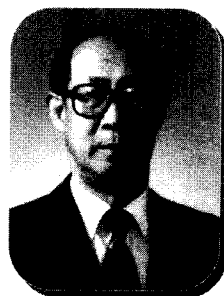


변 유한요소법에 의한 전력기기의 전자계 현상 해석



• 최승길 •
안산공과대학
전기과 전임강사



• 강형부 •
한양대
전자·전기공학부 교수

1. 서론

고도의 경제 성장과 더불어 산업이 발달해 감에 따라 높은 전력 수요가 요구되면서 전력계통이 지속적으로 대용량화, 고전압화 되면서 전력 시스템을 구성하는 차단기, 단로기 등과 같은 개폐 보호장치 및 절연물에서의 전·자계 및 방전 현상에 대한 연구의 중요성이 증대되고 있다[1-5]. 또한 세계적으로 환경 문제에 대한 관심이 크게 대두되어 고전압, 대전력 기기는 사회의 친환경적인 요구에 의해 신뢰성을 갖춘 소형화 기기로 발전하는 추세에 있다. 따라서 서로 상반되는 필요성인 대용량화와 소형화를 동시에 만족하는 신뢰성 있는 전력 기기를 설계하기 위해서는 기기의 절연 및 통전 성능을 좌우하는 전자계 현상에 대한 정밀한 해석이 매우 중요하다.

절점을 이용한 유한요소법은 절점에 자유도를 주는 방법으로 지난 30여년간 전기계의 정전계, 정자계, 와전류 현상, 고주파 현상, 전자기 산란 현상 및 파장의 전파 현상 등 2차원 스칼라 변수와 관련한 전자계 현상을 해석하는데 상당히 효과적임이 증명되었다. 그러나 절점을 이용하여 3차원 벡터계를 해석할 경우에는 명확한 경류 조건을 적용하거나 이종 재료의 경계면 및 외곽 경계에 초기 조건을 적절히 부여하는 것이 상당히 어려운 문제이

다. 또한 벡터 포텐셜을 정식화할 때 스칼라 포텐셜과 달리 각 절점마다 3개의 좌표 성분이 관련되므로 행렬 방정식이 커져 복잡한 모델의 해석시에는 전자계산기의 기억 용량 부족을 일으키기도 한다.

이를 해결하기 위해 제시된 획기적인 방법이 자유도를 변에 할당한 벡터 기반의 변 유한요소법(Finite element method using edge element)이다. 변 요소법에서는 두 요소의 인접면에 대한 법선, 혹은 접선 성분의 연속성이 자동적으로 만족되므로 3차원 전자계 현상 해석에 매우 유리하며, 절점을 이용한 유한요소법에서의 미지 절점수에 비해 미지 변의 수가 상대적으로 적으므로 계산 시간이 짧고 기억용량도 감소하여 복잡한 3차원 선형 및 비선형 현상의 해석에 유용하다. 그러나 변 요소법이 3차원 벡터 문제의 전자계 현상 해석에 유리하지만, 전류원의 입력, 즉 전류 연속 조건을 만족시키는 것이 쉽지 않고, 전류 연속 조건이 만족되지 않으면 행렬 방정식의 해를 얻기 어려운 단점이 있다. 따라서 3차원 변 유한요소법에 의한 전자계 현상 해석에서는 전류 연속 조건을 만족하는 타당한 전류 입력 방법의 적용이 필요하다.

본고에서는 변 요소법의 수학적 배경 및 주요 특성에 대해 우선 기술하였으며, 변 요소법이 갖는 중요한 문제중의 하나인 전류의 연속 조건을 만족하는 전류 벡터 포텐셜에 의한 전류 입력

방법에 대해 고찰하였다. 또한 검토된 변 유한요소법을 이용하여 도체의 전류 분포, 자계 분포 및 전자기기 접점에서 전류 통전 시 발생하는 전자기 특성에 대한 해석을 순차적으로 수행하여 변 요소법의 타당성 및 유용성을 확인하였다.

2. 변 유한요소법

2.1 변 유한요소법의 주요 특징 [6-11]

벡터 요소는 약 40여년전 Whitney에 의해 유한요소 해석과는 별로 공통점이 없는 분야에서 처음으로 서술되었는데 그것은 미분형의 한 종류였다[12, 13].

그림 2.1은 자계 벡터의 유한요소 해석시 절점과 변을 각각 이용할 경우에 있어서의 미지수의 정의를 나타낸다. 자계 벡터 해석시 절점을 이용할 경우에는 각 절점에서 자기벡터 포텐셜의 x, y, z 방향 성분이 미지수로 되지만, 변을 이용한 해석에서는 변에 위치한 자기 벡터 포텐셜을 미지수로 한다. 그러므로 절점 요소법에서는 경계면에서 자기 벡터 포텐셜의 x, y 및 z 방향 성분이 연속으로 되어야 하고, 변 요소법에서는 면의 접선 방향 성분이 연속되어야 한다.

변 요소법이 갖는 가장 중요한 장점중의 하나는 어떤 요소간 경계 또는 더 일반적으로 매질간 경계에 걸쳐 근사화할 경우 단지 그 계의 접선 성분에 대한 연속 조건만 만족시키면 된다는 점이다.

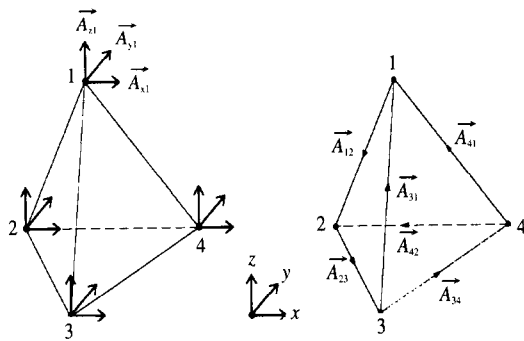


그림 2.1 사면체 요소에서의 미지수의 정의.

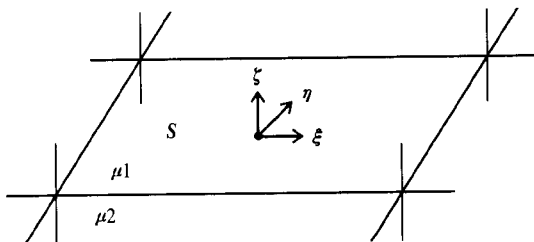


그림 2.2 변 요소법의 경계 조건.

절점을 이용한 해석에서는 계 해석 영역내에 존재하는 유한개의 이산화된 절점값을 이용하여 근사화되므로 접하는 두 요소에 대해 같은 절점에서의 계의 값이 같기 때문에 계의 공간에 대한 연속성은 저절로 만족된다. 그러나 자계의 세기 H 의 접선 성분과 자속 밀도 B 의 법선 성분은 매질간 경계에서 연속이어야 하므로 절점을 이용한 유한요소법에서는 근사화될 계에 대해 자계의 세기 및 자속 밀도의 연속 조건을 만족시키기 위한 별도의 특성 조건을 부여하여야 한다.

반면 변 유한요소법에서는 규칙적으로 구성된 3차원 요소를 구성하는 각 변을 따라 미지수(접선 성분)를 회전시킨 것이 그 자유도가 되므로 만약 자계의 세기 H 를 이용해 계의 근사화가 이루어지면 어떤 매질간(요소간) 경계면에 대한 접선 성분의 연속성은 저절로 만족된다.

그림 2.2와 같이 투자율 μ_1, μ_2 를 갖는 두 다른 매질간 경계면 S 를 고려하면, 면상의 자계가 만족하여야 하는 연속 조건은 아래의 식 (2.1), 식 (2.2)과 같다.

$$B_1 \cdot n = B_2 \cdot n \quad (2.1)$$

$$H_1 \times n = H_2 \times n \quad (2.2)$$

여기서, B, H 및 n 은 각각 자속 밀도, 자계의 세기 및 면상의 단위 법선 벡터이다. 자기 벡터 포텐셜 A 와 자속 밀도 B 의 관계식 $B = \nabla \times A$ 를 이용하면 식 (2.1)과 식 (2.2)는 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$(\nabla \times A_1) \cdot n = (\nabla \times A_2) \cdot n \quad (2.3)$$

$$\left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A_1\right) \times n = \left(\frac{1}{\mu_2} \nabla \times A_2\right) \times n \quad (2.4)$$

여기서 면 S 에 대해 국소 직교 좌표계 (ξ, η, ζ)를 고려하면 식 (2.3)은 식 (2.5)와 같이 된다.

$$\frac{\partial A_{\eta_1}}{\partial \xi} - \frac{\partial A_{\xi_1}}{\partial \eta} = \frac{\partial A_{\eta_2}}{\partial \xi} - \frac{\partial A_{\xi_2}}{\partial \eta} \quad (2.5)$$

식 (2.5)는 경계면에 대한 접선 성분인 ξ 와 η 에만 관련되어 A 의 법선 방향 성분인 A 를 포함하지 않으므로 자기 벡터 포텐셜 A 의 접선 성분이 연속으로 주어지면 자속 B 의 법선 성분에 대한 연속성은 자동으로 만족됨을 보여준다. 즉, A 의 접선 성분이 연속되면 식 (2.2)와 식 (2.4)에 의해 주어지는 경계면에서의 자계의 세기의 접선 조건은 유한요소 해석과정에서 자연스럽게 만족됨을 의미한다. 그러므로 변 요소법에 의한 벡터 해석에는 절점 요소법에서 요구되는 A 의 전 방향 성분에 대한 연속성은 불필요하게 되어, 변 요소법에서는 A 의 접선 방향 성분만 연속되면 B 및 H 의 연속성을 만족시키는 해석이 가능하다.

2.2 형상함수

3차원 변 요소법에서는 그림 2.3과 같은 사면체 유한요소가 보편적으로 가장 널리 사용된다[14].

그림과 같이 임의의 사면체 요소는 4개의 절점 1, 2, 3, 4 와 6개의 변 $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6$ 을 갖는다. 2개의 절점으로 구성되는 변은 임의로 정의하여 사용할 수 있지만 일반적으로 표 2.1과 같이 각 변의 방향이 작은 수에서 큰 수로 향하도록 정의된다.

L_1^i, L_2^i 를 각각 절점 1, 2의 형상 함수라 하면, 일반적인 미분형 함수는 식 (2.6)과 같이 표현할 수 있다[15].

$$W_{12} = L_1^i \nabla L_2^i - L_2^i \nabla L_1^i \quad (2.6)$$

절점 1에서 절점 2까지의 단위 벡터를 e_1 이라 하고, L_1^i 를 절점 1과 2를 연결하는 변의 길이이라 하면,

$$e_1 \cdot \nabla L_1^i = \frac{1}{L_1^i} \quad (2.7)$$

$$e_1 \cdot \nabla L_2^i = \frac{1}{L_1^i} \quad (2.8)$$

과 같이 되므로,

$$e_1 \cdot W_{12} = \frac{L_1^i + L_2^i}{L_1^i} = \frac{1}{L_1^i} \quad (2.9)$$

의 관계가 성립하여, 변 요소법에서 변 1에 대한 형상 함수는 식 (2.10)과 같이 다시 정의할 수 있다.

$$N_1^i = W_{12} L_1^i = (L_1^i \nabla L_2^i - L_2^i \nabla L_1^i) L_1^i \quad (2.10)$$

즉, 변 i 에 대한 형상 함수는 식 (2.11)과 같이 일반식으로 표현

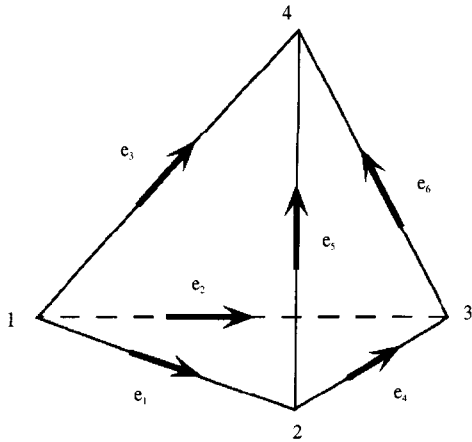


그림 2.3 사면체 요소.

표 2.1 사면체 요소에서의 변요소의 정의.

변요소	시작 절점	끝 절점
e_1	1	2
e_2	1	3
e_3	1	4
e_4	2	3
e_5	2	4
e_6	3	4

할 수 있다.

$$N_i^i = W_{i_1 i_2} = (L_{i_1}^i \nabla L_{i_2}^i - L_{i_2}^i \nabla L_{i_1}^i) L_i^i \quad (2.11)$$

여기서 i_1, i_2 는 변 i 를 구성하는 시작 절점과 끝 절점을 의미한다. 사면체 요소의 체적 형상함수 L_i 는 다음 식 (2.12)와 같이 표현된다.

$$L_i(x, y, z) = \frac{1}{6V^{(e)}} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad (2.12)$$

여기서 $V^{(e)}$ 및 계수 a_i, b_i, c_i, d_i 는 각각 다음과 같다.

$$V^{(e)} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_k & y_k & z_k \\ 1 & x_l & y_l & z_l \end{vmatrix}$$

$$a_i = \det \begin{bmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{bmatrix}, \quad b_i = -\det \begin{bmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{bmatrix}$$

$$c_i = -\det \begin{bmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \\ x_l & 1 & z_l \end{bmatrix}, \quad d_i = \det \begin{bmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_l & y_l & 1 \end{bmatrix}$$

그러므로 N_i^i 는 식 (2.13)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} N_i^i = & \left[i \frac{1}{36V^{(e)^2}} (a_{i_1} b_{i_2} - a_{i_2} b_{i_1} + (c_{i_1} b_{i_2} - c_{i_2} b_{i_1})y + (d_{i_1} b_{i_2} - d_{i_2} b_{i_1})z) \right. \\ & + j \frac{1}{36V^{(e)^2}} \{ a_{i_1} c_{i_2} - a_{i_2} c_{i_1} + (b_{i_1} c_{i_2} - b_{i_2} c_{i_1})x + (d_{i_1} c_{i_2} - d_{i_2} c_{i_1})z \} \\ & + k \frac{1}{36V^{(e)^2} } \{ a_{i_1} d_{i_2} - a_{i_2} d_{i_1} + (b_{i_1} d_{i_2} - b_{i_2} d_{i_1})x + (c_{i_1} d_{i_2} - c_{i_2} d_{i_1})y \} \\ & \cdot L_i \end{aligned} \quad (2.13)$$

따라서 사면체 요소를 이용할 경우 요소내에서의 임의의 점에 대한 벡터 포텐셜 $F^{(e)}$ 는 형상함수 N_i^i 를 이용하면 식 (2.14)와 같이 된다.

$$F^{(e)} = \sum_{i=1}^6 N_i^i F_i \quad (2.14)$$

2.3 전류벡터 포텐셜을 계변수로 한 유한요소 정식화

전류는 해석 영역내에서 연속되어야 하므로 식 (2.15)를 반드시 만족하여야 한다.

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.15)$$

그림 2.4와 같이 전류 분포 해석을 위한 전류 벡터 포텐셜 T 는 식 (2.15)로부터 식 (2.16)과 같이 정의된다.

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{T} \quad (2.16)$$

정전계의 경우 $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ 이고, $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ 이므로 식 (2.17)에 식 (2.16)을 대입하면 전류 벡터 포텐셜에 대한 지배방정식 (2.18)을 얻을 수 있다.

$$\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times \left(\frac{\mathbf{J}}{\sigma} \right) = 0 \quad (2.17)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{T} \right) = 0 \quad (2.18)$$

여기서 σ 는 도전율이다.

지배방정식에 가중잔차법의 일종인 Galerkin법을 적용하면 각 변에 대한 잔차 G_i 는 식 (2.19)와 같이 된다.

$$G_i = \int N_i \nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{T} \right) dv = 0 \quad (2.19)$$

여기서 첨자 i 는 해석 영역을 구성하는 전체의 변 중에서 i 번째 변을 나타내며, N_i 는 i 번째 변의 형상 함수이다.

식 (2.19)에 벡터 공식 및 그린 정리를 적용하면 식 (2.20)과 같

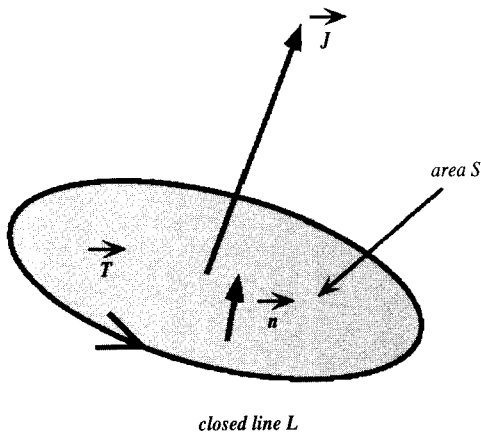


그림 2.4 전류 벡터 포텐셜 T의 정의.

이 된다.

$$G_i = - \int N_i \left\{ \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{T} \right) \times \mathbf{n} \right\} dS + \int \nabla \times N_i \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{T} \right) dv = 0 \quad (2.20)$$

식 (2.20)의 우변 제 1항은 자연 경계 조건 $\mathbf{T} \times \mathbf{n} = 0$ 를 적용하면 0으로 되므로 전류 벡터 포텐셜의 잔차 방정식은 식 (2.21)과 같이 된다.

$$G_i = \int \nabla \times N_i \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{T} \right) dv = 0 \quad (2.21)$$

식 (2.13)의 벡터 형상 함수를 이용하여 식 (2.21)을 이산화시키면 식 (2.22), (2.23)과 같은 행렬 방정식을 구할 수 있다.

$$G_i = \sum_{\alpha} G_{\alpha}^{(e)} = 0 \quad (2.22)$$

$$G_{\alpha}^{(e)} = \sum_{r=1}^6 \frac{4l_r^i l_r^j}{(6V^{(e)})^2} \frac{1}{\sigma} V_r \cdot \{ (c_{i_1}^{(e)} d_{i_2}^{(e)} - c_{i_2}^{(e)} d_{i_1}^{(e)}) (c_{j_1} d_{j_2} - c_{j_2} d_{j_1}) + (d_{i_1}^{(e)} b_{i_2}^{(e)} - d_{i_2}^{(e)} b_{i_1}^{(e)}) (d_{j_1} b_{j_2} - d_{j_2} b_{j_1}) + (b_{i_1}^{(e)} c_{i_2}^{(e)} - b_{i_2}^{(e)} c_{i_1}^{(e)}) (b_{j_1} c_{j_2} - b_{j_2} c_{j_1}) \} \cdot \mathbf{T}_i \quad (2.23)$$

여기서 i_1, i_2 및 j_1, j_2 는 각 변을 구성하는 시작 절점 및 끝 절점을 의미하며 l_r^i, l_r^j 는 각각 변 i , 변 j 의 길이이다.

식 (2.23)에 경계 조건을 부여하여 각 변에서의 T 를 계산하면 식 (2.16)의 관계식에 의해 각 요소에서의 전류 밀도 \mathbf{J} 는 식 (2.24)와 같이 된다.

$$\mathbf{J}^{(e)} = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{18V^{(e)^2}} \{ i(c_{i_1} d_{i_2} - c_{i_2} d_{i_1}) + j(d_{i_1} b_{i_2} - d_{i_2} b_{i_1}) + k(b_{i_1} c_{i_2} - b_{i_2} c_{i_1}) \} \mathbf{T}_i \quad (2.24)$$

2.4 자기벡터 포텐셜을 계변수로 한 유한요소 정식화

정자계 해석을 위한 자기 벡터 포텐셜 A 는 식 (2.25)와 같다.

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.25)$$

또, 정자계 문제에서는 시간 미분항이 0으로 되므로

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.26)$$

가 되며, 식 (2.25)에 식 (2.26)을 대입하면 식 (2.27)과 같은 정자계의 지배 방정식을 구할 수 있다.

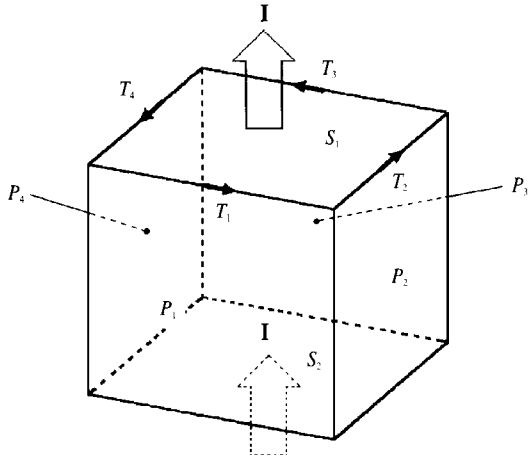


그림 2.5 I자형 도체 해석 모델.

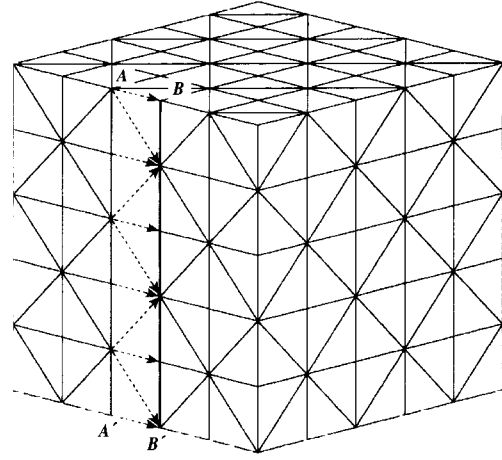


그림 2.6 I자형 도체의 전류 입력.

$$\nabla \times (\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J} \quad (2.27)$$

여기서 μ 는 재료의 투자율이다.

지배방정식에 Galerkin 법을 적용하여 각 면에 대해 정식화하면 잔차 G 는 식 (2.28)과 같이 된다.

$$G_i = \int \nabla \times \mathbf{N}_i \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) dv - \int \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{J} dv = 0 \quad (2.28)$$

식 (2.13)의 벡터 형상 함수를 이용하여 식 (2.28)을 이산화하면 식 (2.29), (2.30)과 같은 자기 벡터 포텐셜의 행렬 방정식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{G}_i = \sum_n \mathbf{G}_{in}^{(e)} - \sum_p \mathbf{G}_{ip}^{(e)} = 0 \quad (2.29)$$

$$\mathbf{G}_{in}^{(e)} = \sum_{i'=1}^6 \frac{4l_i^{i'} l_n^{i'}}{(6V^{(e)})^2} \frac{1}{\sigma} V_e \cdot \{ (c_{1i}^{(e)} d_{i2}^{(e)} - c_{i2}^{(e)} d_{1i}^{(e)}) (c_{i1} d_{i2} - c_{i2} d_{i1}) + (d_{1i}^{(e)} b_{i2}^{(e)} - d_{i2}^{(e)} b_{1i}^{(e)}) (d_{i1} b_{i2} - d_{i2} b_{i1}) + (b_{1i}^{(e)} c_{i2}^{(e)} - b_{i2}^{(e)} c_{1i}^{(e)}) (b_{i1} c_{i2} - b_{i2} c_{i1}) \} \cdot \mathbf{T}_i \quad (2.30)$$

또, 전류 벡터 포텐셜에 의해 구해진 요소에서의 전류 밀도 \mathbf{J} 는 식 (2.31)과 같다.

$$\mathbf{J}^{(e)} = i\mathbf{J}_x^{(e)} + j\mathbf{J}_y^{(e)} + k\mathbf{J}_z^{(e)} \quad (2.31)$$

여기서 $J_x^{(e)}, J_y^{(e)}, J_z^{(e)}$ 는 각각 전류 밀도 $\mathbf{J}^{(e)}$ 의 x, y 및 z 방향 성분이

며, i, j, k 는 각각 x, y 및 z 방향의 단위 벡터이다.

식 (2.31) 및 벡터 형상 함수의 식 (2.13)을 고려하면 식 (2.29)의 제 2항은 식 (2.32)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{G}_{ip}^{(e)} = \frac{1}{(6V^{(e)})^2} V_e \cdot \{ [(a_{1i}^{(e)} b_{i2}^{(e)} - a_{i2}^{(e)} b_{1i}^{(e)}) + (c_{1i}^{(e)} b_{i2}^{(e)} - c_{i2}^{(e)} b_{1i}^{(e)}) \bar{y} + (d_{1i}^{(e)} b_{i2}^{(e)} - d_{i2}^{(e)} b_{1i}^{(e)}) \bar{z}] J_x^{(e)} + [(a_{1i}^{(e)} c_{i2}^{(e)} - a_{i2}^{(e)} c_{1i}^{(e)}) + (b_{1i}^{(e)} c_{i2}^{(e)} - b_{i2}^{(e)} c_{1i}^{(e)}) \bar{x} + (d_{1i}^{(e)} c_{i2}^{(e)} - d_{i2}^{(e)} c_{1i}^{(e)}) \bar{z}] J_y^{(e)} + [(a_{1i}^{(e)} d_{i2}^{(e)} - a_{i2}^{(e)} d_{1i}^{(e)}) + (b_{1i}^{(e)} d_{i2}^{(e)} - b_{i2}^{(e)} d_{1i}^{(e)}) \bar{x} + (c_{1i}^{(e)} d_{i2}^{(e)} - c_{i2}^{(e)} d_{1i}^{(e)}) \bar{y}] J_z^{(e)} \} \quad (2.32)$$

$$\text{단, } \bar{x} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i, \bar{y} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 y_i, \bar{z} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 z_i \text{이다.}$$

여기서 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 는 각각 사면체 요소를 구성하는 4개 절점의 산술 평균값으로 요소 중심점의 좌표를 나타낸다.

자기 벡터 포텐셜 \mathbf{A} 를 계산하면 식 (2.25)의 관계로부터 요소에서의 자속밀도 $\mathbf{B}^{(e)}$ 를 식 (2.33)에 의해 계산할 수 있다.

$$\mathbf{B}^{(e)} = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{18V^{(e)2}} \{ i(c_{i1} d_{i2} - c_{i2} d_{i1}) + j(d_{i1} b_{i2} - d_{i2} b_{i1}) + k(b_{i1} c_{i2} - b_{i2} c_{i1}) \} \mathbf{A} \quad (2.33)$$

2.5 전류 벡터 포텐셜에 의한 전류 입력

변 유한요소법에서의 자유도는 요소를 이루는 면에 부여되어야 하므로, 전류 분포 해석을 위해 경계 조건으로 주어지는 입력 전류도 면을 따라 주어져야 한다. 입력 전류는 크기뿐 아니라 방

항성분을 가지므로 입력 전류는 반드시 전체 해석 영역에 있어서 임의의 요소에 대해서도 전류 연속조건을 만족시키도록 부여되어야 한다[16-18].

이러한 점이 변요소 유한요소법이 가지는 주요한 단점의 하나이다. 해석 모델에 대해 전류 연속 조건인 $\nabla \cdot \mathbf{J}=0$ 이 만족되지 않으면 행렬 방정식의 계산시 수렴이 어려워져 해를 구하기가 어렵다. 본고에서는 그동안 여러 학자들에 의해 검토된 전류 입력 방법 중에서 Y. Kawase가 제안한 방법에 대해 검토한다.

전류 벡터 포텐셜에서의 경계 조건은 식 (2.34)와 같이 경계면에 대해 폐회로 조건을 만족하여야 한다.

$$\oint \mathbf{T} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (2.34)$$

여기서 \mathbf{T} 는 전류 벡터 포텐셜, I 는 경계면을 흐르는 전류이다.

그림 2.5와 같이 전류가 아랫면 S_2 에서 윗면 S_1 방향으로 흐르는 "I자형" 해석 모델을 가정할 때 면 S_1 에 대해 경계조건식의 식 (2.34)을 적용하면 식 (2.35)와 같이 된다.

$$T_1l_1 + T_2l_2 + T_3l_3 + T_4l_4 = I \quad (2.35)$$

여기서 T_i 는 각 변에서의 전류 벡터 포텐셜이며, l_i 는 각 변의 길이이다. 식 (2.35)에서 T_i 는 임의의 값을 갖는데 식 (2.36)과 같이 부여하면 3차원 변 유한요소 해석시 미지값을 갖는 변의 수를 감소시킬 수 있어 유용하다.

$$T_1l_1 = I, T_2 = T_3 = T_4 = 0 \quad (2.36)$$

그림 2.6과 같이 사면체 요소로 분할된 해석 모델에서 아래 면에서 윗 면으로 전류가 흐른다고 가정하면 그림에 굵은 선으로 표시된 변 AA' 와 BB' 를 연결하는 변에 대해 식 (2.36)의 경계 조건을 확대 적용할 수 있다. 즉 선분 AA' 에서 BB' 로 향하는 변에 대한 경계 조건은 식 (2.37)과 같이 된다.

$$T_i = \frac{I}{l_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.37)$$

여기서 i 는 선분 AA' 에서 BB' 로 향하는 변의 번호이며, l_i 및 T_i 는 각각 해당 변의 길이 및 전류 벡터 포텐셜이다. 단, 이때 그림 2.5에 표시된 면 P_1, P_2, P_3, P_4 에 위치한 나머지 변들에 대해서는 $T=0$ 의 강제 경계 조건을 적용해야 경계면에서의 전류 연속 조건을 만족시킬 수 있다.

또한 L자형 모델의 경우에도 동일한 방법으로 그림 2.7과 같이

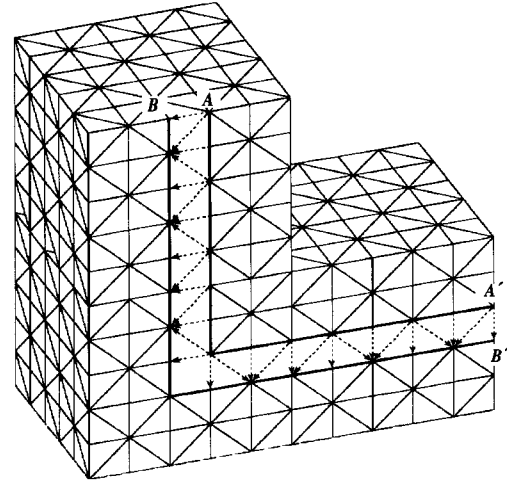


그림 2.7 L자형 도체의 전류 입력.

표 2.2 전류 벡터 포텐셜의 경계 조건.

번호	변	경계조건
①	면 S_1 와 P_1 의 경계선을 제외한 면 S_1 에 위치한 변	자연 경계
②	AA' 에서 BB' 로 향하는 변	고정 경계 ($T_i = I/l_i$)
③	①②를 제외한 면 P_1 위의 변	고정 경계 ($T_i = 0$)

전류 입력 경계 조건을 부여할 수 있다.

표 2.2에 본 해석에서 사용한 경계 조건을 다시 정리, 기술하였다.

3. 변 요소법에 의한 전자계 현상 해석

3.1 전류 분포 해석

본 절에서는 우선 2.6절에 기술한 전류 입력 방법의 유효성을 알아보기 위해 간단한 해석 모델에 대해 변 요소법을 적용하여 전류 분포 해석을 수행하였다.

그림 3.1은 x, y, z 의 길이가 각각 4cm인 정육면체 형상의 도체 모델에 100A의 전류가 흐르는 경우 전절에 기술된 경계 조건을 적용하여 수치 해석하였을 때의 전류 밀도 벡터 분포도이다. 그림에서 벡터의 크기는 전류 밀도의 상대적인 크기를 나타낸 것으로, 그림에서와 같이 전 영역에 있어 균일한 전류 분포를 이루고 있음을 알 수 있다. 실제 수치 해석을 통해 계산된 요소에서의 전류 밀도의 최소값과 최대값은 각각 6.24994A/cm², 6.25007A/cm²로서 미세한 오차만을 가지는 균일한 전류 밀도 분포를 이루고 있으며, 해석 모델의 전류밀도 6.25A/cm²와 거의 일치함을 알 수 있다.

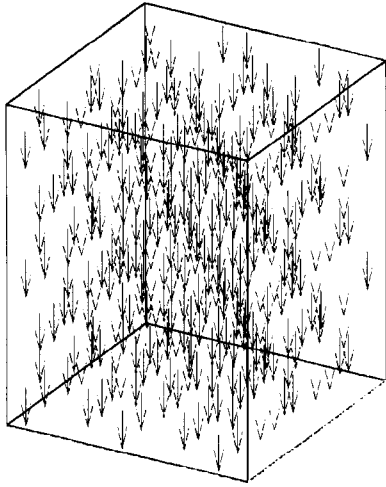


그림 3.1 I자형 도체의 전류 밀도 벡터 분포.

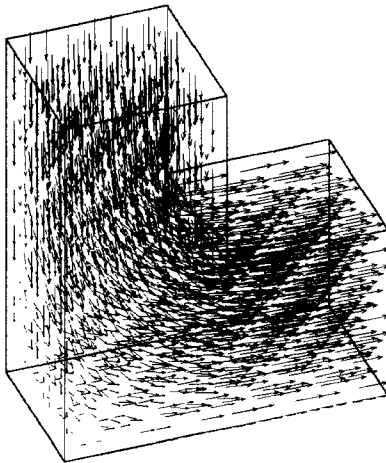


그림 3.2 L자형 도체의 전류 밀도 벡터 분포.

그림 3.2는 동일한 방법으로 수행한 “L자형” 모델의 전류 밀도 벡터 분포도를 나타낸 것이다.

3.2 자계 분포 해석

본 절에서는 실제로 3차원적으로 흐르는 전류 분포를 해석한 후, 이 전류가 생성시키는 자계를 해석하는 방법에 대해 기술하였다.

그림 3.3과 같이 무한히 긴 원주 도체에 전류 I 가 흐르는 경우에 대해 전류 벡터 포텐셜법과 자기 벡터 포텐셜법을 적용하여 전류 밀도 및 자속 밀도 분포 해석을 수행한 후 해석된 결과를 이론 해석식에 의한 계산값과 비교, 검토하였다.

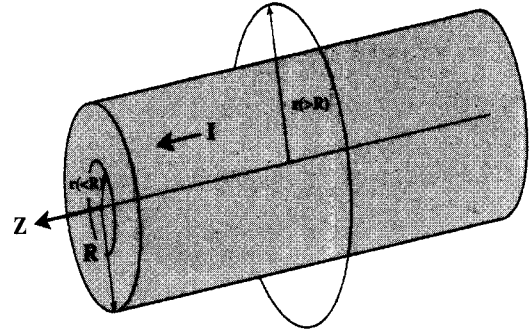


그림 3.3 원주형 도체 모델.

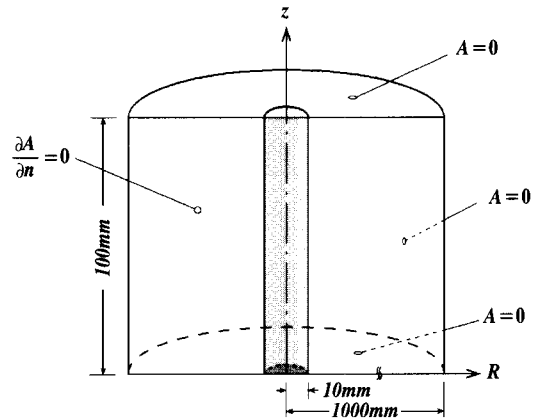


그림 3.4 원주형 도체의 경계 조건.

그림에서 R 이 도체의 반경일 때 원주 도체 외부 및 내부에서의 자속 밀도는 각각 식 (3.1), 식 (3.2)와 같다.

$$B_{\text{out}} = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi} \right) \frac{1}{r} \quad (\text{if } r < R) \quad (3.1)$$

$$B_m = \left(\frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi R^2} \right) r \quad (\text{if } r \leq R) \quad (3.2)$$

여기서 μ_0, μ_r 은 각각 진공의 투자율 및 도체의 비투자율이다.

그림 3.4는 변 유한요소 해석을 위한 해석 모델 및 자기 벡터 포텐셜의 해석 경계 조건을 나타낸 것이다. 도체 반경은 10mm이며 전류는 100A로 가정하였다. 실제 도체에 흐르는 전류에 의해 발생하는 자기장은 무한대 영역까지 영향을 미치지만 해석의 편의를 위해 대기 영역은 도체 반경의 100배인 1000mm를 적용하여 해석하였다.

해석 과정은 먼저 사면체 요소에 $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ 인 전류 분포 연속 조건을 부여하여 도체 영역에서의 전류 밀도 분포를 전류 벡터 포텐

설을 이용한 변 요소법에 의해 해석하였다. 다음에 구해진 요소에서의 전류 밀도 값을 식 (2.32)를 이용하여 전류 변에 대한 값으로 재설정 한 후 자기 벡터 포텐셜법을 이용하여 전 영역에 대한 자속 분포 해석을 수행하는 방법을 사용하였다.

그림 3.5는 위의 식 (3.1) 및 (3.2)에 의해 계산된 자속 밀도의 값과 변 요소법을 이용한 해석을 통해 얻어진 값을 비교한 것으로 자속 밀도의 세기 및 변화하는 경향이 거의 일치함을 알 수 있다.

3.3 전력기기 접점의 전자 반발력 해석

본 절에서는 변 요소법을 확대 적용하여 전류 밀도와 자속 밀도의 상호 작용에 의해 발생하는 전자기 시뮬레이션에 대해 기술하였다. 전력용 차단기의 통전 접점을 해석 모델로 하여 접촉점에서 전류 집중에 의해 발생하는 전자 반발력을 해석하여, 기존에 제시되었던 R. Holm의 식에 의해 계산된 결과와 비교하였다[18,19].

그림 3.6은 R. Holm의 접촉 모델로서 전자 반발력은 식 (3.3)과 같이 표현된다.

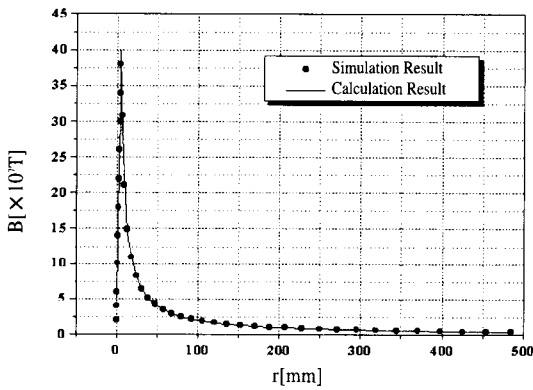


그림 3.5 원주형 도체의 반경 방향 자속 밀도 분포.

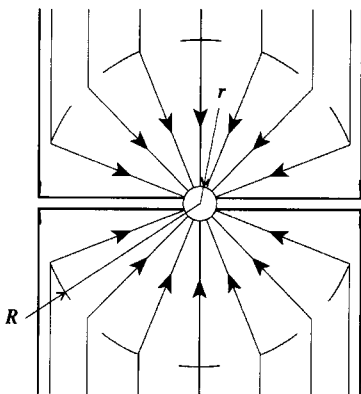


그림 3.6 R. Holm의 접점 모델.

$$F = 10^{-7} I^2 \ln\left(\frac{R}{r}\right) \quad (3.3)$$

여기서 R 은 접점의 반경, r 은 구형태의 접촉부 반경이며 I 는 접점에 흐르는 전류이다.

그림 3.7은 변 요소법 해석에 사용된 모델을 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 접촉부는 R. Holm이 이용한 구형의 모델과 달리 해석의 편의를 위해 원통형으로 모델링되어 있다.

접점간에 상호 작용하는 전자 반발력은 식 (3.4)에 의해 계산 가능하다.

$$F = \int_V (J \times B) dv = \int_V f dv \quad (3.4)$$

여기서 v 는 접촉부의 영역 [m^3], J 는 전류 밀도 [A/m^2], B 는 자속 밀도 [T]이며 f 는 전자기 밀도 [N/m^3]를 나타낸다.

식 (3.4)에서 전류밀도 J 와 자속밀도 B 는 전류 벡터 포텐셜법 및 자기 벡터 포텐셜법에 의해 해석된 값이며, 전자기 밀도는 $f = J \times B$ 의 관계식에 의해 쉽게 계산될 수 있다.

단, 접점 상호간에 작용하는 전자 반발력은 F 의 z 방향 성분이므로 식 (3.5)와 같이 모델을 구성하는 전 요소에 대한 F_z 의 합을 구함으로써 접점의 전자 반발력을 계산할 수 있다.

$$F_z = \sum F_z = \sum F_z \cdot V_i \quad (3.5)$$

여기서, F_z 는 각 요소의 전자기 밀도의 z 방향 성분이며 V_i 는 각 요소의 체적이다.

본 해석에서는 모델의 요소 분할시 전류 분포의 변화가 심할 것으로 예상되는 접촉부 및 접점의 상부 영역을 최대한 세밀히 분할하였다. 전류 및 자계 분포 해석에 이용된 사면체 요소는 각각 53,706, 107,520개이다.

그림 3.9, 그림 3.10 및 그림 3.11은 각각 $h=1.0mm$, $R_{in}=3,000mm$, $R_{cond}=30mm$ 의 조건에서 전류 25,000A를 적용하였

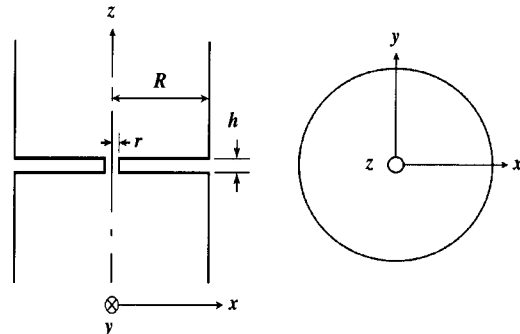


그림 3.7 전자 반발력 해석 모델.

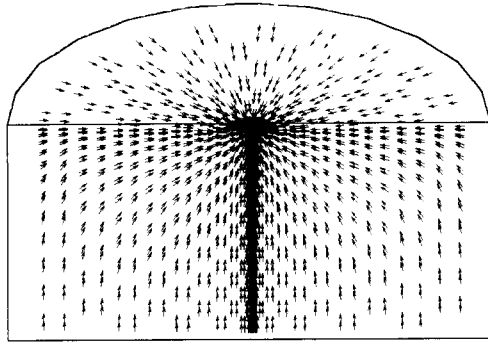


그림 3.9 전류 밀도 벡터 분포도.

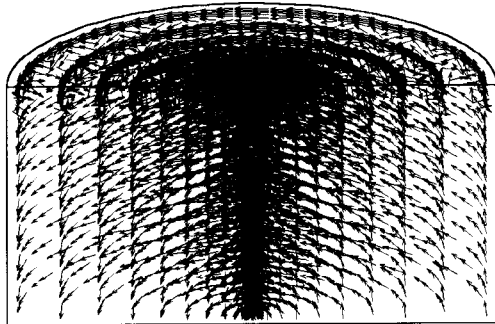


그림 3.10 자속 밀도 벡터 분포도.

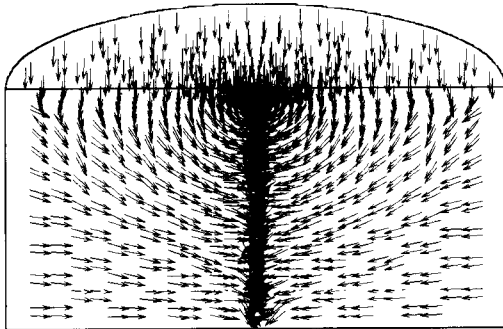


그림 3.11 전자력 밀도 벡터 분포도.

을 때의 전류 밀도, 자속 밀도 및 전자력 밀도 분포도를 각각 나타낸 것이다. 각 요소에서의 전류 밀도의 크기가 너무 차이가 나 벡터의 길이로서 상대적인 세기를 표현하는 것이 곤란하여 그림에서 벡터는 단일크기로만 표현하였다.

그림 3.12 및 3.13은 $h=1.0\text{mm}$, $R_{\text{air}}=3.000\text{mm}$ 를 기본 해석 조건으로 적용하고 각각 도체의 반경 및 전류를 변화시키면서 해석

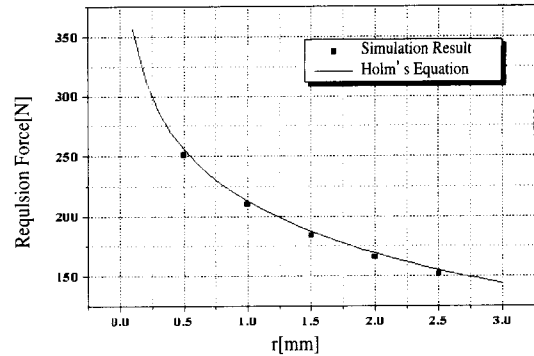


그림 3.12 도체 반경에 대한 전자력의 변화.

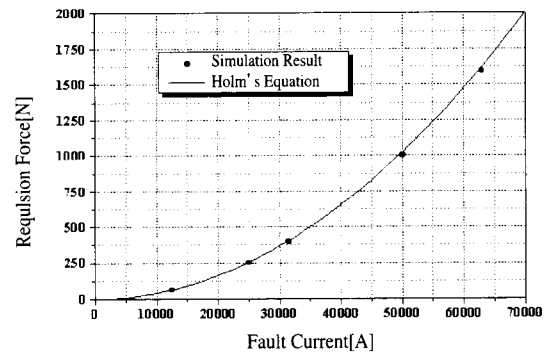


그림 3.13 고장 전류에 대한 전자력의 변화.

한 전자력의 세기를 R. Holm의 식에 의한 결과값과 비교한 것이다. 그림으로부터 변 요소법에 의한 해석 결과가 R. Holm의 계산식에 의한 결과와 3% 이내의 오차범위내에서 일치하고 있으며, 넓은 반경 및 전류 변화 영역에서의 변화하는 경향이 일치하는 점을 확인할 수 있다.

4. 결론

본고에서는 3차원 전자계 현상 해석에 매우 유용한 변을 이용한 유한요소법에 대해 기술하였다. 변 요소법에 대한 전반적인 배경 및 이론에 대해 검토하였으며, 전류의 연속 조건을 만족하는 전류 벡터포텐셜을 이용한 간단하고 효과적인 전류 입력 방법을 소개하였다. 또한 간단한 도체 및 통전 점접 모델에서의 전류 분포, 자속 분포 및 전자력 분포를 기술된 기법에 의해 해석하여 비교함으로써 실제 전력 기기에서 대한 변 요소법의 적용 가능성을 확인하였다.

최근 전자계산기의 급속한 성능 향상 및 메모리 증대와 더불어 변 요소법은 전자계 특성 해석을 통한 전력 기기의 설계 및 성능 향상에 유효한 수단이 될 수 있을 것으로 생각된다. 또한 변 요소

법을 이용하면 전자계 벡터 현상의 순차적, 효율적인 해석이 가능하므로 긴 계산 시간과 많은 기억용량을 필요로 하는 전기 기기, 변성 기기, 유도 가열 장치, 도파관 등 다양한 전기·전자 관련 분야에서의 정밀 해석에 효과적으로 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고 문헌

[1] M. Khalifa, "High Voltage Engineering", Marcel Dekker, Inc., 1990.
 [2] L. L. Alston, "High Voltage Technology", Oxford University Press, 1968.
 [3] H. M. Ryan, "High Voltage Engineering and Testing", Peter Peregrinus Ltd., 1994.
 [4] R. V. Latham, "High Voltage Vacuum Insulation", Academic Press, 1995.
 [5] A. J. Pansini, "High Voltage Power Equipment Engineering", Fairmont Press, Inc., 1994.
 [6] Vlatko Cingoski, "Study on Improved Three-Dimensional Electromagnetic Field Computational Utilizing Vector Edge Finite Elements", Ph.D Thesis, Hiroshima University, 1996.
 [7] J. P. Webb, "Edge Elements and What They can do for You", IEEE Trans. Magnetics, Vol. 29, No. 2, pp. 1460-1465, 1993.
 [8] Gerrit Mur, "Edge Elements, their Advantages and their Disadvantages", IEEE Trans. Magnetics, Vol. 30, No. 5, pp. 3552-3557, 1994.
 [9] A. Ahagon and K. Fujiwara, "Some Important Properties of Edge Shape Functions", IEEE Trans. Magnetics, Vol. 34, No. 5, pp. 3311-3314, 1998.
 [10] 河瀬順洋, 伊藤昭吉, "最新 三次元有限要素法による電氣・電子機器の實用解析", 1997.
 [11] M. L. Barton and Z. J. Cendes, "New vector finite elements for three-dimensional magnetic field computation", J. Appl. Phys., Vol. 61, No.8, pp. 3919-3921, 1987.
 [12] H. Whitney, "Numerical Solution of the Quasilinear Poisson Equation in a Nonuniform Triangle Mesh", J. Comp. Phys., Vol. 2, pp. 149-172, 1967.
 [13] J. C. Nedelec, "Mixed Finite Elements in R³", Numer. Math., Vol. 35, pp. 315-341, 1980.
 [14] Jo-Yu Wu and Robert Lee, "The Advantages of Triangular and Tetrahedral Edge Elements for Electromagnetic Modeling with the Finite-Element Method," IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 45, No. 9, pp. 1431-1437, 1997.

[15] Jianming Jin, "The Finite Element Method in Electromagnetics", John Wiley & Sons Inc., 1993.
 [16] 圭司, 平野 芳生, 佐藤 駿, "要素有限要素法を用いた三次元磁場解析における電流連続入力方法", SA-93-7, pp. 57-65, 1993.
 [17] Vlatko ingoski, Kazufumi Kaneda and Hideo Yamashita, "On the Current Input in 3D Finite Element Analysis using Tetrahedron Edge Finite Element", Appl. Electromagnetics in Materials, pp. 357-367, 1995.
 [18] Yoshihiro Kawase, Hiroyuki Mori and Shokichi Ito, "3-D Finite Element Analysis of Electrodynamic Repulsion Forces in Stationary Electric Contacts Taking into Account Asymmetric Shape", Appl. Electromagnetics in Materials, pp. 357-367, 1995.

서 사 의 력

성명 : 최 승 길

❖ **학 력**

- 1988년 한양대 전기공학과 공학사
- 1990년 한양대 대학원 전기공학과 공학석사
- 2000년 한양대 대학원 전기공학과 공학박사

❖ **경 력**

- 1990년 - 1998년 (주)광명전기연구소 선임연구원
- 2001년 - 현재 안산공대 전기과 전임강사

성명 : 강 형 부

❖ **학 력**

- 1962년 오사카대 전기공학과 공학사
- 1964년 오사카대 대학원 전기공학과 공학석사
- 1969년 오사카대 대학원 전기공학과 공학박사

❖ **경 력**

- 1979년 - 현재 한양대 전자전기공학부 교수