

## 마찰을 고려한 볼-스크류 시스템의 정밀 제어

한성익<sup>+</sup>, 공준희<sup>++</sup>, 신대왕<sup>++</sup>, 김종식<sup>\*</sup>  
(논문접수일 2001. 12. 31, 심사완료일 2002. 4. 17)

### Precise Control of Ball-Screw Systems with Friction

Seong-Ik Han<sup>+</sup>, Jun-Hee Kong<sup>++</sup>, Dae-Wang Shin<sup>++</sup>, Jong-Shik Kim<sup>\*</sup>

#### Abstract

The effect of nonlinear friction in the low velocity is dominant in precise controlled mechanisms and it is difficult to identify the friction effect. The friction model which Canudas suggested, so called, LuGre model is well expressed the friction effect as *Streibek* in the low velocity. But it's model parameters were estimated continuously in operation for precise control. This paper suggests the sliding mode controller and observer for compensating the friction effect. Experimental results for a ball-screw system show that the proposed method has a good performance especially in the low velocity.

**Key Words :** Ball-Screw Systems(볼-스크류 시스템), LuGre Model, Sliding Mode Control(슬라이딩 모드 제어), Sliding Mode Observer(슬라이딩 모드 관측기)

### 1. 서론

볼-스크류 구동 시스템은 출력기인 플로터(plotter)의 핵심구동장치이다. 산업현장의 CNC나 머시닝 센터(machining center) 뿐만 아니라 회로기판 제작에 사용되는 칩 마운터(chip mounter) 등의 시스템 구동장치에도 널리 사용되고 있다. 또한 레이저 절단기나 레이저 용접기 등의 서보 시스템에도 사용되는 등 그 적용범위가 아주 넓다. 최근의 고정

도, 고정밀, 고속의 요구에 따라 이러한 시스템에 대한 정밀 제어는 필수적인 요소가 되었다. 이러한 서보시스템의 정밀한 위치제어를 하기 위해서는 본질적으로 존재하는 기계시스템에 대한 마찰 현상에 대한 이해와 적절한 제어 입력의 보상이 필수적이다.

특히 초정밀 구동을 필요로 하는 시스템의 경우, 고차 상태에서의 동적 거동과 저속에서의 *Streibek* 현상과 같은 비선형 마찰현상에 대한 충분한 이해를 바탕으로 효과적인

<sup>+</sup> 순천제일대학 기계전기제어과

<sup>++</sup> 부산대학교 지능기계 대학원

<sup>\*</sup> 주저자, 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소 (jskim@pusan.ac.kr)

주소: 609-735 부산시 금정구 장전동 산30번지, Tel: 051-510-2317

제어전략이 필요하다. 마찰과 관련된 많은 연구에 의하면 스틱-슬립(stick-slip)과 Streibek 효과, 한계 사이클(limit cycle force), 마찰 지연(friction lag), 전-슬라이딩(pre-sliding) 변위, 이탈력(break-away force)의 변화 등 저속에서 비선형을 나타내는 많은 현상들이 포착되었다. 이러한 현상들은 온도, 윤활 상태, 작동 시간, 부하의 크기, 작동 거리 등의 요소들에 의해 복합적으로 영향을 받으므로 마찰 모델의 특성을 파악하기가 무척 어렵다. Bliman과 Dupont, Friedland, Hess, Canudas 등의 연구자들은 이러한 비선형 마찰을 실험적으로 그 현상을 규명하고, 이를 수식으로 표현하려는 시도를 하였다. 그리고 이러한 수식적 모델을 이용하여 마찰을 효과적으로 보상하였다<sup>(1-4)</sup>. 이와 같은 모델 기준(model-based) 접근법은 실제 시스템에 존재하는 마찰을 거의 정확하게 보상함으로써 적은 제어입력으로 시스템의 정밀 구동을 가능하게 하는 장점이 있다. 그러나 시스템을 운용함에 따라 마찰 파라미터들의 변동(variation)이 발생하게 되고, 이는 어려운 마찰의 실험적 규명 작업을 주기적으로 필요로 하게 된다. 이는 파라미터의 변동에 따르는 실험을 반복해야 하므로 강인성 측면에서 효과적이지 못하다.

본 논문에서는 파라미터 변동에 대한 강인성 및 마찰 보상을 적절하게 하기 위하여 관측기를 이용한 슬라이딩 모드 제어를 설계하고 이를 볼 스크류 시스템에서 구현하였다. 결론적으로 본 연구를 통해, 비선형 마찰이 존재하는 시스템에 대하여 비모델 기준(nonmodel-based) 접근 방법으로 슬라이딩 모드 제어기법을 이용함으로써, 저속에서 서보시스템의 정밀 제어를 볼-스크류 시스템에서 실험적으로 구현하고자 한다.

## 2. 시스템 모델링

### 2.1 LuGre(LundGrenoble) 마찰모델

동적, 정적 마찰 거동을 가장 잘 묘사하고 있는 LuGre 모델은 Fig. 1과 같은 강모의 접촉현상을 이용해 모델링하였다. 접선력이 작용하게 되면 강모가 변형을 일으키게 되고 두 접촉면 사이에 상대운동이 발생하게 된다. 그리고 이 강모들의 평균 변형량을 상태변수로 선정하여 모델링할 수 있다<sup>(1)</sup>. 본 연구에서는 회전체 시스템에 적용시켜 평균 변형 각  $\zeta$  을 상태변수로 선정하여 표현하였다.

$$\frac{d\zeta}{dt} = w - \frac{|w|}{g(w)} \zeta \quad (1)$$

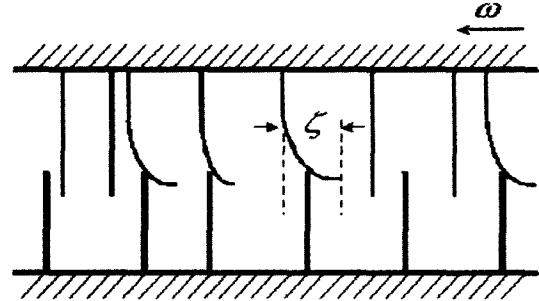


Fig. 1 LuGre friction model

여기서  $w$ 는 두 접촉면 사이의 상대 회전속도를 말한다. 식 (1)의 첫 번째 항은 평균 변형량이 속도의 적분값에 비례함을 의미하며 두 번째 항을 통해서 정상상태에서  $\zeta_{ss}$ 값은 다음과 같은 값으로 접근함을 알 수 있다.

$$\zeta_{ss} = \frac{w}{|w|} g(w) = g(w) \operatorname{sgn}(w) \quad (2)$$

여기서 정상상태라는 것은 속도가 일정하게 되었을 때를 말하고, 함수  $g(w)$ 는 양의 함수로 온도, 윤활 상태, 작동 시간, 부하의 크기, 작동 거리 등의 여러 요소에 의해 결정되며 0 속도를 기준으로 완전 대칭이 아니다. 즉, 방향에 따라 마찰 거동이 다르게 관찰된다. 그리고 함수  $g(w)$ 가 Streibek 효과를 표현한다. 강모들의 변형에 의한 마찰토크는 다음과 같다<sup>(4)</sup>.

$$T_F = \sigma_0 \zeta + \sigma_1 \frac{d\zeta}{dt} + \sigma_2 w \quad (3)$$

여기서  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ 은 각각 강모들의 강성과 댐핑 계수이고  $\sigma_2$ 는 점성마찰계수이다. 정상상태에서의 마찰토크는  $\sigma_0 g(w) + \sigma_2 w$  이며, 첫 번째 항  $\sigma_0 g(w)$  는 다음과 같다.

$$\sigma_0 g(w) = T_c + (T_s - T_c) e^{-(w/w_s)^2} \quad (4)$$

여기서  $T_c$ 은 쿨롱 마찰 토크,  $T_s$ 은 고착상태에서의 마찰 크기,  $w_s$ 는 Streibek 속도이다. 그리고 정상상태에서의 마찰 토크는 식 (2)와 식 (4)를 통해 다음과 같이 표현된다.

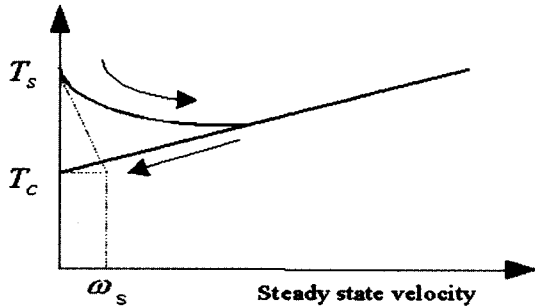


Fig. 2 Exponential form of the nonlinear friction model

$$T_{Fs}(w) = \sigma_0 g(w) \operatorname{sgn}(w) + \sigma_2 w$$

$$= [T_c + (T_s - T_c)e^{-(w/\omega_s)^2}] \operatorname{sgn}(w) + \sigma_2 w \quad (5)$$

Fig. 2는 비선형 마찰을 정상상태 속도에 대해 표현한 것으로 고착상태에서의 마찰 토크, 쿨롱 마찰 토크 및 Streibek 속도의 관계를 잘 묘사하고 있다. Streibek 속도 이전의 저속 구간에서의 마찰은 단조감소를 하다가 그 이후의 속도에서 다시 증가하게 되고 일정 속도 이상에서는 선형적으로 증가하게 된다. 그리고 속도가 감소할 때는 그림에서 보듯이 비선형구간이 없이 선형적으로 까지 감소하게 된다. 실험에서 Streibek 현상을 포착하기 위해서는 시스템에 속도(ramp) 입력을 인가하여야 한다.

### 2.2 볼-스크류 시스템

볼-스크류 구동시스템에는 마찰 이외에 강력한 비선형 요소인 백래시(backlash)가 존재한다. 하지만 최근에는 백래시를 무시할 수 있을 정도로 시스템의 정도(精度)가 많이 향상되었으므로 모델링 과정에서 백래시를 무시한다. 뿐만 아니라 회전체는 강체(剛體)로 비틀림이 없으며 시스템에서 가장 효과적인 요소인 회전관성과 마찰을 제외한 모든 요소는 그 영향이 미비하므로 모델링 과정에서 생략하면 다음과 같은 기계시스템의 동적 방정식으로 모델링할 수 있다.

$$J \frac{dw}{dt} = \tau_M - T_F \quad (6)$$

여기서  $J$ 는 회전관성,  $\tau_M$ 은 제어입력 토크, 그리고  $T_F$ 는 식 (6)에서 표현된 시스템에 존재하는 마찰토크이다. 위 모델식에서 각변위( $\theta$ )와 각속도( $w$ )를 상태변수로 선정하고  $T_F$ 에서 선형의 점성마찰을 시스템 행렬에 포함시키면, 다

음과 같은 상태공간 모델로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + f(x, t, u) \quad (7)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서  $x(t) \in R^n$ ,  $u \in R^m$ ,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $C \in R^{m \times n}$  이고  $f(x, t, u)$ 는 점성 마찰 이외의 마찰, 외란 및 파라미터 변동 등 시스템에 존재하는 정합 불확실성을 표현하는 미지의 함수로 상한치  $F$ 를 갖는다. 즉,  $\|f(x, t, u)\| \leq F$ 이다.

식 (7)을 슬라이딩 모드 설계를 위해서 정규형태(regular form)로 변환한다. 변환하기 위한 직교 변환행렬(orthogonal transformation matrix)은 다음과 같다.

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서  $B_2$ 는  $m \times m$  비특이(non-singular) 행렬이다. 그러면  $z = Tx$ 로 두면 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{z}(t) = TAT^T z(t) + TBu(t) \quad (9)$$

$$y(t) = CT^T z(t)$$

여기서  $z^T = [z_1^T \ z_2^T]$ ,  $z_1 \in R^{n-m}$ ,  $z_2 \in R^m$ 로 두면 다음과 같은 정규형태로 나타낼 수 있다.

$$\dot{z}_1(t) = A_{11}z_1(t) + A_{12}z_2(t) \quad (10)$$

$$\dot{z}_2(t) = A_{21}z_1(t) + A_{22}z_2(t) + B_2u(t) \quad (11)$$

여기서,  $TAT^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ ,  $CT^T = [C_1 \ C_2]$ 이다.

## 3. 제어기 설계

### 3.1 슬라이딩 모드 제어기 설계

슬라이딩 모드 제어시스템 설계에서 가장 우선되는 작업은 제어 대상 시스템에 대해 적절하고 안정한 슬라이딩 평면을 선정하는 것이다. 서보시스템의 경우 일반적으로 오차 동역학을 이용하여 다음과 같이 슬라이딩 함수를 선정한다<sup>(5-8)</sup>.

$$s(t) = \Lambda e + \frac{d}{dt} e \quad (12)$$

여기서  $e$ 는 기준입력과 출력신호와 차이이고  $\Lambda$ 는 양의

상수 행렬이다. 플랜트의 상태가 슬라이딩 평면에 머물게 되면 시스템의 동특성은 슬라이딩 평면의 차수만큼 시스템의 차수가 감소되며 파라미터 변동이나 모델링되지 않은 동역학 및 외란 등의 정합 불확실성에 대해 강인성이 보장되게 된다. 본 연구에서는 서보시스템의 추종성능을 더욱 향상시키기 위하여 식 (12)의 슬라이딩 함수에 적분요소를 추가하여 다음과 같이 슬라이딩 평면을 선정하였다<sup>(9)</sup>.

$$s(t) = \Lambda_1 e + \frac{d}{dt} e + \Lambda_2 \int_0^t e dt = 0 \quad (13)$$

여기서  $\Lambda_1, \Lambda_2$ 는 임의의 양의 상수 행렬이다. 제어입력을 구성할 슬라이딩 조건(sliding condition)은 직접 절환법(direct switching method)에 의해 다음과 같이 선정한다<sup>(10)</sup>.

$$s^T \dot{s} = -s^T H s - s^T K \operatorname{sgn}(s) < 0 \quad (14)$$

여기서  $K$ 는 양의 반 한정(semi-positive definite) 대각요소를 갖는 대각(diagonal)행렬이고,  $H$ 는 양의 반한정으로 슬라이딩 모드 도달 시간과 관련된 행렬로 전통적으로 그 값은 0이다. 이 때의 슬라이딩 조건은 다음과 같다.

$$s^T \dot{s} = -s^T K \operatorname{sgn}(s) < 0 \quad (15)$$

이 슬라이딩 조건식을 만족하게 되면, 시스템 상태가 슬라이딩 평면에 있지 않을 때에도, 즉 어떠한 초기 위치에서도 유한 시간 이내에 시스템 상태는 슬라이딩 평면에 도달하게 되고, 일단 상태가 슬라이딩 평면에 있게 되면 시스템 동역학은 슬라이딩 평면에 의해서만 지배된다. 그리고 서보 시스템일 경우에 추종오차는 0으로 수렴하게 된다. 따라서 슬라이딩 모드 제어시스템 설계의 목적은 슬라이딩 조건을 만족하는 제어입력을 구성하는 것이다. 슬라이딩 조건 (15)을 만족하는 제어입력은 다음과 같다.

$$u = u_{eq} + B_2^{-1} K \operatorname{sgn}(s) \quad (16)$$

여기서

$$\operatorname{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & \text{for } s > 0 \\ -1 & \text{for } s < 0 \end{cases}$$

그리고  $u_{eq}$ 는 등가 제어입력으로 슬라이딩 모드 상에서 정의되는 제어입력이다. 따라서 등가제어입력은  $\dot{s} = 0$ 이 성립하도록 계산되어진다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \Lambda_1 \frac{d}{dt} e + \Lambda_2 + \frac{d^2}{dt^2} \theta_d - A_{21} z_1 \\ &\quad - A_{22} z_2 - B_2 u = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $\theta_d$ 는 기준입력이다. 따라서 각속도는 각변위의 시간 미분이라고 가정하면 본 연구에서 제어대상 시스템에 대한 등가제어입력은 다음과 같이 표현된다.

$$u_{eq} = B_2^{-1} (\Lambda_1 \dot{e} + \Lambda_2 \ddot{\theta}_d - A_{21} z_1 - A_{22} z_2) \quad (18)$$

그리고 슬라이딩 조건 (14)를 만족하는 제어입력은 다음과 같다.

$$u = u_{eq} + B_2^{-1} (Hs + K \operatorname{sgn}(s)) \quad (19)$$

슬라이딩 모드 제어기의 제어입력은 슬라이딩 모드를 가 로지르는 강력한 변화로 인해 모델링되지 않은 동역학을 여기시켜 채터링을 발생시키는 중대한 단점을 가진다. 이러한 채터링을 억제하기 위해 본 연구에서는 경계층 개념을 이용하여 제어입력을 다음과 같이 구성한다.

$$u = u_{eq} + B_2^{-1} (Hs + K \operatorname{sat}(s/\Phi)) \quad (20)$$

여기서

$$\operatorname{sat}(s/\Phi) = \begin{cases} s/\Phi & \text{for } |s/\Phi| < 1 \\ \operatorname{sgn}(s/\Phi) & \text{for } |s/\Phi| \geq 1 \end{cases}$$

그리고  $\Phi$ 는 경계층 두께이다. 따라서 경계층 바깥에서의 제어입력은 식 (19)와 동일하다. 그러나 경계층 안에서 제어입력 형태는 선형이 된다.

경계층 개념을 이용한 슬라이딩 모드 제어기의 속성을 알아보기 위해 단일 입출력 시스템의 경우를 알아보도록 한다. 오차 동역학을 이용하여 선정된 단일입출력 시스템의 슬라이딩 모드 (12) 및 슬라이딩 조건식 (14)와 (15)는 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (21)$$

$$s \dot{s} \leq -as^2 - \eta |s| \quad (22)$$

$$s \dot{s} \leq \eta |s| \quad (23)$$

전통적인 슬라이딩 제어입력 (16)에 경계층 개념을 이용하여 단일 입출력 시스템에 대한 형태를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u = J(\ddot{\theta}_d + \lambda \dot{e}) + \beta \text{sat}(s/\Phi) \quad (24)$$

여기서 첫 번째 항은 등가제어입력이다. 그리고 두 번째 스위칭 항에서  $\beta$ 의 크기가 클수록 불확실성에 강인해짐을 기대할 수 있지만 채터링의 영향이 증대된다. 따라서  $\beta$ 는 다음 조건식을 만족하는 범위에서 최소가 되도록 선정한다.

$$\beta \geq k + F \quad (25)$$

슬라이딩 조건식 (23)은  $|s| \geq \Phi_{\min}$ 에서 만족한다고 가정한다<sup>(8)</sup>.  $\Phi_{\min}$ 은 최소 경계층 두께로 이 때의 스위칭 제어입력의 크기는  $\beta_{\min}$ 이 된다. 따라서 최소 경계층 두께 밖에 있는 어떠한 상태에서도 유한 시간 이내에 슬라이딩 평면 도달이 보장된다. 그러나 추종 성능은 다음과 같은 정상 상태 오차를 가지게 된다.

$$e(t) \leq \left| \frac{\Phi_{\min}}{\lambda} \right| \quad (26)$$

따라서 경계층 두께  $\Phi$ 를 작게 하므로서 추종성능을 향상시킬 수 있다. 하지만 채터링의 영향이 심하게 되므로, 이런 상반 관계에 있는 추종성능과 채터링의 영향을 고려하여 경계층 두께를 선정하여야 한다.

본 논문에서  $\alpha$ 는 경계층 내 스위칭 제어입력의 기울기 ( $\beta/\Phi = \beta_{\min}/\Phi_{\min}$ )와 동일하게 구성하였다. 경계층 외부에서 제어입력은 더 크고 연속적으로 주어지므로 슬라이딩 모드 도달시간이 줄어들고 빠른 응답을 기대할 수 있다. 또한 경계층 밖에서의 스위칭 제어입력 크기를 다음과 같이 줄일 수 있으므로 채터링의 영향을 더 줄일 수 있다.

$$\beta/2 \geq k + F \quad (27)$$

Fig. 3은 경계층 슬라이딩 모드 제어기의 스위칭 제어입력을 도식화한 것이다.

### 3.2 슬라이딩 모드 관측기 설계

식 (6)에서 제어입력 항 대신에 마찰을 제외한 모든 외부 힘을  $u_f$ 로 표현하여 동적 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J \frac{dw}{dt} = u_f - T_F \quad (28)$$

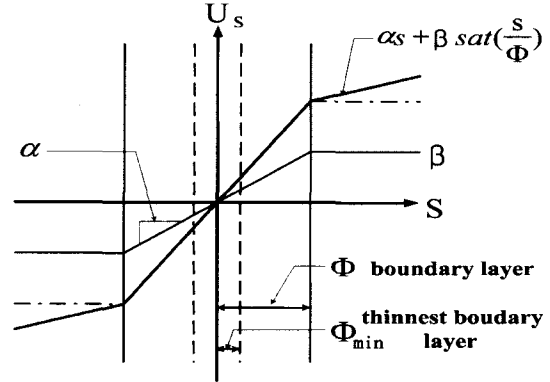


Fig. 3 Switching control input with boundary

일반적인 관측기의 원리와 마찬가지로 입력과 출력 정보를 이용해서 마찰토크를 추정하려고 한다. 마찰 관측기는 Utkin의 슬라이딩 모드 관측기를 이용하여 표현하면 다음과 같다<sup>(5,11)</sup>.

$$\dot{T}_F = -L\sigma \quad (29)$$

$$\dot{\xi} = (-\dot{T}_F + u_f + \sigma)/J \quad (30)$$

여기서  $\xi$ 은  $w$ 의 출력값이고  $L$ 은 관측기 가중치이며  $\sigma$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma = N \text{sgn}(e_\xi) \quad (31)$$

여기서  $e_\xi = \xi - \hat{\xi}$ 이고  $N$ 은 양의 상수이다. 관측기 동역학에서 스위칭 항은 시스템의 고주파 성분을 여기서시킬 수 있으므로 시그모이드 함수를 이용하여 채터링 현상을 억제한다.

$$\sigma = N \tanh(e_\xi/\Phi_{e\xi}) \quad (32)$$

$e_\xi$ 에 대한 경계층 두께  $\Phi_{e\xi}$ 가 클수록 채터링 영향은 줄어들을 기대할 수 있다. 하지만  $e_\xi$ 의 수렴을 위해 다음 조건식을 만족하도록 파라미터들을 선정한다.

$$\frac{\Phi_{e\xi}}{N} < \frac{1}{L} \quad (33)$$

그리고 모델기준 피드 포워드 마찰 보상을 위해 마찰을 제외한 모든 외부 힘의 형태를 다음과 같이 표현한다.

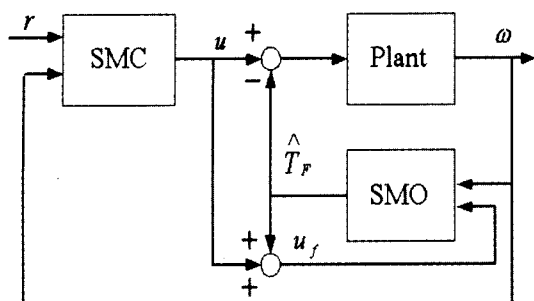


Fig. 4 Schematic diagram of the sliding mode control system with sliding mode observer



Fig. 5 Photograph of the ball-screw system

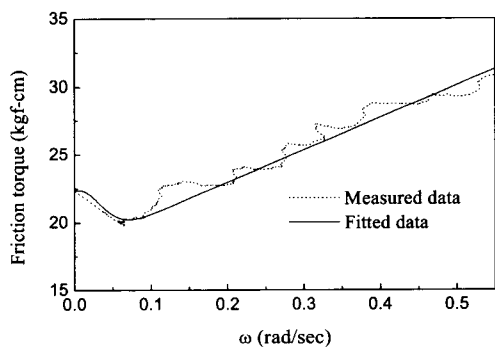


Fig. 6 Identification of the LuGre friction model in a ball-screw system

$$u_f = u + \hat{T}_F \quad (34)$$

식 (7)의  $f(x, t, u)$ 에서 중요한 불확실성 요소인 마찰을 추정함으로써 상한치  $F$ 의 크기를 줄일 수 있으므로 제어 입력 스위칭 항에 의한 채터링 영향은 더욱 줄일 수 있다. Fig. 4는 슬라이딩 모드 관측기를 갖는 슬라이딩 모드 제어 시스템의 개략도이다.

#### 4. 실험 및 고찰

Fig. 5는 실험에 사용된 볼-스크류 시스템의 사진이다. X 축 상에 볼-스크류와 LM 가이드가 있고, 분해능이 1000 pulse/rev인 회전중분형 엔코더가 부착된 DC servo 모터가 볼-스크류를 구동하게 된다. 제어기는 PC상에서 Mathwork사의 Simulink를 이용하여 구현되었다. step size는 1msec 이고, Runge-Kutta 방식으로 계산되었다. 구현된 제어기는

Table 1 Ball-screw system parameter

Parameter	Value	Unit
Moment of inertia	0.25	$kg \cdot cm \cdot sec^2 / rad$
Motor torque constant	2.727	$kg \cdot cm / A$
Amp gain	2.27	A/V
Reduction rate	1/20	
Pitch	5	mm/rev

RTW (real time workshop) 기능에 의해 C 언어로 컴파일 되고, 다시 기계어로 컴파일되어 dSPACE사 DSP1102 보드 내의 TMS320C31 칩에 로딩된다. 로딩된 제어기의 제어 신호는 DSP 보드와 인터페이스 요소를 통해 모터 드라이버에 전달하게 되어 모터를 구동하게 된다. 실험 도중의 설계 파라미터의 튜닝 및 실험 결과는 dSPACE사 Control Desk를 통해 획득되었다. Table 1은 볼-스크류 시스템의 파라미터를 나타낸다.

본 실험에서는 먼저 Canudas가 제시한 방법을 이용하여 구현한 정밀 제어시스템의 실험 결과와 전통적 슬라이딩 모드 제어기(SMC), 그리고 경계층을 갖는 슬라이딩 모드 제어기(SMCB)와 슬라이딩 모드 관측기를 갖는 경계층 슬라이딩 모드 제어기(SMCB/SMO)를 이용한 제어 시스템의 실험 결과를 비교하였다. 실험에서 기준입력  $\gamma$ 은 주기가 1rad/sec이고 크기가 2 $\mu$ m에 해당하는 rad값을 갖는 정현파이고 출력은 볼-스크류의 회전각을 이동테이블의 위치로 환산하여 구하였다. 전통적 SMC 시스템에서  $\lambda=1200$ ,  $\beta=300$ 이 사용되었다. 그리고 SMCB 시스템에서도 위와 동일한 값이 사용되었고 경계층 두께는  $\phi=0.15$ 이다. SMCB/SMO 시스템의 파라미터들은 조건식 (33)를 만족하는 범위에서 채터

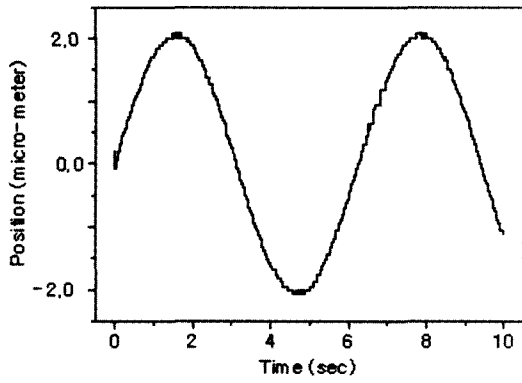


Fig. 7 Output of the Canudas method in a ball-screw system

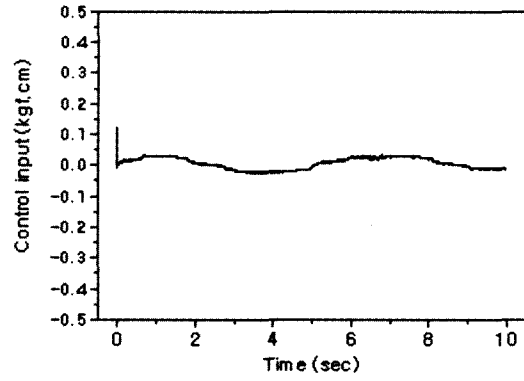


Fig. 8 Control input of the Canudas model in a ball-screw system

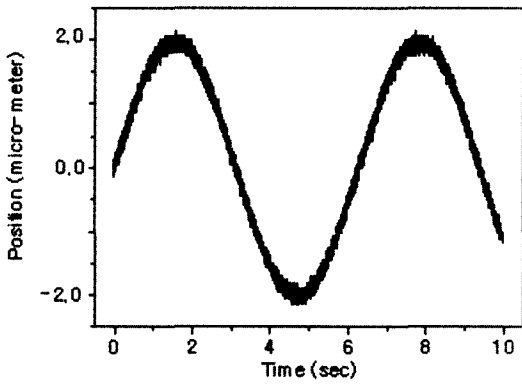


Fig. 9 Output of the SMC system

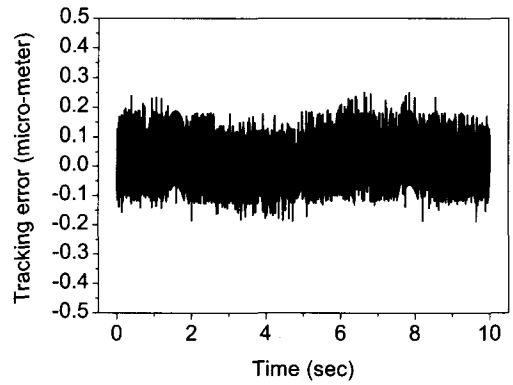


Fig. 10 Position tracking error of the SMC system

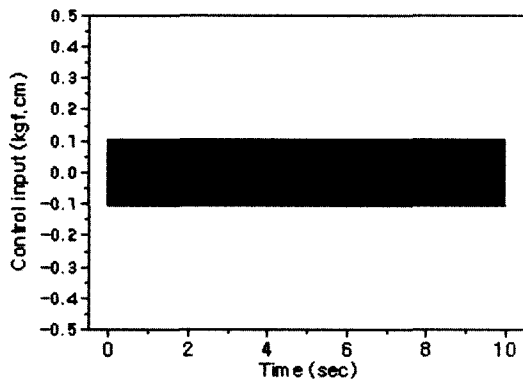


Fig. 11 Control input of the SMC system

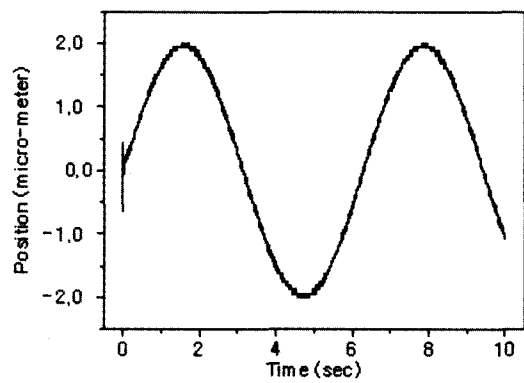


Fig. 12 Output of the SMCB system

Table 2 Parameters of the LuGre model

Parameter	Value	Unit
$T_c$	18.02	$kg_f \cdot cm$
$T_s$	22.56	$kg_f \cdot cm$
$w_s$	0.056	$rad / s$
$\sigma_0$	14400	$kg_f \cdot cm \cdot s / rad$
$\sigma_1$	255	$kg_f \cdot cm / rad$
$\sigma_2$	21.94	$kg_f \cdot cm \cdot s / rad$

링을 억제시키고 좋은 성능을 내도록 선정되었다. 여기서  $\phi = -0.0625$ ,  $\phi_{e\zeta} = -0.0625$ ,  $\lambda = 800$ ,  $\beta = 100$ ,  $L = 1$ ,  $M = 0.1$ 이다.

Fig. 6은 실험에 사용된 볼-스크류 구동시 스템의 속도에 따른 마찰 데이터를 도시화한 것으로 점선은 측정된 값이고 실선은 curve fitting하여 앞에서 설명한 마찰모델 형태로

근사화시킨 것이다. Table 2는 실험을 통해 얻어진 LuGre 마찰모델 파라미터들의 평균값이 제시되어 있다.

Fig. 7과 8은 각각 Canudas가 제시한 방법으로 마찰 보상이 이루어진 볼-스크류 시스템의 출력과 제어입력이다. Canudas가 제안한 관측기와 제어기는 다음과 같다<sup>(4)</sup>.

$$\frac{d\zeta}{dt} = \omega - \frac{|\omega|}{g(\omega)} \zeta + \kappa e \quad (35)$$

$$\hat{T}_F = \sigma_0 \zeta + \sigma_1 \frac{d\zeta}{dt} + \sigma_2 \omega \quad (36)$$

$$u = H(s)e + \hat{T}_F + J\dot{\theta}_d \quad (37)$$

여기서  $g(\omega)$ 는 (4)식에서 주어지고  $H(s)$ 는 PID제어기 전달함수이며  $e(t) = \theta_d - \theta$ 이며  $k$ 는 Canudas관측기 변수이다. 이 경우 출력이 기준 입력을 잘 추종하고 있으며 제어

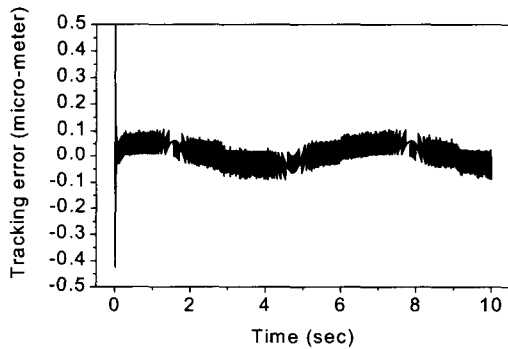


Fig. 13 Position tracking error of the SMCB system

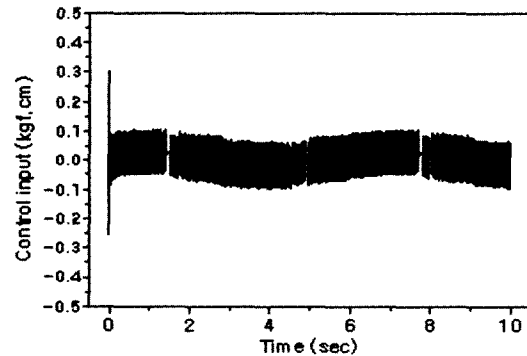


Fig. 14 Control input of the SMCB system

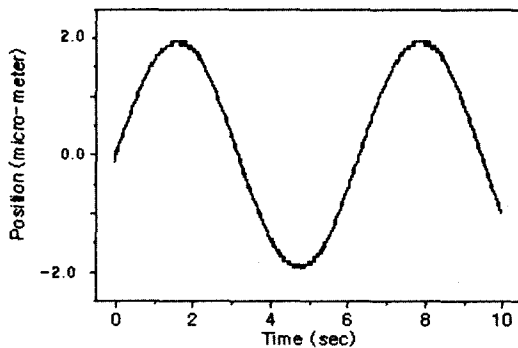


Fig. 15 Output of the SMCB/SMO system

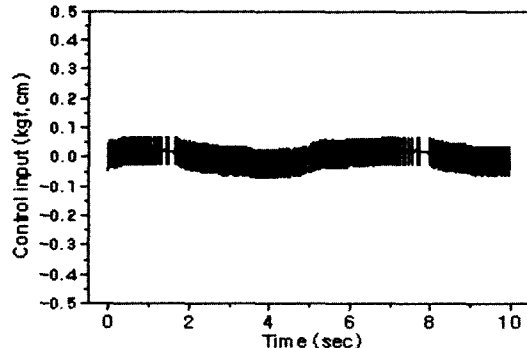


Fig. 16 Control input of the SMCB/SMO system



입력도 작게 인가됨을 볼 수 있다. Fig. 9, 10, 11은 전통적인 슬라이딩 모드 제어시스템의 결과이다. Fig. 9에서 출력은 어느 정도 추종하고 있으나 Fig. 10에 나타나듯이 추종 오차가 명령입력의 10%를 초과하고 있으며 Fig. 11의 제어 입력이 과도하게 채터링 되고 있다. 경계층 슬라이딩 모드 제어 시스템의 결과인 Fig. 12, 13, 14에서는 추종오차는 초기 오버슈트가 있으나 명령입력의 5% 이내로 감소하고 있으며 채터링 현상이 많이 억제됨을 Fig. 14에서 보여 주고 있다. Fig. 14에서 제어입력이 약간 요동하는 것은 SMCB 시스템이 SMC시스템에 비해 마찰 외란에 대한 과도한 보상을 줄임으로 인해 제어입력에 마찰력을 보상하는 특성이 반영되고 있음을 나타내며 그 결과 출력과 제 입력에 과도한 채터링이 감소하고 있음을 알 수 있다. Fig. 15, 16은 슬라이딩 모드 관측기를 이 하여 마찰을 보상한 경계층 슬라이딩 모드 제어 시스템 결과를 나타낸다. Fig. 7과 8에 나타난 결과와 비교할 때 Canudas가 제안한 모델기준 마찰 보상 수준의 성능을 슬라이딩 모드 관측기를 통하여 구현할 수 있음을 알 수 있다. 또한 Fig. 16에서는 경계층 개념에 관측기를 사용함으로써 제어입력의 과도한 채터링 현상도 줄이고 제어력도 작아짐을 알 수 있다. 이는 SMCB에 비해 30% 정도 작은 제어입력이다.

## 5. 결론

Canudas가 제안한 마찰모델에 대한 직접적인 마찰 모델이 필요한 모델기준 관측기의 구현 없이도 어려운 마찰 모델링이 필요없는 적절한 슬라이딩 관측기를 이용하여 LuGre 모델의 응답 성능과 거의 같은 결과를 얻었다. 이를 통하여 파라미터 변동에 따라 주기적인 마찰규명을 해야 하는 어려운 작업을 간단히 관측기를 이용함으로써 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다. 그리고 실용적인 면에서는 간편하게 구현할 수 있지만 제어 입력측면에서는 Canudas가 제안한 방법에 비해 아직도 많은 연구가 필요함을 알 수 있다. 추후 연구과제로는 다축 시스템에서의 관측기 설계와 병행하여, Canudas가 제안한 마찰모델 규명작업과 연관된 관측기를 설계하는 연구가 필요하다.

## 참 고 문 헌

- (1) P. Dahl, "A Solid Friction Model," Technical Report TOR-0158(3107-18)-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, 1968.
- (2) D. P. Hess and A. Soom, "Friction at a lubricated line contact operating at oscillating sliding velocities," *Journal of Tribology*, Vol. 112 pp. 147~152, 1990.
- (3) P. A. Bliman, "Mathematical Study of the Dahl's Friction Model," *European J. Mechanics. A/Solids*, Vol. 11, No. 6, pp. 835~848, 1992.
- (4) Canudas de Wit C., H. Olsson, K. J. Aström and P. Lischinsky, "A New Model for Control of Systems with Friction," *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 40, No. 3, pp. 419~425, 1995.
- (5) Ha Q. P, Bonchis A., Rye D. C., and Durrant-Whyte H. F., 2000, "Variable Structure Systems Approach to Friction Estimation and Compensation," *IEEE proc. Robotics & Automation*, pp. 3543~3548.
- (6) Raymond A. DeCarlo, Stanislaw H. Zak and Gregory P. Matthews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial," *proc. IEEE*, Vol. 76, No. 3, pp. 212~232, 1998.
- (7) K. Erbatur, M. O. Kaynak, and A. Sabanovic, "A Study of Robustness Property of Sliding-Mode Controllers : A Novel Design and Experimental Investigation," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 46, No. 5, pp. 1012~1018, 1999.
- (8) Zhang D. Q. and Panda S. K., 1999, "Chattering-Free and Fast Response Sliding Mode Controller," *IEE proc. Contr. Theory Appl.*, Vol. 146, No. 2, pp. 171~177.
- (9) T. L. Chern and Y. C. Wu, "Design of Integral Variable Structure Controller and Application to Electrohydraulic Velocity Servosystems," *IEE pro.-D*, Vol. 138, No. 5, pp. 439~445, 1991.
- (10) John Y. Hung, Weibing Gao and James C. Hung, "Variable Structure Control: A Survey," *IEEE Trans. on Indus. Elect.*, Vol. 40, No. 1, pp. 2~21, 1993.
- (11) V. I. Utkin, *Sliding Models in Control and Optimization*, Springer-Verlag, 1992.