 13.29                     | 89.00                     | 6.7          | 0.94      | 0.84      | 0.80      | 0.96      | Long          |
| CN-SP-60-30        | 122.2                    | 13.74                     | 96.16                     | 7.0          | 112.4                    | 17.57                     | 99.00                     | 5.6          | 0.92      | 1.28      | 1.03      | 0.80      | Tran          |
| CN-SP-80-10        | 98.9                     | 13.52                     | 108.20                    | 8.0          | 80.7                     | 11.86                     | 80.00                     | 6.7          | 0.82      | 0.88      | 0.74      | 0.84      | Long          |
| CN-SP-80-20        | 120.5                    | 12.34                     | 98.75                     | 8.0          | 97.4                     | 13.29                     | 87.73                     | 6.6          | 0.81      | 1.08      | 0.89      | 0.83      | Tran          |
| CN-SP-100-10       | 98.2                     | 12.33                     | 86.28                     | 7.0          | 79.6                     | 12.00                     | 80.00                     | 6.7          | 0.81      | 0.97      | 0.93      | 0.95      | Long          |
| CN-SP-100-20       | 111.8                    | 13.60                     | 85.68                     | 6.3          | 96.9                     | 13.29                     | 80.10                     | 6.0          | 0.87      | 0.98      | 0.93      | 0.96      | Tran          |
| CNH-SP-60-20       | 193.4                    | 20.84                     | 114.60                    | 5.5          | 162.1                    | 15.64                     | 90.86                     | 5.8          | 0.84      | 0.75      | 0.79      | 1.06      | Tran          |
| CNH-SP-80-20       | 181.9                    | 19.96                     | 109.79                    | 5.5          | 156.4                    | 15.64                     | 75.71                     | 4.8          | 0.86      | 0.78      | 0.69      | 0.88      | Tran          |
| CNH-SP-100-20      | 178.9                    | 20.02                     | 100.10                    | 5.0          | 152.4                    | 15.64                     | 68.14                     | 4.4          | 0.85      | 0.78      | 0.68      | 0.87      | Tran          |
| Average            |                          |                           |                           |              |                          |                           |                           |              | 0.88      | 0.95      | 1.01      | 1.08      |               |
| Standard deviation |                          |                           |                           |              |                          |                           |                           |              | 0.11      | 0.14      | 0.21      | 0.26      |               |

\* Failure Mode Long : 종철근의 파단, Tran : 콘크리트의 압쇄에 의한 횡방향 철근의 파단

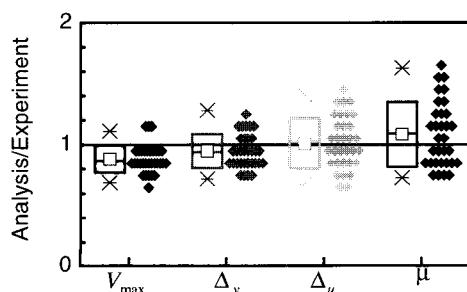


그림 14 실험 및 해석의 극한휨력강도, 항복변위, 극한변위, 변위연성도 비교

선과 아래선은 표준편차를 나타내고, 내부의 사각점은 평균값을 의미한다. 그리고 마름모꼴의 점들은 도수분포를 나타낸다. 평균값의 비교에 있어 최대휨력강도는 20%이내, 변위연성도는 10%이내의 오차를 보이므로 적용한 해석기법 및 모델에 의한 항복변위 및 극한변위의 평가는 타당하다고 할 수 있다.

그림 15는 변위연성도에 영향을 미치는 주요 인자들에 대한 실험 및 해석 결과의 비교로서 반복횟수, 축력비, 종철근비 등이 증가함에 따라 변위연성도가 감소하고 횡방향철근

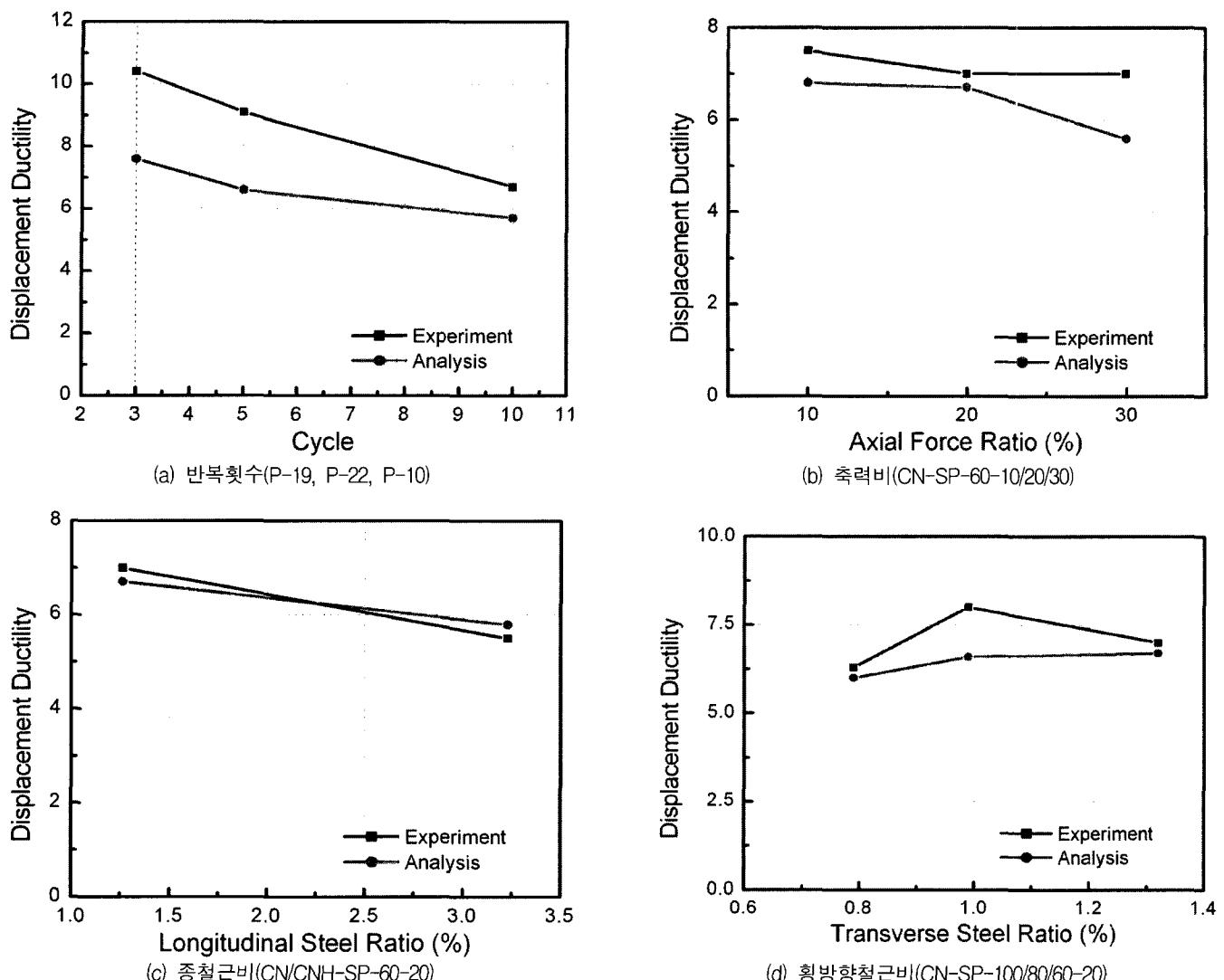


그림 15 변위연성도의 변화 양상에 대한 실험과 해석 결과의 비교

비가 증가함에 따라 변위연성도가 증가하는 실험적 사실과 같은 해석 결과를 산출함을 확인할 수 있다. 단 영향인자에 대한 변위연성도의 변화율이 다소간 차이를 보이며, 이러한 차이가 중첩되어 나타나는 몇몇 시험체의 경우는 실험 결과와 큰 오차를 보이기도 하므로 이를 개선하기 위한 연구가 요구된다. 이는 곧 평균값에 비해 상대적으로 큰 차이를 보이는 표준편차를 개선하는데 기여할 수 있으리라 판단된다.

## 5. 결 론

유연도법 섬유요소모델을 통하여 철근콘크리트 교각의 파괴 시점까지의 비탄성 이력 거동을 추적하고 직접적인 방법에 의해 변위연성도 평가를 수행하였다. 기존 실험결과와의 비교를 통하여 제시한 해석기법 및 모델의 타당성을 검증하였다.

제안한 유한요소모델이 합리적인 해석결과를 내기 위해서는 각각의 비탄성 거동에 대한 신뢰성 있는 재료구성관계가 뒷받침되어야 한다. 이에 철근과 콘크리트에 대해서는 실

험과 잘 일치하는 기존의 해석모델을 수정, 적용하였다. 인장강성거동은 인장측 철근과 콘크리트의 평균응력-평균변형률 관계를 재구성하여 고려하였다. 그리고 부재의 강도에는 영향을 끼치지 않지만 전체 변위 중 약 30%를 차지하는 기둥-기초 접합면에서의 불연속 변위는 제안한 섬유요소모델에 적용할 수 있는 접촉면요소를 개발하여 기술하였다.

수치해석적 측면에서 간편하게 적용할 수 있는 직접적인 방법에 의해 변위연성도 평가를 수행하였다. 이 때 항복변위 및 극한변위의 산출에 영향을 미치는 인자들인 판단이 이루어지는 적분점의 위치, 콘크리트의 압쇄 후 강도, 철근의 low-cycle fatigue에 의한 파단 시점 등에 대하여 유연도법 섬유요소모델에 적용할 수 있는 값들을 제시하였다. 30여개의 시험체에 대한 수치해석결과 표준편차가 평균값에 비해 상대적으로 큰 오차를 보이기는 하나, 대부분의 경우 해석결과는 실험결과와 10~20%이내의 오차만을 보이므로 제안한 해석기법 및 모델은 타당하다고 할 수 있다. 따라서 제안한 해석기법과 모델은 지진하중과 같은 반복하중을 받는 철근 콘크리트 교각의 응답 특성 파악 및 변위연성도를 평가하는데 이용될 수 있을 것이다.

## 감사의 글

이 연구는 2001년도 두뇌한국21사업 핵심분야 지원사업 및 서울대학교 지진공학연구센터(KEERC)를 통한 한국과학재단의 우수연구센터 지원금에 의하여 이루어졌음을 밝히며, 이에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

1. 장승필, 김재관, "우리나라 내진설계의 현재와 미래", 1998년도 학술발표회 논문집, 대한토목학회, 1998, pp. 5-8.
2. 도로교의 내진설계, 한국지진공학회, 지진공학연구센터, 2000, p. 372.
3. 김태훈, 유영화, 신현목, "지진하중을 받는 철근콘크리트 교각의 비탄성 거동 및 연성능력에 관한 해석적 연구", 한국지진공학회 논문집, 제4권, 제4호, 2000, pp. 37-51.
4. Maekawa, K. and An, X., "Shear failure and ductility of RC columns after yielding of main reinforcement", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 65, 2000, pp. 335-368.
5. Spacone, E., Filippou, F. C., and Taucer, F. F., "Fibre beam-column model for nonlinear analysis of R/C frames : Part I. formulation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, 1996, pp. 711-725.
6. Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R., "Theoretical stress-strain model for confined concrete", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 8, 1988, pp. 1804-1826.
7. 조근희, "유연도법 섬유요소모델에 의한 철근콘크리트 교각의 연성능력 평가", 박사학위논문, 서울대학교, 2001, p. 128.
8. Stevens, N. J., Uzumeri, S. M., Collins, M. P., and Will, G. T., "Constitutive model for reinforced concrete finite element analysis", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 1, 1991, pp. 49-59.
9. Filippou, F. C., Popov, E. P., and Bertero, V. V., "Effects of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints," Report No. UCB/EERC-83/19, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1983, p. 191.
10. 김태훈, 신현목, "지진시 철근콘크리트 기둥-기초 접합부의 불연속 변위에 관한 해석적 연구", 콘크리트학회 논문집, 제12권, 제6호, 2000, pp. 83-89.
11. Ozcebe, G. and Saatcioglu, M., "Confinement of concrete columns for seismic loading", *ACI Structural Journal*, Vol. 84, No. 4, 1987, pp. 308-315.
12. 김태훈, 유영화, 신현목, "지진하중을 받는 철근콘크리트 교각의 비탄성 거동 및 연성능력에 관한 해석적 연구", 한국지진공학회 논문집, 제4권, 제4호, 2000, pp. 37-51.
13. Priestley, M. J. N., Seible, F., and Calvi, G. M., *Seismic Design and Retrofit of Bridges*, John Wiley & Sons., New York, 1996, p. 686.
14. Kawashima, K., Hasegawa, K., Nagashima, H., Koyama, T., and Yoshida, T., "Seismic design method of reinforced concrete bridge piers based on dynamic strength and ductility," *Report of Public Works Research Institute*, Ministry of Construction, Vol. 190, 1993.
15. Ishibashi, T. and Yoshino, S., "Study on deformation capacity of reinforced concrete bridge piers under earthquake," *Journal of JSCE*, Vol. 8, No. 390, 1988, pp. 57-66.
16. 이재훈, 배성용, 손혁수, 이형준, "나선철근 원형교각의 연성 및 내진성능", 2000년도 추계학술발표회 논문집, 한국지진공학회, 제4권, 제2호, 2000, pp. 356-363.