韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學教育>
2002, 5. 제 41권, 제 1호, 101-107.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
May. 2002, Vol. 41, No. 1, 101-107.

교사의 수학적 지식에 대한 연구
-함수 개념과 관련하여-

김 원 경 (한국교원대학교)
김 용 대 (청주교육대학교 강사)

I. 서 론

A. 연구의 필요성 및 목적

지금까지 수학교육의 방향을 개선하고자 한 여러 노력들은 수학적 사고력을 기본 바탕으로 하고 있다. 그런데 이것이 효과를 거두기 위해서 필요한 조건 가운데 하나가 바로 교사의 수학에 대한 사고를 먼저 이해하는 것이다(Fennema & Franke, 1992; NCTM, 1991). 이것은 교사가 수학을 지도하는데 있어서 수학에 대한 철저한 지식을 갖추고 있어야 한다는 것이다. 이런 면에서 교사의 수학적 지식은 중요한 요소가 된다.

수학 교사의 수학적 지식의 중요성과 관련하여, 박한식(1994, 2001)에 의하면, 흔히 수학 교사는 수학을 충분히 알고 있다는 대전제가 항상 주어지지만 이 전제는 옳은 것 같지는 않다. 수학 교사는 무엇보다도 먼저 학생들에게 가르치는 수학의 내용을 완전히 이해하고 있어야 한다. 그 다음에 그것을 어떻게 지도할 것인가 하는 교수법을 생각해야 할 것이다. 그리고 수학과 교육과정의 개발에 있어서도 수학 교사의 수학에 대한 지식을 감안하여야 한다.

수학 교사의 수학적 지식은 대체로 수학 내용적 지식, 수학 교육과정 지식, 수학 교육적 지식, 수학 교수·학습 상황에 대한 지식으로 나눌 수 있다. 이 중에서 수학 교사에게 가장 중요한 것은 수학 내용적 지식이라는 것이 보편적으로 합의되어 있다.

* 2001년 10월 투고, 2002년 3월 심사 완료.
* ZDM분류 : B59
* MSC2000분류 : 97C50
* 주제어 : 개념, 지식, 함수, 순서쌍, 그래프, 대응, 관계, 식.

또한 학교수학의 목표를 살펴보면, 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하도록 하고 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있도록 한다. 이와 같은 측면에서 볼 때, 함수 부분은 학교수학의 어떤 영역보다 학교수학의 목표 달성에 적합하다고 할 수 있다.

함수에 대한 학습은 기호 체계를 사용하여 서로 다른 현상을 이해시키기 위한 수학에서의 하나의 출발점이 된다. 또한 함수 개념은 상황에 따라 역동적인 변화 현상 가운데의 종속 관계를 기술하고 해석하고 예언하기 위한 수단으로서의 변수 측면과 그 규칙성을 나타내는 식에 의한 표현과 그래프에 의한 표현 그리고 다양한 대응 관계적 측면을 포괄하는, 수학의 내·외적인 여러 현상을 이해하고 조직할 수 있는 수단으로 작용한다.

함수는 현대 수학의 대표적인 통합 개념이고 조직 개념이기 때문에 '새수학' 이후 학교수학에서 계속적으로 강조되고 왔으며 학교수학의 전반에 걸쳐 많은 부분을 차지한다. 그리고 이것은 특히 수학적 모델링과 수학적 구조를 서로 연결시켜 주는 잠재력을 가지고 있다.

이상에서 언급한 것과 같이 학교수학에서 함수 영역은 수학적 사고를 향상시키고 다양한 수학적 표현을 가능케 하며 수학의 가치를 인식할 수 있는 매우 중요한 단원이므로 본 연구에서는 수학적 지식을 함수 개념에 대한 지식으로 제한하고자 한다.

이상을 종합해 볼 때, 학교수학에서 수학 교수·학습의 방향을 모색하거나 교육과정의 개발을 위한 기초 자료로써 교사의 수학적 지식을 알아볼 필요가 있다. 이러한 목적을 위하여 본 연구에서는 교사의 수학적 지식을 함수 개념을 통해서 알아보고자 한다.

B. 연구 문제

본 연구의 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 교사의 순서쌍과 그래프에 대한 개념은 어떠한가?
2. 교사의 대응에 대한 개념은 어떠한가?
3. 교사의 관계에 대한 개념은 어떠한가?
4. 교사의 식에 대한 개념은 어떠한가?

C. 용어의 정의

① 순서쌍과 그래프에 대한 개념

주어진 순서쌍이나 그래프를 보고 함수 여부를 판별하는 것

② 대응에 대한 개념

주어진 대응에 관한 문장을 보고 함수 여부를 판별하는 것

③ 관계에 대한 개념

주어진 관계에 관한 문장을 보고 함수 여부를 판별하는 것

④ 식에 대한 개념

주어진 식을 보고 함수 여부를 판별하는 것

Ⅱ. 문헌 검토

1. 함수 개념의 역사적 변천

함수 개념은 고전수학에 대한 현대수학의 뚜렷한 특징 중의 하나이다. 서구 문화에서 주목할 만한 것은 함수 개념이며, 이것은 이전의 어떤 문화에 의해서도 조금의 힌트조차 느끼지 못한 것이다. 함수 개념은 수 개념에 대한 승화 또는 확장이 아니라 개념으로부터의 완전한 해방이다. 함수 개념의 발전은 주어진 곡선의 기하적 이미지, 대수식에 의한 표현, 종속변수와 독립변수 사이의 관계, 입출력 기계에 의한 방법, 현대의 집합론적 정의와 같은 복잡한 네트워크의 개념을 나타낸다. 함수 개념이 발전함에 따라 기하적 개념이 점차 축소되고 추상적, 통합적, 공리적인 논리적 개념과 구체적, 해석적, 구조적인 대수적 개념 사이의 새로운 줄다리기로 되어졌다(Kleiner, 1989).

Euler는 함수를 다음과 같이 정의하였다(Kleiner, 1989;박한식, 1991 재인용).

> 어떤 양이 다른 양에 의해서 결정될 때, 즉 후자가 바뀌면 전자도 바뀔 때 전자를 후자의 함수라고 한다. 이것은 매우 종합적인 개념이며, 어떤 양이 다른 것에 의하여 결정될 수 있는 모든 형태를 다 포함한다. 따라서, x가 변량을 나타내면 어떤 방식으로든지 x에 의하여 결정되는 모든 양을 함수라고 부른다(p.110).

Cooney와 Wilson(1992)에 의하면, 함수의 이러한 현대적 정의는 사람들이 함수에 관하여 생각하는 방식에서 기본적인 변화를 표현했고, 순서쌍의 집합으로서 관계를 정의한 것은 이전의 애매한 용어에 대하여 명확한 수학적 의미를 부여한다는 것이다. 마찬가지로, 어떤 조건을 만족하는 순서쌍의 집합으로서의 함수 개념이 함수의 의미에 새로운 일반성과 정확성을 부여하게 되었다는 것이다. 또한 표, 그래프, 규칙, 또는 언어에 의한 표현이 함수를 설명하고 있지만, 이러한 모든 것들을 함수가 되는 것으로 생각하는 것은 비논리적이라는 주장도 있었다. 오히려, 표, 그래프, 규칙, 또는 언어적 표현에 의해 정의된 순서쌍으로서 함수를 언급하는 것이 보다 정확하다는 것이다.

현재 함수의 정의로는 Bourbaki의 함수에 대한 정의가 가장 일반적으로 받아들여지고 있고 현재까지 함수에 대한 정의로 사용되고 있다.

Bourbaki의 함수에 대한 정의는 다음과 같다(Cooney & Wilson 1992).

> E와 F가 서로 같을 수도, 다를 수도 있는 두 집합이라고 하자. E의 변하는 원소 x와 F의 변하는 원소 y사이의 관계에서 모든 $x \in E$에 대하여 오직 하나의 $y \in F$가 주어진 관계에 의하여 존재할 때, 이 관계를 E와 F사이의 함수관계라고 한다.

그런데 순서쌍의 집합에 의한 함수의 정의는 정확하고 이용하기가 편하지만, 교육적인 관점에서 보면 심각한 결점을 가진다. 왜냐하면, 순서쌍에 의한 방법은 함수 개념에서 역동적인 인상보다는 정적인 인상을 강하게 나타내기 때문이다.

2. 학교수학에서의 함수 개념

함수 개념이 학교수학에 도입된 것은 20세기 초에 독일에서 Klein이 수학교육 개혁을 주장한 이후이다. Klein은 "함수 개념은 단순히 하나의 수학적 방법이 아니라 수학적 사고의 심장이요 혼이다."라고 하면서 함수 개념이 학교수학의 중심 토픽이 되어야 한다고 주장하였다 (Cooney & Wilson, 1992).

Tall(1992)에 의하면, 함수의 가장 기본적인 개념은 변수 사이의 관계성이다. 만약 이것이 발달되지 않으면, 방정식과 그래프와 같은 표현들은 그들의 의미를 상실하게 되고 서로를 분리된 것으로 인식한다는 것이다. '새 수학'에서는 두 집합의 데카르트 곱을 사용하여 함수 개념에 대한 다음과 같은 형식적 정의를 시도하였다.

두 집합 A, B에서, $A \times B$를 A와 B의 데카르트 곱이라고 하자. 만약 $A \times B$의 부분집합 f에서 (x_1, y_1)과 (x_2, y_2)가 f의 원소이고 $x_1 = x_2$이면 언제든지 $y_1 = y_2$일 때 f는 함수이다.

그러나 이러한 정의는 우수한 수학적 기초를 제공해 줄지는 모르지만, 이러한 정의에 의한 방법이 훌륭한 인지적 근본이 되지 않을 수도 있다는 점을 지적하고 있다. 또한 이러한 정의는 종속 변수와 독립 변수 사이의 규칙에 기초한 관계성을 강조하는 전통적인 미적분에서 경험하는 것과 아주 다른 사고의 틀을 나타내는 방법이다.

우리나라에서는 새 수학이 처음으로 반영된 제3차 교육과정 이후, 집합 사이의 일가성을 갖는 임의적인 대응 관계라는 Dirichlet-Bourbaki식의 현대적인 함수 개념이 학교수학의 중요한 내용으로 등장하였다.

이 때부터 함수 지도의 기본 방향은 다음과 같다.

- 어떤 대상의 고찰에서 함수적인 생각을 할 수 있는 힘을 기른다.
- 함수를 표현하는 방법을 이해하여 그 기본 능력을 갖도록 한다.
- 함수의 특징을 알아보는 방법을 이해하여 그 기본 능력을 갖도록 한다.
- 기본적인 함수에 대한 식, 그래프 등의 특징을 이해하도록 한다.
- 함수의 이해를 여러 가지 문제해결에 활용하는 힘을 기른다.

함수의 정의에 대해서는

㉠ 집합 X의 임의의 원소 x에 대하여, 집합 Y의 원소 y가 오직 한 가지로 대응될 때 y를 x의 함수라고 한다.

㉡ 집합 X의 임의의 원소 x에 대하여, 집합 Y의 원소 y가 오직 한 가지로 대응되는 규칙이 있을 때 그 규칙을 함수라고 한다.

㉢ 집합 X의 원소 x와 이것에 오직 한 가지로 대응하는 집합 Y의 원소 y를 택하여 만든 순서쌍 (x, y)를 원소로 하는 집합이 있을 때, 이 순서쌍의 집합을 함수라고 한다.

등이 교과서에 취급되는데, ㉠은 독립변수와 종속변수의 생각으로 함수를 도입한 방법이고 ㉢은 ㉡과 함께 수학교육 현대화의 입장에서 집합론적으로 취급하고 있는 것이다. 이를 통해서 볼 때, 결국 함수의 취급은 관계 개념을 바탕으로 전개하는 것이 아니라 변수나 변역에 대하여 식의 영역이나 대응을 중시하였다.

이같은 대응에 의한 함수 개념의 도입이 지금까지 계속 유지되어왔다.

3. 함수 개념에 대한 지식

대체적으로 함수 개념의 여러 가지 표현 형태에 대하여 대부분의 학생들이 잘 이해하지 못하는 것으로 나타난다. 이러한 문제를 생각할 때, 교사의 함수 개념에 대한 지식을 알아보는 것은 중요하다고 본다. 함수는 수학에서 중심적인 역할을 하기 때문에 교사가 함수에 대하여 어떤 개념을 갖고 있는가를 이해하는 것은 중요하다. 이것은 또한 교사가 함수에 대한 지식을 잘 갖추고 있어야 한다는 요구를 나타낸다(Fennema & Franke, 1992).

이런 측면에서 수학 교사가 함수에 대하여 어떤 개념을 갖고 있는가를 알아보는 것은 중요한 가치를 지닌다고 볼 수 있다. 특히 함수 개념은 여러 가지 표현으로 나타날 수 있는데, 식의 형태, 그래프의 형태, 대응의 형태, 순서쌍의 형태, 종속 관계의 형태 등 다양한 측면을 가지고 있다.

Wilson(1994)은 함수 개념이 학교 수학교육과정에서 중요한 역할을 함에도 불구하고 교사가 함수 개념에 대한 깊은 이해력이 부족하다는 것을 지적하면서 교사가 함수에 대한 이해력이 높을 때 여러 가지 표현을 통한

함수 수업에 기여한다고 말한다. 그리고 이를 위해서는 교사가 함수에 관하여 지속적으로 배울 수 있는 기회를 갖는 환경이 필요하다는 주장을 펴고 있다.

학교 수학을 위한 교육과정과 평가 규준(NCTM, 1989)에서는 함수 개념은 수학에서 아이디어를 통합하는데 중요하다고 말하고 있다. 특히 두 집합의 원소들 사이의 특별한 대응인 함수는 교육과정 내에서 공통적이라 하였다.

함수를 정의하는데 집합에 의한 방법이 명쾌함과 정확성을 제공하고는 있지만 이러한 방법이 학생들이 함수 개념을 잘 이해하는데 도움이 되는지에 대하여는 많은 논란이 있을 수 있다. 그러나 종속 관계에 의한 함수 개념은 추상적이고 정적인 면이 적고 역동적인 면을 더 부각시키게 된다.

Bolte(1993)에 의하면, 수학 교사의 함수 개념에 대한 지식에는 함수의 예와 예가 아닌 것을 구별하는 것, 함수의 여러 가지 표현 형태를 이해하는 것, 집합 사이의 일가성과 임의성을 포함하는 함수의 성질을 아는 것이 포함된다.

그런데 함수 개념은 그 중요성에 대해서는 많은 논의가 이루어졌지만 수학 교사가 함수 개념을 어떻게 인식하고 있는지에 대한 연구는 거의 이루어지지 않았다. 따라서 본 연구에서는 교사의 함수 개념을 알아보고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

A. 연구 대상

본 연구는 교사의 함수 개념에 대한 인식 실태를 알아보고자 K도 지역의 중등학교 수학 교사 200명을 임의로 선정하여 연구 대상으로 하였으나 검사지를 투입한 결과 회수된 검사지 가운데서 문항 분석이 가능한 188명만을 최종적인 분석 대상으로 선정하였다.

B. 검사 도구

본 연구에서는 교사의 함수 개념을 알아보기 위하여 문제지를 이용한 조사 연구가 이루어졌다. 본 연구에서는 수학 교사의 함수 개념을 알아보기 위하여 함수의 각 하위 요소별로 문제를 구성하였다. 여기서 선정된 하위 요소는 대응, 관계, 식, 순서쌍과 그래프에 의한 함수의 네 가지이다.

C. 검사 도구의 수정 및 보완

1. 예비 검사 실시

본 연구에서는 본 검사에서 사용될 적절한 문항을 제작하고 검사 문항의 적절성과 검사 문항의 표현 등을 검토하고자 예비 검사를 실시하였다. 예비 검사는 2000년 K도 지역에 소재하고 있는 사범대학의 수학교육과 3학년생 26명을 대상으로 하였으며, 함수 개념에 대한 지식을 측정하기 위한 문제지를 투입하였다.

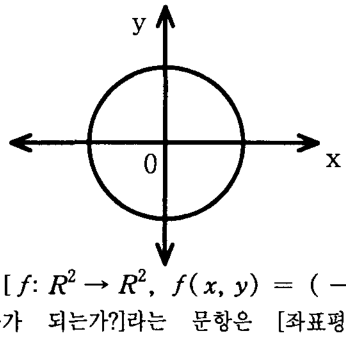
2. 본 검사지 문항의 수정 및 보완

예비 검사 결과를 토대로 다음과 같이 수정 및 보완하여 본 검사지를 완성하였다.

예비 검사 결과를 토대로 함수 개념에 대한 지식을 알아보기 위한 문제지 문항 가운데서 수정 및 보완된 부분은 다음과 같다.

첫째, [$f(x)=\begin{cases} x & (x\text{가 유리수일 때}) \\ 0 & (x\text{가 무리수일 때}) \end{cases}$ 은 함수가 되는가?]라는 문항은

[다음 그래프는 함수인가?(그림 참조)]로 수정되었다. 이것은 예비 검사에서 정답률이 높게 나타났고 그래프에 의한 함수 문항을 보완하기 위해서이다.



둘째, [$f: R^2 \rightarrow R^2,\ f(x, y) = (-x, -y)$ 가 함수가 되는가?]라는 문항은 [좌표평면상의 점 (x, y)를 $(-x, -y)$에 대응시키는 것은 함수가 되는가?] 라는 문항으로 수정되었다. 이것은 대응에 의한 함수 문항을 보완하기 위해서이다.

셋째, [$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & (x\neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$ 는 함수가 되는

가?]라는 문항은 [직사각형의 둘레의 길이와 대각선의 길이 사이의 관계는 함수가 되는가?]로 수정되었다. 이것은 예비 검사에서 정답률이 높게 나타났고 또한 관계에 의한 함수 문항을 보완하기 위해서이다.

넷째, [{(1, 4), (2, 5), (3, 9)}은 함수가 되는가?]라는 문항은 [10이하의 소수를 정의역으로 할 때 집합 {(2,4),(3,9),(5,4),(7,4)}의 그래프는 함수인가?]로 수정되었다. 이것은 순서쌍에 의한 함수에서 정의역을 명확하게 하기 위해서이다.

D. 자료의 분석 방법

본 연구에서는 교사의 함수 개념을 알아보기 위한 문제지를 사용하여 그 반응을 분석하였다. 여기서 사용된 문제지의 문항은 순서쌍과 그래프, 관계, 대응, 식에 의한 표현의 네 가지 요소에 따라 전체 10개 문항에 대하여 각 문항의 조건을 보고 그것이 함수인지 여부를 식별할 수 있는 형태이다. 이 문제지를 수학 교사들에게 투입하여 그 반응 결과에 따라 교사의 함수 개념이 정적인 측면과 동적인 측면 가운데 어느 쪽이 높게 나타나는지를 결정하기로 한다.

Ⅳ. 결과 분석및 결론

A. 결과 분석

수학 교사의 함수 개념을 알아보기 위하여 함수 개념에 대한 네 가지 표현 형태 즉, 순서쌍과 그래프, 대응, 관계, 식에 의한 표현으로 구분하여 분석하였다.

그 결과를 표로 나타내면 다음 표 Ⅳ-1과 같다.

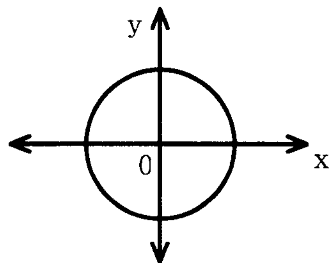
<표 Ⅳ-1> 함수 개념에 대한 응답 결과

표현 형태와 문항 번호		문항별 정답률	평균 정답률
순서쌍과 그래프에 의한 표현	[1]	78.7 %	79.1 %
	[6]	78.7 %	
	[8]	79.8 %	
대응에 의한 표현	[3]	63.3 %	74.7 %
	[5]	91.0 %	
	[10]	69.7 %	
관계에 의한 표현	[2]	42.6 %	44.7 %
	[7]	46.8 %	
식에 의한 표현	[4]	70.7 %	61.4 %
	[9]	52.1 %	

이 결과에 의하면, 순서쌍과 그래프에 의한 표현 부분과 대응에 의한 표현 부분에서 평균 정답률이 각각 79.1%와 74.7%로 나타났다. 그런데 관계에 의한 표현 부분과 식에 의한 표현 부분에서 평균 정답률이 각각 44.7%와 61.4%로 나타났다. 이것으로 볼 때 수학 교사의 함수 개념은 관계나 식에 의한 표현 부분에 대한 인식이 부족한 것으로 해석된다.

그리고 함수에 대한 각 표현 형태별로 해당 문항과 관련지어 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 순서쌍과 그래프에 의한 표현 부분에서 [다음 그래프는 함수인가?]



라는 물음에 대하여 전체 78.7%가 '함수가 아니다'라고 응답했다. 그리고 [10 이하의 소수를 정의역으로 할 때, 집합 {(2,4),(3,9),(5,4),(7,4)}은 함수인가?]라는 문항에 대해서도 전체 78.7%가 '함수이다'라고 응답했다. 또한 [집합 {(2,1),(1,0),(0,−1),(−1,0),(1,2)}은 함수인가?]라는 문항에 대해서 전체 79.8%가 '함수가 아니다'라고 응답했다.

둘째, 대응에 의한 표현 부분에서 [반지름이 1인 원 위의 점 (a, b)을 점 $(2a, 2b)$로 대응시키는 것은 함수인가?]라는 문항에 대해서 전체 63.3%가 '함수이다'라고 응답했다. 그리고 [좌표평면상의 점 (x, y)를 $(-x, -y)$에 대응시키는 것은 함수인가?]라는 문항에 대해서 전체 91.0%가 '함수이다'라고 응답했다. 또한 [두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 합을 n이라 하자. 그리고 두 주사위의 눈의 수의 합이 n이 될 확률을 P에 대응시킬 때, P는 함수인가?]라는 문항에 대해서 전체 69.7%가 '함수이다'라고 응답했다.

셋째, 관계에 의한 표현 부분에서 [도형의 넓이와 둘레 사이의 관계는 함수인가?]라는 문항에 대해서 전체 42.6%가 '함수가 아니다'라고 응답했고 57.4%가 '함수이다'라고 응답했다. 그리고 [직사각형의 둘레의 길이와 대각선의 길이 사이의 관계는 함수인가?]라는 문항에 대해서도 전체 46.8%가 '함수가 아니다'라고 응답했고 53.2%가 '함수이다'라고 응답했다.

넷째, 식에 의한 표현 부분에서 [$x=7$은 함수인가?]라는 문항에 대하여 전체 70.7%가 '함수가 아니다'라고 응답했다. 그리고 [$x=y^2$은 함수인가?]라는 문항에 대하여 전체 52.1%가 '함수가 아니다'라고 응답했고 47.9%가 '함수이다'라고 응답했다.

위의 결과를 종합해 볼 때, 함수에 대한 개념을 순서쌍과 그래프에 의해서, 대응에 의해서, 관계에 의해서, 식에 의해서 구분하여 알아본 바에 따르면, 대부분의 수학 교사들은 순서쌍과 그래프에 의한 함수와 대응에 의한 함수 개념에 대해서는 오류 정도가 낮게 나타났지만 관계에 의한 함수와 식에 의한 함수 개념에 대해서는 오류 정도가 높게 나타났다.

따라서 대응과 순서쌍에 의한 방법을 함수 개념의 정적인 측면으로 보고 관계와 식에 의한 방법을 함수 개념의 동적인 측면으로 분류하였을 때, 수학 교사들의 함수 개념은 동적인 측면보다 정적인 측면이 높게 나타났다.

B. 결 론

본 연구에서 밝혀진 바에 의하면, 수학 교사들의 함수 개념은 대응에 의한 표현, 순서쌍과 그래프에 의한 표현 부분보다는 관계에 의한 표현과 식에 의한 표현 부분에서 이해 정도가 낮게 나타났다. 이것으로 볼 때, 대부분의 수학 교사들이 함수 개념에 대하여 대응이나 순서쌍 혹은 그래프에 의한 정적인 성향이 관계에 의한 동적인 성향보다 더 지배적이라는 결론을 내릴 수 있다. 이러한 결과는 대부분의 수학 교사들이 함수 개념을 처음 도입할 때 대응에 의한 방법을 가장 선호하는 것에 기인하는 것으로 볼 수 있다.

이것은 지금까지 함수 개념을 도입할 때 대응에 의한 방법이 가장 선호되었으며 이것이 함수 개념에 대한 사고에 많은 영향을 준 것이라고 본다. 이것은 대부분의 수학 교사들이 함수 개념에 대하여 관계에 의한 함수의 동적인 측면보다는 대응에 의한 정적인 측면에서 보다 강한 성향을 나타내는 것으로 해석된다. 따라서 함수 개념의 도입은 대응에 의한 정적인 방법뿐만 아니라 종속관계에 의한 동적인 방법도 함께 강조되어야 한다는 시사점을 얻을 수 있다. 이것을 수학 교사교육의 측면에서 보면, 수학 교사의 함수 개념에서 동적인 측면에 대한 인식 정도를 높이기 위한 대안으로써 역동적인 측면이 강한 교육공학을 이용한 교사교육과 이에 대한 후속적인 연구를 제언하고자 한다.

참 고 문 헌

박한식 (1991). <u>교직수학 I</u>, 서울: 대한교과서 주식회사.

박한식 (1994). 수학과 교원을 위한 수학, <u>한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 프로시딩></u>, pp.5-8, 서울: 한국수학교육학회.

박한식 (2001). 수학교육의 회고와 제 7차 교육과정 및 교직수학, <u>한국수학교육학회지지 시리즈 A <수학교육></u> **40(1)**, pp.112-117, 서울: 한국수학교육학회.

Bolte, L. (1993). *Preservice teachers' content knowledge of functions,* Doctoral dissertation. University of Missouri. DAI.

Cooney, T.A. & Wilson, M.R. (1992). Teachers' thinking about functions: Historical and research perspectives. In T. A. Romberg, E. Fennema, & T. P. Carpenter(Eds.), *Integrating research on the graphical representation of functions,* pp.131-158, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Fennema, E. & Franke, M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning-* pp.147-164, New York: Macmillan Publishing Company.

Kleiner, I. (1989). Evolution of the function concept: A brief survey, *The College Mathematics Journal,* **20(4)**, pp.282-300.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards* *for school mathematics*, Reston, VA:The National Council of Teachers of Mathematics. 구광조 외 (1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향, 서울: 경문사.

NCTM (1991). *Professional standards for teaching mathematics*, Reston, VA:The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: functions, limits, infi- nity, and proof. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp.495-511, New York: Macmillan Publishing Company.

Wilson, M.R. (1994). One preservice secondary teacher's understanding of functions: The impact of a course integrating mathematical content and pedagogy, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), pp.346-370.

A Study on Teachers' Knowledge of Mathematics

-With Respect to the Concept of Function-

Kim, Won kyung

Department of Mathematics Education, Korea National University of Education, 363-791, Korea

wonkim@knue.ac.kr

Kim, Yong Dae

Bonggok 13-18. Changwon Kyungnam ,641-821

E-mail: yongmath@lycos.co.kr

The purpose of this study is to estimate teachers' knowledge of mathematics via the concept of function. For the purpose, a survey was done to measure their knowledge of mathematics. The result obtained from the survey was as follows : With respect to the knowledge on concept of function, they understood the function as ordered pairs and graph rather than as relation and expression. This study reached the following conclusions from the result : They have the more static cognition than the dynamic one on the concept of function.

* ZDM classification : B59

* MSC2000 classification : 97C50

* key word : concept, knowledge, construction, structure, status, activity, learning.