

# 관통보와 평판의 연결 구조물에 대한 진동인텐시티 해석

## Vibration Intensity Analysis of Penetration Beam-plate Coupled Structures

강 연 식\*, 홍 석 윤\*  
(Yeon-Sik Kang\*, Suk-Yoon Hong\*)

\*서울대학교 조선해양공학과  
(접수일자: 2001년 8월 20일; 채택일자: 2001년 11월 26일)

본 논문에서는 중고주파영역에서의 진동해석기법인 파워흐름해석법을 보와 평판이 연결된 구조물에 적용하기 위하여 무한보가 무한평판을 수직으로 투과하는 구조물에서의 파워투과반사계수를 파동전달법을 이용하여 구하였다. 이러한 파워투과반사계수를 실제 구조물에 적용하기 위해서는 파워흐름유한요소법으로의 활용이 필요하다. 이를 위해 본 논문에서는 파워투과반사계수를 이용하여 보-평판 구조물을 위한 연결요소행렬식을 정립하였으며, 또한 보와 평판요소를 각각 해석할 수 있는 파워흐름유한요소해석 프로그램을 구성하고, 여기에 정립된 보와 평판간의 연결요소행렬식을 대입하여 보와 평판이 연결된 구조물까지 해석이 가능한 프로그램으로 개발하였다. 이 프로그램을 이용하여 이상화한 선박의 선미부 구조물을 해석한 결과, 선박 구조물에서 진동에너지분포를 구할 수 있었고, 진동 인텐시티를 통하여 구조물에서의 파워전달정도를 예측할 수 있었다.

**핵심용어:** 보-평판 연결구조물, 진동인텐시티해석, 에너지흐름해석, 파워투과반사계수, 연결행렬, 파워흐름유한요소법

**투고분야:** 구조음향 및 진동분야 (11.2)

The transmission of vibration energy through beam-plate junctions in vibration intensity analysis called power flow analysis (PFA) has been studied. PFA is an analytic tool for the prediction of frequency averaged vibration response of built-up structures at medium to high frequency ranges. The power transmission and reflection coefficients between the semi-infinite beam and plate are estimated using the wave transmission approach. For the application of the power coefficients to practical complex structures, the numerical methods, such as finite element method are needed to be adapted to the power flow governing equation. To solve the discontinuity of energy density at the joint, joint matrix is developed using energy flow coupling relationships at the beam-plate joint. Using the joint matrix developed in this paper, an idealized ship stern part is modeled with finite element program, and vibration energy density and intensity are calculated.

**Keywords:** Beam-plate coupled structure, Vibration intensity analysis, Energy flow analysis, Power transmission and reflection coefficients, Joint matrix, Power flow finite element method

**ASK subject classification:** Structural acoustics and vibration (11.2)

## I. 서론

중고주파 영역에서 선박이나 자동차와 같은 복합구조

책임저자: 홍석윤 (syhong@gong.snu.ac.kr)  
151-742 서울시 관악구 신림동 산 56-1  
서울대학교 조선해양공학과  
(전화: 02-880-8757; 팩스: 02-888-9298)

물에 존재하는 진동에너지의 공간분포와 진동인텐시티를 해석할 수 있는 파워흐름해석법은 성질이 다른 구조물간의 결합부위에서 파형변환으로 인한 파워투과계수와 반사계수를 필요로 한다.

이는 파워흐름해석법에서 뿐만이 아니라 SEA (Statistical Energy Analysis)에서도 세부시스템들 간의 연

성손실계수 (Coupling Loss Factor)를 구하기 위하여 요구되는 값들이기 때문에 많은 공학자들에 의하여 연구되어 왔다. 특히 두 개나 서너 개의 서로 다른 물성치를 가지는 평판들 사이의 파워투과계수, 반사계수에 관한 연구가 Lyon 등에 의하여 이루어졌고[1-4], 좀더 이른 시기에는 직사각형 단면의 보강재가 붙은 평판에 대해서 굽힘파의 투과반사계수가 Cremer and Heckl에 의해 제시되었다[5]. 최근에 있어서는 R. S. Langley and K. H. Heron에 의해 보에 여러 개의 평판이 선연결된 결합이 연구되었고[6], Y. K. Tso에 의해 원통형 구조물과 평판 사이의 결합이 연구되기도 하였다[7]. 본 논문에서는 진동인텐시티 해석법으로 알려진 파워흐름해석법을 보와 평판이 점 연결된 구조물에 적용하기 위하여 관통보와 평판이 수직으로 연결된 경우의 파워투과반사계수를 파동전달법을 통하여 구하였다. 또한, 구하여진 파워투과반사계수를 실제 구조물에 적용하기 위해서는 파워흐름유한요소법으로의 활용이 필요하다[8,9]. 이를 위해 본 논문에서는 보와 평판 사이의 파워투과반사계수를 이용한 연결요소형렬식을 정립하였으며, 또한 보와 평판요소를 각각 해석할 수 있는 파워흐름유한요소해석 프로그램을 구성하고, 여기에 정립된 보와 평판간의 연결요소형렬식을 대입하여 보와 평판이 연성된 구조물까지 해석이 가능한 프로그램으로 개발하였다. 본 프로그램을 이용하여 선박의 선미부와 같은 실제 구조물을 해석하였다. 추진축과 격벽간의 연결은 보와 평판의 연결로 모델링하여 추진축을 특정 주파수 대역에 대하여 적절한 가진력을 주어 해석한 결과, 선박 구조물에서 진동에너지분포를 구할 수 있었고 진동 인텐티티를 통하여 구조물에서의 파워전달 경로를 예측할 수 있었다.

## II. 파워투과반사계수 계산

### 2.1. 보와 평판의 파동성분에 의한 변위

파워흐름해석법에서는 서로 다른 유한 구조물의 결합을 결합부위로부터 무한대의 길이를 지닌 무한 구조물로 바꾸어 파워투과반사계수를 구한다. 그 이유는 파워흐름 해석법의 관심 주파수 영역인 고주파수 대역에서는 구조물의 모드에 의한 영향이 점차 줄어들어 진동에너지 분포가 서서히 증가 또는 감소하는 경향을 갖게 되며, 고주파에서 진동은 감쇠가 크게 일어나므로 결합부의 반대편 끝단에서 오는 반사파의 영향이 점차 감소하기 때문이다.

따라서 원형의 반무한보에서 무한히 먼  $z$  축으로부터  $-z$  방향으로 들어오는 진폭  $\bar{P}$ 의 입사파를 설정하였다. 이 때 결합부위에서는 구조물의 불연속성으로 인해 파동변환이 생기고, 그에 따라  $+z$  방향으로 반사파가 발생하게 되는데 그때 보의 굽힘파 ( $u_b$ ), 종파 ( $w_b$ ), 비틀림파 ( $\theta_b$ )는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_b = \bar{P}_f e^{jk_{bz}z} + A_{fb} e^{-jk_{bz}z} + B_{fb} e^{-k_{bz}z} \quad (1)$$

$$w_b = \bar{P}_l e^{jk_{bz}z} + C_{fb} e^{-jk_{bz}z} \quad (2)$$

$$\theta_b = \bar{P}_t e^{jk_{bz}z} + D_{fb} e^{-jk_{bz}z} \quad (3)$$

여기서 파동성분들의 양의 방향은 그림 1과 같다. 무한평판에서 무한히 먼  $x$  축으로부터  $-x$  방향으로

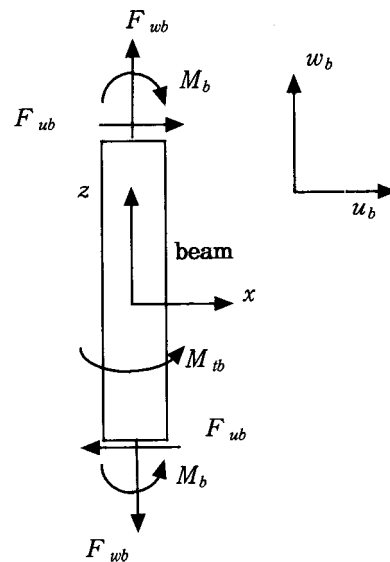


그림 1. 보에 작용하는 힘과 모멘트  
Fig. 1. Forces and moments of beam.

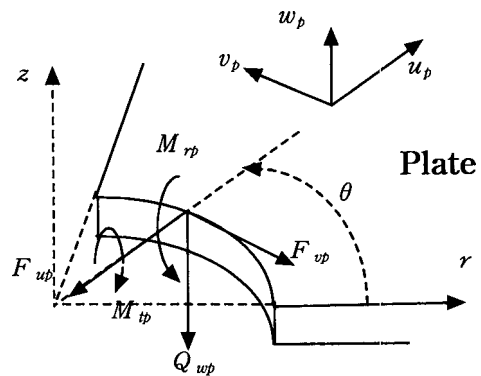


그림 2. 평판에 작용하는 힘과 모멘트  
Fig. 2. Forces and moments of plate.

평면파의 형태로 들어오는 진폭  $\bar{Q}$ 의 입사파를 설정하였다. 이 평면파는 원형 반무한보와의 결합부위에서 재질 또는 형상의 불균일성에 의하여 결합부위로부터 동심원을 그리며 퍼져나가는 산란파를 발생시킨다. 이와 같은 산란파의 형태는 Bessel 함수를 이용한 급수형태로 표현될 수 있으며, 그와 같은 파동성분들의 양의 방향은 그림 2와 같다.

먼저  $-x$  방향으로 입사되는 급입파는 극좌표의 형태로 바꾸면 다음과 같이 표현된다.

$$w_{ip} = \bar{Q}_f e^{jk_f x} = \bar{Q}_f e^{jk_f r \cos \theta} \quad (4)$$

이 식을 다시  $\theta$ 에 대한 급수형태로 바꾸면 다음과 같이 제1종 Bessel 함수( $J_n$ )가 포함된 식으로 표현된다[10].

$$w_{ip} = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n j^n J_n(k_f r) \bar{Q}_f \cos(n\theta) \quad (5)$$

여기서  $\epsilon_0 = 1, \epsilon_n = 2 (n \geq 1)$ 이다.

따라서 무한 평판에서 급입파의 입사성분과 산란성분을 모두 포함하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} w_p = & \sum_{n=0}^{\infty} [\epsilon_n j^n J_n(k_f r) \bar{Q}_f + \{A_n H_n^{(2)}(k_f r) \\ & + B_n H_n^{(2)}(-jk_f r)\}] \cos(n\theta) \\ & + \{A_n H_n^{(2)}(k_f r) + B_n H_n^{(2)}(-jk_f r)\} \\ & \times \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (6)$$

$-x$  방향으로 입사되는 종파는 극좌표 형태로 바꾸면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_{ip} = & \bar{Q}_f e^{jk_f x} = \bar{Q}_f e^{jk_f r \cos \theta} \\ = & \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n j^n J_n(k_f r) \bar{Q}_f \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 종파의 변위  $u_{ip}$ 는  $xy$  좌표계의  $+x$  방향을 가리키므로  $r, \theta$  방향으로 바꾸어 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{ip} = & \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n j^n J_n(k_f r) \bar{Q}_f \cos(n\theta) \cos \theta \\ = & \left[ \frac{1}{2} \epsilon_1 j^1 J_1(k_f r) + \cos(\theta) \left\{ \epsilon_0 J_0(k_f r) + \frac{1}{2} \epsilon_2 j^2 J_2(k_f r) \right\} \right. \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \{ \epsilon_{n-1} j^{n-1} J_{n-1}(k_f r) \\ & \left. + \epsilon_{n+1} j^{n+1} J_{n+1}(k_f r) \} \cos(n\theta) \right] \bar{Q}_f \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} v_{ip} = & \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n j^n J_n(k_f r) \bar{Q}_f \cos(n\theta) (-\sin \theta) \\ = & - \left[ \left\{ \epsilon_0 J_0(k_f r) - \frac{1}{2} \epsilon_2 j^2 J_2(k_f r) \right\} \sin(\theta) \right. \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \{ \epsilon_{n-1} j^{n-1} J_{n-1}(k_f r) \\ & \left. - \epsilon_{n+1} j^{n+1} J_{n+1}(k_f r) \} \sin(n\theta) \right] \bar{Q}_f \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 무한 평판에서 종파가 입사할 경우 평판에서의 입사성분과 산란성분을 모두 포함하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{px} = & u_{ip} + \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ E_n \frac{dH_n^{(2)}(k_s r)}{dr} \right. \\ & \left. + n F_n \frac{H_n^{(2)}(k_s r)}{r} \right\} \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} v_{px} = & v_{ip} - \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ n E_n \frac{H_n^{(2)}(k_s r)}{r} \right. \\ & \left. + F_n \frac{dH_n^{(2)}(k_s r)}{dr} \right\} \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $u_{px}$ 는 종파가 입사할 경우 보의 원형 단면이  $x$  축 방향으로 횡진동을 하게 되므로 그에 따른 평판의  $r$  방향 변위를 표현하는 식으로 평판에서 산란성분의 종파를 의미한다.  $v_{px}$ 는 평판의  $\theta$  방향 변위를 표현하는 식으로 평판에서 산란성분의 전단파를 의미한다.

$-x$  방향으로 입사되는 전단파는 극좌표의 형태로 바꾸면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} v_{ip} = & \bar{Q}_s e^{jk_s x} = \bar{Q}_s e^{jk_s r \cos \theta} \\ = & \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n j^n J_n(k_s r) \bar{Q}_s \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 전단파의 변위  $v_{ip}$ 는  $xy$  좌표계의  $+y$  방향을 가리키므로 이를  $r, \theta$  방향으로 바꾸어 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{is} = & \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n j^n J_n(k_s r) \bar{Q}_s \cos(n\theta) \sin \theta \\ = & \left[ \left\{ \epsilon_0 J_0(k_s r) - \frac{1}{2} \epsilon_2 j^2 J_2(k_s r) \right\} \sin(\theta) \right. \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \{ \epsilon_{n-1} j^{n-1} J_{n-1}(k_s r) \\ & \left. - \epsilon_{n+1} j^{n+1} J_{n+1}(k_s r) \} \sin(n\theta) \right] \bar{Q}_s \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} v_{is} = & \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n j^n J_n(k_s r) \bar{Q}_s \cos(n\theta) \cos \theta \\ = & \left[ \frac{1}{2} \epsilon_1 j^1 J_1(k_s r) + \left\{ \epsilon_0 J_0(k_s r) + \frac{1}{2} \epsilon_2 j^2 J_2(k_s r) \right\} \cos(\theta) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \{ \epsilon_{n-1} j^{n-1} J_{n-1}(k_{sp} r) \\
 & + \epsilon_{n+1} j^{n+1} J_{n+1}(k_{sp} r) \} \cos(n\theta) \} \overline{Q}_s \quad (14)
 \end{aligned}$$

따라서 무한 평판에서 전단파가 입사할 경우 평판에서의 입사성분과 산란성분을 모두 포함하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u_{py} = u_{isp} + \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ E_n \frac{dH_n^{(2)}(k_i r)}{dr} \right. \\
 \left. + nF_n \frac{H_n^{(2)}(k_i r)}{r} \right\} \sin(n\theta) \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{py} = v_{isp} + \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ nE_n \frac{H_n^{(2)}(k_i r)}{r} \right. \\
 \left. + F_n \frac{dH_n^{(2)}(k_i r)}{dr} \right\} \cos(n\theta) \quad (16)
 \end{aligned}$$

여기서  $u_{py}$  는 전단파가 입사할 경우 보의 원형 단면이  $y$  축 방향으로 횡진동을 하게 되므로 그에 따른 평판의  $r$  방향 변위를 표현하는 식으로 평판에서 산란성분의 종파를 의미한다.  $v_{py}$  는 여기서 평판의  $\theta$  방향 변위를 표현하는 식으로 평판에서 산란성분의 전단파를 의미한다.

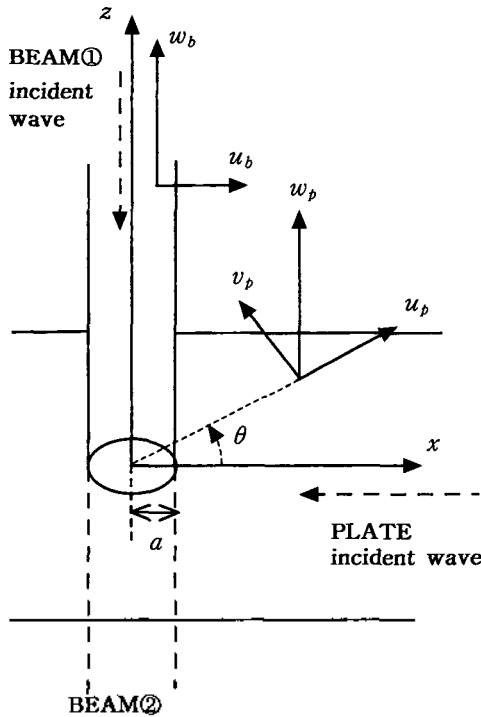


그림 3. 무한평판에 수직으로 연결된 관통보  
Fig. 3. Penetration beam vertically connected to the infinite plate.

## 2.2. 경계조건 및 진동 파위

원형보와 평판이 결합된 부위 ( $r = a, z = 0$ )에서 필요한 경계조건은 그림 3과 같이, 보를 무한평판에 연결된 두 개의 반무한보로 간주하고 그 때 각각의 부재 사이의 결합부위에 존재하는 기하학적 연속조건과 힘과 모멘트의 평형조건이다. 이와 같은 조건들은 평판에서의 변위가  $\theta$  방향에 대한  $n$  차의 급수로 표현되어 있기 때문에 각각의 급수에 적합한 경계조건을 세워주어야 한다. 경계조건에 쓰인 변위와 힘과 모멘트의 방향은 그림 1과 그림 2에 제시되어 있다.

먼저  $n = 0$  일 경우, 보의 종파와 평판에서의 굽힘파 성분 중  $n = 0$  항이 서로 연성되며, 보의 비틀림파 성분과 평판에서의 전단파 성분 중  $n = 0$  항이 서로 연성된다. 그에 따른 경계조건은 다음과 같다.

$$w_{b\Omega} = w_p|_{n=0} \quad (17)$$

$$\frac{\partial w_p}{\partial r} \Big|_{n=0} = 0 \quad (18)$$

$$u_p|_{n=0} = 0 \quad (19)$$

$$a\theta_{b\Omega} = v_p|_{n=0} \quad (20)$$

$$F_{wb\Omega} - F_{wb\Omega} + 2\pi a F_{wp}|_{n=0} = 0 \quad (21)$$

$$aF_{vp}|_{n=0} + M_{tb\Omega}/2\pi a - M_{tb\Omega}/2\pi a = 0 \quad (22)$$

식 (17)은 연결부위에서 보의 수직변위가 평판 수직변위의  $n = 0$  항과 같다는 조건이고, 식 (18)은 연결부위에서 보와 평판의 연결각이 수직을 계속 유지한다는 조건이다. 식 (19)는 보의 단면이 변화하지 않으므로 평판의  $r$  방향 변위가 고정됨을 나타낸다. 또한, 식 (20)은 보의 비틀림각에 의한 변위와 평판에서의  $\theta$  방향 변위가 같다는 조건이며, 식 (21)은 평판에서 횡방향 전단력을 원주에 대해 모두 적분한 힘과 보의 수직방향 힘의 평형방정식이고, 식 (22)는 보의 비틀림모멘트와 평판에서의 전단력과 평행방정식이다.

$n = 1$  인 경우 보의 굽힘파 성분과 평판의 굽힘파, 종파, 전단파의  $n = 1$  항이 서로 연성된다. 이에 따른 경계조건은 보에서 굽힘파, 종파가 입사하는 경우, 평판에서 굽힘파, 종파가 입사하는 경우에 다음과 같다.

$$u_{b\Omega} \cos \theta = u_p|_{n=1} \quad (23)$$

$$-u_{b\Omega} \sin \theta = v_p|_{n=1} \quad (24)$$

$$\frac{du_{b\Omega}}{dz} \cos(\theta) = -\frac{\partial w_p}{\partial r} \Big|_{n=1} \quad (25)$$

$$w_p|_{n=1} = a \frac{\partial w_p}{\partial r} \Big|_{n=1} \quad (26)$$

$$F_{ub\Omega} - F_{ubz} + a \int_{-\pi}^{\pi} F_{up} \Big|_{n=1} \cos \theta d\theta - a \int_{-\pi}^{\pi} F_{vp} \Big|_{n=1} \sin \theta d\theta = 0 \quad (27)$$

$$- a \int_{-\pi}^{\pi} M_{tp} \Big|_{n=1} \sin \theta d\theta + a \int_{-\pi}^{\pi} [M_{rp} \Big|_{n=1} - aQ_{rp} \Big|_{n=1}] \cos \theta d\theta + M_{b\Omega} - M_{bz} = 0 \quad (28)$$

보에서 비틀림파가 입사하는 경우와 평판에서 전단파가 입사하는 경우, 평판에서 산란파의 정의가 식 (15), 식 (16)과 같이 바뀔에 따라 다음과 같은 경계조건을 사용한다. 이 때  $u_{b\Omega}$  는 보①의  $y$  축 방향 굽힘파 성분이다.

$$u_{b\Omega} \sin \theta = u_p \Big|_{n=1} \quad (29)$$

$$u_{bD} \cos \theta = v_p \Big|_{n=1} \quad (30)$$

$$\frac{du_{b\Omega}}{dz} \sin(\theta) = - \frac{\partial w_p}{\partial r} \Big|_{n=1} \quad (31)$$

$$w_p \Big|_{n=1} = a \frac{\partial w_p}{\partial r} \Big|_{n=1} \quad (32)$$

$$F_{ub\Omega} - F_{ubz} + a \int_{-\pi}^{\pi} F_{up} \Big|_{n=1} \sin \theta d\theta + a \int_{-\pi}^{\pi} F_{vp} \Big|_{n=1} \cos \theta d\theta = 0 \quad (33)$$

$$a \int_{-\pi}^{\pi} M_{tp} \Big|_{n=1} \cos \theta d\theta + a \int_{-\pi}^{\pi} [M_{rp} \Big|_{n=1} - aQ_{rp} \Big|_{n=1}] \sin \theta d\theta + M_{b\Omega} - M_{bz} = 0 \quad (34)$$

식 (23), (29)는 보의 굽힘파 변위의  $r$  방향 성분과 평판의  $r$  방향 변위의 연속성조건이며 식 (24), (30)은  $\theta$  방향 변위의 연속성을 의미한다. 식 (25), (31)은 보의 굽힘파 변위에 의한 각과 평판의 각이 일치한다는 조건이고, 식 (26), (32)는 굽힘파 변위와 결합부위 각과의 관계를 의미한다. 식 (27), (33)은 보의  $x$  방향 전단력과 평판의 결합부위에서 힘의  $x$  방향 성분과의 평형조건이고, 식 (28), (34)는 보의  $x$  방향 굽힘모멘트와 평판의 결합부위에서 모멘트의  $x$  방향 성분과의 평형조건이다.

$n \geq 2$ 인 경우 보의 단면형상이 변화하지 않는다고 가정하면 각각의 변위가 고정되므로 다음과 같은 조건들이 성립한다.

$$w_p = 0, \quad \frac{\partial w_p}{\partial r} = 0 \quad (35)$$

$$u_p = 0, \quad v_p = 0 \quad (36)$$

보①과 보② 사이의 변위의 연속조건은 동일선상에 있는 보와 보 사이의 조건을 그대로 사용할 수 있으므로 다음과 같은 경계조건을 대입할 수 있다.

$$w_{b\Omega} = w_{bz} \quad (37)$$

$$u_{b\Omega} = u_{bz} \quad (38)$$

$$\frac{du_{b\Omega}}{dz} = \frac{du_{bz}}{dz} \quad (39)$$

$$\theta_{b\Omega} = \theta_{bz} \quad (40)$$

보와 평판에 분포하는 파동성분을 경계조건으로부터 구한 후 그로부터 각각의 시간평균된 진동파워를 얻을 수 있다. 파워흐름해석법에서는 파의 근접장 (near field)에서 지수적으로 감소하는 파 (evanescent wave)에 의해서는 진동파워가 전달되지 않는다고 가정하므로 원거리영역 (far field)성분만을 고려한다. 따라서 보와 평판에서 진동파워를 구할 때에는 항상 굽힘파의 원거리영역 성분을 대입하게 된다.

먼저 보에서의 시간평균된 진동파워는 굽힘파 ( $\langle P_b \rangle$ ), 종파 ( $\langle P_{tb} \rangle$ ), 비틀림파 ( $\langle P_{tb'} \rangle$ )에 대하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\langle P \rangle_b = E_b k_b^3 \omega |A_b|^2 \quad (41)$$

$$\langle P \rangle_{tb} = \frac{1}{2} E S k_b \omega |A_b|^2 \quad (42)$$

$$\langle P \rangle_{tb'} = \frac{1}{2} T k_b \omega |A_b|^2 \quad (43)$$

다음으로 평판 단면의 단위길이에서 흘러나가는 시간평균된 진동파워는 굽힘파 ( $\langle P_{fb} \rangle$ ), 종파 ( $\langle P_{fb'} \rangle$ ), 전단파 ( $\langle P_{fb''} \rangle$ )에 대하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\langle P \rangle_{fb} = 4Dk_{fb}^2 \omega |A_s|^2, : n = 0 \\ = 2Dk_{fb}^2 \omega |A_s|^2, : n \neq 0 \quad (44)$$

$$\langle P \rangle_{fb'} = 2 \frac{Eh\omega}{1-\nu^2} k_{fb}^2 |A_s|^2, : n = 0 \\ = \frac{Eh\omega}{1-\nu^2} k_{fb}^2 |A_s|^2, : n \neq 0 \quad (45)$$

$$\langle P \rangle_{fb''} = \frac{Eh\omega}{(1+\nu)} k_{fb}^2 |A_s|^2, : n = 0 \\ = \frac{Eh\omega}{2(1+\nu)} k_{fb}^2 |A_s|^2, : n \neq 0 \quad (46)$$

위 식은 평판에서의 파동성분이  $\theta$ 에 대한  $n$  차 급수의 형태로 이루어져 있으므로 각각의  $n$  차에 대한 파워를 구하게 된다. 따라서 단위길이에서의 파워는 모든 차수에 대해 계산된 파워들의 합으로부터 구할 수 있으며, 보와 평판의 연결부위에서 평판으로 흘러가는 전체 파워는 위 식으로부터 구한 값을 연결부위 전체길이에 대하여 적분함으로써 얻을 수 있다.

### III. 연결요소행렬식

서로 다른 부재가 연결되어 있거나 두 부재가 임의의 각으로 연결되어 있는 경우 이 부분에서 파동의 전파특성이 변화하여 파동변환이 발생한다. 이로 인하여 연결부위에서 에너지밀도가 불연속이 되고, 파형도 변화한다. 이러한 구조물에 파워흐름유한요소법을 적용하기 위해서는 구조요소의 경계 위에 있는 노드들로 구성된 연결요소를 이용한다. 연결요소행렬식은 연결요소에서의 에너지밀도와 파워흐름간의 관계를 나타내는데 반무한보와 무한평판이 연결된 구조물에 대하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

보와 평판에서 모든 진동성분의 파워는 양방향 ( $q^+$ )과 음의 방향 ( $q^-$ )에 대하여 다음과 같이 표현된다.

$$q_{mb} = q_{mb}^+ - q_{mb}^- \quad (47)$$

$$q_{mp} = q_{mp}^+ - q_{mp}^- \quad (48)$$

$$q_{mb}^+ = C_{gmb} e_{mb}^+, \quad q_{mb}^- = C_{gmb} e_{mb}^- \quad (49)$$

$$q_{mp}^+ = C_{gmp} e_{mp}^+, \quad q_{mp}^- = C_{gmp} e_{mp}^- \quad (50)$$

여기서 mb는 보에서의 m 진동성분을 의미하고, mp는 평판에서의 m진동성분을 의미하고,  $C_g$ 는 에너지전달속도를 의미한다.

식 (47), (48)에 다음과 같은 연결점에서의 파워투과반사와 관련된 조건을 대입하여보면 파워와 각 방향 에너지밀도와의 관계를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_{fcb}^+ &= R_{fxcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fyfcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \\ &+ R_{fxcbb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{ffcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fycb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_{fcb}^+ &= R_{fxfcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fyfcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \\ &+ R_{fxcbb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{ffcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fycb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_{fcb}^+ &= R_{fxcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fyfcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \\ &+ R_{fxcbb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{ffcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fycb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_{fcb}^+ &= R_{fxcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fyfcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \\ &+ R_{fxcbb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{ffcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fycb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_{fcb}^+ &= T_{fxcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fyfcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \\ &+ T_{fxcbb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{ffcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fycb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_{fcb}^+ &= T_{fxcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fyfcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \\ &+ T_{fxcbb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{ffcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fycb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_{sp}^+ &= T_{fxcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fyfcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + T_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \\ &+ T_{fxcbb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{ffcb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fycb} \langle q \rangle_{fcb}^- + R_{fzcb} \langle q \rangle_{fcb}^- \end{aligned} \quad (57)$$

위 식을 대입하여 구한 파워와 에너지밀도와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} q_{fcb} \\ q_{fcb} \\ q_{fcb} \\ q_{fcb} \\ q_{fcb} \\ q_{fcb} \\ q_{fcb} \end{pmatrix} = [P]_{7 \times 7} \begin{pmatrix} e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \end{pmatrix} \quad (58)$$

$$[P]_{7 \times 7} =$$

$$\begin{bmatrix} R_{fxcb}-1 & T_{ffcb} & R_{fxcbb} & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fxcbb} & R_{fzcb} \\ T_{fxcb} & R_{ffcb}-1 & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} \\ R_{fxcb} & T_{ffcb} & R_{fxcbb}-1 & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} & R_{fzcb} \\ T_{fxcb} & R_{ffcb} & T_{fycb} & R_{fzcb}-1 & T_{fzcb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} \\ R_{fxcb} & T_{ffcb} & R_{fxcbb} & T_{fycb} & R_{fzcb}-1 & T_{fzcb} & R_{fzcb} \\ T_{fxcb} & R_{ffcb} & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} & R_{fzcb}-1 & T_{fzcb} \\ R_{fxcb} & T_{ffcb} & R_{fxcbb} & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} & R_{fzcb}-1 \end{bmatrix}$$

$$\otimes \begin{bmatrix} C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \end{bmatrix} \quad (59)$$

여기서  $\otimes$ 는  $P = A \otimes B \Rightarrow P_{ij} = A_i B_{ij}$ 를 의미한다.

또한 연결점에서의 모든 진동성분의 에너지밀도는 양의 방향으로 흐르는 에너지밀도와 음의 방향으로 흐르는 에너지밀도를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$e_{mb} = e_{mb}^+ + e_{mb}^- \quad (60)$$

$$e_{mp} = e_{mp}^+ + e_{mp}^- \quad (61)$$

이 식에도 위의 식 (49), (50)을 이용하여 식 (51)-(57)을 대입하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} e_{fcb} \\ e_{fcb} \\ e_{fcb} \\ e_{fcb} \\ e_{fcb} \\ e_{fcb} \\ e_{fcb} \end{pmatrix} = [E]_{7 \times 7} \begin{pmatrix} e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \\ e_{fcb}^- \end{pmatrix} \quad (62)$$

$$[E]_{7 \times 7} =$$

$$\begin{bmatrix} R_{fxcb}+1 & T_{ffcb} & R_{fxcbb} & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fxcbb} & R_{fzcb} \\ T_{fxcb} & R_{ffcb}+1 & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} \\ R_{fxcb} & T_{ffcb} & R_{fxcbb}+1 & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} & R_{fzcb} \\ T_{fxcb} & R_{ffcb} & T_{fycb} & R_{fzcb}+1 & T_{fzcb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} \\ R_{fxcb} & T_{ffcb} & R_{fxcbb} & T_{fycb} & R_{fzcb}+1 & T_{fzcb} & R_{fzcb} \\ T_{fxcb} & R_{ffcb} & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} & R_{fzcb}+1 & T_{fzcb} \\ R_{fxcb} & T_{ffcb} & R_{fxcbb} & T_{fycb} & R_{fzcb} & T_{fzcb} & R_{fzcb}+1 \end{bmatrix}$$

$$\otimes \begin{bmatrix} C_{gfb} & C_{gfp} & C_{gib} & C_{gip} & C_{gpb} & C_{gpp} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfp} & C_{gib} & C_{gip} & C_{gpb} & C_{gpp} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfp} & C_{gib} & C_{gip} & C_{gpb} & C_{gpp} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfp} & C_{gib} & C_{gip} & C_{gpb} & C_{gpp} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfp} & C_{gib} & C_{gip} & C_{gpb} & C_{gpp} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfp} & C_{gib} & C_{gip} & C_{gpb} & C_{gpp} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfp} & C_{gib} & C_{gip} & C_{gpb} & C_{gpp} & C_{gfb} & C_{gfb} \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfp} & C_{gfp} & C_{gfp} & C_{gfp} & C_{gfp} & C_{gfp} & C_{gfp} & C_{gfp} \\ C_{gib} & C_{gib} & C_{gib} & C_{gib} & C_{gib} & C_{gib} & C_{gib} & C_{gib} \\ C_{gip} & C_{gip} & C_{gip} & C_{gip} & C_{gip} & C_{gip} & C_{gip} & C_{gip} \\ C_{gpb} & C_{gpb} & C_{gpb} & C_{gpb} & C_{gpb} & C_{gpb} & C_{gpb} & C_{gpb} \\ C_{gpp} & C_{gpp} & C_{gpp} & C_{gpp} & C_{gpp} & C_{gpp} & C_{gpp} & C_{gpp} \\ C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \\ C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} & C_{gfb} \end{bmatrix} \quad (63)$$

여기서  $\oplus$ 는  $P = A \oplus B \Rightarrow P_{ij} = A_{ij}/B_{ij}$  를 의미한다.

이상과 같이 구한 두 행렬  $[P]$ ,  $[E]$ 로부터 연결점에서 에너지와 파워와의 관계를 구하게 된다.

$$\begin{bmatrix} q_{fcb} \\ q_{fp} \\ q_{ib} \\ q_{ip} \\ q_{pb} \\ q_{pp} \\ q_{fcb} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} e_{fcb} \\ e_{fp} \\ e_{ib} \\ e_{ip} \\ e_{pb} \\ e_{pp} \\ e_{fcb} \end{bmatrix} \quad (64)$$

$$[J] = [P][E]^{-1} \quad (65)$$

여기서 구한  $[J]$ 는 반무한보와 무한평판이 연결된 경우에 파워흐름유한요소법에 사용되는 연결요소행렬식이다. 무한보가 무한평판을 관통하는 경우의 연결요소행렬식은 위 행렬식에서  $-z$  방향으로 보성분을 추가하면 구성할 수 있다.

#### IV. 선박구조물에서의 적용

보와 평판이 연결된 구조물로 선박의 선미부를 모델링하여 그 중 추진축이 격벽을 관통하는 부분에 위에서 구

한 연결요소행렬식을 대입하여 진동해석을 수행하였다. 이와 같은 구조물은 가진력이 보에 존재하므로 다른 보 평판 복합구조물보다 보와 평판간의 파워전달관계가 중요시된다. 가진원이 보에 있지 않고 보와 평판의 결합부 위로부터 멀리 떨어져 있다면 보와 평판의 결합을 이상화시켜 평판과 평판으로 모델링할 수도 있을 것이다. 또한 추진축과 선체 격벽이 견고히 고정되어 있는 형태는 아니지만 보에서의 가진력을 굽힘파 성분으로 주었기 때문에 전파되는 성분은 굽힘파 성분이 많으므로 실제 추진축과 격벽의 관계에 적용해도 큰 오차가 발생하지 않을 것으로 생각하였다.

굽힘파 성분의 가진력 500N이 선미부 구조물 내의 추진축 부분에 존재한다고 설정하였다. 보의 입력파워를 구하기 위한 임피던스는 무한보의 임피던스를 사용하였으나 관심주파수 대역이 높으므로 유한보의 임피던스와 큰 차이가 없을 것으로 판단된다.

축의 직경은 200 mm로 설정하였고, 선체 평판의 두께는 10 mm로 설정하였다. 재료는 강 구조물로 탄성계수  $E = 2 \times 10^{11}$ , 포아송비  $\nu = 0.33$ , 그리고 밀도  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$  를 설정하였다. 구조물에서의 구조감쇠계수  $\eta$ 는 평판과 보 모두 0.003으로 설정하였다. 선미부 블록 모델의 모델링한 형상은 그림 4에서 보여주고 있다. 이와 같은 모델에서 보에 5000 Hz 주파수의 가진력을 주었을 때 구조물 내의 굽힘파와 면내파 에너지밀도를 편의에 따라 먼저 구조물의 외판에 존재하는 부분을 데시벨 단위로 그림 5, 6에 도시하였고 내벽과 갑판, 그리고 축에 분포하는 에너지밀도를 역시 데시벨 단위로 그림 7, 8에 도시하였다. 보에서의 굽힘파 에너지밀도는  $x$  방향,  $y$  방향에 대하여 모두 구하여 그 합을 취하였고, 면내파 에너지밀도는 보의 종파와 비틀림파 에너지밀도를 합한 값을 의미한다. 평판에서 면내파 에너지밀도는 종파와 전단파에

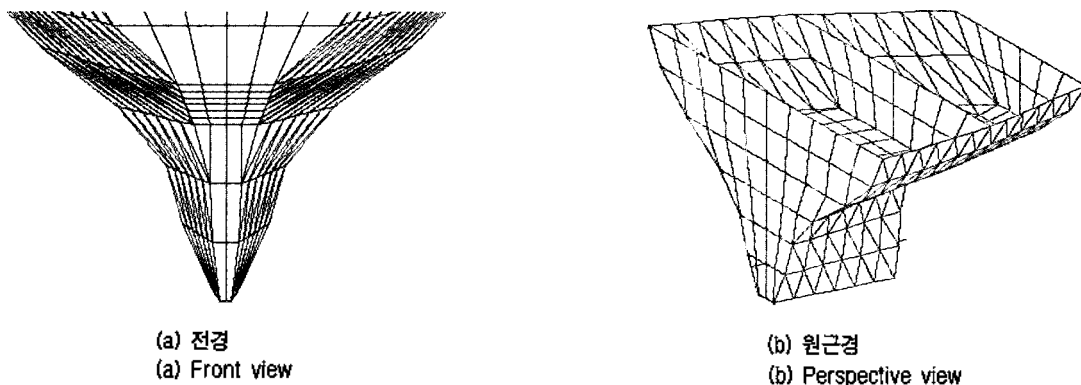


그림 4. 배의 선미부 모델  
Fig. 4. Ship structure modeling.

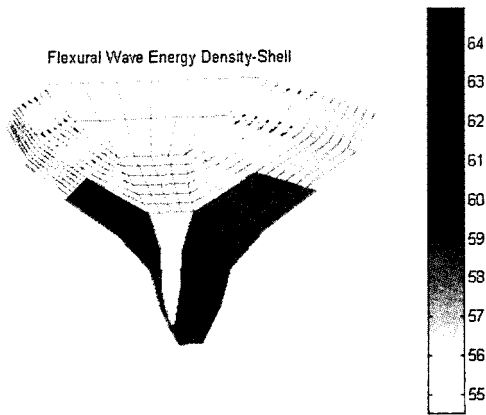


그림 5. 외판에 분포하는 굽힘파 진동 에너지밀도  
Fig. 5. Flexural wave energy density of shell parts of the structure.

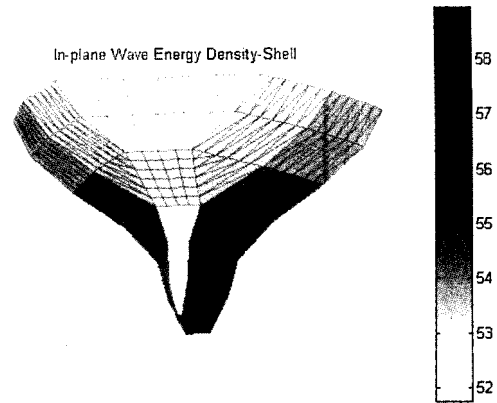


그림 6. 외판에 분포하는 면내파 진동 에너지밀도  
Fig. 6. In-plane wave energy density of shell parts of the structure.

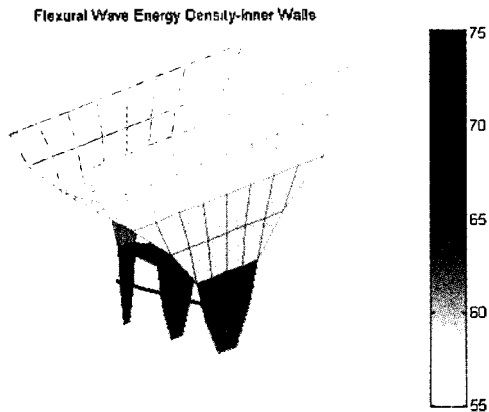


그림 7. 내벽과 갑판, 그리고 축에 분포하는 굽힘파 진동 에너지밀도  
Fig. 7. Flexural wave energy density of wall, deck and shaft parts of the structure.

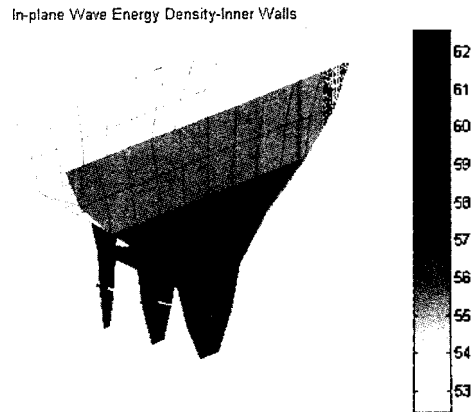


그림 8. 내벽과 갑판, 그리고 축에 분포하는 면내파 진동 에너지밀도  
Fig. 8. In-plane wave energy density of wall, deck and shaft parts of the structure.

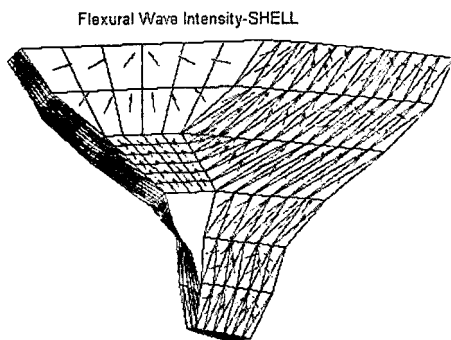


그림 9. 외판에 분포하는 굽힘파 진동 인텐시티  
Fig. 9. Flexural wave intensity of shell parts of the structure.

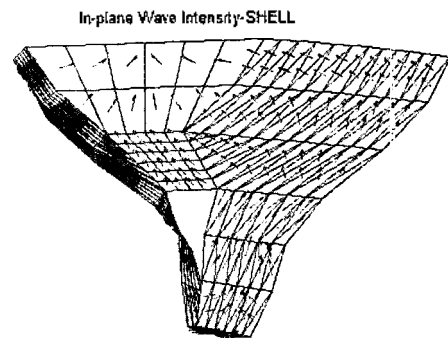


그림 10. 외판에 분포하는 면내파 진동 인텐시티  
Fig. 10. In-plane wave intensity of shell parts of the structure.

너지밀도를 합한 값이다.

대부분 굽힘파 성분 에너지밀도의 최대값이 면내파 성분 에너지밀도 최대값보다 높게 나타났으며, 가장 높은 에너지밀도를 보여준 부분은 가진점 주위였다. 가진점에서부터 발생한 굽힘파 에너지는 연결부위를 지남에 따라

다른 파동성분을 유발하여 그 값이 점차 낮아지는 것을 볼 수 있고, 그 전달 경로를 인텐시티 분포로부터 잘 파악할 수 있다. 면내파 성분 에너지는 축과 연결된 격벽에서 주로 발생하여 구조물 전체에 걸쳐 고루 분포함을 살펴볼 수 있다. 그림 9와 그림 10에는 선체외판에서의 굽힘파와



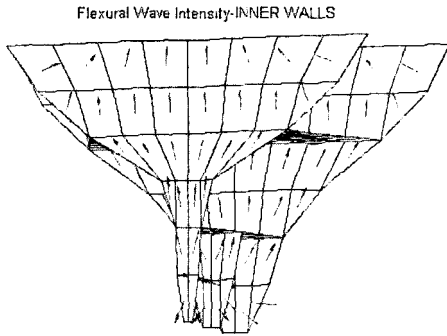


그림 11. 내벽과 갑판, 그리고 축에 분포하는 굽힘파 진동 인텐시티  
Fig. 11. Flexural wave intensity of wall, deck and shaft parts of the structure.

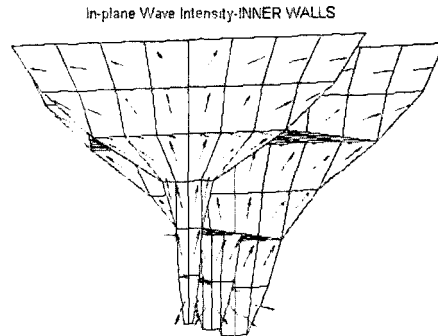


그림 12. 내벽과 갑판, 그리고 축에 분포하는 면내파 진동 인텐시티  
Fig. 12. In-plane wave intensity of wall, deck and shaft parts of the structure.

면내파 진동인텐시티를 도사하였으며 그림 11과 그림 12에는 격벽과 축에 존재하는 진동인텐시티를 도사하였다. 이로부터 모든 파형이 보와 평판이 연결된 부위로부터 선체 위쪽으로 퍼져나가며 흘러가는 것을 확인할 수 있다.

### V. 결론

본 논문에서는 중고주파영역에서의 진동인텐시티해석기법인 파워흐름해석법을 보와 평판이 연성된 구조물에 적용하기 위하여 파동전달법을 이용하여 파워투과반사계수를 구하였다. 또한 연결요소 행렬식을 정립하여 보와 평판이 연결된 복잡한 형태의 구조물을 수치기법인 파워흐름유한요소법을 통하여 해석할 수 있도록 하였다. 이로써 파워흐름유한요소법의 영역을 기존의 1차원 구조물, 또는 2차원 구조물로만 구성된 모델로부터 1차원 구조물과 2차원 구조물이 복합적으로 사용된 모델에까지 확장할 수 있었다. 지금까지 파워흐름해석법은 주로 평판요소로 구성된 모델을 위주로 해석이 수행되어왔으나 본 논문에서 정립된 연결요소행렬식을 통해 대표적으로 축계와 격벽 사이의 진동해석을 할 수 있었고, 그 외에도 선체 내의 각종 배관으로 인한 진동에너지의 전파, 또는 평판과 복합된 트러스 구조물 등의 해석에도 응용할 수 있을 것으로 생각된다.

### 감사의 글

이 연구는 서울대학교 발전기금 포철화술연구비의 지원에 의해 수행되었습니다.

### 참고 문헌

1. R. H. Lyon, *Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Applications*, Cambridge: MIT Press., 1975.
2. D. H. Park, S. Y. Hong, H. G. Kil and J. J. Jeon, "Power flow models and analysis of in-plane waves in finite coupled thin plates," *Journal of Sound and Vibration*, 244 (4), 651-668, 2001.
3. 박도현, 홍석운, 길현권, "동일 평면상에서 연성된 직사각형 평판의 진동파워흐름해석" 한국소음진동공학회지 8(6), pp. 1053-1061, 1998.
4. 박도현, "연성된 평판 및 상자형 구조물의 진동 파워흐름해석," 공학석사학위논문, 서울대학교, 1999.
5. L. Cremer, M. Heckl and E. E. Unger, *Structure-Borne Sound*, Berlin: Springer-Verlag, 1999.
6. R. S. Langley and K. H. Heron, "Elastic wave transmission through plate/beam junctions," *Journal of Sound and Vibration*, 143(2), pp. 241-253, 1990.
7. Y. K. Tso and C. H. Hansen, "Wave propagation through cylinder/plate junctions," *Journal of Sound and Vibration*, 186(3), pp. 547-461, 1995.
8. P. E. Cho, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures," Ph. D. Dissertation, Purdue University, 1993.
9. 서성훈, "다양한 형상의 평판구조물에 대한 파워흐름유한요소해석," 공학석사학위논문, 서울대학교, 2000.
10. N. W. Mclachlan, *Bessel Functions for Engineers*, Oxford University Press, Amen House, London, 1954.
11. 이호원, 홍석운, "파워흐름유한요소법의 진동해석결과를 이용한 구조물의 방사소음 해석시스템 개발," 한국음향학회지 제20권 제7호, pp. 21-30, 2001.

### 저자 약력

● 강 연 식 (Yeon-Sik Kang)

1999년 2월: 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 (공학사)

2001년 2월: 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 (공학석사)

※ 주관심분야: 구조진동분야



● 홍 석 운 (Suk-Yoon Hong)

한국음향학회지 제20권 제7호 참조