

## 격자압축법을 이용한 3차원 열간단조공정해석

홍진태\* · 양동열\* · 이석렬\*

(2002년 2월 15일 접수)

### 3-D Analysis of Hot Forging Processes using the Mesh Compression Method

J. T. Hong, D. Y. Yang and S. L. Lee

#### Abstract

In the finite element analysis of metal forming processes using general Lagrangian formulation, element nodes in the mesh move and elements are distorted as the material is deformed. The excessive degeneracy of mesh interrupts finite element analysis and thus increases the error of plastic deformation energy. In this study, a remeshing scheme using so-called mesh compression method is proposed to effectively analyze the flash which is generated usually in hot forging processes. In order to verify the effectiveness of the method, several examples are tested in two-dimensional and three-dimensional problems.

**Key Words** : Rigid-Plastic FEM, Hot Forging Processes , The Mesh Compression Method

#### 1. 서론

금속의 열간단조공정에서는 소재의 소성 변형 과정에서 플래시가 생성되도록 유도함으로써 압축하중을 줄이거나 소재의 흐름을 개선할 수 있다. 단조공정의 강소성 유한요소해석에서는 소재가 변형함에 따라 격자의 질(mesh quality)이 나빠져서 일정한 한도 이상의 해석오차를 유발하므로 격자재구성과정을 수행하게 되는데, 플래시가 생성된 상태에서 격자재구성을 수행할 때, 플레

시의 정확한 해석을 위해서 전체적인 격자의 크기를 작게 만들면 계산량이 급증하므로 너무 시간 소모적이라 대부분 플래시의 해석을 배제해 왔었다. 하지만 플래시 부분을 해석범위에 넣지 않을 때 하중 및 재료 유동 등에 대한 해석이 실제와 상당한 오차가 있으므로 보다 완전한 해석을 위해서는 플래시까지를 모두 해석하는 것이 바람직하다. 본 연구에서는 새로운 격자재구성 기법을 제안하고 육면체 요소를 이용하여 플래시가 있는 3차원 형상의 열간단조공정해석이 가능하도록 하고자 한다. 이

\* 한국과학기술원 기계공학과

방법은 플래시를 고려하기 때문에 기존의 플래시를 고려하지 않는 해석결과보다 하중과 재료 유동을 더 정확하게 묘사하면서도 시간이 절감되는 장점이 있다. 본 연구에서 제안된 방법으로 실제 열간단조제품 해석에 적용하여 보고, 기존방법으로 해석한 결과와 비교해 봄으로써 그 효용성을 검증하도록 한다.

## 2. 격자압축법

### 2.1 격자압축법의 개요

본 논문에서 제안하고자하는 격자압축법은 플래시가 있는 형상의 격자 재구성 시 Fig.1과 같은 과정을 거친다. 즉, 격자압축법은 격자재구성시 경계면의 기하형상(boundary geometry)을 확장해서 표현한 후에 마스터그리드방법(Master Grid Approach)<sup>(1)</sup>으로 격자를 구성하고 본래의 형상으로 압축한 후, 격자를 재조정하는 격자재구성방법이다. 이는, 작고 세밀한 부분의 기술을 위해 전체적인 격자의 크기를 작게 구성하고 해석할 때 발생하는 문제점인 정밀한 해석이 필요없는 부위까지도 많은 수의 요소를 이용하여 계산하는 기존의 정규격자(Regular mesh)에 의한 격자재구성 방법의 단점을 해결할 수 있다.

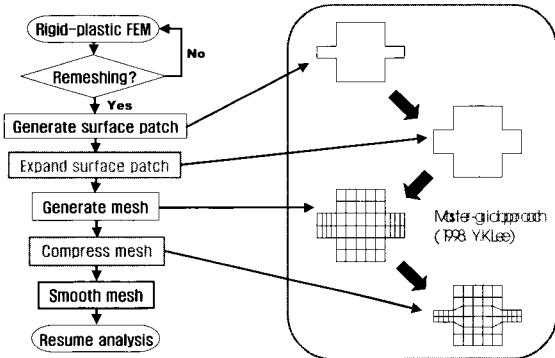


Fig. 1 Algorithm for mesh compression

### 2.2 격자압축법 과정

#### 2.2.1 표면형상파일(patch file)생성 및 형상확장

강소성 유한요소해석도중 소성변형에너지 오차를 이용한 격자재구성 판별 기준[2,3]에 의해 해석이 일시 중지되었을 때, 격자재구성을 위하여 그 상태의 재료의 표면형상을 구해야 할 필요가 있다. 여기서, 변형된 격자를 사각형 표면으로 기술하기는 어려우므로 사각형에 대각선을 연결해서 삼각형으로 만들어 소재표면을 정의하게

된다. 본 논문에서는 8절점 육면체 요소(8-node hexahedral element)를 사용하고 있으므로, Fig.2(a)와 같이 요소의 마주보는 면들을 제거하여 얻어지는 사각형 표면형상에서 Fig.2(b)와 같이 대각선을 연결하여 표면 패치를 구성하고, 이 패치를 Fig.2(c)와 같이 z축의 양의 방향으로  $L_{exp}$ 만큼 확장하여 표현한다.

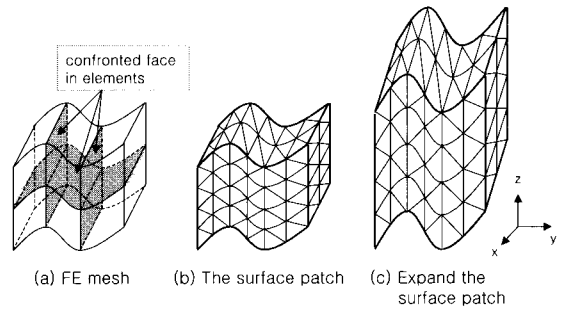


Fig. 2 Description of boundary geometry

#### 2.2.2 격자구성 및 형상압축

전절의 과정에 의해 만들어진 확장된 표면형상에 마스터그리드방법을 이용하여 격자를 구성한 후(Fig.3(a)), 표면형상을 확장한 높이( $L_{exp}$ )만큼 경계면을 다시 압축하고 경계면 내부에 있는 절점들의 위치를 식(1), (2)를 이용하여 재조정하면, Fig.3(b)와 같이 플래시부분에 높은 밀도의 격자가 구성된다.

$$z_t = z_{tb}$$

$$\text{, where } \min \{ (x_{tb} - x_i)^2 + (y_{tb} - y_i)^2 \}$$

$$z_b = z_{lb}$$

$$\text{, where } \min \{ (x_{lb} - x_i)^2 + (y_{lb} - y_i)^2 \}$$

여기서,  $z_{tb}$ ,  $z_{lb}$ 는 윗경계면과 아랫경계면에 있는 임의의 절점의 z좌표이고,  $x_{tb}$ ,  $x_{lb}$ 와  $y_{tb}$ ,  $y_{lb}$ 는 윗경계면과 아랫경계면에 있는 임의의 절점의 x, y좌표이며,  $x_i$ ,  $y_i$ 는 경계면 내부에 있는 절점의 x, y좌표이다. 즉, 식(1)  $z_t$ 는 플래시를 기준으로 윗 경계면의 절점 중, 압축하고자하는 절점과의 xy평면상의 거리가 가장 가까운 절점의 z좌표이며,  $z_b$ 는 아랫경계면의 절점 중 압축하고자하는 절점과의 xy평면상의 거리가 가장 가까운 절점의 z좌표를 의미한다.

식(2)는 경계면 압축 시, 내부 절점들의 새로운 z좌표를 구하는 방법이다.

$$\begin{aligned}
 (z_t - z_b) &: (z - z_b) \\
 &= (z_t - z_b - L_{exp}) : (z' - z_b) \quad (2) \\
 z' &= z_b + \frac{(z - z_b) \times (z_t - z_b - L_{exp})}{z_t - z_b}
 \end{aligned}$$

여기서,  $(z_t - z_b)$ 는 경계면간의 거리이고,  $(z - z_b)$ 는 절점과 아랫경계면간의 거리이며, 윗경계면이  $L_{exp}$ 만큼 압축되어 만들어진 경계면간의 거리는  $z_t - z_b - L_{exp}$ 이므로, 경계면 내부의 절점의 새로운 z좌표  $z'$ 은 식(2)와 같이 계산된다.

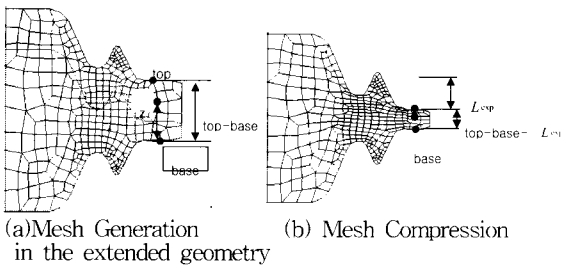


Fig. 3 Mesh Compression

### 2.2.3 유한요소망 재조정 및 격자유연화

실제 소성가공공정에서는 집중적인 재료의 변형이 소재의 표면에서 자주 발생하기 때문에, 표면요소의 모양과 질(quality)이 유한요소해석 정확도에 매우 큰 영향을 준다. 이러한 이유로 본 연구에서는 격자압축법으로 인하여 심하게 찌그러진 표면의 요소들을 내부영역으로 넣고, 이 형상경계면에 두께가 없는 요소층(zero-thickness SEL)을 만들어, (1,4) 격자재조정을 하여 요소의 모양을 향상시킨 후, 기존의 물리값을 새로운 격자계로 전환시켜 주는 격자 유연화 과정을 거치면 격자 재구성이 완료된다. 위의 과정을 통해 재구성된 격자를 이용하여 중단상태의 해석을 계속 진행하게 되며, 해석진행 중 격자의 질이 나빠지면, 위의 과정을 되풀이하여 격자를 재구성하면 된다.

본 논문에서 제시한 격자재구성방법은 플래시가 발생한 상태에서 격자를 재구성할 필요가 있을 때 사용하는 방법이며 플래시가 발생하지 않은 상태에서 격자재구성이 필요한 경우는 형상을 확장하지 않고 마스터그리드 방법을 이용하여 격자재구성을 하면 된다.

### 3. 격자압축법을 이용한 격자재구성 결과

### 3.1 2차원 테스트

전절의 내용을 3차원 격자재구성에 적용하기 위한 전 단계로, 그 특성 및 문제점을 파악하기 위하여 몇몇 2차원형상에 격자압축법을 이용한 격자재구성을 적용하여 보았다. 이미 2차원격자재구성에 대하여는 수많은 방법들이 개발되어 왔으므로, (5-11) 여기서는 2차원격자압축법에 의한 격자재구성과 다른 격자재구성 방법들과의 비교보다는 3차원에 격자압축법을 도입했을 때, 발생할 수 있는 문제점들을 예측하여, 최소화 또는 방지하는 것이 목적이다.

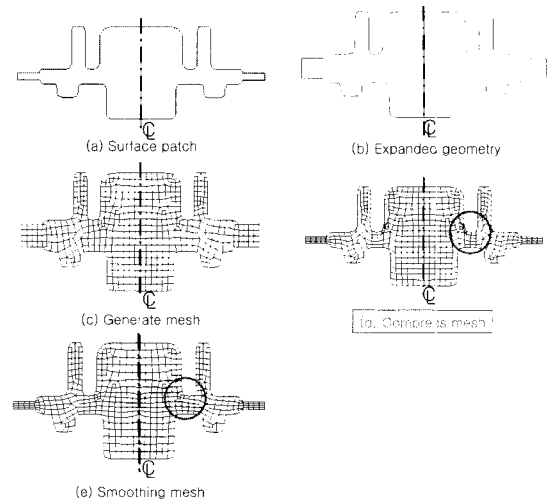


Fig. 4 2-D Remeshing Example 1

Fig.4는 플래시를 갖는 2차원 리브웹(rib-web)형상에 대해서 격자압축법을 적용한 예이다. Fig.4(a)는 격자재구성판별기준에 의해 해석이 일시 중단된 상태에서의 표면형상을 생성시킨 것이고, Fig.4(b)는 표면형상에서 플래시를 기준으로 윗 경계면을 z방향으로 확장 시킨 모습이다. 이는 실제 2차원해석을 진행한 결과가 아니고, 테스트를 위하여 AUTOCAD13을 이용하여 설계한 것이다. 이렇게 확장된 형상에서 적응격자재구성방법(adaptive remeshing scheme)을 이용하여 격자를 재구성하면 Fig.4(c)와 같이 나타나며, 이를 격자압축법에 의하여 압축하면 Fig.4(d)와 같이 된다. 여기서 원내부에 보이는 바와 같이 플래시 주위의 격자의 질이 좋지 않으므로 격자유연화과정을 거쳐 Fig.4(e)에서 보이는 바와 같이 플래시 주위의 격자의 질을 향상시켜 주어야 한다.

Fig.4에서 보는 바와 같이 경계면형상이 확장된 상태에서 적응격자재구성 방법으로 격자를 구성하였으므로 격자압축법을 시행하기 전에 격자의 질은 좋지만, 격자압

축법을 시행한 후에는 플래시부위의 격자가 납작한 모양으로 변형됨을 볼 수 있다. 이는 3차원 예제에서 확장된 형상에 격자를 재구성할 때, 마스터그리드 방법을 사용할 경우에는 플래시에 들어갈 격자의 층 개수를 계산하여 플래시부분에 들어갈 마스터격자의 밀면적을 줄여서 구성함으로써 정육면체의 격자가 구성되도록 함으로써 격자가 납작해지는 문제점을 해결하도록 한다.

다른 2차원 단조예제에 대하여 적용한 결과는 Fig. 5와 같으며, 이 결과 역시 플래시 부위의 격자가 납작해졌음을 볼 수 있다.

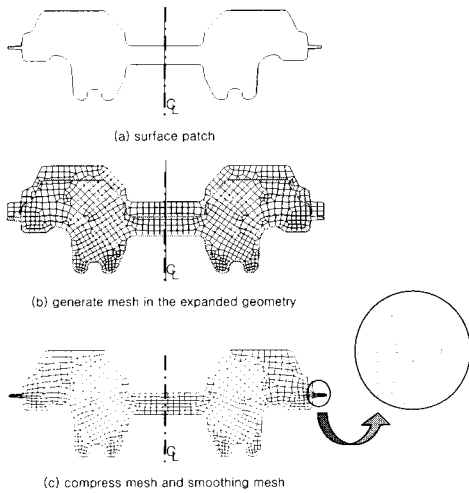


Fig. 5 2-D Remeshing Example 2

### 3.2 3차원 축대칭형상 테스트

본격적인 실제 단조제품의 해석을 하기 전에, 3차원 격자재구성에서 격자압축법이 제대로 이루어지는지 판단하기 위하여 Fig.6(a)와 같은 축대칭 형상의 예제를 설계하였다. 정육면체의 마스터격자를 구성하여 확장된 형상에 적용시키면 격자압축법 시행 후, 플래시부분의 격자가 납작해지므로 식(3)을 이용하여 플래시부분에 들어갈 마스터격자의 밀면적을 작게 나누었다.

$$N_x = \frac{x\eta}{\lambda} = \frac{6 \times 4}{2.5} \approx 10 \quad (3)$$

여기서,  $x$ 는 플래시의 길이이며 6mm로 디자인 하였고,  $\lambda$ 는 플래시의 두께이며 2.5mm로 디자인 하였다.  $\eta$ 는 플래시에 구성할 격자층의 개수이다.  $N_x$ 는 플래시부위에 구성될 마스터격자의 반경방향 개수이며, 플래시에 구성할 격자층을 4층으로 결정하면 식(3)과 같이  $N_x$ 는

10이 되어 Fig.6-(c)와 같이 마스터격자를 설계하면 된다.

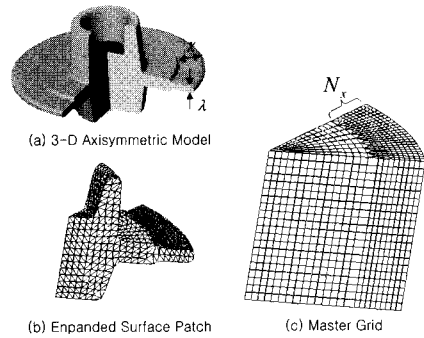


Fig. 6 Design 3-D Remeshing example

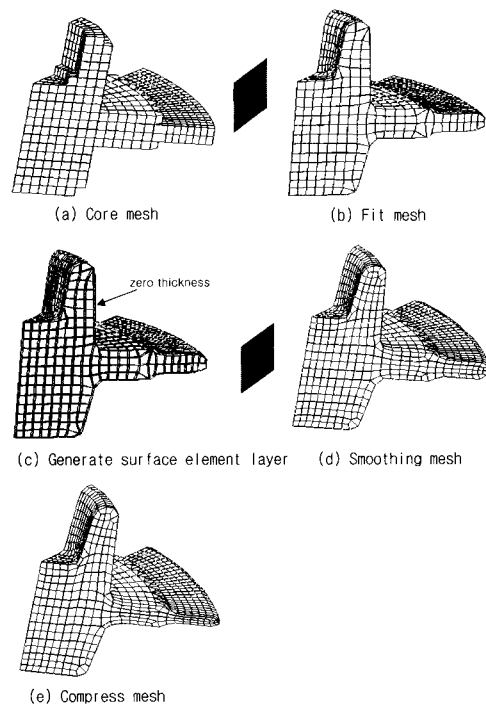


Fig. 7 Remeshing with mesh compression method

본 형상이 축대칭 형상이므로 테스트는 전체형상의 1/8부위만 하였으며, 그 결과는 Fig.7과 같다. 위의 결과 (Fig.7(e))에서 보이는 바와 같이 플래시부위에 높은 밀도의 격자가 구성되어 소재의 유동과 응력분포를 잘 파악할 수 있게 됨으로써, 해석시간을 고려하여 플래시에 격자를 구성하지 않는 기존의 방법보다 해석의 정확도가 획기적으로 향상될 수 있음을 예측할 수 있다.

3.3 십자축 제품의 열간단조공정해석

3차원 축대칭형상 격자재구성에서 예측한 결과를 검증하기 위하여 부품들을 결합시킬 때 쓰이는 십자축(Cross-shaft)이라는 단조제품의 금속유동을 육면체요소를 이용한 강소성 유한요소방법으로 해석하기로 한다. 소재는 열간단조용 AISI 1025를 사용하였고(Table.1), 마찰계수는 0.3, 초기소재의 온도는 1200℃에서 등온과정으로 해석하였다. 해석프로그램은 실험실에서 개발한 단조공정해석프로그램인 Formsys3D를 사용하였고, 슈퍼컴퓨터 Cray90 시스템을 이용하여 해석하였다. 위 예제의 빠른 해석을 위해 가장 효율적인 해석을 하는 것으로 알려져 있는 희소행렬해법(sparse matrix solver)<sup>(12)</sup>을 사용하였고, 금형의 압하속도는 10mm/sec로 하였다. 십자축의 단조공정해석을 하기 위한 금형은 Fig.8(a), 초기소재는 1차공정을 거친 형상<sup>(13)</sup>으로, 금형이 8분의 1 대칭형상이므로 Fig.8(b)와 같이 표현하였다.

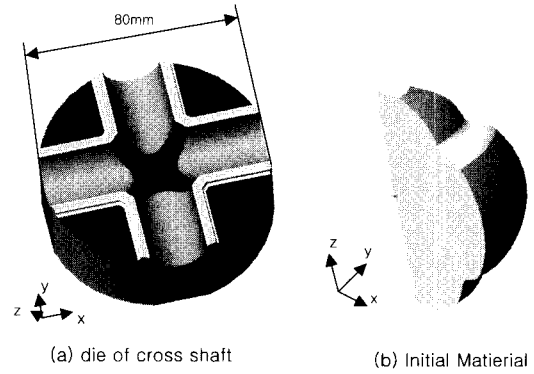


Fig. 8 Die and initial material of a Cross-Shaft

Table 1 C and m values describing the flow stress relation ( $\sigma = C \bar{\epsilon}^m$ )

Strain rate range	strain	980℃		1090℃		1205℃	
		C	m	C	m	C	m
3.5-30	0.25	33.7	0.004	16.2	0.075	9.3	0.077
	0.50	41.4	-0.032	17.2	0.080	9.6	0.094
	0.70	41.6	-0.032	17.5	0.082	8.8	0.105

소재를 금형 위에 놓고, 금형의 압하가 진행됨에 따라 신 소재의 형상은 Fig.9와 같이 변형을 한다.

전체 압하량 38mm를 100단계로 나누어 한 번에 0.38mm씩 압하하면서 해석하였으며, 36.1mm의 압하가 진행되었을 때, 에너지오차에 의해 격자재구성 판별기준을 만족하고, 플래시의 두께(3.9mm)가 마스터격자의 한 요소의 모서리길이(4.0mm)보다 얇아서 격자압축법을 이용한 격자재구성 판별 기준을 만족한다.

따라서, 축대칭 형상에서 격자를 재구성한 것과 같은 방법으로 Fig.10과 같이 격자압축법을 이용한 격자재구성을 하게 된다.

이와같은 방법으로 얻어진 격자를 이용하여 해석을 계속 진행하면, 압하량 37.24mm에서 에너지 오차에 의한 격자재구성 판별기준을 만족하게 되어 Fig.10과 같은 방법으로 다시 한번 격자압축법을 이용한 격자재구성을 하였다. 격자압축법을 이용한 격자재구성방법으로 만들어

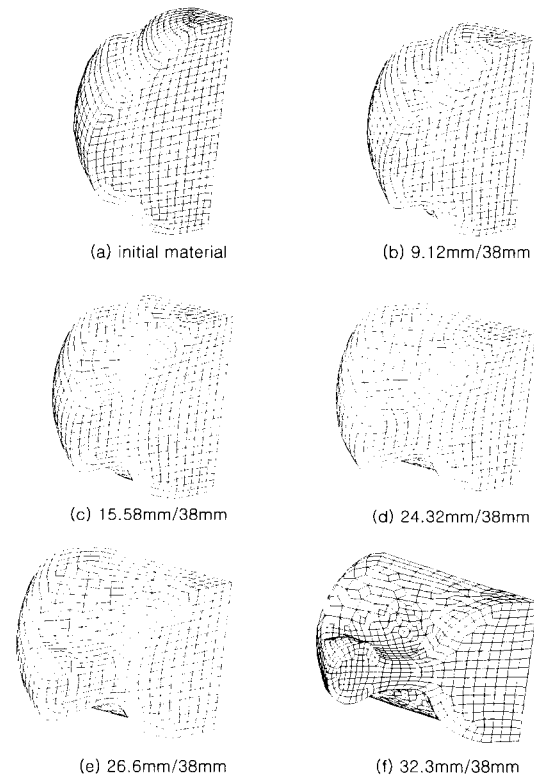


Fig. 9 Rigid-plastic FEM of a Cross-Shaft

진 격자로 해석을 계속 진행하여 38mm 압하를 모두마친 결과는 Fig.11(a)와 같다. 또, 격자압축법의 효율성을 검증하기 위해서 격자압축법을 사용하지 않고 전체격자 크기를 작게하여 재구성한 격자로 해석을 수행, 비교하였으며 그 결과는 Fig.11(b)와 같다. 여기서, 격자압축법을 이용하여 해석한 격자는 총 4447개의 요소로 이루어

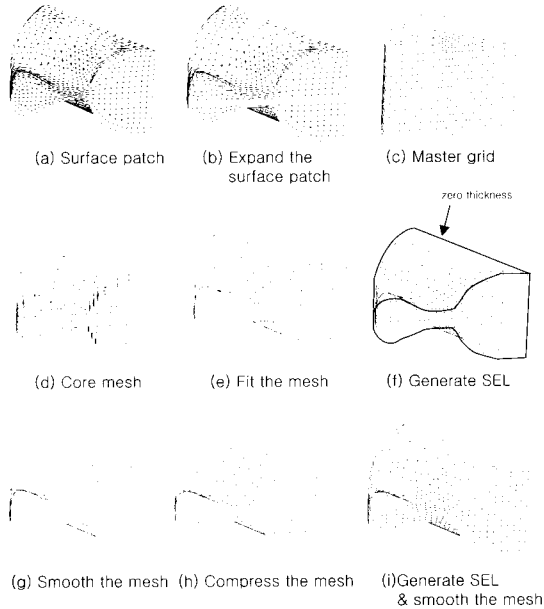


Fig. 10 Remeshing with mesh compression method at the stroke of 36.1/38mm

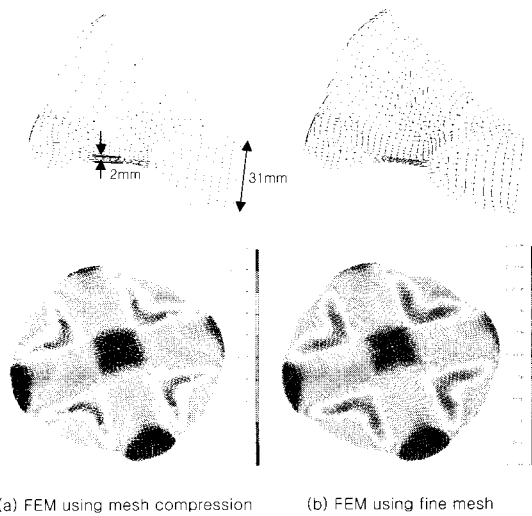


Fig. 11 Rigid-plastic FEM using mesh compression and fine mesh

루어져 있으며, 세밀한 마스터격자를 이용하여 해석한 격자는 총 5895개의 요소로 이루어져있다. Fig.11에서 보는바와 같이 격자압축법을 이용하여 해석을 완료한 결과에서는 최대 2.85, 최소 0.05의 유효변형률 분포를 보였으며, 세밀한 마스터격자를 이용하여 해석을 완료한 결과에서는 최대 2.84, 최소 0.0466의 유효변형률 분포를 보였다.

Table 2 Comparison of the number of iterations

stroke	mesh comp.	fine mesh
36.48mm	16	16
36.86mm	12	13
37.24mm	8	14
37.62mm	12	13
38mm	9	8

Table 3 Comparison of the computation time

stroke	mesh comp.	fine mesh
0~3.8mm	2000 sec	
7.6mm	2057.1 sec	
11.4mm	2122.6 sec	
15.2mm	2135.4 sec	
19mm	1840.5 sec	
22.8mm	1479.3 sec	
26.6mm	1817.8 sec	
30.4mm	2544.7 sec	
34.2mm	2670.8 sec	
36.1mm	2009.4 sec	
37.24mm	1403.2 sec	2220 sec
38mm	935.5 sec	1480 sec

이는 두 결과가 매우 비슷한 유효변형률 분포를 보임으로써 격자압축법을 이용한 해석도 세밀한 마스터 격자를 이용한 해석만큼 정확도가 높은 해석을 하였음을 알 수 있다.

다음으로, 격자압축법을 이용하여 격자를 재구성한 방법과 기존의 방법과의 해의 수렴을 위한 반복계산회수(iteration) 및 계산시간을 비교한 결과는 Table.2, 3과 같으며, 표에서 보듯이 격자압축법의 경우는 격자가 효율적으로 구성되어 있으므로 해의 수렴이 빠르며, 전체적으로 세밀한 마스터격자를 이용하여 해석하는 기존의 방법은 많은 계산이 불필요한 영역까지 계산을 하므로 해의 수렴이 늦어짐을 알 수 있다.

마지막으로, 유효변형률값이 0.01의 차이를 보이기 때문에 해석오차를 비교해 보아야할 필요가 있다. 해석오차는 Zienkiewicz<sup>(3)</sup>의 소성변형에너지 방법을 이용하여 식(4)로 표현된다.

$$\|e\|_{elem} = \sqrt{\int_{\Omega} (\hat{\sigma}'^T - \hat{\sigma}') : (\hat{\epsilon} - \hat{\epsilon}) d\Omega}$$

$$W_{real} = \sqrt{\int_{\Omega} \hat{\sigma}' : \hat{\epsilon} d\Omega} \tag{4}$$

$$error = \frac{\|e\|_{ele}}{W_{real}} \times 100 \geq C_e$$

C. 값은 공정특성에 따라 결정되는 상수이다. 오차의 범위에 따른 요소의 개수는 Table.4와 같다. 여기서 격자압축법을 통해 구성된 격자는 플래시부위의 격자의 모서리 길이가 평균 1.2mm, 플래시 이외의 부분의 격자의 모서리 길이가 평균 2.5mm이며, 세밀한 격자로 구성된 격자는 모서리 길이가 평균 1.2mm이다.

두 방법의 해석에 이용된 요소의 개수가 서로 다르므로 각각의 오차 그래프는 전체요소의 개수에 대한 오차 범위에 있는 요소의 개수를 백분율 분포로 표현하여 Fig.12와 같이 나타나고 그래프에서 보는 바와 같이 두 방법은 오차분포가 거의 비슷하다. 즉, 격자압축법을 이용한 격자재구성 방법으로 해석한 결과가 본 연구에서 세밀하게 구성된 격자만큼의 해석오차를 보임을 알 수 있다. 여기서 보이는 작은 편차는 격자압축과정을 거치면서 절점의 위치 변화가 격자구조에 변화를 주어서 몇몇 격자가 이상적인 구조를 유지하지 못했기 때문이다.

Table 4 Comparison of energy error

energy error	mesh comp.	fine mesh
0 ~ 0.003	4351 (97.84%)	5758 (97.68%)
0.003 ~ 0.006	45 (1.01%)	88 (1.49%)
0.006 ~ 0.009	24 (0.5%)	21 (0.36%)
0.009 ~ 0.012	11 (0.25%)	12 (0.2%)
0.012 ~ 0.015	3 (0.07%)	6 (0.1%)
0.015 ~ 0.018	3 (0.07%)	2 (0.03%)
0.018 ~ 0.021	1 (0.02%)	4 (0.07%)
0.021 ~ 0.024	3 (0.07%)	3 (0.05%)
0.024 ~ 0.027	3 (0.07%)	0 (0.0%)
0.027 ~ 0.03	3 (0.07%)	1 (0.02%)
전체요소 수	4447	5895

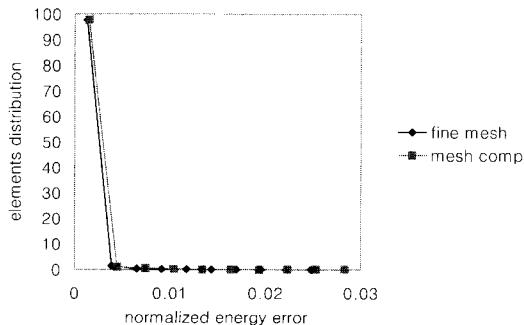


Fig. 12 Comparison of energy error

#### 4. 결론

본 연구의 목적은 새로운 격자세분화 기법인 격자압축법을 제안함으로써 열간단조의 강소성 유한요소해석시 발생하는 플래시를 효과적으로 해석할 수 있도록 하여, 기존의 플래시를 고려하지 않는 기존의 격자재구성 방법보다 하중과 재료유동을 더 정확하게 해석하면서도 효율적인 해석을 수행하는데 있다. 지금까지의 연구로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 격자를 압축하여 부분적으로 격자의 밀도를 급격히 증가시키는 격자압축법을 이용한 격자재구성기법을 제시하였다.
- (2) 플래시가 있는 2차원, 3차원 단조 형상 예제에 격자압축법을 적용하여 보고 플래시의 효과적인 해석 가능성을 확인하였다.

(3) 실제 열간단조 제품의 해석에 격자압축법을 이용한 격자재구성기법을 적용하여 그 효용성을 검증하였다.

앞으로 다양한 예제의 열간단조공정 해석에 격자압축법을 이용한 격자재구성기법을 적용하여 보고 본 연구의 타당성을 검증해야 한다. 또, 이상적인 격자구조를 만들 수 있는 새로운 격자유연화 방법이 필요하다.

#### 참고 문헌

- (1) Y. K. Lee and D. Y. Yang, 1998, "Development of a grid based mesh generation technique and its application to remeshing during the finite element simulation of metal forming process", Eng. Comp., Vol.16, pp. 316~336.
- (2) O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu, 1987, "A simple error estimate and adaptive procedure for practical engineering analysis", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.24, pp. 337~357.
- (3) 박근, 양동열, 1996, 강소성유한요소해석에서의 오차 추정 및 적응적 격자세분화에의 적용, 대한기계학회 추계학술대회, pp. 385~390.
- (4) Y. K. Lee and D. Y. Yang, 1996, "A new automatic mesh generation technique and its application to the finite element analysis of practical forging process", 5th ICTP, pp. 409~413.
- (5) C. C. Chen and S. Kobayashi, 1978, "Rigid-plastic finite element analysis of ring compression", Applications of Numerical Methods to Forming Proc., ASME, AMD, Vol. 28, pp. 163~174.

- (6) K. Osakada, J. Nakano and K. Mori, 1982, "Finite element method for rigid-plastic analysis of metal forming-formulation for finite-deformation", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.24, pp. 459~469.
- (7) K. Roll and T. H. Neitzert, 1982, "On the application of different numerical methods to cold forming processes", J. F. T. Pittmann et al. (eds.), *Num. Meth. Ind. Form. Proc.*, Pineridge Press, Swansea, U.K., pp.97~107.
- (8) J. H. Cheng and N. Kikuchi, 1986, "A mesh re-zoning technique for finite element simulations of metal forming processes", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.23, pp. 219~228.
- (9) P. L. Baehmann, M. S. Shephard, R. A. Ashley, A. Jay, 1988, "Automated metal forming modeling utilizing adaptive remeshing and evolving geometry", *Comp. Struc.*, Vol.30, pp.319~325.
- (10) A. M. Habraken and S. Cescotto, 1990, "An automatic remeshing technique for finite element simulation of forming processes", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.30, pp. 1503~1525.
- (11) O. C. Zienkiewicz, G. C. Huang and Y. C. Liu, 1990, "Adaptive FEM computation of forming process-application to porous and non-porous materials", *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.30, pp. 1527~1553.
- (12) Sergio Pissanetzky, 1984, "Sparse matrix technology", Academic Press.
- (13) Xu Zuo, Yuanping Wei, Jun Chen, Lingshou Zeng, Xueyu Ruan, 1999, "3D FEM simulation of multi-stage forging process using solid modeling of forging tools", *J. Mat. Proc. Tech.*, Vol. 91, pp. 191~195.