

약 가시성 다각형에서 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로를 구하는 알고리즘

(An algorithm for finding a shortest watchman route with minimum links in the weakly visible polygons)

류 상 료[†]

(Sang-Ryul, Ryu)

요 약 2차원 평면상에 n 개의 꼭지점을 가지며 서로 약 가시적인 2개의 체인으로 구성된 다각형을 약 가시적 다각형이라 한다. 본 논문에서는 약 가시적 다각형의 내부를 감시하는 최소 링크를 가진 경비원 경로들 중에서 최소 길이를 가지는 경비원 경로를 $O(n^2)$ 시간에 구하는 알고리즘을 제시한다.

키워드: 경비원 경로

Abstract A weakly visible polygon is an n -gon in the plane and consists of two mutually weakly visible chains. In this paper, we present an $O(n^2)$ time algorithm that finds a shortest watchman route among the routes with minimum links where a watchman patrols the inside of weakly visible polygons.

Key words: watchman route

1. 서론

가시성(visibility)은 주어진 대상의 가시적 성질을 분석하고 응용하는 분야로서 컴퓨터 그래픽스, 영상처리, VLSI 설계, 로봇틱스, 네트워크, 지리정보 시스템 등의 분야들에 다양하게 응용되고 있으며 효율적인 알고리즘들이 제시되고 있다. 특히 컴퓨터 그래픽스에서 은면 및 은선(hidden-line or hidden-surface)을 제거하는 문제, 영상처리 분야에서 외곽선 검출(edge detection) 문제나 분할(partition) 문제, VLSI 분야에서 다차원 평면에서의 연결(routing) 문제, 로봇틱스 분야에서 이동 전략(motion planning) 문제, 네트워크 분야에서 전송 시스템의 위치와 연결형태 설정문제, 지리정보 시스템에서 위치정보 처리 등 다양한 응용문제들에 활용되고 있다[1][6][13][16].

가시성의 대표적 예제인 화랑(art gallery) 문제는 평면상의 공간으로 주어지는 다각형의 내부를 감시할 수 있는 경비원의 인원수와 정확한 위치 등을 구하는 문제

이다. n 개의 꼭지점을 가진 다각형의 경비원 수는 $\lfloor n/3 \rfloor$ 으로 항상 충분하며 때로는 꼭 필요하다는 연구결과[5][11] 이후, 직교(rectilinear) 다각형이나 내부에 hole을 가진 다각형 등으로 대상을 변화시킨 관련 연구들이 진행되었다[7][8][14][17]. 그리고 경비원의 위치 변화를 시도한 동적 감시자에 관한 연구들도 제시되었다[2][12]. 고정 위치에서 내부를 감시하는 경비원 시스템은 많은 인원이 필요하며 감시 공간의 심각한 중복 등으로 인하여 비효율적인 특징을 내포하고 있다. 그러므로 경비원이 다각형 내부에 형성된 경로를 따라 이동하며 전체적으로 감시하는 경비원 경로 문제들이 연구되었다. 다각형의 경계(boundary)에서 출발하는 최단 경비원 경로(shortest watchman route)를 찾는 효율적인 알고리즘들이 제시되었고[4][20], 직교 다각형과 단조 다각형의 경비원 경로를 구하는 $O(n)$ 시간의 알고리즘도 제시되었다[3][21][22][23].

다각형은 2개의 체인으로 분리할 수 있으므로 서로 반대 체인을 따라 이동하는 2명의 감시자들이 체인의 시작점에서 출발하여 항상 서로 볼 수 있는 상태를 유지하며 체인의 끝점에 도착할 수 있는지의 여부를 결정하는 2-guard 문제와 $O(n \log n)$ 시간의 알고리즘이 제

· 본 논문은 1999년도 학술진흥재단의 신진교수 연구과제에 의해 지원되었음.

† 정 회 원: 청운대학교 컴퓨터과학과 교수

rsr@chungwoon.ac.kr

논문접수: 2001년 5월 31일

심사완료: 2002년 2월 20일

시되었다[10]. 그 이후 Heffernan은 $\Theta(n)$ 시간을 가진 최적 알고리즘을 제시하였고[9], 2-guard 문제를 확장하여 두 감시자가 주어진 다각형의 경계선을 따라 이동하면서 항상 서로를 보며 다각형 내부를 감시할 수 있는 출발 꼭지점과 도착 꼭지점 쌍을 모두 찾아내는 $O(n^2)$ 시간의 알고리즘도 제시되었다[25]. 다각형의 내부를 감시할 수 있는 경비원 경로에는 최단 경비원 경로, 경로의 진행 방향이 변하는 전환점의 개수가 최소인 최소 링크를 가진 경비원 경로(watchman route with minimum links), 그리고 최소 링크를 가진 경비원 경로들 중에서 경로의 길이가 최소인 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로(shortest watchman route with minimum links) 등으로 구분할 수 있다.

본 논문에서는 2-guard 문제를 적용하는 약 가시적 다각형에 대하여 1명의 경비원이 경로를 따라 이동하면서 감시할 수 있는 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로를 구하는 문제를 연구하였고 그 결과로 $O(n^2)$ 시간과 $O(n)$ 공간 복잡도의 알고리즘을 제시한다.

경로를 따라 이동하며 주어진 공간의 내부를 감시하는 이동 감시 시스템이 인간일 경우에는 최단 경비원 경로를 이용하는 것이 가장 효율적이며, 무인 감시 시스템일 경우에는 최단 경비원 경로보다는 최소 링크를 가진 경비원 경로를 이용하는 것이 이동 감시 전략을 수행할 때 훨씬 더 효율적인 비용을 산출할 수 있다. 그러나 최소 링크를 가진 경비원 경로는 진행 방향의 변환 수를 최소화하였으나, 경로의 길이에 대하여 전혀 고려되지 않으며 하나 이상의 경로들이 구성될 수 있다. 그러므로 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로는 경로를 따라 이동하며 내부를 감시할 무인 이동 감시 시스템의 전략적 수행 비용을 더욱 절감시킬 수 있다. 2장에서는 약 가시적 다각형의 경비원 경로 문제에 적용할 기본 개념을 제시하고, 3장에서는 최소링크를 가진 최단 경비원 경로를 구하는 알고리즘을 제시하고 마지막으로 4장에서는 결과를 정리하고 앞으로의 연구 방향을 제시한다.

2. 약 가시적 다각형의 경비원 경로 문제

2.1 기본 개념

단순 다각형 P 는 n 개의 꼭지점들을 반 시계(counterclockwise) 방향으로 나열한 순서 집합으로 표현되며 꼭지점 $v_i(i=0, 1, \dots, n-1)$ 는 2차원 평면상에서 좌표 (x_i, y_i) 를 가진다. 단순 다각형의 꼭지점들을 연결한 변은 서로 교차하지 않으며 이웃하는 두 변이 형성하는 꼭지점의

내부 각이 180° 보다 작으면 볼록(convex) 꼭지점이라고 하고 180° 보다 클 경우 오목(reflex) 꼭지점이라고 한다. 임의의 두 점 p, q 를 연결한 선분이 P 의 내부에 완전히 포함될 때, p 와 q 는 서로 가시적(mutually visible)이라고 한다. 다각형 P 의 경계 $Bd(P)$ 의 한 점 p 에서 시작하여 다른 한 점 q 로의 방향을 가지며 다각형의 내부를 이동분하는 방향성 직선(directed line)을 $L(p, q)$ 라고 하고, 반대 방향의 직선을 $L^*(p, q)$ 라고 한다. 그리고 p 에서 q 로의 방향을 가지며 p 와 q 를 양 끝점으로 하는 방향성 선분을 $l(p, q)$ 라고 하고, 방향성 선분 l_i 와 l_j 의 교차점을 $I(l_i, l_j)$ 라고 한다. $Bd(P)$ 의 변들을 순서대로 반 시계방향으로 검색하여 $Bd(P)$ 의 왼쪽 면에 존재하는 반 평면(half-plane)은 P 의 내부의 모든 점들을 포함하고 있으므로 $Int(P)$ 라고 한다. 그러므로 다각형 P 는 $Bd(P)$ 과 $Int(P)$ 로 구성되며 $Bd(P)$ 의 꼭지점들이 모두 볼록 꼭지점일 때 볼록 다각형(convex polygon)이라고 한다. $Bd(P)$ 의 두 점 u 와 v 를 가정할 때, $Int(P)$ 에 완전히 포함되는 $l(u, v)$ 을 현(chord) $c(u, v)$ 라고 하고 $Bd(P)$ 의 꼭지점 u 에서 시계 방향으로 꼭지점 v 에 이르는 변의 연속을 체인 $ch(u, v)$, 반 시계 방향의 체인을 $ch^*(u, v)$ 라고 한다. $ch(u, v)$ 를 구성하는 꼭지점들이 모두 볼록 꼭지점이라면 $ch(u, v)$ 는 볼록 체인이라고 하고, 모두 오목 꼭지점이라면 오목 체인이라고 한다. 점 w 가 $l(u, v)$ 의 모든 점에서 가시적이라면 w 는 $l(p, q)$ 에 대해 강 가시적(strongly visible)이라고 하고, $l(u, v)$ 의 한 점 이상에서 가시적이면 w 는 $l(u, v)$ 에 대해 약 가시적(weakly visible)이라고 한다[6][18]. 다각형 내부에 $Bd(P)$ 과 $Int(P)$ 가 동시에 가시적인 점의 집합을 kernel $K(P)$ 라고 하며, $K(P)$ 가 존재하는 다각형을 점 가시적(point visible) 다각형이라고 한다. 하나의 변, 선분, 체인에서 $Bd(P)$ 와 $Int(P)$ 가 모두 강 가시적인 다각형을 각각 변 가시적, 선분 가시적, 체인 가시적 다각형이라고 한다[18]. 한 점 p 에서 가시적인 $Int(P)$ 와 $Bd(P)$ 의 점들의 집합은 P 에 완전히 포함되는 부분 다각형으로 점 가시성(point visibility) 다각형 $Vis(p)$ 라고 하며, P 와 $Vis(p)$ 가 동일하다면 P 는 점 가시적 다각형이다(그림 1(a)). 그리고 변 e 에서 가시적인 점들의 집합을 변 가시성 다각형 $Vis(e)$ 이라 하고(그림 1(b)), 선분 l 에서 가시적인 점들의 집합을 선분 가시성 다각형 $Vis(l)$ 이라고 하고(그림 1(c)), 체인 ch 에서 가시적인 점들의 집합을 체인 가시성 다각형 $Vis(ch)$ 이라 한다(그림 1(d)). 그리고 가시성 다각형들은 각각 선형시간 내에 구성할 수 있다[13].

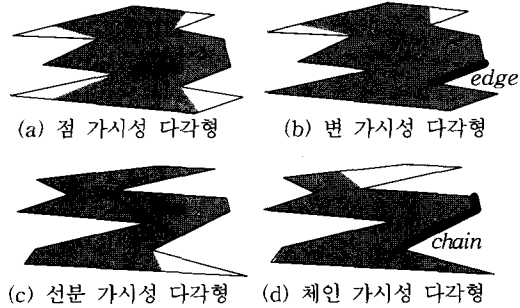


그림 1 가시성 다각형의 4가지 유형

$Bd(P)$ 의 꼭지점 s 와 t 를 가정할 때 $ch(s, t)$ 의 모든 점들이 $ch^*(s, t)$ 의 한 점 이상에서 가시적이고 동시에 $ch^*(s, t)$ 의 모든 점들이 $ch(s, t)$ 의 한 점 이상에서 가시적이라면 $ch(s, t)$ 과 $ch^*(s, t)$ 는 서로 약 가시적(mutually weakly visible)이라고 한다. 약 가시체인 $ch(s, t)$ 과 $ch^*(s, t)$ 으로 구성된 단순 다각형을 약 가시적 다각형 또는 Street이라 한다(그림 2)[9][10].

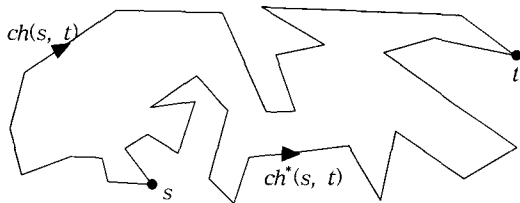


그림 2 약 가시체인으로 구성된 약 가시적 다각형

임의의 한 선분이 약 가시적 다각형의 내부의 한 점을 지나고 그 선분이 다각형 내부에 완전하게 포함되며 동시에 양 끝점이 약 가시체인 $ch(s, t)$ 와 $ch^*(s, t)$ 에 위치한다면 다각형의 내부는 $ch(s, t)$ 또는 $ch^*(s, t)$ 에 의해 항상 약 가시적이다. 이후로 약 가시 체인을 줄여서 가시 체인이라 하겠다. 경비원은 반드시 다각형 내부에 완전히 포함된 경비원 경로를 따라 이동하며 다각형의 내부를 감시해야 하므로 약 가시적 다각형의 내부에 구성되는 경비원 경로는 가시 체인들과 항상 가시적이다.

2.2 약 가시적 다각형의 W_s 와 W_t

약 가시적 다각형 P 의 내부를 감시하기 위한 경비원 경로는 반드시 가시 체인의 양 꼭지점인 s 와 t 를 출발점과 도착점으로 선택해야 할 필요는 없다. 경비원 경로가 다각형의 경계가 아닌 내부의 한 점에서 출발하여 진행한다 보면 꼭지점 s 와 t 를 양 끝점으로 하는 경비원 경로에 비하여 경로의 길이와 진행 과정 등이 단순해 질 수 있

다. $Bd(P)$ 가 아닌 $Int(P)$ 에 속한 경비원 경로의 양 끝점 위치를 결정하기 위하여 다음 과정을 제시한다.

약 가시적 다각형을 구성하는 가시 체인 $ch(s, t)$ 의 꼭지점 s 에서 시계 방향으로 검색하여 만나는 변들 중에서 볼록 꼭지점과 오목 꼭지점을 양 끝점으로 하는 첫 번째 변의 볼록 꼭지점에서 시작하여 오목 꼭지점까지의 방향을 가지고 다각형의 내부로 연장된 방향성 직선을 L_1 이라고 하자. 약 가시 다각형의 가시 체인들은 서로 약 가시적이므로 하나의 가시 체인에서 연장된 L_1 은 반드시 다른 가시 체인과 교차한다. 가시 체인 $ch(s, t)$ 의 변들 중에서 볼록 꼭지점과 오목 꼭지점의 순서로 구성된 변에서 연장된 방향성 직선 L_1, L_2, \dots, L_n 는 다각형의 내부에서 교차할 수 있다($i < n$). 만약 $ch(s, t)$ 에서 연장된 방향성 직선들이 교차한다면 방향성 직선들의 반 평면 집합을 구성하는 체인은 볼록 체인이 되므로 교차 체인 L_{ch} 이라고 하자. 같은 방법으로 가시 체인 $ch^*(s, t)$ 의 꼭지점 s 에서 반 시계 방향으로 검색하여 만나는 변들 중에서 볼록 꼭지점과 오목 꼭지점을 양 끝점으로 하는 첫 번째 변에서 연장된 방향성 직선을 R_1 이라고 하자. 가시 체인 $ch^*(s, t)$ 의 변에서 연장된 방향성 직선 R_1, R_2, \dots, R_j 는 다각형의 내부에서 교차할 수 있으므로($j < n$), 방향성 직선들의 반 평면 집합의 체인은 볼록 체인이며 교차 체인 R_{ch} 이라고 하자. 이 경우, L_{ch} 와 R_{ch} 는 볼록 체인이므로 L_{ch} 와 R_{ch} 의 교차점들은 반드시 볼록 꼭지점들이다. 교차 체인 L_{ch} 가 교차점들을 연결하여 가시 체인 $ch(s, t)$ 의 한 점 p 와 $ch^*(s, t)$ 의 한 점 q 를 끝점으로 하는 체인이라면, L_{ch} 과 $ch(q, p)$ 는 부분 다각형의 경계를 이루고 있으므로 부분 다각형의 내부를 가시 영역 A_L 이라 한다. 그리고 교차 체인 R_{ch} 가 가시 체인 $ch^*(s, t)$ 의 한 점 v 와 가시 체인 $ch(s, t)$ 의 한 점 w 를 끝점으로 하는 체인이라면, R_{ch} 는 다각형의 내부에 가시 영역 A_R 를 형성한다. 항상 약 가시적인 가시 체인 $ch(s, t)$ 과 $ch^*(s, t)$ 으로부터 구성된 가시 영역 A_L 와 A_R 는 다각형의 내부에서 반드시 교차하므로 가시 영역들의 교차형태를 다음과 같이 3가지로 구분할 수 있다.

첫째, A_L 이 A_R 에 완전히 포함될 경우(또는 반대 경우)로써 L_{ch} 가 R_{ch} 보다(R_{ch} 가 L_{ch} 보다) 꼭지점 s 에 더 가까이 위치한다(그림 3(a)). 둘째는 L_{ch} 와 R_{ch} 가 한 점에서 교차할 경우(그림 3(b))이고, 셋째는 두 점 이상에서 교차할 경우이다(그림 3(c)).

경비원은 경로를 따라 이동하며 다각형의 내부를 지속적으로 감시해야 하므로 경비원 경로의 양 끝점인 출발점과 도착점 사이를 왕복할 수 있어야 한다. 약 가시성

다각형의 내부를 순회하는 경비원 경로의 양 끝점의 위치를 결정하는 방법에 따라 경비원 경로가 가지는 링크의 수와 경로의 길이가 달라질 수 있음은 중요한 사실이다. 그림 3의 경우, 약 가시적 다각형 P 의 가시 영역 A_L 과 A_R 이 교차하여 중복되는 영역을 교차 영역 A_c 이라 하고, $Int(P)$ 에 포함되는 A_c 의 경계 $Bd(A_c)$ 를 한계 체인(bounds chain) W_s_ch 라고 한다. 교차 영역 A_c 의 내부는 W_s_ch 의 모든 점에서 약 가시적이므로 경비원 경로는 W_s_ch 의 한 점을 출발점으로 선택할 수 있다. 상대적으로 가시 체인의 또 다른 꼭지점 t 를 중심으로 구성되는 교차 영역 A_c 의 경계 면을 한계 체인 W_t_ch 라고 할 때, A_c 의 내부는 W_t_ch 의 모든 점에서 약 가시적이므로 경비원 경로의 도착점은 W_t_ch 의 한 점이 된다. 가시 영역이 다른 가시 영역에 완전히 포함되는 그림 3(a)의 경우, 경비원 경로는 가시 영역 A_L 과 A_R 의 내부를 모두 감시하기 위하여 A_R 의 경계인 R_ch 까지 진행되어야 한다. 즉, 경비원의 이동 경로와 A_R 에 속한 모든 점들이 서로 약 가시적이 되기 위하여 경비원 경로는 최소한 R_ch 의 한 점까지는 진행해야만 한다. 그러므로 R_ch 가 한계 체인 W_s_ch 가 된다.

교차 체인들이 한 점에서 교차하는 그림 3(b)의 경우, W_s_ch 는 2개의 교차 체인이 교차하는 점 r 을 포함하는 $ch(p_1, r) \cup ch(r, q_1)$ 이 된다. 그리고 교차 체인들이 두 점 이상에서 교차하는 그림 3(c)의 경우, W_s_ch 는 교차점 r_1 과 r_2 를 양 끝점으로 하는 $ch(r_1, r_2)$ 를 포함하는 $ch(p_1, r_1) \cup ch(r_1, r_2) \cup ch(r_2, q_1)$ 이 된다. 약 가시적 다각형에서 경비원 경로가 반드시 방문해야 하는 2개의 한계 체인 중에서 W_s_ch 를 알고리즘 "Find Bound chain"에서 구성한다.

Algorithm Find bound chain

Input: 약 가시적 다각형의 가시체인 $ch(s, t)$, $ch^*(s, t)$ 을 구성하는 꼭지점의 좌표 값 목록

Output: 한계 체인 W_s_ch

단계 1. 초기화

1.1 $ch(s, t)$ 의 변에서 연장된 방향성 직선 집합 $L=\{L_1, L_2, \dots, L_j\}$ 과 $ch^*(s, t)$ 에서의 방향성 직선 집합 $R=\{R_1, R_2, \dots, R_k\}$ 을 구성한다($j, k \leq n/4$). 그리고 집합 L 과 R 을 저장하기 위한 스택 S_L 과 S_R 을 초기화한다.

1.2 꼭지점 s 에서 시작하여 $ch^*(s, t)$ 의 첫 오목 꼭지점에서의 방향성 직선 E_L 을 구성한다. 같은 방법으로 s 에서 $ch(s, t)$ 의 첫 오목 꼭지점에서의 방향성 직선 E_R 을 구성한다.

1.3 $Push(S_L, L_1)$ 이 시작하는 오목 꼭지점의 좌표)

If (L_1 이 E_L 과 교차하지 않음) $Push(S_L, I(L_1, ch^*(s, t)))$; else if (L_1 의 시작점 좌표, $I(L_1, E_L)$)이 $ch^*(s, t)$ 과 교차하지 않음) $Push(S_L, I(L_1, E_L))$; else $Push(S_L, I(L_1, ch^*(s, t)))$;

$ES_L = I(s, S_L[top]); i = 1$;

단계 2. 가시 체인 $ch(s, t)$ 에서 교차 체인 L_ch 의 구성

while (검사되지 않은 방향성 직선이 L 에 존재) {

i 를 1 증가;

if ($I(L_i, ES_L)$ 의 y 좌표 값 < $S_L[top]$ 의 y 좌표 값)

{if (L_i 의 시작점, $I(L_i, ES_L)$ 가 $ch^*(s, t)$ 와 교차하지 않음)

{while ($I(S_L[top], S_L[top-1])$ 이 L_i 와 교차하지 않음)

$S_L[top]$ 삭제;

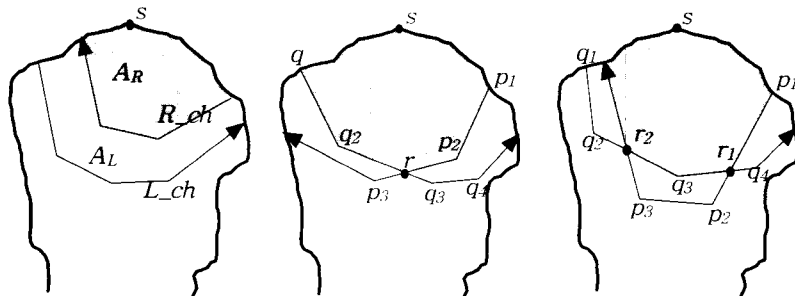
$temp = I(L_i, I(S_L[top], S_L[top-1])); S_L[top]$ 삭제;

$push(S_L, temp); push(S_L, I(L_i, ch^*(s, t)))$;

else if (L_i 가 $ch(S_L[top], s)$ 와 교차) { $temp = I(L_i, I(S_L[top], S_L[top-1])); S_L[top]$ 삭제; $push(S_L, temp)$;

$push(S_L, I(L_i, ch(temp, s)))$;

$ES_L = I(s, S_L[top]);$ }



(a) 완전히 포함 (b) 한 점에서 교차 (c) 두 점 이상에서 교차

그림 3 가시 영역들의 교차 형태

단계 3. 가시 체인 $ch^*(s, t)$ 에서 교차 체인 R_ch 의 구성 : R_ch 를 스택 S_R 에 저장

단계 4. 한계 체인 Ws_ch 의 구성

$Ws_ch=ch_L=ch_R=0$; 스택 S_M 에 L_ch 와 R_ch 의 교차점들을 모두 저장한다;

if (S_M 이 비어있음) $Ws_ch=L_ch$ 과 R_ch 중에서 완전히 포함되는 교차 체인;

else (if (S_M 에 저장된 교차점 p 가 유일하게 존재) ($ch_L=ch(S_L[top], p)$; $ch_R=ch(S_R[top], p)$; $Ws_ch=ch_L \cup ch_R$);

else { $pivot=0$; $S_L=S_L$; $S_M=S_M$; S_R 의 좌표 값들을 S_r 에 역순으로 저장;

if ($S_r[top]$ 이 $ch(s, S_L[top])$ 에 포함) $pivot=S_r[top]$; else $pivot=S_l[top]$;

while($S_m[top]$ 이 $I(S_l[top], S_l[top-1])$ 에 비포함) ($ch_L=ch_L \cup I(S_l[top], S_l[top-1])$; $S_l[top]$ 삭제;)

while($S_m[top]$ 이 $I(S_r[top], S_r[top-1])$ 에 비포함) ($ch_R=ch_R \cup I(S_r[top], S_r[top-1])$; $S_r[top]$ 삭제;)

if ($pivot=S_L[top]$) ($ch_L=ch_L \cup I(S_l[top], S_m[top])$; $Ws_ch=Ws_ch \cup ch_L$; $S_l[top], S_r[top]$ 삭제;

$S_r[top]=S_m[top]$; $pivot=right$; } else ($ch_R=ch_R \cup I(S_r[top], S_m[top])$; $Ws_ch=Ws_ch \cup ch_R$;

$S_l[top], S_r[top]$ 삭제; $S_l[top]=S_m[top]$; $pivot=left$; }

$S_m[top]$ 삭제; while ($S_l \neq \emptyset$ & $S_r \neq \emptyset$ & $S_m \neq \emptyset$)

{ $ch_L=ch_R=0$;

while($S_m[top]$ 이 $I(S_l[top], S_l[top-1])$ 에 비포함) ($ch_L=ch_L \cup I(S_l[top], S_l[top-1])$; $S_l[top]$ 삭제;)

while($I(S_r[top], S_r[top-1])$ 에 $S_m[top]$ 가 비포함) ($ch_R=ch_R \cup I(S_r[top], S_r[top-1])$; $S_r[top]$ 삭제;)

if ($pivot=left$) ($ch_L=ch_L \cup I(S_l[top], S_m[top])$; $Ws_ch=Ws_ch \cup ch_L$; $S_l[top], S_r[top]$ 삭제; $S_r[top]=S_m[top]$;

$pivot=right$; } else($ch_R=ch_R \cup I(S_r[top], S_m[top])$; $Ws_ch=Ws_ch \cup ch_R$; $S_l[top], S_r[top]$ 삭제; $S_l[top]=S_m[top]$;

$pivot=left$; } $S_m[top]$ 삭제; } $ch_L=ch_R=0$;

if ($pivot=right$) {push($S_l, S_r[top]$); while($S_l \neq \emptyset$) ($ch_L=ch_L \cup I(S_l[top], S_l[top-1])$; $Ws_ch= Ws_ch \cup ch_L$;

} else {push($S_r, S_l[top]$); while($S_r \neq \emptyset$) ($ch_R=ch_R \cup I(S_r[top], S_r[top-1])$; $Ws_ch= Ws_ch \cup ch_R$;

END

정리 1 가시 체인 $ch(s, t)$ 과 $ch^*(s, t)$ 로 구성된 약 가시적 다각형이 주어졌을 때, "Find bound chain" 알고리즘은 경비원 경로가 반드시 방문해야하는 한계체인 Ws_ch 과 Wt_ch 을 $O(n^2)$ 시간 내에 구성할 수 있다.

증명 알고리즘의 단계 1에서, n 개의 꼭지점으로 구성된 약 가시적 다각형의 가시 체인 $ch(s, t)$ 의 오목 꼭지점에서 연장된 방향성 직선 L_i 는 다각형의 내부를 지나서 $ch^*(s, t)$ 과 반드시 교차한다. 이때 오목 꼭지점은 최소한 2개의 변에 의해 형성되므로 최대 $n/4$ 개의 방향성 직선들을 $O(n)$ 시간에 찾아낼 수 있다. 또한 $ch^*(s, t)$ 의 오목 꼭지점에서 연장된 방향성 직선 R_i 도 최대 $n/4$ 개 존재할 수 있으며 $O(n)$ 시간에 찾아낼 수 있다. 단계 1.3에서 교차점 $I(L_1, ch^*(s, t))$ 또는 $I(I(L_1$ 의 시작점, $I(L_1, E_L))$, $ch^*(s, t))$ 는 꼭지점 s 에서 반 시계방향으로 $O(n)$ 개의 변과 비교함으로써 찾아낼 수 있으며, 그 교차점의 좌표 값을 L_ch 을 구성하는 교차점의 정보를 저장하기 위한 스택 S_L 에 저장한다(그림 4). 단계 2에서는 L_ch 의 구성에 포함될 수 있는 $L_i(2 \leq i < n/4)$ 들을 모두 검사하는 과정을 포함하고 있다. 만약 교차점 $I(L_i, ES_L)$ 의 y 좌표 값이 스택 S_L 에 저장된 교차점의 y 좌표 값보다 크다면 L_i 는 S_L 에 저장된 교차점들이 이루는 선분들과 교차하지 않으므로 L_ch 의 구성에서 제외할 수 있다 ($2 \leq i, ES_L=l(s, v_1)$).

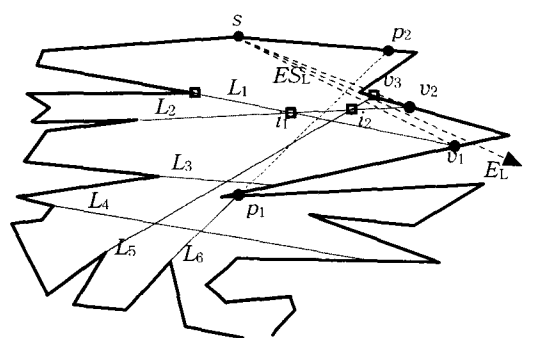


그림 4 교차체인 L_ch 의 구성

그러나 그림 4에서 교차점 $I(L_2, ES_L)$ 의 y 좌표 값이 S_L 에 저장된 교차점 v_1 의 y 좌표 값보다 작다면 L_2 는 ES_L 과 교차하기 이전에 S_L 의 교차점 쌍들이 구성하고 있는 L_ch 의 한 선분과 먼저 교차한다. 그러므로 이때의 교차점 i_1 을 L_ch 의 구성에 반영하기 위하여 S_L 에 저장하고 ES_L 을 $l(s, v_2)$ 로 수정한다. 만약 L_1 가 ES_L 과 교차하기 전에 $ch(t, S_L[top])$ 과 먼저 교차한다면 L_ch 의 구성에서 제외되므로 L_i 와 $ch(t, S_L[top])$ 의 교차를 검사하

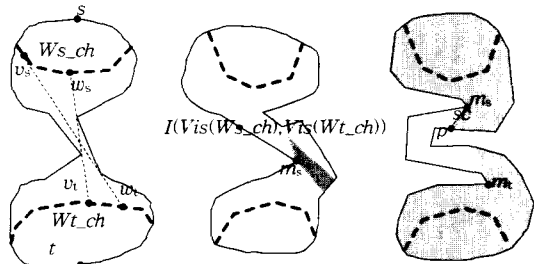
는데 $O(n)$ 의 비교가 필요하다. 만약 L_i 가 $ch(t, S_L[top])$ 과 교차하지 않고 ES_L 보다 $ch(S_L[top], s)$ 와 먼저 교차한다면, 부분적으로 구성되어 있는 L_{ch} 와 L_i 의 교차점과 $ch(S_L[top], s)$ 와 L_i 의 교차점을 S_L 에 저장되어있는 좌표 값들과 교체한다. 그러므로 L_{ch} 를 구성하는 과정은 $O(n)$ 개의 교차점들을 모두 비교하는 과정을 포함하고 있다. 예를 들면, 그림 4의 L_5 가 $ch(t, S_L[top])$ 과 교차하지 않고 ES_L 보다 $ch(s, S_L[top])$ 와 먼저 교차하므로 S_L 에 저장되어있는 v_2 를 제거하는 대신에 교차점 i_2 와 v_3 을 저장함으로써 L_{ch} 의 구성을 진행한다. 이와 같이 ES_L 과의 교차점의 y 좌표 값이 스택 S_L 에 저장된 교차점의 y 좌표 값보다 작은 L_i 의 개수를 m 이라고 할 때 m 은 당연히 $n/4$ 보다 작으므로 단계 2에서 $ch(s, t)$ 의 오목 꼭지점에서 시작하는 L_{ch} 을 구성하기 위하여 필요한 시간은 $O(mn)$ 시간이면 충분하다. 단계 3에서는 단계 2와 같은 방법으로 $O(mn)$ 시간 내에 $ch^*(s, t)$ 의 오목 꼭지점에서 시작하는 R_{ch} 을 구성할 수 있다. 단계 4에서는 교차 체인 L_{ch} 과 R_{ch} 를 구성하고 있는 교차점의 수를 각각 m_L, m_R 이라 가정하면, L_{ch} 과 R_{ch} 의 교차 여부를 검사하여 하나의 교차 체인이 다른 교차 체인을 완전히 포함하고 있는 경우와 두 체인이 한 점에서 교차할 경우의 한계 체인 W_{s_ch} 을 구성하는 과정은 $O(m_L+m_R)$ 시간이 필요하다. 즉, 각 교차 체인의 교차점 개수인 m_L 과 m_R 이 다각형의 꼭지점 개수인 n 을 절대로 넘지 않으므로 $O(n)$ 시간이다. 그리고 두 점 이상에서 교차할 경우 교차점들을 모두 검색해야 하므로 한계 체인 W_{s_ch} 를 구성하는 데에는 $O(m_L m_R)$ 시간이 필요하다. 전체적으로 알고리즘 "Find bound chain"은 약 가시적 다각형의 내부를 감시할 수 있는 경비원 경로가 최소한 방문해야 할 최소한의 영역을 의미하는 체인 W_{s_ch} 을 $O(n^2)$ 시간 내에 구성할 수 있다. □

알고리즘 "Find bound chain"에서 방향성 직선들의 교차점들을 연결한 교차 체인 L_{ch} 와 R_{ch} 는 블록 체인이며 이 체인들의 교차를 비교, 검색하여 교차점들을 재구성하여 구성하는 한계 체인 W_{s_ch} 또한 블록 체인이다. 그리고 같은 방법으로 한계 체인 W_{t_ch} 를 $O(n^2)$ 시간 내에 구성할 수 있으며 W_{t_ch} 도 블록 체인의 특성을 가진다.

3. 최소링크를 가진 최단 경비원 경로

다각형 내부에서 경비원의 가시성을 방해하는 요소는 내부로 돌출한 오목 꼭지점들이다. 약 가시적 다각형 P 에서 W_{s_ch} 의 가시성 다각형 $Vis(W_{s_ch})$ 와 W_{t_ch} , 또는 W_{t_ch} 의 가시성 다각형 $Vis(W_{t_ch})$ 와 W_{s_ch} 가 한

점 이상에서 교차한다면 W_{s_ch} 와 W_{t_ch} 는 서로 약 가시적이다. 이 경우 W_{s_ch} 의 한 점과 W_{t_ch} 의 한 점을 연결하는 선분 l 이 반드시 존재하며 다각형의 내부가 l 에 가시적이므로 P 는 선분 가시 다각형이다. 즉, $Vis(W_{t_ch})$ 에 포함된 W_{s_ch} 의 부분 체인 ch_s 를 가정할 때 ch_s 의 양 끝점을 v_s 와 w_s , 그리고 $Vis(W_{s_ch})$ 에 포함된 W_{t_ch} 의 부분 체인 ch_t 의 양 끝점을 v_t 와 w_t 라 할 때 v_s 와 w_t , v_t 와 w_s 는 서로 강 가시적이므로 링크의 개수가 1인 경비원 경로는 반드시 존재한다(그림 5(a)).



(a) 선분 가시적 (b) 기준점 1개 (c) 기준점 2개
그림 5 약 가시성 다각형의 기준점

만약 W_{s_ch} 와 W_{t_ch} 가 서로 비가시적이라면 $Vis(W_{s_ch})$ 의 경계선을 구성하고 있는 2개의 체인 $ch(s, p)$ 과 $ch(p, s)$ 가 존재한다. 기준점 m_s 는 W_{s_ch} 와 W_{t_ch} 의 사이를 왕복해야 하는 경비원 경로가 반드시 경유해야 하는 꼭지점으로 W_{s_ch} 와 W_{t_ch} 사이의 가시성을 방해하는 오목 꼭지점들 중의 하나이다(그림 5(b)). 그림 5(c)에서 점 p 는 s 에서 시계방향으로 $ch(s, t)$ 의 점들을 검색할 때 만날 수 있는 $Vis(W_{s_ch})$ 의 꼭지점들 중에서 마지막 순서의 꼭지점으로써 변의 한 점이거나 블록 꼭지점 또는 오목 꼭지점 중의 하나이다. 만약 p 가 변의 한 점이거나 블록 꼭지점이라면 $ch^*(s, p)$ 의 꼭지점들 중에서 마지막 순서의 오목 꼭지점이 존재하며 이 꼭지점은 약 가시적 다각형 P 에서 $Vis(W_{s_ch})$ 를 제외한 나머지 다각형 P' 과 접하는 유일한 오목 꼭지점으로 기준점 m_s 가 된다. 만약 p 가 오목 꼭지점일 경우에는 p 가 기준점이 된다. 현 sc 는 $Vis(W_{s_ch})$ 의 경계를 구성하고 있는 선분들 중에서 $ch(s, t)$ 과 $ch^*(s, t)$ 를 연결하는 유일한 선분으로 W_{t_ch} 와 W_{s_ch} 사이를 진행하는 경비원 경로가 반드시 경유해야 하는 기준점 m_s 를 포함하고 있다. 같은 개념으로 $Vis(W_{t_ch})$ 의 가시성을 이용하여 W_{t_ch} 에서 W_{s_ch} 로 경로가 진행하기 위하여 반드시 경유해야 하는 기준점 m_t 를 구할 수 있다. 그러므로 W_{s_ch} 와 W_{t_ch} 가 서로 비가시적이며 $Vis(W_{s_ch})$

와 $Vis(Wt_ch)$ 가 부분적으로 교차하는 다각형은 하나 또는 두개의 기준점을 가지며, $Vis(Ws_ch)$ 와 $Vis(Wt_ch)$ 가 전혀 교차하지 않는 다각형은 반드시 두개의 기준점을 가진다.

경비원 경로를 따라 이동하며 내부를 감시하는 경비원은 $Vis(Ws_ch)$ 와 $Vis(Wt_ch)$ 는 물론이고, 두 영역 사이의 모든 부분을 경로 상에서 감시할 수 있어야 한다. Ws_ch 와 Wt_ch 는 하나 이상의 기준점에 의해 가시성이 제한되므로 적어도 2 이상의 링크를 가진 경비원 경로가 하나 이상 존재할 수 있다. $Vis(Ws_ch)$ 를 구성하는 변 중에서 양 끝점이 서로 다른 체인에 속하는 현을 sc_i 이라고 할 때 약 가시적 다각형 P 에서 $Vis(Ws_ch)$ 를 제외한 부분 다각형 P_s 에서 구성한 $Vis(sc_i)$ 의 현을 sc_2 라고 한다. 연속적으로 Wt_ch 가 가시적일 때까지 구성한 $Vis(sc_i)$ 의 현을 sc_1 이라고 한다($1 \leq i < n/2$). 그리고 $Vis(Wt_ch)$ 를 구성하는 변 중에서 양 끝점이 서로 다른 체인에 속하는 현을 tc_j 이라 한다. P 에서 $Vis(Wt_ch)$ 를 제외한 부분 다각형 P_t 에서 Ws_ch 가 가시적일 때까지 구성한 $Vis(tc_j)$ 의 현을 tc_1 라고 한다($1 \leq j < n/2$). 이때 sc_1 은 Wt_ch 와 가시적인 $Vis(sc_i)$ 의 변이고, tc_1 은 Ws_ch 와 가시적인 $Vis(tc_j)$ 의 변이므로 sc_1 은 tc_1 과 반드시 한 점에서 교차하고, tc_1 은 sc_1 과 반드시 한 점에서 교차한다. 그러므로 P 에서 현의 집합 $\{sc_1, sc_2, \dots, sc_n\}$ 와 $\{tc_1, tc_2, \dots, tc_n\}$ 들은 현의 개수가 같으며($i=j$), 교차하는 현의 쌍 (sc_i, tc_j) , (sc_2, tc_{j-1}) , \dots , (sc_i, tc_i) 들은 $Bd(P)$ 과 함께 교차 영역 집합 $\{A_1, A_2, \dots, A_i\}$ 을 형성하고 교차 영역의 개수는 현의 개수와 같다. 이때 색인(index)의 차이가 1이하인 교차 영역들은 항상 서로 가시적이므로 $Vis(Ws_ch)$ 와 $Vis(Wt_ch)$ 를 제외한 교차 영역들을 i 개의 꼭지점으로 표현하면 연결된 그래프로 표현될 수 있다. 약 가시적 다각형 P 는 $Vis(Ws_ch)$ 와 $Vis(Wt_ch)$ 를 근 노드와 단말 노드로 하고 교차 영역들을 중간 노드로 표현한 가시성 그래프 $G(P)$ 로 변환될 수 있다. 이때 트리의 특성을 가진 $G(P)$ 는 최소 횟수의 비교만으로 그래프의 구성 요소들을 모두 탐색할 수 있으므로 경비원 경로는 반드시 최소 링크를 유지할 수 있다[19]

P 에서 구성될 최소 링크를 가진 경비원 경로는 하나 이상 존재할 수 있으므로, 그 중에서 경로의 전체 길이가 최소인 경비원 경로를 구할 필요가 있다. 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로를 구하기 위하여 $G(P)$ 를 구성하고 $G(P)$ 의 각 노드 사이의 길이가 최소가 되는 경로를 구성함으로써 최소 링크를 가지는 최단 경비원 경로를 구성하는 과정을 제시한다. 교차 영역 A_h 를 형성하

는 sc_h 와 tc_h 의 교차점 $I(sc_h, tc_h)$ 는 반드시 P 내부의 한 점이다($h \leq i$). 만약 교차 영역 A_h 에서 교차 영역 A_{h+2} 로 진행하는 링크가 2인 경비원 경로들이 있다면 그 중에서 교차 영역 A_{h+1} 의 교차점 $I(tc_h, tc_{h+1})$ 를 지나는 경로가 최소 길이를 가질 수 있다(그림 6).

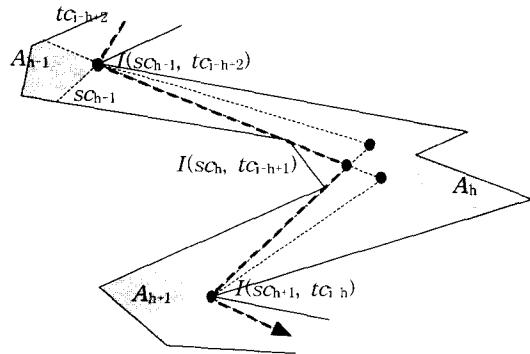


그림 6 교차 영역간의 최소 링크를 가진 최단 경로

정리 2 하나 이상의 교차 영역을 가진 약 가시적 다각형에서 임의의 교차 영역 A_{h-1} 에서 A_h 를 경유하여 A_{h+1} 까지 진행하는 링크가 2인 경비원 경로들 중에서 교차점 $I(sc_{h-1}, tc_{h-2})$ 에서 $I(sc_h, tc_{h-1})$ 를 경유하여 $I(sc_{h+1}, tc_h)$ 까지 진행하는 경로가 최단 경비원 경로이다[23].

약 가시적 다각형의 Ws_ch 에서 출발하여 교차 영역 A_1 까지 링크가 1인 경비원 경로는 하나 이상 존재할 수 있으나 A_1 에 m_s 가 포함되어 있는지의 여부에 따라 $Vis(Ws_ch)$ 에서의 최단 경비원 경로를 구하는 과정을 구분하여 제시한다. 만약 A_1 에 m_s 가 포함되어 있다면 $I(sc_1, tc_1)$ 와 m_s 는 같으므로 A_2 의 교차점 $I(sc_2, tc_1)$ 에서 진행된 경비원 경로는 정리 2에 의하여 반드시 m_s 를 경유해야만 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로가 될 수 있다. Ws_ch 에서 가장 가까운 현 sc_1 의 한 점인 m_s 에서 가시적인 Ws_ch 의 가장 왼쪽 점을 v_L 라고 하고 가장 오른쪽 점을 v_R 라고 하면 양 끝점 v_L, v_R 를 가진 Ws_ch 의 부분 체인 $ch(v_L, v_R)$ 은 하나 이상의 선분들로 구성되어 있다. m_s 가 A_1 에 포함되어 있을 때, m_s 에서 Ws_ch 까지의 링크가 1인 경비원 경로는 m_s 에서 시작하여 $ch(v_L, v_R)$ 의 한 점 z 에서 직교하는 선분 l_i 존재할 경우와 그러한 선분 s 가 존재하지 않을 경우로 구분할 수 있다(그림 7).

만약 A_1 에 m_s 가 포함되어 있지 않다면 $I(sc_1, tc_1)$ 와 m_s 는 서로 다른 점이므로 Ws_ch 에서 sc_1 까지의 경로

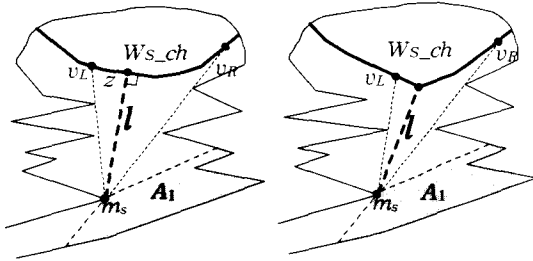


그림 7 m_s 를 경유한 경로가 W_s_{ch} 에 직교하는 경우와 직교하지 않는 경우

중에서 링크가 1이면서 최소 길이를 가진 경비원 경로를 찾아야 한다. $L(v_L, m_s)$ 과 t_{α} 는 교차 영역 A_1 의 $I(sc_1, t_{\alpha})$ 에서 교차되고 $Bd(P)$ 와 t_{α} 의 교차점을 w 라고 하자. 만약 m_s 가 속한 체인이 $ch(s, t)$ 라면 m_s 에서 W_s_{ch} 의 점 v_R 까지 $ch(s, t)$ 의 오목 꼭지점들의 convex hull CH_R 을 구하고, w 에서 W_s_{ch} 상의 점 v_L 까지 $ch(t, s)$ 의 오목 꼭지점들의 convex hull CH_L 을 구할 수 있다. 이때 m_s 가 속한 CH_R 의 오목 꼭지점의 순서를 $\{m_s, m_2, \dots, m_i, \dots, m_j\}$ 라고 하고($m_s=m_1, i < j, m_j=k$), $L(m_i, m_{i-1})$ 과 W_s_{ch} 의 교차점을 p_i , $L'(m_{i-1}, m_i)$ 과 t_{α} 의 교차점을 i_i 라고 하자 ($v_L=p_1, I(sc_1, t_{\alpha})=i_1$). CH_L 과 교차하는 $L(p_1, i_1)$ 은 링크가 1인 최단 경비원 경로가 될 수 없으므로 CH_L 상의 꼭지점들 중에서 x좌표 값이 가장 큰 꼭지점에서 하위 현의 점 c 로 수직 선분을 내렸을 때, 링크가 1인 최단 경로의 후보가 될 수 있는 선분 $l(p_1, i_1)$ 의 끝점인 i_1 는 반드시 점 c 의 x좌표 값보다 작지 않아야 한다. 만약 CH_R 상의 꼭지점들 중에서 x좌표 값이 가장 큰 꼭지점 m_i 에서 출발하여 W_s_{ch} 의 부분 체인 $ch(p_i, p_{i-1})$ 상의 점 r 에서 수직 교차하는 선분이 존재한다면 $L(r, m_i)$ 과 하위 현의 교차점을 r' 라고 한다. 만약 그러한 선분이 존재하지 않는다면 $ch(p_i, p_{i-1})$ 를 구성하고 있는 선분들의 끝점들 중에서 m_i 에서 가장 가까

운 점을 r 로 선택한다. 하위 현의 점 r_c 에서 수직 교차하는 선분과 CH_R 가 만나는 오목 꼭지점 m_i 를 가정할 때, r_c 의 x좌표 값이 하위 현의 점 c 의 x좌표 값보다 작다면 $l(m_i, r_c)$ 은 CH_L 과 교차하므로 $L(r_c, m_i)$ 과 교차하는 W_s_{ch} 의 r_c' 와 하위 현의 r_c 를 연결한 $l(r_c, r_c')$ 는 링크가 1인 최단 경로의 후보가 될 수 없다(그림 8).

현 t_{α} 에서 W_s_{ch} 까지의 링크가 1이며 길이가 최소인 경비원 경로의 후보 집합 $\{l(i_1, p_1), l(i_1, i_2) \cup l(i_2, p_2), \dots, l(i_1, i_j) \cup l(i_j, p_j)\}$ 중에서 CH_L 과 교차하지 않는 최단 경로의 후보인 $cand_1$ 을 결정한다. 이 때 후보 집합에 속한 선분들의 개수가 기준점이 포함된 체인의 오목 꼭지점의 개수보다 적으므로 후보 집합의 크기는 $O(n)$ 이다. 그리고 x좌표 값이 가장 작은 CH_R 의 꼭지점 m_{i-1} 을 가정하면, W_s_{ch} 를 구성하는 꼭지점들 중에서 m_{i-1} 에 가장 가까운 W_s_{ch} 의 구간 $[p_i, p_j]$ 의 한 점 q 를 연결한 선분 $l(q, m_{i-1})$ 을 연장한 $L(q, m_{i-1})$ 과 현 t_{α} 의 교차점 $I(L(q, m_{i-1}), t_{\alpha})$ 를 구하면 $l(i_1, I(L(q, m_{i-1}), t_{\alpha})) \cup l(I(L(q, m_{i-1}), t_{\alpha}), q)$ 은 최단 경로 후보인 $cand_2$ 가 된다. 그리고 $l(r, r')$ 과 $l(r_c, r_c')$ 이 CH_L 과 교차하지 않는다면 $l(i_1, r) \cup l(r, r'), l(i_1, r_c) \cup l(r_c, r_c'), cand_1$, 그리고 $cand_2$ 중에서 최단 경로가 존재하며 이는 t_{α} 에서 W_s_{ch} 까지 링크가 1인 최단 경비원 경로 R_s 가 된다.

알고리즘 “경비원 경로 찾기”에서 W_s_{ch} 에서 $I(sc_1, t_{\alpha})$ 까지의 링크가 1인 최단 경비원 경로 R_s 와 W_t_{ch} 에서 $I(sc_2, t_{\alpha})$ 까지의 링크가 1인 최단 경비원 경로 R_t 를 구한다. 그리고 기준점 m 에서 각 교차 영역의 교차점을 지나 m_i 까지 이르는 최소 링크를 가진 최단 경비원 R_m 을 구하여 3개의 경비원 경로를 연결함으로써 최종적으로 약 가시적 다각형에서의 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로를 구하는 과정을 제시한다.

알고리즘 : 경비원 경로 찾기

입력 : n 개의 꼭지점을 가진 약 가시적 다각형의 기준점 m 에서 가시적인 W_s_{ch} 의 부분체인 $ch(v_x, v_y)$, 기준점 m 에서 가시적인 W_t_{ch} 의 부분 체인 $ch(u_0, v_0)$.

출력 : 약 가시적 다각형의 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로 SMR .

/* m 에서 가시적인 W_s_{ch} 의 부분 체인 $ch(v_x, v_y)$ 는 선분 $l(v_x, q_2), l(q_2, q_3), \dots, l(q_{i-1}, v_y)$ 으로 구성되고 ($v_x=q_1, v_y=q_i, i < n$), m 에서 가시적인 W_t_{ch} 의 부분 체인 $ch(u_0, v_0)$ 는 선분 $l(u_0, r_2), l(r_2, r_3), \dots, l(r_{j-1}, v_0)$ 으로 구성된다($v_0=r_1, v_0=r_j, j < n$). */

단계 1 : $Vis(W_s_{ch})$ 와 $Vis(W_t_{ch})$ 를 제외한 교차 영역들 사이의 R_m 을 구하고, CH_R 과 CH_L 을 구성한다.

단계 2 : $Vis(W_s_{ch})$ 에서 R_s 를 구성한다.

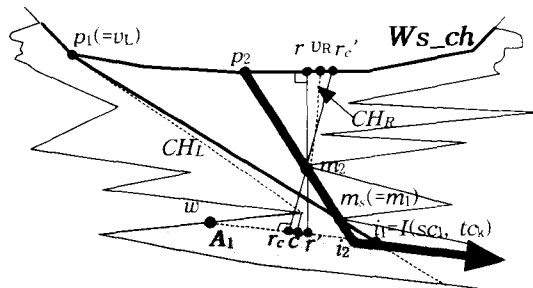


그림 8. 교차 영역 A_1 에 m_s 가 포함되지 않을 때

2.1 교차 영역 A_1 에 m_s 가 포함될 때
 if (m_s 에서 시작하여 W_{s_ch} 의 한 점 z 에서 직교하는 선분 l 이 존재) $R_s = l(m_s, z)$

else $R_s = l(m_s, q_1)$

2.2 교차 영역 A_1 에 상위 기준점 m_s 가 포함되지 않을 때

(1) $cand_1, cand_2, l(i_1, r) \cup l(r, r'), l(i_1, r_c) \cup l(r_c, r_c')$ 를 구한다.

(2) $R_s = \min\{cand_1, cand_2, l(p_1, r) \cup l(r, r'), l(p_1, r_c) \cup l(r_c, r_c')\}$

단계 3 : 단계 2와 같은 방법으로 $Vis(W_{t_ch})$ 에서 R_t 를 구한다.

단계 4 : $SMR = R_s \cup R_m \cup R_t$

정리 3 "경비원 경로 찾기" 알고리즘은 n 개의 꼭지점으로 구성된 약 가시적 다각형의 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로를 $O(n)$ 시간에 구성할 수 있다[23].

정리 4 "경비원 경로 찾기" 알고리즘에서 구성한 경비원 경로는 약 가시적 다각형의 내부를 경로 상에서 모두 감시할 수 있는 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로이다[23].

4. 결론

경비원 경로 문제는 경로의 길이를 최소화시키는 문제에 대한 연구가 주로 이루어져 왔다. 본 논문에서는 약 가시적 다각형의 내부를 감시하는 경비원의 이동 경로로 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로를 구하는 $O(n^2)$ 시간의 알고리즘을 제시하였다. 2개의 가시 체인으로 구성된 약 가시적 다각형에서 경비원의 출발 위치를 포함하는 한계 체인 W_{s_ch} 와 W_{t_ch} 를 $O(en)$ 시간 내에 구성하고, 한계 체인들의 가시성 다각형을 이용하여 기준점 m_s 와 m_t 그리고 가시 현 sc 와 tc 를 결정한다. 이때 e 는 한계 체인을 구성할 때 가시 체인 $ch(s, t)$ 또는 $ch^*(s, t)$ 와 교차하는지를 검사해야 하는 방향성 선분의 개수로써 최대 $n/4$ 를 넘지 않는다. 그리고 가시 현의 집합 SC 와 TC 를 구하여 각 집합에 속하는 가시 현 쌍이 교차하여 생성되는 교차영역의 집합 IA 를 이용하여 약 가시성 다각형을 부분 다각형들로 분할함으로써 W_{s_ch} 를 근 노드, W_{t_ch} 를 단말 노드로 하며 각 교차영역들을 내부 노드로 가지는 가시성 그래프 $G(P)$ 를 구성하였다. 최소 링크를 가진 경비원 경로는 반드시 교차 영역 내에서 진행 방향을 전환하며 최소 링크를 유지하는 최단 경비원 경로는 교차 영역을 구성하고 있는 교차점들을 경유해야만 한다. 그러므로 현 sc_1 에서 현 tc_1 까지의 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로 R_m 을 먼저 구하고, W_{s_ch} 에서

sc_1 까지의 링크가 1인 최단 경로 R_s 와 W_{t_ch} 에서 tc_1 까지의 링크가 1인 최단 경로 R_t 를 각각 구성하여 R_m 에 연결함으로써 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로를 $O(n)$ 시간에 구성하였다.

경로를 따라 이동하며 주어진 공간의 내부를 감시하는 이동 감시 시스템이 무인 감시 시스템일 경우에는 최단 경비원 경로보다는 최소 링크를 가진 경비원 경로를 활용하는 것이 훨씬 더 효율적일 수 있다. 그러나 최소 링크를 가진 경비원 경로는 진행 방향의 변환 수를 최소화 하였으나, 경로의 길이에 대하여 전혀 고려되지 않으므로 최소 링크를 가진 최단 경비원 경로가 무인 이동 감시 시스템의 전략적 수행 비용을 더욱 절감시킬 수 있다. 그리고 제한된 지역 내에서의 마이크로파 네트워크를 구축할 경우, 리피터의 위치와 개수 등을 최소로 구성함으로써 결과적으로 송·수신측 사이의 라우팅 거리를 최소로 할 수 있는 최소 링크를 가진 최단 연결 경로를 구성할 수 있을 것이다.

약 가시적 다각형의 최단 경비원 경로 문제나 단순 다각형의 최소링크를 가지는 경비원 경로 문제 등을 향후 연구 과제로 고려할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] A. Aggarwal, *The art gallery theorem : its variations, applications, and algorithmic aspects*, Ph.D. thesis, Johns Hopkins Univ., 1984.
- [2] Y. J. Chiang and R. Tammasia, "Optimum shortest path and minimum link path queries between two convex polygons inside a simple polygonal obstacle," *Info. Proc. Lett.*, vol. 28, pp. 39-44, 1994.
- [3] W. P. Chin and S. Ntafos, "Optimum watchman route," *Info. Proc. Lett.*, vol. 28, pp. 39-44, 1988.
- [4] W. P. Chin and S. Ntafos, "Shortest watchman routes in simple polygons," *Discrete Comput. Geometry*, Vol. 6, pp. 9-31, 1991.
- [5] V. Chvátal, "A combinatorial theorem in plane geometry," *J. Combin. Theory ser. B*, Vol. 18, pp. 39-41, 1975.
- [6] J. I. Doh and K. Y. Chwa, "An algorithm for determining internal line visibility of a simple polygon," Report no. CS-TR-88-33, Korea Advanced Institute of Science and Technology, 1988.
- [7] L. J. Guibas and J. Hershberger, "Optimal shortest path queries in a simple polygon," *Proc. 3rd ACM Symposium on Computational Geometry*, Waterloo, pp. 50-63, 1987.

[8] H. Edelsbrunner, J. O'Rourke, and E. Welzl, "Stationing guards in rectilinear art galleries," *Comput. vision, Graphics, and Image Process.* Vol. 28, pp. 167-176, 1984.

[9] P. J. Heffernan, "An optimal algorithm for the two guard problem," *Proc. 9th ACM Symp. on Computational Geometry*, pp. 348-358, 1993.

[10] C. Icking and R. Klein, "The two guards problem," *Proc. 7th ACM Symp. on Computational Geometry*, pp. 166-175, 1991.

[11] J. Kahn, M. Klawe, and D. Kleitman, "Traditional galleries require fewer watchman," *SIAM J. Alg. Disc. Meth.*, Vol. 4, pp. 194-206, 1983.

[12] S. H. Kim, *Visibility algorithms under distance constraint*, Ph.D. dissertation, Korea Advanced Institute of Science and Technology, 1994.

[13] S. H. Lee and K. Y. Chwa, "Some chain visibility problems in a simple polygon," *Algorithmica*, Vol. 5, pp. 485-507, 1990.

[14] J. O'Rourke, "An alternative proof of the rectilinear art gallery theorem," *J. of Geometry*, Vol. 21, pp. 118-130, 1983.

[15] W. Lenhart, R. Pollack, J. R. Sack, R. Seidel, M. Sharir, S. Suri, G. Toussaint, S. Whitesides, and C. Yap, "Computing the link center of a simple polygon," *Discrete Comput. Geom.*, Vol. 3, pp. 281-293, 1988.

[16] B. J. Nilsson, *Guarding Art Galleries - Methods for Mobile Guards*, Ph. D. thesis, Lund Univ., 1995.

[17] J. O'Rourke, *Art Gallery Theorems and Algorithms*, Oxford University Press, NewYork, 1987.

[18] S. Y. Shin, "Visibility in the plane and its related problems," Ph.D. dissertation, Michigan Univ., 1986.

[19] S. Suri, "On some link distance problems in a simple polygon," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 6, pp. 108-113, 1990.

[20] X. H. Tan, T. Hirata, "Constructing shortest watchman routes by divide and conquer," *Proc. 4th Intern. Symp. on Algorithms and Computation*, pp. 68-77, Springer Verlag, 1993.

[21] 류상률, 서대화, 김승호, "단조 다각형에서 최단 경비원 경로를 구하는 알고리즘", *정보과학회 논문지* 제23권 제3호, pp. 244-258, 1996.

[22] 류상률, 김승호, "단조 다각형에서 최소링크를 가진 경비원 경로를 구하는 최적 알고리즘", *정보과학회 논문지* 제24권 제2호, pp. 122-130, 1997.

[23] 류상률, "단조 다각형에서 최단 경비원 경로를 구하는 최적 알고리즘", *경북대학교 박사학위 논문*, 1998.

[24] 유관희, 좌경룡, 신성용, "단순 직교 다각형에서 직교

거리 문제에 관한 선형 시간 알고리즘", *정보 과학회 논문지* 제 23권 제 6호, pp. 573-579, 1996.

[25] 이상호, 문지영, "두 동적 감시자의 감시 체인에 관한 문제", *정보 과학회 논문지* 제20권 제9호, pp. 1252-1262, 1993.



류 상 른

1988년 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1990년 경북대학교 대학원 컴퓨터공학과 졸업(공학석사). 1997년 경북대학교 대학원 컴퓨터공학과 졸업(공학박사). 1998년 ~ 현재 청운대학교 컴퓨터학과 조교수. 관심분야는 알고리즘 및 계산

이론, 멀티미디어 등