

기계적 체결부 균열의 피로균열성장에 관한 연구

A Study on the Fatigue Crack Growth of Cracks in Mechanical Joints

허성필*, 양원호**, 정기현***
Sungpil Heo, Wonho Yang, Kihyun Chung

ABSTRACT

It has been reported that cracks in mechanical joints is generally under mixed-mode and there is critical inclined angle at which mode I stress intensity factor becomes maximum. The crack propagates in arbitrary direction and thus the prediction of crack growth path is needed to provide against crack propagation or examine safety. In order to evaluate the fatigue life of cracks in mechanical joints, horizontal crack normal to the applied load and located on minimum cross section is major concern but critical inclined crack must also be considered. In this paper mixed-mode fatigue crack growth test is performed for horizontal crack and critical inclined crack in mechanical joints. Fatigue crack growth path is predicted by maximum tangential stress criterion using stress intensity factor obtained from weight function method, and fatigue crack growth rates of horizontal and inclined crack are compared.

주요기술용어 : Fatigue crack growth(피로균열성장), Mechanical joint(기계적 체결부), Stress intensity factor(응력확대계수), Mixed-mode(혼합모드), Crack growth path(균열성장경로)

1. 서론

항공기 동체 및 자동차 부품을 비롯한 많은 기계 구조물에서 구성 요소의 결합을 위하여 볼트 체결 및 리벳 체결이 많이 이용된다. 이러한 기계적 체결은 체결 강도나 해체 등의 측면에서 우수한 접합 방법이지만, 구멍에서의 응력집중과 볼트부에 의한 접촉압력에 의해 구조물에서의 취약부위에 해당하게 된다. 따라서 이러한 기계적 체결부(mechanical joint)에 대하여 강도 평가뿐

아니라 균열 발생을 고려한 파괴역학적 설계 및 안전성 평가가 정확하게 이루어져야 한다. 또한 반복하중의 작용에 대해서는 피로균열성장 특성의 파악 및 이를 기준한 설계 개념이 요구된다.

기계적 체결부 균열에 대한 파괴역학적 평가에 관하여 Cartwright와 Parker¹⁾는 볼트부의 접촉압력을 균일 분포 및 cosine 분포로 가정하여 대칭균열에 대한 응력확대계수(stress intensity factor)를 해석하였다. Ju²⁾는 유한요소해석을 통해 체결부 균열의 혼합모드 응력확대계수를 해석하고, 수평균열과 경사균열을 비교하여 모드 I 응력확대계수가 최대가 되는 임계 경사각(critical inclined angle)이 존재함을 제시하였다. 저자 등³⁾

* 회원, 성균관대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 성균관대학교 기계공학부

*** 회원, 성균관대학교 대학원 기계설계학과

은 가중합수법에 의해 경사각에 따른 응력확대 계수의 연속적 변화를 해석하여 이로부터 임계 경사각을 결정할 바 있다.

이러한 연구들로부터 기계적 체결부에서는 임계 경사각에 해당하는 경사균열(임계 경사균열)의 모드 I 응력확대계수가 수평균열에서보다 크며, 작용하중에 수직인 수평균열을 포함하여 일반적인 혼합모드 문제가 됨을 알 수 있다. 따라서 체결부 균열은 작용하중에 대하여 임의 방향으로 전파하게 될 것이므로 균열성장의 억제 및 안전성 검토를 위하여 이러한 균열의 성장 경로를 예측할 필요가 있다. 또한 체결부 균열에 대한 피로수명 평가에서는 일반적으로 작용하중에 수직이며 최소 단면부에 위치한 수평균열이 주요한 고려 대상이 되겠으나, 임계 경사균열도 위험도 측면에서 신중하게 고려되어야 할 것이다.

혼합모드하의 피로균열성장에 관해서는 규정된 시험법은 없으나 모드 I에 대한 ASTM 시험법⁴⁾과 기존의 연구들⁵⁾을 바탕으로 시험을 수행하여 그 특성을 조사하여 왔다. Qian과 Fatemi⁶⁾는 네점 굽힘시험에 대한 혼합모드하의 피로균열성장 시험을 수행하여, 균열성장 경로를 예측하였고 피로균열성장 속도와 유효 응력확대계수와와의 관계를 설정하였다. 이억섭 등⁷⁾은 중앙균열시험에 대하여 혼합모드하의 피로균열전파 방향 및 피로수명을 예측하였다.

본 연구에서는 기계적 체결부에 존재하는 수평균열과 임계 경사균열에 대하여 혼합모드 피로균열성장 시험을 수행하였다. 가중합수법에 의한 응력확대계수 해석 결과를 이용하여 최대 접선응력 기준에 의해 피로균열성장 경로를 예측하였고, 수평균열과 경사균열에 대한 피로균열성장 속도를 비교 평가하였다.

2. 피로균열성장 시험

2.1 시험편 및 시험장치

기계적 체결부에 존재하는 수평균열 및 임계 경사균열에 대한 피로균열성장 시험을 수행하

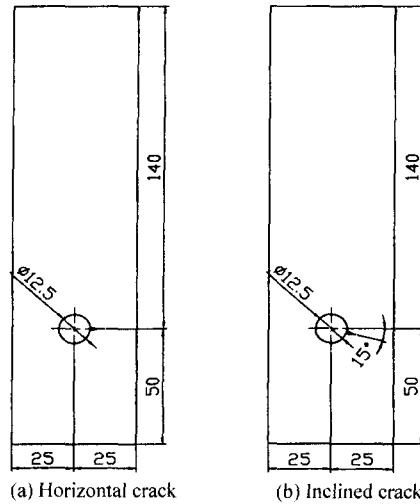


Fig. 1 Geometry of specimen for fatigue crack growth test

Table 1 Mechanical properties of Al 6061-T6

Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)	Modulus of elasticity (GPa)
275	310	12	69

기 위하여 Fig. 1(a), (b)와 같이 체결부 구멍에 각각 수평균열 및 임계 경사각 근방의 경사균열이 존재하는 시험편을 제작하였다. 먼저 구멍에 노치를 가공하고 이 노치에 수직인 방향으로 피로하중을 가하여 예비 균열을 생성시켰다. Fig. 1(b)의 경사균열은 평판을 치수보다 크게 제작하여 위의 방법으로 예비 균열을 생성시킨 후 경사진 방향으로 와이어 절삭하였다.

시험편의 재료는 구조용으로 널리 사용되는 알루미늄 합금(Al 6061-T6)을 사용하였고 Table 1에 그 기계적 성질을 나타내었다.

피로균열성장 시험은 Fig. 2와 같은 25ton 용량의 피로시험기를 사용하여 일정 하중진폭하에서 수행하였다.

2.2 시험방법

볼트부를 구현하기 위하여 지름 12mm의 고장력 합금강 핀을 시험편의 구멍에 끼우고, Fig. 3과

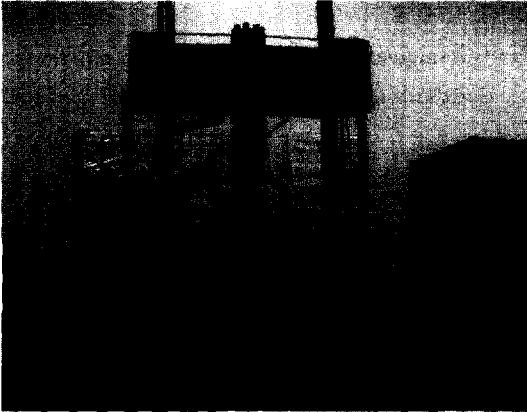


Fig. 2 Photograph of fatigue tester

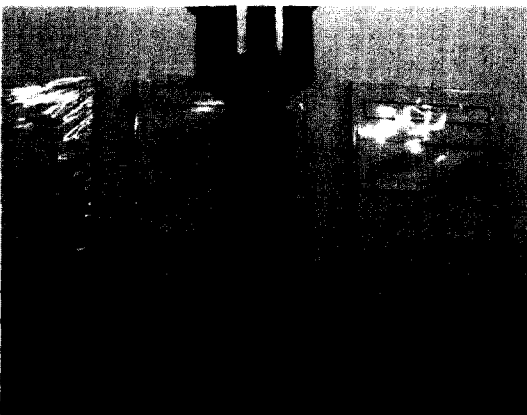


Fig. 3 Photograph of specimen gripped on fatigue tester

같이 이 핀을 구조용 탄소강으로 제작한 클레비스(clevis)에 연결하여 시험기에 고정하였다. 클레비스는 구멍으로부터 성장하는 균열을 측정할 수 있도록 Fig. 3에서와 같은 형상으로 제작하였다. 피로하중은 하중비 R 이 0.1, 하중 반복속도가 20Hz인 정현파형의 하중을 시편 끝단 전체에 작용시켰다.

간극이 존재하는 체결부 균열은 혼합모드하에서 균열이 전파하게 되며 따라서 이동 현미경(travelling microscope)을 사용하여 균열길이를 수평방향과 수직방향으로 측정하고 각 측정에서의 균열길이를 식(1)과 같이 평가하였다.

$$a_i = a_{i-1} + \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad (1)$$

3. 피로균열성장 경로 예측

3.1 최대접선응력 기준

혼합모드 하중하에서는 임의 방향으로 균열이 성장하게 되며, 이러한 균열성장 방향의 예측을 위하여 여러 기준들이 제시되어 왔다. Erdogan과 Sih⁸⁾에 의해 제안된 최대접선응력(maximum tangential stress; MTS) 기준은 균열선단의 접선응력이 최대가 되는 방향으로 균열이 성장한다는 가설로, 가장 널리 활용되고 있는 기준이다.

Fig. 4의 극좌표계에 대한 균열선단의 응력장은 $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ 로 구성되고, 이 중 접선응력 σ_θ 는 식(2)와 같이 표현된다.

$$\sigma_\theta = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\frac{3}{4} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{1}{4} \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[-\frac{3}{4} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{4} \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2)$$

여기서, K_I, K_{II} 는 각각 균열선단의 모드 I, 모드 II 응력확대계수이고, r, θ 는 응력요소의 위치를 나타내는 극좌표이다.

최대접선응력 기준에 의하여 식(2)의 접선응력이 식(3)의 조건을 만족하는 방향인, σ_θ 가 최대가 되는 방향으로 균열이 성장한다.

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (3)$$

식(2)를 편미분하여 식(3)의 조건에 대입하면, 식(4)와 같은 방정식을 얻게 되며, 결국 주어진 균열크기와 하중조건에 대하여 모드 I, 모드 II 응

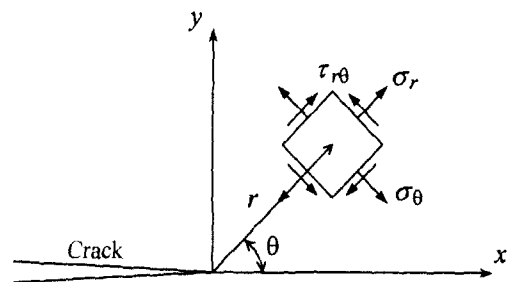


Fig. 4 Polar stress components in a stress element near a crack tip

력확대계수가 결정되면 식(4)를 풀어 균열성장 방향 θ 를 구할 수 있게 된다.

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (4)$$

3.2 가중함수법에 의한 응력확대계수

가중함수법은 Fig. 5와 같이 균열을 포함한 구조물에서와 동일한 외력조건에 대하여 균열이 없는 모델의 응력장 $\sigma(x)$ 를 구하고, 식(5)와 같이 이 응력장과 균열체 형상에 대한 가중함수 $h(x, a)$ 와의 곱을 전체 균열길이에 대해 적분하여 응력확대계수를 구하는 방법이다.

$$K = \int_0^a h(x, a) \sigma(x) dx \quad (5)$$

기하학적 대칭성이 존재하지 않는 일반적인 혼합모드 문제에서는 균열면상에 작용하는 수직응력에 대해서도 모드 I, 모드 II 응력확대계수가 모두 나타나며, 전단응력에 대해서도 마찬가지이다. 구조물에 일반적인 하중이 작용하면 균열면상에는 수직응력과 전단응력이 모두 나타나며, 모드 I, 모드 II 응력확대계수는 이들을 중첩하여 각각 식(6), (7)과 같이 표현된다.

$$K_I = \int_0^a \{h_I^{(\sigma)}(x, a) \sigma(x) + h_I^{(\tau)}(x, a) \tau(x)\} dx \quad (6)$$

$$K_{II} = \int_0^a \{h_{II}^{(\sigma)}(x, a) \sigma(x) + h_{II}^{(\tau)}(x, a) \tau(x)\} dx \quad (7)$$

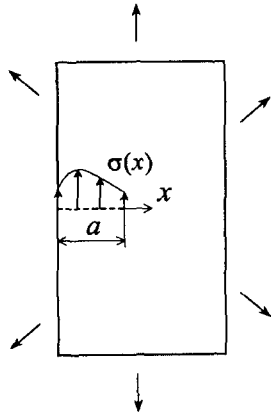


Fig. 5 Weight function method for two-dimensional crack

위 식에 포함된 4개의 가중함수는 $x = a$ 에서의 특이성(singularity)을 고려하여 $1 - x/a$ 항의 급수로 설정하며 $h_I^{(\sigma)}$ 의 경우는 식(8)과 같이 표현된다.

$$h_I^{(\sigma)} = \sqrt{\frac{2}{\pi a}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-x/a}} + D_{I,1}^{(\sigma)} \sqrt{1-x/a} + D_{I,2}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{3/2} \right\} \quad (8)$$

나머지 가중함수들도 같은 형태로 설정하며 4개의 가중함수에 포함된 8개의 미정계수가 결정되면 식(6), (7)로부터 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 구할 수 있게 된다. 이 미정계수는 균열면상에 작용하는 기준하중(reference loading)에 대한 응력확대계수를 이용하여 구한다. 식(8)의 $h_I^{(\sigma)}$ 에 포함된 2개의 미정계수를 구하기 위해서 균열면상에 작용하는 2개의 기준하중 $\sigma(x) = \sigma_0$, $\sigma(x) = \sigma_0(1 - x/a)$ 를 고려하고, 이들에 대하여 식(9), (10)과 같이 가중함수법을 적용한다.

$$\int_0^a h_I^{(\sigma)}(x, a) \sigma_0 dx = \sigma_0 \sqrt{\pi a} F_{I,1}^{(\sigma)} \quad (9)$$

$$\int_0^a h_I^{(\sigma)}(x, a) \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right) dx = \sigma_0 \sqrt{\pi a} F_{I,2}^{(\sigma)} \quad (10)$$

위 식에서 기준응력확대계수 $F_{I,1}^{(\sigma)}$, $F_{I,2}^{(\sigma)}$ 는 두 기준하중에 대한 무차원 응력확대계수로 유한요소해석을 통해 얻게 된다. Fig. 6은 해석에 사용된 유한요소망을 나타낸 것으로 균열선단에는 응력의 특이성을 표현할 수 있는 1/4절점요소

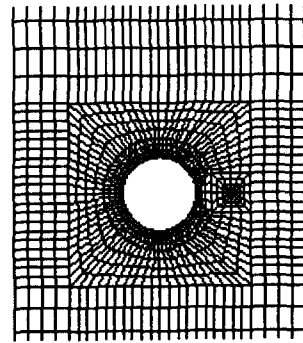


Fig. 6 Finite element mesh for a crack in mechanical joints

(quarter point element)를 사용하였고, 해석은 상용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS를 이용하였다. 이 값들을 대입하여 식(9), (10)을 연립하여 풀면 식(11), (12)와 같이 두 미정계수를 결정할 수 있다.

$$D_{1,1}^{(o)} = \frac{15\pi}{8\sqrt{2}} (5F_{1,1}^{(o)} - 7F_{1,2}^{(o)}) - 10 \quad (11)$$

$$D_{1,2}^{(o)} = \frac{35\pi}{8\sqrt{2}} (5F_{1,2}^{(o)} - 3F_{1,1}^{(o)}) + \frac{35}{3} \quad (12)$$

기계적 체결부에 존재하는 수평균열 및 경사균열에 대하여 위의 가중합수법에 의한 응력확대계수 계산 결과를 접촉부와 균열을 포함한 실제의 유한요소해석 결과와 비교하여 가중합수법의 적용 타당성을 입증하였으며, 그 자료는 저자 등³⁾의 연구에 제시되어 있다.

3.3 피로균열성장 경로 예측

혼합모드하의 균열은 모드 I, 모드 II 응력확대계수가 결정되면, 식(4)에 의해 균열성장 방향을 구할 수 있다. 피로하중을 받는 구조물에서는 균열이 성장해감에 따라 응력확대계수가 변화할 것이므로 균열성장 방향이 계속해서 달라질 것이다. 따라서 피로하중에 의한 균열성장 경로를 예측하기 위해서는 균열성장 과정을 미소한 균열진전 단계로 나누어 각 단계에서 응력확대계수 계산을 바탕으로 균열성장 방향을 구해야 할 것이다.

미소 균열진전에 따른 새로운 균열성장 방향을 결정하기 위하여 기존의 연구들^{7,9)}에서와 같이 실제의 곡선균열을 직선균열로 근사화하여 응력확대계수를 평가하였다. Fig. 7에서 경사각 β_0 , 길이 a_0 인 초기균열 OA에 대한 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 구하면 식(4)로부터 초기 균열성장각 θ_0 를 결정할 수 있다. 균열성장 경로를 예측하기 위하여 이 방향으로 균열의 미소증분 Δa 를 설정한다. 새로운 균열 OAB에 대한 성장 방향을 결정하기 위하여 이를 OB의 직선균열로 가정하여 응력확대계수를 구하고 이를 바탕으

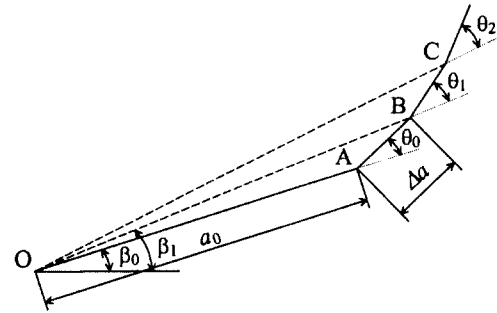


Fig. 7 Fatigue crack growth process as incremental steps

로 균열성장각 θ_1 을 결정한다. 이때 균열 OB의 경사각 $\beta_1 = \beta_0 + \Delta\beta_0$ 이고, 경사각 증분 $\Delta\beta_0$ 는 식(13)과 같이 구해진다.

$$\tan\Delta\beta_0 = \frac{\Delta a \sin\theta_0}{a_0 + \Delta a \cos\theta_0} \quad (13)$$

계속해서 θ_1 방향으로 Δa 만큼의 균열 성장 후, 직선균열 OC에 대한 응력확대계수로부터 새로운 균열성장각 θ_2 를 결정한다. 이러한 절차를 반복하여 적용하면 혼합모드하에 있는 기계적 체결부 균열의 피로균열성장 경로 전체를 예측해 볼 수 있다.

각 단계에서의 균열성장각을 결정하기 위해서는 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 구해야 하는데, 이와 같이 균열성장 경로를 예측하기 위하여 미소한 균열길이 및 각도 변화에 대한 반복적인 응력확대계수 평가에서 유한요소해석은 모델링과 해석에 많은 시간이 소요된다. 특히 기계적 체결부 균열에 대한 유한요소해석은 접촉부를 포함한 해석이므로 더욱 그렇다. 가중합수법은 균열이 없는 모델에 대한 응력장과 기준응력확대계수로부터 응력확대계수를 결정하게 된다. 균열이 없는 모델에 대한 응력장은 응력해석을 통해 얻은 응력 데이터를 응력요소의 회전을 통해 경사면상의 수직응력과 전단응력으로 변환시키고, 기준응력확대계수는 균열면상의 하중에 대한 해석 결과이므로 몇 가지 균열길이와 경사각에 대하여 유한요소해석으로부터 얻은 값을 보간하여 사용할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 앞

절의 절차를 따라 가중함수법을 적용하여 각 단계에서의 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 구하였다.

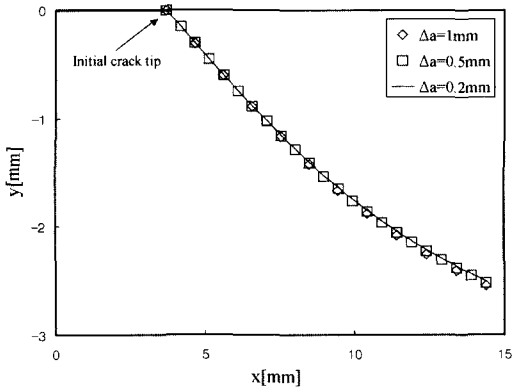
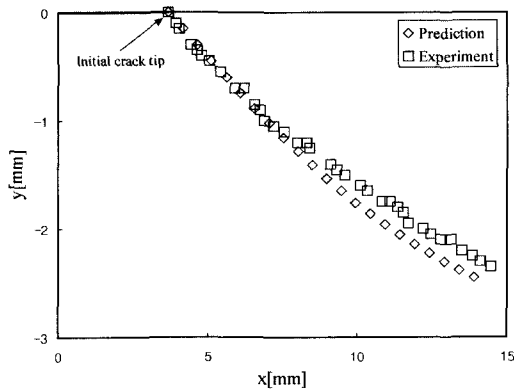
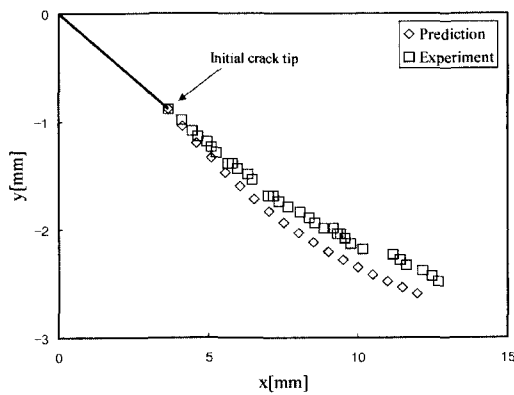


Fig. 8 Fatigue crack growth paths predicted using various crack increments



(a) Horizontal crack specimen

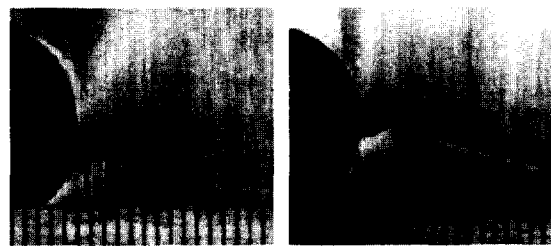


(b) Inclined crack specimen

Fig. 9 Fatigue crack growth paths predicted by MTS criterion and observed by experiment

Fig. 8은 미소 균열증분 Δa 를 서로 다른 값으로 설정하여 수평균열 시편에 대해 균열성장 경로를 예측한 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 $\Delta a=0.2\text{mm}$ 인 경우는 데이터 사이의 간격이 대단히 작고, 다른 결과와의 비교를 위하여 연속선의 형태로 표현하였다. $\Delta a=0.5\text{mm}$ 인 경우의 결과가 0.2mm 인 경우와 거의 동일함을 볼 수 있으며, 이 경우가 실험에서 측정된 데이터 사이의 간격과도 유사하다. $\Delta a=1\text{mm}$ 인 경우도 결과가 유사해 보이지만 균열성장의 후반부에서 0.2mm 인 경우와 약간의 차이가 발생함을 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 Δa 를 0.5mm 로 설정하여 연속적으로 균열성장각을 구하고, 이를 통해 균열성장 경로를 예측하였다.

Fig. 9(a), (b)는 각각 수평균열과 경사균열 시편에 대하여 위의 절차를 따라 균열성장 경로를 예측한 결과를 실험에서 측정된 결과와 함께 나타낸 것이다. Fig. 10(a), (b)는 실제의 균열성장 경로를 보여주는 각 시편의 사진이다. Fig. 9(a)와 10(a)에서 체결부에 존재하는 수평균열은 작용 하중에 수직이라도 혼합모드 상태이며, Fig. 9(b)와 10(b)에서 임계 경사각 근방의 경사균열이 수평균열보다 순수 모드 I에 훨씬 가까운 상태임을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 9로부터 수평 균열과 균열과 경사균열 시편 모두에서 예측과 실험에 의한 균열성장 경로가 전반적으로 잘 일치함을 볼 수 있다. 따라서 일반적인 혼합모드 문제인 기계적 체결부 균열에 대하여 본 연구에서의 가중함수법과 최대점선응력 기준에 의한 균열성장



(a) Horizontal crack

(b) Inclined crack

Fig. 10 Photograph of specimen after fatigue crack growth test (unit scale : 1mm)

경로 예측 절차가 타당하며, 임의의 간극 조건이나 균열 경사각에 대해서도 적용이 가능할 것임을 알 수 있다. 균열성장의 후반부에서는 균열성장 경로의 예측이 실험적 결과와 다소 차이가 발생하는데, 이는 네점 굽힘시험에 대한 Qian과 Fatemi⁶⁾의 연구에서의 지적과 같다.

4. 피로균열성장 속도

본 실험과 동일한 하중 및 간극 조건에 대하여 저자 등³⁾의 연구 절차를 따라 균열 경사각에 따른 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 해석하고 그 결과를 Fig. 11에 나타내었다. 그림에서 수평균열은 혼합모드 상태인 반면, 순수 모드 I 상태에 가까운 경사각이 존재함을 알 수 있다. 물론 모드 I 응력확대계수가 최대가 되고, 모드 II 응력확대계수가 0이 되는 경사각이 수치적 오차 등으로 인해 정확하게 일치하지는 않지만, 이와 같은 선도로부터 임계 경사각의 범위를 설정할 수 있을 것이다. 본 연구에서는 이러한 해석 결과를 바탕으로 임계 경사각 근방에 해당하는 15°의 경사균열 시편을 제작하였다.

수평균열 시편과 경사균열 시편에 대하여 균열길이와 하중 반복수를 측정하여 $a-N$ 곡선을 작성하고, 이로부터 ASTM 시험법⁴⁾에 제안된 secant

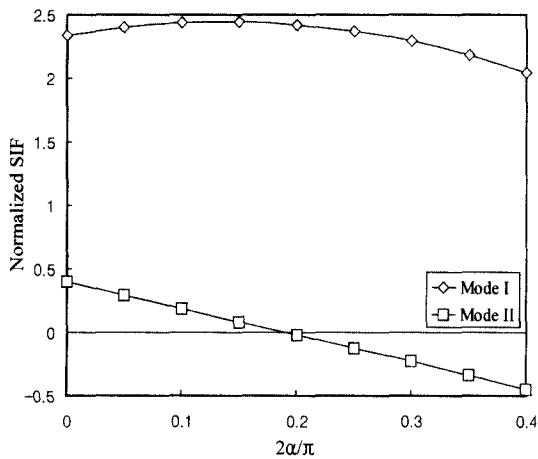


Fig. 11 Stress intensity factors along inclined angle of crack

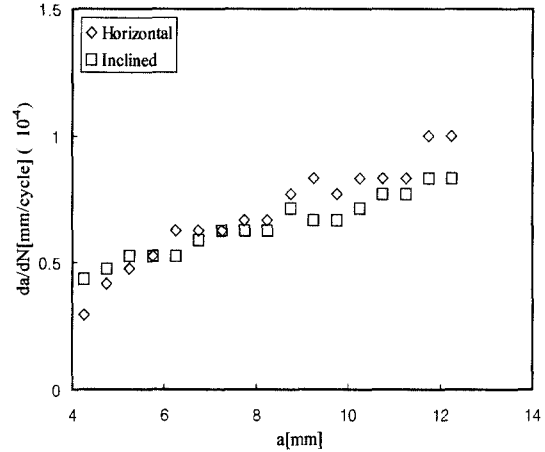


Fig. 12 da/dN - a curves for horizontal and inclined cracks in mechanical joints

method를 따라 식(14)와 같이 균열성장속도를 구하였다.

$$(da/dN)_{\bar{a}} = (a_{i+1} - a_i) / (N_{i+1} - N_i) \quad (14)$$

여기서 $\bar{a} = (a_i + a_{i+1}) / 2$ 이다.

Fig. 12는 균열길이 a 와 균열성장속도 da/dN 과의 관계를 나타낸 것으로 수평균열 시편의 균열성장속도는 초반에는 작다가 균열이 성장함에 따라 점차 커지며, 경사균열은 초반에는 약간 빠르게 성장하나 상대적으로 점차 성장속도가 둔화됨을 알 수 있다. 그러나 균열성장 과정 전체에 대해서 이러한 차이는 크지 않음을 볼 수 있다. 초기균열 상태에서는 경사균열의 응력확대계수가 수평균열보다 크므로 균열성장속도가 약간 빠를 수 있겠으나, 피로균열성장 과정 중에서는 이 상황이 계속 유지되지 않고 있다. 여러 간극 조건 및 균열길이에 대하여 임계 경사균열은 수평균열보다 모드 I 응력확대계수가 Fig. 11에 나타난 바와 같이 10% 또는 그 이상으로 크게 나타난다. 따라서 급격한 하중의 작용에 의한 파괴에서는 보수적인 설계 측면에서 임계 경사균열에 대한 최대 응력확대계수가 고려되어야 할 것이나, 피로파괴에서는 두 균열의 위험도가 거의 같은 것으로 평가해도 무방할 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 연구에서는 기계적 체결부에 존재하는 수평균열과 임계 경사균열에 대하여 혼합모드 피로균열성장 시험을 수행하였다. 가중합수법에 의한 모드 I, 모드 II 응력확대계수 해석 결과를 이용하여 최대접선응력 기준에 의해 피로균열 성장 경로를 예측하였고, 그 타당성을 입증하였다. 기계적 체결부 균열에 대하여 급격한 하중의 작용에 의한 파괴에서는 임계 경사균열에 대한 최대 응력확대계수가 고려되어야 하나, 피로파괴에서는 수평균열과 임계 경사균열의 위험도가 거의 같은 것으로 평가해도 무방함을 확인하였다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 1) D. J. Cartwright, A. P. Parker, "Opening Mode Stress Intensity Factor for Cracks in Pin-loads Joints," *Int. J. of Fracture*, Vol.18, No.1, pp.65-78, 1982.
- 2) S. H. Ju, "Stress Intensity Factors for Cracks in Bolted Joints," *Int. J. of Fracture*, Vol.84, pp.129-141, 1997.
- 3) 허성필, 양원호, 정기현, "가중합수법에 의한 볼트 체결부 균열의 임계 경사각 결정에 관한 연구," *대한기계학회논문집 A권*, 제24권 제9호, pp.2344-2352, 2000.
- 4) ASTM E647-93, "Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates," pp.679-706, 1993.
- 5) J. Qian, A. Fatemi, "Mixed Mode Fatigue Crack Growth: A Literature Survey," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol.55, No.6, pp.969-990, 1996.
- 6) J. Qian, A. Fatemi, "Fatigue Crack Growth under Mixed-Mode I and II Loading," *Fatigue Fracture Engng. Mater. Struct.*, Vol.19, No.10, pp. 1277-1284, 1996.
- 7) 이억섭, 김동준, 류황희, "혼합모드하중하에서의 피로균열전파방향과 피로수명 예측," *대한기계학회논문집 A권*, 제23권 제9호, pp.1550-1558, 1999.
- 8) F. Erdogan, G. C. Sih, "On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear," *J. of Basic Engng.*, Vol.85, pp.519-525, 1963.
- 9) M. Ramulu, A. S. Kobayashi, "Numerical and Experimental Study of Mixed Mode Fatigue Crack Propagation," *Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures*, pp.1073-1123, 1994.