大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 12 卷 第 2 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XII, No.2, 163-180, May 2002

수학적 소양 (Mathematical Literacy)에 대하여

주 미 경*

Ⅰ. 서론

미래의 이상 국가를 다스릴 철인 군주의 교육을 위한 교과목은 산술, 평면기하, 공간 기하, 천문학, 화성학을 포함한다. 이들 교과목은 만일 단순히 실용적인 목적만을 위해 교육되지 않는다면 학습자가 감각의 세계를 초월하여 추상 과학, 그리고 궁극적으로는 '선'의 이데아에 도달할 수 있게 할 것이다. (플라톤의 국가론)

"수학을 안다"는 것의 의미는 무엇인가? 이러한 '앎'에 대한 질문은 대체로 기술주의적인 관점, 즉 주어진 문제 상황에서 학습자가 수학적 기술을 효율적으로 활용할 수 있는 능력의 정도에 연관시켜 이해되어 대답되어져왔고 학교에서의 수학교육 관행을 실질적인 의미에서 결정해왔다고 할 수 있다. 그러나, 다른 한편에서는 교육에 대한 기술주의적 시각의 타당성에 대한 의문과 회의가 끊임없이 제기되어 왔다는 점도 간과할 수 없는 사실이다. 이처럼 '앎'에 관한 정의는 풀리지 않은, 그리고 앞으로도 계속 제기될 교육적 논제라고 할 수 있으며, 이러한 맥락에서 서두에 제시된 대화편으로부터의 인용문은 '善'이라는 도덕적 가치의 도입을 통해 기술적 발달에 편중된 현대 수학교육 관행과 이론의 한계를 넘어서는 '삶에 대한 안목'을 전수하는 지식 교육으로서의 수학교육이 나아가야 할 방향을 시사하고 있다는 점에서 그 의미를 찾을 수 있다.

반면, 그러한 안목의 형성과 수학이라는 지식이 교육현장에서 어떻게 서로 연관되는지, 구체적으로, "삶에 대한 안목이 수학이라는 교과의 속성과 어떤 관계를 갖는가?", "만약 양자 사이에 어떤 의미있는 관계가 있다면, 실제의 수학 지도 상황에서 그러한 안목이 어떻게 전수되는 가?"라는 질문들에 대해서는 좀더 구체적인 연구가 필요하다. 따라서, 이들 질문과 관련하여, 본고에서는 '앎'의 문제에 대한 논의에서 제기되는 지식의 실용성에 대한 관점이 현재 학교에서의 수학 교육 관행에서 발견되는 수학적 소양에 관한 논의에도 투영되고 있다는 점에 근거하여, 위의 '앎'에 대한 질문들을 '수학적 소양(mathematical literacy)'이라는 개념을 통해 수학 학급에서 수집된 자료를 토대로 하여 접근하고자 한다.

수학적 소양은 20세기 학교수학교육을 통해 여러 가지 형태로 도입되어 왔으나, 특히 1980년대 말부터 추진되어온 현대 학교수학교육개혁운동의 맥락에서 보다 명백하게 교육의 목표로서 제시된다 (NCTM, 1989; NRC, 1989). 예를 들어, NCTM(1989)에서는 수학적 소양이 학교수학목표의 하나로 규정되었다. NCTM(1989)는 학교수학 개혁의 필요성을 사회경제적 변화, 즉 산업 사회에서 정보화 사회로의 변환에서

* 한국교원대학교

찾고 있으며, 수학적 소양을 그러한 변환의 과정에서 수학이 기술적 언어로서 사회 에서 차지하는 위상에 근거하여 정의하고 있다.

> 학교에서 수학은 단순히 학생들이 직업을 구하는 것을 돕기 위해 가르쳐지는 것은 아니지만, 잘 교육받은 노동인력의 확보가 오늘 날 변화하는 경제적 상황에 대한 기업의 적응력을 결정하는 주요한 요인이라는 점을 감안할 때, 우리는 학교에서의 수학적 경험이 오늘 날 직업 현장에서의 경험을 어느 정도 반영해야한다고 확신한다. (NCTM, 1989, p.4)

이처럼, 근래의 학교수학교육에 대한 논의 속에서 수학적 소양은 전통적인 의미에서의 수학적 소양이라고 할 수 있는 기초기능에 비해 다양한 능력들을 포함하고 있고 수학학습을 통한 학습자의 변화를 보다 폭넓게 보고 있으나, 위의 인용문에서 볼 수 있듯이, 그 능력들이 새롭게 요구되는 수학적 소양을 구성하는 기초기능으로 규정되는 과정에서 정치경제적 영향이 컸음을 지적할 필요가 있다 (Department of Education, 1984; Popkewitz, 1991; Stanic, 1986). 즉, 현대 학교 수학 개혁 운동에서 수학적 소양을 구성하는 수학적 문제해결력, 수학적 사고력, 수학적 의사소통능력 등이 수학적 발달에서 중요한 것은 사실이고, 따라서 그것을 수학교육에 도입했다는 점에서는 교육적 진보라고 평가할 수 있는 반면, 이들 능력의 의미를 설명함에 있어서 사회의 정치경제적 구조를 유지하는데 요구되는 기초적인 기능으로서의 중요성이 강조되고 있다는 점을 감안한다면 이전의 수학적 소양 개념과 정도의 차이는 있지만 근본적인 차이가 없다고 보아야할 것이다. 이러한 학교 수학 교육의 정치경제화 현상은 미국의 수학 교육 역사에서도 다시 한번 확인되는데, 즉, 20세기의 수학 교육 이론과 관행이 나름대로의 지적 전통을 전수하는 역할보다는, 그 시대의 사회 경제 정치적 필요에 의해 그 교육적 관행이 결정되어 왔고 수학교육 이론의 동향 역시 그러한 수학교육 외적 요인으로부터 자유롭지 못했음에 대한 인식이 미국 수학 교육의 역사적 반성을 통해 제기되고 있다 (Stanic, 1986; Apple, 1992; Lagemann, 1997; Popkewitz, 1991).

이러한 관점에서, 본 논문은 사회인류학적 연구 결과 산출된 "민족지학적 수학 (Ethnomathematics)" 개념이 제공하는 이론적 관점에 근거하여, 수학교육을 지식 사회, 또는, 수학 사회의 사회적 관행이라고 가정하고, 수학 사회의 맥락 속에서의 수학 교육을 통해 형성되고 전수되는 수학적 소양을 묘사하고자 한다. 구체적으로, 학급관찰을 통해 수집된 실제적인 교수-학습 사례의 분석에 근거하여, 오랜 동안 수학을 연구하고 가르쳐온 수학 사회의 일원으로서 '수학교사'가 자신의 교육을 통해 학생들에게 전수하고자하는 교과지식의 양상을 살펴봄으로써 그 사회에 의해 공유된 '수학적 소양'은 개념적으로 어떻게 정의되는지 묘사하고, 그러한 묘사를 통해 '수학적 앎'의 문제를 조망하는 한 관점을 제공하는 것을 목표로 한다.

II. '수학적 소양'으로의 민족지학적 접근

본 논문의 논의는 1998-1999년 미국 서부 대도시 지역 주립대학의 수학과에서 행한 민족지학적 연구(ethnography)를 통해 수집한 자료의 분석에 기초하여 수학 학급에서 전수되는 교과지식의 양상을 묘사함으로써 수학교육을 통해 함양되는 수학적 소양의 의미를 탐구하는 것을 목표로 한다. 민족지학적 연구란 "한 집단의 상호작용을 오랜 기간 동안 관찰하고 그 관찰

결과에 근거하여 그들의 행동을 하나의 통합된 전체를 이루는 체계로서 그들의 사회 문화 역사적 관점과 의미체계에 충실하게 표상하는 묘사방법"(Goetz & LeCompte, 1984)이다. 특히, 본 연구는 언어의 사용을 분석의 단위로 보는 언어적 민족지학연구(ethnography of communication)이다.

이 민족지학적 연구 방법은 언어가 한 사회의 문화를 반영한다는 가정 하에 자연스러운 맥락에서 진행되고 있는 언어사용의 관찰과 분석을 통해 그 사회 속에 공유된 문화적 패턴을 발견할 수 있다는 사회언어학적 가정에 기초하고 있다 (Hymes, 1966, 1972, 1974; Gumperz & Hymes, 1972; Gumperz & Levingson, 1996; Hill & Mannheim, 1992; Sherzer, 1987). 특히, 최근 들어, 수학 학급을 그 참여자들 사이의 상호작용을 통해 수학적 의미와 규범의 조정이 일어나는 수학 사회로 보는 견해는 수학교육의 이해에 전통적인 인지주의적 관점에서 간과된 학습의 사회문화적 측면을 부각시킴으로써 수학교육에 대한 새로운 이해의 틀을 제공함으로써 언어가 수학 수업 현장에서의 상호작용을 통한 학습과 교수 현상 분석에 중요한 도구임을 보여주었다 (Cobb & Bauersfeld, 1992; Cobb, Wood, & Yackel, 1996; Lampert & Blunk, 1998; Voigt, Seeger, & Waschesio, 1997).

이들 관점에 근거하여, 본 논문에서는 본 연구가 진행된 대학 수학과를 하나의 특수한 수학 문화를 지닌 수학 사회로 보고, 그 안에서의 수학교육에 관여하는 이들 사이에 공유된 문화적 관점을 통해 수학적 소양의 개념을 묘사하려고 한다. 특히, 이러한 민족지학적 접근법을 통해 교육적 맥락 속에서 형성되는 수학적 소양을 탐구하는 것은 수학을 하나의 객관화된 도구적 지식으로 보는 외부인의 피상적인 수학 교과에 대한 이해가 아닌 수학을 생산하고 전수하는 것이 삶의 중요한 일부인 이들의 관점에서 수학적 소양의 의미를 묘사할 수 있다는 점에서 그 중요성을 찾을 수 있다. 따라서 이러한 방법론적 강점은 지난 20 세기의 학교를 통한 수학교육 관행을 주도해온 기술주의적 관점에서 간과된 지식교육의 일면을 조명하는 데 유용할 것이라고 생각된다. 본 연구의 구체적인 연구 질문은 다음과 같다:

첫째, 수학 교실에서 수학 교사에 의해 전달되는 수학적 지식은 어떻게 범주화할 수 있는가?
둘째, 만일 전달되는 수학적 지식의 범주가 한 가지 이상 존재한다면, 그들 사이의 관계는 어떻게 패턴을 갖는가?
세째, 그 관계의 패턴으로부터 '수학적 소양'에 대해 유추할 수 있는 것은 무엇인가?

위의 질문에 답하기 위해 본 연구는 한 수학 교사의 수학 수업에서의 발화 분석을 중심으로 이루어졌다. 구체적으로 본 연구에 사용되는 자료는 미국 서부지역 주립대학 수학과에서 오랜 동안 수학을 행하고 지도해온 원로 수학자(이하 AW)의 협조 하에 그의 수학 수업 관찰을 통해 수집되었다. AW는 1967년 동 수학과에서 기하 분야에서 박사학위를 수여받은 뒤, 2년간 미국 동부의 대학 수학과에서 재직한 뒤, 다시 자신이 수학한 수학과로 돌아와 본 연구가 진행되던 당시까지 거의 30년에 걸쳐 수학을 연구하고 후진을 양성해왔다. AW는 자신의 연구 분야에서 세계적인 명성을 얻고 있을 뿐만 아니라, 수학을 지도함에 있어서도 열성적이어서 동료 수학자와 수학과 학생들로부터 교사로서 긍정적인 평가를 받고 있었다. 따라서 항상 자신의 수업을 개선하는 것에 관심을 가져왔고 그러한 수학 교육에 대한 열성이 본 연구에 참여하게된 동기로 작용했다. 또한 본 연구가 이루어진 수학과는 최근 수년간 미

국 내에서 행해진 대학 평가에서 수학과 가운데 최상위의 평가를 받은 학과로서 대학원생과 교수진을 중심으로 강도 높은 수학 연구가 이루어지고 있었다. 본 수학과 내에 형성된 이러한 생산적인 연구 분위기는 수학적 관행의 사회로서 수학 학급을 둘러싼 보다 광범위한 수학적 관행 사회로의 접근을 가능하게 하여 소규모 수학 사회로서 수학 학급을 하나의 독립적인 대상이 아닌 그것을 둘러싸고 문화적 모태를 형성하는 더 큰 수학 사회와의 관계 속에서 조망할 수 있는 계기를 제공한다고 할 수 있다.

본 연구를 위한 수업 참관은 1998-1999 학년도 AW가 지도한 초급, 중급, 고급, 세 수준의 수학 수업을 통해 이루어졌고, 수업 참관 후에는 필드노트가 작성되었다. 몇몇 수업은 자세한 발화 분석을 위해 비디오 녹화되었다. 수업 참관 이외에, 학년초와 학년말 AW의 수학 교육에 대한 관점을 탐구하기 위한 인터뷰가 이루어 졌고 형식적 인터뷰 이외에도 수업 참관을 통해 제기된 질문을 중심으로 한 비형식적인 대화가 일상적으로 이루어졌다. 이러한 대화의 내용은 필드노트에 기록되었다. 모든 인터뷰는 녹음되었고 자세한 분석을 위해 프로토콜로 작성되었다. 그 외에, 그 수학과의 성원들이 수학 교육에 대해 가지고 있는 견해를 이해하기 위해 AW 이외의 수학자들과의 개별적인 인터뷰가 이루어졌다. 인터뷰를 위해 다양한 수학적 수준, 국적, 성별을 감안해 선택된 40명에 대해 인터뷰가 이루어졌다. 각 인터뷰는 녹음되어 분석을 위해 프로토콜로 작성되었다. 또한, 수학과에서의 수학교육을 이해하기 위해 다양한 종류의 문서, 예를 들면, 그 대학을 소개하는 웹사이트, 대학 편람, 그리고 수학과에서 학생들에게 학과와 강좌를 소개하기 위해 발행한 유인물과 학위과정에 관한 핸드북 등을 수집하였다. 마지막으로, 본 연구가 진행되는 동안 세 학기에 걸쳐 자료 수집을 위해 참관한 미적분학 강좌와 동일한 종류의 미적분학 강좌의 연습 조교로 활동하는 과정을 통해 그 수학과 내에서 행해지는 수학교육에 직접적으로 관여함으로써 수학과 교수, 학생들과 자연스러운 상호작용이 가능해졌고 결과적으로 수학교육에 대해 많은 흥미로운 대화를 나눌 수 있는 계기가 자연스럽게 제공되었다. 이러한 대화 역시 필드노트에 기록되었다. 본 고의 논의는 AW의 수업참관으로부터 수집된 관찰자료의 분석에 근거하고 있지만, 위에 제시된 다양한 종류의 자료는 수업참관을 통해 수집된 자료의 분석의 타당성과 신뢰도를 높이고 그로부터 찾은 패턴을 보다 폭넓은 사회적 맥락과 연관지어 설명하는데 사용되었다.

III. 수학 교실에서 전달되는 지식의 범주

앞서 언급했듯이, 본 연구의 자료는 세 가지의 상이한 수준의 수학 수업을 통해 수집되었고 그 자료의 분석은 수학 교육이 다양한 인식론적 양식을 둘러싸고 벌어지는 복잡하고 심오한 현상임을 드러내 보여주었다. 특히, 수학이 다루어지는 방식은 그 과정에 참여하는 이들의 수학에 관한 관점에 따라 다양한 양상을 보였으며, 그러한 다양성은 이분법적 대립 현상도 아니고 그렇다고 모든 구성원이 일사불란하게 동일한 목표를 추구하는 단순한 양상을 띄는 성질의 것은 아니었다. 구체적으로, 자료의 분석은 하나의 상이한 양상 이면의 동일성, 그리고 그 동일성 이면의 상이성을 드러내 보여줌으로써 학습의 복잡성과 심오함을 보여주었다.[1] 그러나 본 고에서는 그러한 복잡한 상호

작용 속에서 발견되는 유사성을 지식을 양상에 대한 묘사를 통해 제시하고자 한다.

우선, 현장에서 본 연구가 진행되는 동안, 가장 자주 관찰된 상황은 칠판을 앞에 두고 모여 있는 사람들 사이의 수학적 대화였다. 그들은 자신의 연구문제에 대해 토론하는 전문적인 수학자들일 수도 있고, 함께 학과 공부를 하는 전공학생들일 수도 있고, 또는 연습조교의 연구실을 찾아와 숙제에 나온 문제를 푸는 학생들일 수도 있다. 그들이 누구든 간에 그들은 수학에 대해 이야기하고 있고 관찰된 그들의 모습은 수학적 전문성과 무관하게 대체로 유사하다. 즉, 한 사람이 칠판 앞에 서서 수학적 문장을 쓰고 그림을 그리고 동시에 몸짓을 써가며 판서한 내용을 설명하면 청중은 설명하는 사람이나 칠판을 바라보다가 뭔가를 받아 적기도 하고 때로는 질문을 하기도 했다. 청중의 질문은 대체로 설명하는 이의 주장을 뒷받침 또는 구체화 할 수 있는 수학적 예, 또는 논증을 요구하는 것이었다. 청중 역시 질문을 하며 몸짓을 사용하기도 하고 가끔은 칠판으로 나와 설명을 하던 사람이 그려놓은 그림을 보며, 또는 그 옆에 또 다른 그림을 그리기도 하면서 그 장소에 모인 사람들 사이의 이야기는 이어져갔다.

위의 간단한 가상적 수학적 대화 상황의 묘사에서 볼 수 있듯이, 그 대화 속에서 전달되는 수학적 지식의 범주는 단순히 칠판에 판서된 특정 기호로 표상된 수학적 명제의 집합보다 광범위함을 알 수 있다. 즉, 수학적 발화는 결코 책이나 칠판에 기록된 수학적 명제를 있는 그대로 재생하는 것에 한정되지 않는다. 제시된 수학적 명제는 문자 그대로 전달되기보다는 은유와 몸짓 등을 통해 이야기하고 있는 사람의 상상력과 함께 전달되고, 그 수학적 상상은 모종의 규범에 따라 알맞은 이야기의 형식으로 구상되어졌다. 다음의 논의에서는 가상적 수학적 대화 상황의 대략적 분석을 통해 보여진 명제, 상상, 그리고 규범 등으로 대표되는 수학적 지식의 범주를 각각 "수학적 사실", "수학적 유희", "수학적 규범"이라고 명명하고 이들을 정의하고, 실제 수학적 발화 맥락에서 관찰된 이들 범주 사이의 관계를 묘사하려 한다.

1. 수학 교과 지식의 범주: 수학적 사실, 수학적 유희, 그리고 수학적 규범

(1) 수학적 사실

'수학적 사실'은 단어, 표기, 정의, 정리, 규칙, 공식, 절차, 등을 포함하는 정보 형태를 갖는 지식의 범주로 정의된다. 앞서 언급되었듯이, 수학적 대화의 장으로서 수학 교실에서 다양한 종류의 수학적 지식을 찾아볼 수 있지만, 그 가운데서도 정보의 형태를 가진 수학적 지식은 교사와 학생에게 특별한 관심의 대상이 되었고 가장 외연적인 방식으로 다루어졌다. 예를 들어, 관찰한 수학 수업에서 사용된 교재들에서 이러한 유형의 지식은 굵고 진한 글자체로 쓰여졌거나 독자의 주목을 끌기 위해 주위에 네모 칸이 쳐지기도 했다. 또한, 강의를 시작하기 전, AW는 수학적 용어, 표기, 핵심적인 정리 또는 계산 절차의 명칭을 칠판에 나열함으로써 강의에서 다루어질 내용에 대한 개요를 전달했다. AW는 그의 미적분학 강의에서 중간고사나 학기말 고사 등의 시험 전에 시험범위의 내용을 복습하는 시간을 약 30분 간 가졌는데 이 때 복습 역시 그러한 목록의 작성을

1) 이에 대한 자세한 논의는 Ju (in press)에 나타나있다.

통해 이루어졌다. 미적분학 강의를 수강하는 학생들은 자신이 직접 작성한 한 페이지 분량 정도의 시험범위 내용에 대한 요약지를 시험 문제 풀이에 활용하도록 허용되었다. 학생들은 자신의 강의 노트와 교재에 기초하여 요약지를 작성했는데 그 내용은 주로 문제해결에 유용한 정보적인 지식에 해당하는 정리, 계산 공식, 절차 등으로 이루어져 있었다.

이러한 정보적 유형의 수학적 지식을 '수학적 사실'로 정의하는 것은 지식이 한 사회의 문화역사적 의미체계에 근거하여 사회적으로 구성된 '사실'이라고 보는 사회학적인 관점에 의거한다 (Berger & Luckmann, 1966). 이처럼, 수학적 지식을 '사실'로 규정하는 관점은 수학적 지식을 보편적 '진리'로 간주해온 서구 이성주의와 근본적으로 다른 관점을 취하고 있음을 지적할 필요가 있다. 실제로, '민족지학적 수학'이라는 개념은 바로 서구 이성주의와 직선적 진화론의 관점에서 항구적이고 선험적인 지식으로서 '수학'을 보는 관점을 반박하고, 비교문화적 연구를 통해 수학이 한 집단의 문화적 특성에 깊이 연루되어 있다고 보는 인지인류학적 이론에 그 근원을 두고 있다 (Ascher & Ascher, 1997; D'Ambrosio, 1985; de la Rocha, 1986; Lave, 1988; Powell & Frankenstein, 1997). 이러한 관점에서 볼 때, 본 연구의 초점에 해당하는 학교 수학의 모태를 형성하는 서구적 수학 역시 역사적으로 그 지식을 구성해온 집단에서 공유된 독특한 문화적 맥락 속에서 생성된 민족지학적 수학의 하나이다. 실제로, 수리논리분야에서 산출된 연구 결과는 지식의 구조로서 수학적 체계가 선택된 수학적 공리체계에 따라 상대적으로 결정됨을 입증했다 (Eklof, 1976; Martin & Solovay, 1970; Rudin, 1969; Shelah, 1974; Solovay & Tenenbaum, 1971). 뿐만 아니라, 지식사회학적 연구를 통해 수학적 지식의 구성이 모종의 사회적 관례에 기초하고 있음이 주장되었다 (Bloor, 1994; Joseph, 1994; Pickering & Stephanides, 1992; Restivo, 1990; 1994).

이러한 결과에 비추어, 이 범주에 포함되는 정보적 형태를 갖는 수학적 지식은 사회적 관례의 조정을 통해 지식으로서 성립된 '사실', 다시 말해, '수학적 사실'로 명명되었다. 이러한 관점에서 본다면, 수학이 사회적 지식이며 문화적 소산이라는 결론은 불가피해지고, 실제로, 위에 제시된 연구들을 비롯해 20세기 후반에 걸쳐 누적되어 온 사회인류학적 연구 결과는 수학의 사회적 성격을 입증해준다. 이러한 맥락에서, 본 연구는 문화의 체계로서 수학에 대한 이해가 우리의 학교 수학 교육에 대한 이해를 어떻게 확장시켜줄 수 있는지 그 방향을 수학이라는 지식이 전수되는 양상을 통해 모색하는 것을 그 궁극적인 목표로 한다고 할 수 있다. 이 범주에 속하는 수학적 지식을 '사실'로서 규정해주는 수학 사회[2)]의 의미체계로서의 사회적 규범과 가치에 대한 논의는 본고의 '규범적 수학'에 대해 논의하는 부분에서 좀더 상세히 다루어 질 것이다.

(2) 수학적 유희

위에서 제시된 가상적인 수학적 대화의 상황은 수학을 가르친다는 것은 단순히 일련의 수학적 사실을 재생하는 것 이상의 과정임을 시사했다. 그 가운데 하나가 주어진 수학적 사실

2) 수학이 사회적 지식이며 문화적 산물이라고 가정하면, 그러한 사회문화적 지식의 생산에 관여하는 사회적 관계망으로서의 '수학 사회'는 자연스럽게 유도되고 학교의 수학 학급은 나름대로의 독특한 수학문화를 소유한 수학 사회로 볼 수 있게 된다.

에 기초한 수학적 상상을 통해 새로운 수학의 세계를 열어 가는 이야기 형식의 수학이었고 이러한 이야기 형식의 지식을 '수학적 유희'로 규정한다. 예를 들어, 수업 상황에서 AW는 자주 사실적 수학의 설명을 위해 은유와 몸짓을 사용하는 것을 관찰할 수 있었는데, 다음의 수업 발화 자료로부터 볼 수 있듯이, 은유와 몸짓을 통해 AW의 수학적 사실에 대한 수학적 상상이 수학적 사실과 함께 전달됨을 볼 수 있다 (주미경, 2002).

1. 음수의 크기가 점점 작아질 때,
2. 그 수는 사실상 증가하고 있다.
3. 만일 우리가 -100에서 -10으로 그리고 -1로 가고 있다면,
4. 우리는 앞으로 걸어가고 있는 것이다 ((강의실 바닥을 쳐다보며 걷는다))
5. 우리는 수직선의 오른 쪽을 향해 움직이고 있다.
6. 따라서 이 함수는 사실상 증가하고 있는 것이다.

이 발화 상황 속에서, AW는 미적분학 수업의 학생들에게, 음수의 절대값이 작을수록 커진다는 수학적 사실을 지도하고 있다. 우선 그는 그 사실을 학생들에게 제시한다 (줄1 - 줄2). 그러나, 그 학급 학생들의 수학적 수준은 상대적으로 낮은 수준이었으므로, 이 명제는 때로 혼동을 야기하기도 했다. 따라서, AW는 이 명제를 보다 의미있게 전달하기 위해 은유와 몸짓을 사용한다. 즉, 수를 직선 상의 점으로 보는 은유를 사용함으로써, 음수의 절대값이 커질수록 원점을 향해, 즉 앞을 향해 움직인다는 것, 즉 수직선의 은유체계 속에서 증가함을 보여준다. 나아가, 이 발화의 예에서 흥미로운 것은 AW가 직접 점이 되어 점의 관점에서 주어진 움직임, 즉 앞을 향해 나가는 것의 의미를 파악하는 수학적 사고에서의 주관적 연루현상(*subjective involvement*)이다. 사실, 음수의 대소 판별에 대한 수학적 사실을 진술하는 부분에서 AW는 이미 수를 스스로의 크기를 변화시키는 대상으로 의인화 -- "점점 작아진다 (getting smaller and smaller)" -- 하는 은유를 사용하고 있다. 그러나, 줄3에서 줄5에 이루는 부분에서의 주관적 연루 속에서 AW가 사용한 은유는 의인화한 점으로서의 수를 인격화하고 있다는 면에서 보다 강력한 종류의 것이다. 뿐만 아니라, 단수 1인칭 대명사 '나' 대신 복수1인칭 대명사 '우리'를 사용함으로써 자신이 수가 되어 수의 관점에서 수의 변화에 대해 사고하는 주관적 연루의 경험 속에 학생들을 동참시키고 있다.

이처럼 교사의 수학적 발화에서 발견되는 은유와 몸짓의 사용, 그리고 주관적 연루 현상은 수학적 사고에 있어서 주관적 상상의 중요성을 우회적으로 시사하는 것이라고 볼 수 있다. 즉, 가장 이성적인 지식으로 간주되는 수학을 행한다고 생각되는 전문적 수학자들의 관점에서도, 객관적인 수학적 지식과 더불어 주관적인 수학적 상상과 그에 기초한 해석이 중요한 위치를 차지함을 알 수 있다. 특히, 수학교실에서의 관찰에 의하면, 교사의 '주관적' 지식이 교재에 의해 제시되는 '객관적' 지식에 비해 결코 열등한 것으로 받아들여지지 않으며, 어느 정도 이상의 수학적 전문성을 지니게되면 실제로 교사의 '주관적인' 수학적 지식을 보다 가치롭게 여겨지는 것을 볼 수 있었다. 예를 들면, AW의 수업에는 이전에 동일한 강좌를 수강한 경험이 있는 학생들이 청강을 하는 경우가 있었고 그들이 AW의 수업을 다시 청강하는 경험으로부터 흥미로운 점을 발견할 수 있었다. 다음은 그들의 인터뷰 자료로부터 발

췌한 내용이다.

Interviewer: 왜 이 수업을 듣습니까?

Interviewee: 내가 이 수업에 들어오는 이유는 이 주제에 대한 AW의 강의를 들어본 적이 없기 때문입니다. 나는 이 과목을 이미 다른 강사의 강의로 수강했습니다. 그러나 그의 관점은 AW의 관점과 매우 달랐고 따라서 나는 이 과목을 AW의 관점에서 보길 원합니다.

이 인터뷰 자료에서 볼 수 있듯이, 수학교사가 실제로 수업에서 가르치는 수학적 지식은 반드시 수학적 명제에 한정되지 않음을 알 수 있다. 즉, 수학교사는 하나의 수학적 사실을 지도하면서 그와 관련하여 자신의 수학적 경험에 입각한 관점과 해석을 전달한다는 것이다. 실제로 AW의 수업에 참여하는 대학원 학생들과의 인터뷰 과정에서 그들이 수학 수업에서 배우고자하는 것을 묘사하는 대목에서 '관점'이라는 표현이 자주 등장함을 주목할 수 있었다. 그들이 '관점'이라는 표현을 통해 제시하고자 하는 수학적 지식에 대한 생각을 좀더 심층적으로 탐색하기 위한 본 연구자의 질문에 대한 다음의 인터뷰 자료로부터 수학 교사가 수업시간에 전달하는 수학적 사실 역시 교과목에 대해 동일하게 나타나는 것이 아니라 교사의 관점과 해석에 따라 선택되고 나열됨을 알 수 있다.

Interviewer: 당신은 AW가 다른 강사들과 다른 관점을 가지고 있음을 지적했습니다. 사람들은 보통 수학이라는 지식이 우리 인간과 독립적으로 존재하고 따라서 우리가 어떤 방식으로 접근하든 언제나 동일한 사실에 도달한다고 생각합니다. 그런데 당신은 수학자마다 독특한 관점을 부과한다고 했는데...

Interviewee: 네. 내가 말하고자 하는 것은 물론 당신은 뭔가에 대해 설명할 수 있습니다. 그리고 그것은 당신이 보다 익숙한 다른 것들과 연관되어 있을 것입니다. 따라서 하나의 개념을 도입할 수 있는 방법은 다양합니다. 당신의 취향과 배경, 그리고 당신이 자연스럽다고 생각하는 것이 무엇인가에 따라, 우리는 여러 가지 사실 가운데 하나를 선택하게 됩니다. 그리고 이것은 주어진 개념에 접근하기 위해 AW가 다른 수학자와는 다른 경로를 선택하는 것과 같은 식으로 발생합니다.

이처럼, 수학 수업이란 단순히 수학적 사실의 '논리적' 나열이 아니라 그 사실들을 바탕으로 교사가 창의적으로 엮어 가는 수학에 관한 '이야기'라고 할 수 있고, 이처럼 수학적 사실을 둘러싼 이야기 형식을 띤 수학적 지식을 '수학적 유희'로 정의한다.[3)]

앞서 살펴본 '수학적 사실'의 범주가 시사하듯, 수학 수업에는 공유된 객관적 수학적 지식의 집합이 존재한다. 그러나 그 객관적 사실로서 수학적 지식은 그 자체로 보다는 그것을 구성하는 인간이 구성의 맥락에서 적용하는 사회적 규범과 주관적 상상의 맥락 속에서 지식으로서 의미를 갖게 된다 (Ernst, 1994; Pickering & Stephanides, 1992). 실제로, 수학 학급에서의 수학적 발화 분석에서 볼 수 있듯이, 수학적 사실은 그것을 전달하는 수학 교사의 이야기 형식을 빌린 지적 유희를 통해 재해석되고 그러한 해석과정을 통해 일련의 수학적 사실들이

3) 수학적 유희를 정의함에 있어서 '이야기' 개념의 적용은 본 연구가 행해진 수학과 내에 공유된 민족수학적 개념에 근거한 것이다. 예를 들어, 그 수학과의 성원들은 수학적 연구 결과의 발표를 'presentation'이라는 형식적 표현보다는 '이야기(talk)'라는 용어를 통해 소개하는 것을 선호했고, AW를 비롯한 수학과의 성원들 사이에서 자신의 강의나 연구를 지칭하여 "이야기 (story)"라는 표현을 사용하는 것이 자주 관찰되었다.

의미있는 관계망을 형성하며 재구성되는 것이다. 이런 관점에서, 학생들이 배우는 것은 교재와 판서를 통해 외연적으로 제시되는 수학적 사실을 넘어서 수학 교사의 발화 속에 함께 전수되는 교사의 수학적 유희, 그리고 그것을 통해 형성되는 의미의 망을 포함한다고 할 수 있다.

(3) 수학적 규범

지금까지 수학적 지식의 범주로서 '사실적 수학'과 '수학적 유희'를 제시하고 각각 정의했다. 대략적으로 요약한다면, 사실적 수학은 객관적인 언어를 통해 표상되는 정보의 형태를 띄는 수학적 지식의 범주로 규정된 반면, 수학적 유희는 은유, 몸짓 등의 다소 덜 객관적인 언어를 통해 전달되는 이야기 형식을 뛰는 수학적 지식의 범주로 규정되었다. 여기서 이야기 형식의 수학과 정보 형태의 수학을 구분해주는 요소는 표상 방법, 정형성, 객관성의 정도 등 다양하지만 그 가운데 가장 근원적인 것은 하나의 지식을 '사실'로서 확립시키는 사회적 관례이다. 다시 말해, 주관적인 수학적 이야기는 모종의 관례적인 과정을 통해 사회적으로 공인된 지식인 수학적 사실로 변환되어간다고 할 수 있다. 이처럼 수학은 한 수학자의 수학적 현상에 대한 탐구로부터의 발견에 기인하지만 그 발견의 결과가 객관적인 수학적 지식, 즉 수학적 사실로서 인정받기 위해서는 일련의 사회적 관례를 만족시켜야하고 이러한 측면에서 "어떻게 수학을 할 것인가"에 대한 지식은 한 수학자가 정통성을 인정받을 수 있는 수학적 성취를 이루기 위해 필수적인 지식이다. 그리고, "어떻게 수학을 할 것인가"에 대한 지식은 비단 전문적 수학자 사이에서뿐만 아니라 수학 교실에서도 중요한 부분을 차지함이 관찰되었는데, '수학적 규범'은 이러한 유형의 지식을 포괄하는 범주로 정의된다.

앞서 수학적 사실을 정의하면서, 그 범주에 속하는 수학적 지식이 모종의 사회적 관례에 의해 객관적인 '사실'로서 확립된다는 사회학적 관점을 제시하였다. 이러한 관점에서, '수학적 규범'이란 수학 사회에서 문화 역사적으로 구성된 독특한 '보는 방법', '말하는 방법', '사고하는 방법', '앎의 방법' 등을 비롯하여 그 사회 안에서 수용되는 적절하게 수학을 하는 방법을 포함하며, 수학 수업에서 제시되는 수학적 지식들은 모종의 '보는 방법'에 근거하여 구성된 지식이라고 할 수 있다. 즉, 미적분학은 곡선을 미시적인 관점에서 직선으로 보는 방법에 기초하고 있다. 해석학에서 함수의 연속성을 증명하기 위해 사용하는 ε-δ 방법은 19세기 초 기하의 산술화 운동을 통해 산출된 문화적이고 역사적인 보기(seeing)의 방식이다 (Pierpont, 1899; Lakoff & Nunez, 2000; Nunez, et al., 1999; Nunez & Lakoff, 1998). 이 ε-δ 방법은 동시에 함수의 연속성에 대해 적절히 말하고 사고하는 방법이다. 그리고 진술한 수학적 문장에 대한 정당화는 수학 교실에서 요구되는 가장 기본적인 말하기 방법이다.

뿐만 아니라, 수학 학급에서 명제의 진위를 판단하는 사고 역시 독특한 사고 방식에 따른다. 예를 들어, 명제 "함수 f가 증가함수이면, 그것의 도함수 $f'>0$이다"가 수학적으로 거짓임에도 불구하고, 미적분 수업에서 많은 학생들이 이 명제를 참으로 생각하며, 그것이 거짓이라는 사실에 거리감을 나타내는 경우가 많았다. 그 이유는 이 명제를 만족하는 함수의 예를 많이 찾을 수 있다는 것인데, 이는 수학 교사의 수학적 사고에서는 자연스럽게 부가되는 "모든 함수 f에 대하여"라는 전제를 학생들은 보지 못함으로써 발생하는 것이다. 일반적으로,

이러한 전제는 서구의 수학이 참과 거짓이라는 두 가지 진리값만을 상정하는 이가논리체계(two-value system)와 연관되는 것으로, 이는 수학이 독특한 '앎'의 방식에 근거한 타당한 종류의 사고에 대한 가정으로부터 출발하여 구성된 지식의 체계임을 의미한다.[4] 일반적으로, 수학에 대한 비교문화적 연구는 서구의 수학 사회가 다른 문화권의 수학 사회와는 다른 종류의 인식론적 기준을 적용함을 보여주고 있다(Joseph, 1994; Powell & Frankenstein, 1997; Srinivas, 1987). 그러한 이론적 관점에 근거하여 볼 때, 수학 학급에서 발견되는 규범적 수학이란 서구 수학의 모태가 되는 인식론적 관점에 기초한 "어떻게 수학을 행할 것인가?"에 관한 지식이라고 할 수 있다.

수학적 규범은 앞에서 언급된 다른 수학적 지식의 범주에 비해 암묵적으로 전달되는 반면, 어떤 의미에서는 가장 광범위하게 적용되는 수학적 지식의 범주이다. 나아가, 여기서 언급하는 수학적 규범은 단순히 단편적인 방법론적인 지식이 아니라 궁극적으로 그러한 앎의 방법을 통해 내면화된 수학을 행하는 사람의 품성으로 다루어 진다는 점을 지적할 필요가 있다. 예를 들면, "왜?"라는 질문을 반복하는 앎의 방식들은 나름대로의 방식으로 수학을 행함에 있어서 지적 정직성, 논리적 일관성을 강조하지만, 나아가 정직성, 일관성, 인내심, 창의성, 지적 개방성, 공명정대 등의 수학을 적절히 교육받은 사람이 갖추어야 할 품성을 규정하게 된다. 실제로, 수학 학급 관찰을 통해, AW를 비롯한 많은 수학자들이 학생들의 기술적 측면의 발달과 더불어 이러한 인성적 측면의 성숙을 중시하고 있음을 발견할 수 있었다. 예를 들면, 학기를 통해 성적이 꾸준히 오르는 학생에게 부가점수가 제공되었고, 시험 점수 이외에, 학생이 수학을 학습하는데 얼마나 열성적인가, 또 과제를 얼마나 창의적으로 수행하는가 등에 대해 담당 연습조교와의 토의를 통해 부가점수를 주었다. 이러한 교육적 관행들은 수학교사가 전수하는 것이 피상적인 교과내용을 넘어서 한 지식 사회가 구성해온 수학이라는 지식체계 속에 내재한 규범이며, 위에서 논의했듯이, 이 수학적 규범은 수학을 어떻게 행할 것이냐에 관한 구체적인 방법론적 지식을 넘어 수학을 행하는 사람으로서 지녀야할 자질까지 포함한다.[5]

2. 수학적 지식의 범주 사이의 변증법적 관계

지금까지 구체적인 수학 교실에서의 교육적 관행의 관찰에 근거하여, 수학 교사에 의해 전달되는 수학적 지식의 범주를 찾아보았다. 이제 그 범주들 사이의 관계를 묘사하고 그로부터 구체적인 교육적 시사점을 모색하고자한다. 우선, 이미 이들 수학적 지식의 범주들을 정의하는 과정에서 시사되었듯이, 그들은 각기 독립적인 지식으로서 분리되어 존재한다기보다는 서로 밀접하게 연관되어 있다. 즉, 수학적 유희는 수학적 규범에 의해 정의된 관례적 절차를 통해 수학적 사실로 변환되어 간다. 따라서, 수학적 사실은 수학적 유희과 수학적 규범을 통해 생성되는 반면, 수학적 사실을 둘러싼 이야기로서 수학적 유희는 수학적 사실을 그 기저

4) 사회문화적 연구에 의하면 모든 문화적 집단이 이와 같은 이가논리체계(two-value logic system)을 공유하지 않음이 밝혀졌다 (Cooper (1975) 참조).

5) 여기서 수학을 행하는 사람으로서의 품성은 수학을 어떻게 행하는 가에 관한 방법적 지식과 사실상 별개의 것이 아니다. 좀더 구체적으로 말하자면, 수학을 교육받은 사람의 품성은 수학의 속성, 그리고 그것을 행하는 방법에 대한 이해로부터 발달된다. 이에 대한 논의는 본고의 후반에서 다시 다루어질 것이다.

로 할 때 의미있는 유희가 된다. .

1. AW: 함수 $f(x)=1$의 도함수는 무엇인가?
2. 학생들: 영(0).
3. AW: 도함수는 영이다.
4. 그 함수의 그래프는 어디서나 수평을 이루기 때문에
5. ((오른손을 수평으로 움직인다))
6. 그 기울기는 0이 된다.
7. 또는, 항상 1이 되는 것의 변화율을 구해보면, 그 값은 0이 된다.
8. 왜냐하면, 그 함수는 변화하지 않기 때문이다.
9. ((오른 손을 조금 빠르게 쭉 펼친다))

위의 예는 AW가 미적분학 강의에서 전 시간에 배운 내용을 복습하는 부분에서 발췌한 것이다. 이 에피소드는 상수함수 $f(x)=1$의 도함수에 대한 AW의 질문으로 시작되고 학생들은 그 질문에 0이라고 대답한다. AW는 학생들이 제시한 답을 반복하여 진술함으로써 학생들의 대답의 적절성을 인정한다. 그러나, 그들의 수학 사회에서 수학적 진술이 하나의 공인된 사실로서 위치를 차지하기 위해서는 '증명'이라는 과정을 거쳐야하며 줄4부터 줄9까지 AW의 발화는 바로 이러한 과정의 수행과 관련된다. 또한, AW의 논리적 정당화는 문제 상황을 은유적으로 표상하는 몸짓을 통해 표출되는 수학적 유희와 더불어 이루어지고 있음도 관찰할 수 있다. 이처럼 AW의 수학적 유희는 임의로 구성되는 과정이 아니라, 도함수가 곡선의 순간적 기울기와 순간적 변화율을 표상한다는 수학적 사실에 의해 그 흐름이 결정되고 있다. 또한, 그 흐름의 리듬은 정당화의 대표적인 언어적 처리과정 같은 수학적 규범을 따르고 있음을 볼 수 있다.

이처럼 본 고에서 제시된 세 개의 수학적 지식의 범주는 그 자체가 독립적으로 존재하는 고립된 지식이 아니라 유기적으로 연결되어 변증법적인 상호작용을 통해 순간 순간 부단히 서로를 규정하고 조정해가는 관계를 유지하고 있다. 이러한 변증법적 관계는 수학적 관행에서 전통적으로 고수되어온 객관과 주관 사이의 이분법의 부적절성을 보여준다. 위에서 논의된 바와 같이, 객관적인 지식으로서 수학적 사실은 주관적인 지식인 수학적 유희에 그 근원을 두고 있다. 좀더 정확히 표현하자면, 주관적인 수학적 이야기가 사회적 규범의 틀을 통해 객관적인 수학적 사실이라는 사회적으로 공유된 지식으로 변환되어 간다고 말할 수 있다. 또한, 주관과 객관을 매개하는 것이 수학 사회에서 공유된 관례와 규범이라는 점은 교과목으로서 수학이 갖는 사회문화적 속성을 드러내 보여준다. 그렇다면, 본 연구를 통해 드러난 다양한 범주의 수학적 지식과 그들 사이의 변증법적 관계가 조명해주는 객관과 주관 사이의 관계, 그리고 수학적 지식의 사회문화적 속성이 '수학적 소양'에 관한 본 연구의 질문에 대해 제공하는 시사점은 무엇인지 다음의 결론에서 정리하기로 한다.

Ⅳ. 결론: 수학 사회의 문화적 정체성으로서의 수학적 소양

본 고는 구체적인 수학 교실의 상황의 관찰 연구를 통해 수학 교육에서 '앎'의 의미에 대한 한 가지 관점을 '수학적 소양'과 관련하여 제시하고자하는 목표를 가지고 시작되었다. 특히, 수학을 행하고 전수하는 것이 삶의 중요한 부분을 이루는 이들의 교육적 관행을 묘사함으로써 기존의 기술주의적 관점에 기초한 수학적 소양에 대한 개념을 비판적으로 검토하고 확장하고자 했다. 실제로, 자료분석 결과, AW

를 비롯한 그의 동료 수학자에 의한 수학 교육 관행 속에서 수학적 소양이란 기술적인 것 이상의 보다 포괄적인 것임을 알 수 있었다. 즉, 수학 교사는 수학 수업에서 정보 또는 기술적인 성격의 수학적 지식을 학생에게 전수하는 과정에서 그것을 하나의 주어진 대상으로서 재생산하기보다는 지적 유희를 통해 그 수학적 의미가 부각시킨다. 이처럼 하나의 수학적 사실은 그 자체로 멈추어 있는 것이 아니라 그것이 설명하고자 하는 수학적 현상의 묘사에 한 걸음 더 다가가선 수학적 사실로 변환되어 가는 생명력을 가진 지식이며, 일반적으로, 구조적인 지식으로서 수학은 이처럼 수학자의 지적 유희의 산물이라고 할 수 있다 (Pickering & Stephanides, 1992).

이러한 관점을 적절히 수학을 교육받은 사람이 지녀야할 요건으로서 '수학적 소양'에 관한 논의와 연결지어 본다면, 수학적 소양이란 한 개인이 한 사회 안에서 효율적으로 기능하기 위해 요구되는 수학적 기능의 획득뿐만 아니라, 그러한 기술적 지식의 체계로서 수학의 의미를 공유하고 그러한 의미의 공유를 통해 그 지식의 체계를 발전시켜나갈 수 있는 지적 유희의 능력까지 포괄한다고 할 수 있다. 수학적 소양의 일부로서 수학적 유희의 중요성은 인류 역사 속에서 교육의 의미를 되돌아 볼 때 더욱 분명해진다. 인간의 기본적인 행위로서 교육은 한 세대가 생산한 지식의 체계를 다음 세대에게 전수하는 중요한 역할을 담당해왔다. 그러나, 그러한 과정에서 지식의 전수는 기성세대가 의도한 지식의 재생산을 의미하지는 않는다. 앞서 수학적 유희에 관한 논의가 암시하듯, 교사는 지식을 자신의 관점에서 재해석한 형태로 전달하며, 마찬가지로 학생 역시 그 재해석된 지식을 자신의 의미체계에 비추어 재해석하는 방식으로 수용하게 되며, 이러한 과정을 통해, 지식은 세대를 통해 변환해가는 역동적인 성격을 갖게 되는 것이다. 그리고, 이러한 지식의 역동성은 인간의 자유로운 지적 유희를 통해 그 빛을 발하고 특히 인간의 역사가 위기에 이르렀을 때 기존의 지식이 주지못한 새로운 세계에 대한 안목을 제공함으로써 역사발전을 이끌어온 원동력이 되어왔다. 이로부터 유추하여 생각해볼 때, 수학교육은 과거의 수학이 창출한 현재에 안주하여 그것을 재생산하기보다는, 과거와 현재의 역사적 흐름에 대한 이해를 바탕으로 한 지적 유희를 통해 미래에 대한 안목을 키워나가는 지식교육으로서의 역할을 수행해야하고 따라서, 이러한 의미에서, 수학이라는 교과의 지적 전통 속에서 수학적 유희는 중요한 수학적 소양의 일면을 구성한다고 할 수 있다.

그러나 위의 수학적 유희에 대한 논의와 관련하여, 한 가지 지적해야할 점이 있다. 수학적 유희를 통해 하나의 수학적 사실이 재해석되고 궁극적으로 또 다른 하나의 수학적 사실로 변환되어 가면서 지식의 구조로서 수학을 형성해 가는 과정에 대해 언급하였는데, 이는 하나의 수학적 유희가 하나의 수학 지식의 체계를 형성해가는 것으로 이해될 수 있고 그렇다면, 하나의 공유된 수학적 지식의 체계가 존재하는 현실을 설명할 수 없게 된다. 그러나, 앞서 수학적 사실, 수학적 유희, 그리고 수학적 규범이라는 범주 사이의 변증법적 관계에 대한 묘사에서 언급되었듯이, 수학적 유희는 임의적이고 사적인 백일몽이 아니다. 그것이 의미있는 유희가 되기 위해서는 우선 수학적 사실에 대한 지식을 전제로 한다. 이러한 관계를 통해, 인간의 무한한 상상의 세계는 그가 생산한 유한한 지식을 통해 의식될 수 있는 영역으로 들어오게 되고 그 지식의 체계에 의해 닦여진 길을 따라 발전하게 되는 것이다. 또한, 수학적 사실

이 수학적 규범의 산물이라고 할 때, 결국 수학적 유희는 근원적으로 수학적 규범에 의해 조건화되는 것이라고 할 수 있다. 이처럼, 수학적 유희가 수학적 소양의 중요한 측면이라면, 수학적 유희를 조건화하는 수학적 규범 역시 수학을 교육받은 이의 소양에 근원적으로 연관된다고 할 수 있다.

앞서 수학적 유희에 관한 논의에서는 수학적 소양에 관한 논의에서 수학이라는 지식의 교육을 통해 미래에 대한 안목을 배양하는 것의 중요성이 주장되었다. 그렇다면, 수학적 규범이라는 지식의 범주를 통해 부각되는 수학적 소양의 측면은 무엇인가? 지식의 범주로서 수학적 규범은 수학적 지식을 하나의 사회학적 의미의 사실로서 성립시키는 기반에 해당하는 지식으로서 어떻게 수학을 할 것인가에 관한 지식, 구체적으로 어떻게 보고, 말하고, 사고하는 가에 관한 지식으로 정의되었다. 수학적 규범에 대해 논의하는 과정에서 언급되었듯이, 이들 수학을 행하는 방법은 보편적이라기보다는 각 문화적 집단마다 독특한 양상을 갖는다 (Joseph, 1994). 이러한 맥락에서, 수학적 규범은 수학적 소양의 사회문화적 속성을 보여준다고 할 수 있다. 즉, 수학교육을 받은 이의 자질로서 수학적 소양은 그 수학을 생산한 사회의 문화적 맥락과 밀접한 관계를 갖는다는 것이다. 특히, 수학적 규범이 단순한 방법론적 지식에 멈추지 않고 그 방법론적 지식으로부터 파생되는 인간의 품성까지 포함한다는 앞서의 논의에 비추어 볼 때, 수학적 규범이 조명하는 수학적 소양의 개념은 기술적 의미를 넘어, 현상을 보고, 그것에 대하여 사유하고 말하는 것에 대해 한 사회가 공유하고 있는 방식, 그리고 그와 밀접한 연관을 갖는 바람직한 인간상, 즉, 그 사회의 인식론적 규범에 따라 학습자가 전인적으로 변화하는 과정을 통해 형성되는 '문화적 정체성'까지 포괄한다고 할 수 있다. 특히, 수학적 규범을 통해 주관과 객관이 변증법적으로 매개되는 현상은 수학 학습과정을 통해, 학습자의 주관적인 의식의 세계가 사회적 규범을 통해 조직화된 객관적, 사회적 인식론적 체계와의 재조정을 통해 변환되어 가는 과정, 즉, 문화적 정체성의 형성을 보여주며, 바로 이러한 사회문화적 변환이 Vygotsky를 위시한 사회문화적 학습이론에서 인지발달의 핵심적 과정이다 (Lave & Wenger, 1991).

살펴본 바와 같이, 인간이 역사적으로 구성해온 지식으로서 수학을 배우는 과정을 통해 함양되는 소양은 기존의 기술주의적인 관점에서 파악된 것보다 훨씬 깊은 인간의 내면 세계와 연관되어 있다. 앞서 묘사한 바와 같이, 수학을 배운다는 것은 단순한 기술적 발달을 넘어서, 한 사람의 전인적 존재로서 발전해가는 과정까지 포괄하는 과정이다. 그리고 수학적 기술이 가치중립적인 것이 아니라, 한 수학사회의 가치와 규범을 반영하는 역사적 유물이라는 점을 감안할 때, 수학 교실에서 이루어지는 수학적 기술을 중심으로 한 학습은 단순한 기술의 획득을 넘어 그 기술 속에 깃든 그 사회의 역사와 문화를 접하는 과정이라고 볼 수 있다. 이를 좀더 확장시켜 보면, 앞서 언급된 수학학습과정에서의 전인적 발달이란 다름아닌 수학사회의 규범과 가치 속에서 진행되는 사회문화적 변환의 과정이다. 예를 들어, 앞서, 수학적 규범은 수학적 탐구를 행하는 방법론적 지식을 넘어 수학을 행하는 사람으로 갖추어야 할 품성까지 포괄한다고 지적했고, 그 품성의 예로 정직성, 창의성, 인내 등을 들었다. 그러나 이들 품성은 단지 수학사회뿐만 아니라 대부분의 사회에서 가치있는 것으로 받아들여지고 있다는 점에 비추어 볼 때, 과연 이들을 수학사회의 규범과 가치에 한정시켜보는 것이 타

당한 것인가에 대한 의문이 생길 수 있다. 실제로 정직성, 창의성, 인내 등은 보편적인 인간의 덕목에 해당된다. 그러나, 본 연구의 분석결과, 이들 덕목이 보편적으로 갖는 중요성보다는, 그러한 덕목들이 수학학습 과정에서 하나의 구체적인 삶의 문제로 부각되고 상이한 관점을 가진 다양한 성원들 사이의 일상적 상호작용을 통해 수학 사회의 독특한 문화적 관점에서 하나의 가치로 정립되어 간다는 점을 발견했다.

예를 들어, 인내는 중요한 인간의 덕목일 것이다. 그러나, 구체적인 상황이 주어지지 않은 상황에서 인내의 중요성에 대한 논의는 공허한 것이다. 수학 교실에서는 수학이 체계적인 지식을 갖는 사실에 비추어 학습자는 한 단계 한 단계 어려움을 인내하며 앞으로 나아간다는 것이 보다 구체적이고 의미있는 덕목으로 제시된다. 정직성 역시 수학 사회에서 적절한 것으로 여겨지는 수학적 사고의 속성에 비추어 그 중요성이 인식된다. 이처럼, 수학 사회가 덕목으로 제시하는 인간의 품성들은 다른 사회에서도 공유되는 보편적인 것이라 할 지라고, 그들이 어떤 구체적인 의미를 가지고 교육되는 지는 수학 사회의 문화적 풍토에 의해 결정되고, 그러한 의미에서 수학은 단순히 기술만을 제공하는 것이 아니라, 학습자가 자신의 삶 속에서 이들 덕목을 볼 수 있는 구체적인 바탕을 마련해준다는 것이다. 이러한 문화적 규범의 체계는 그 보편성으로 인해 학습자의 규범이나 가치와 부합하기도 하지만 그 구체적 양상으로 인해 갈등을 일으키기도 한다. 그리고 그 갈등의 상황에서 학습자는 항상 가치 선택의 문제에 직면하게되고 그러한 선택의 과정을 통해, 학습자는 수학 사회를 이탈할 수도, 또는 그곳에 남아 그 사회의 일원이 되기를 선택할 수 있다. 어떠한 선택의 경우이든 선택은 그 선택을 한 사람의 인생에 중요한 흔적을 남긴다. 특히, 학습자가 수학 사회의 성원으로 남기를 선택했다면 그는 궁극적으로 그 사회의 문화적 정체성을 공유하며 사회문화적 인격체로 변환해가는 것이다. 그리고 이러한 선택의 문제는 단지 교실에만 국한되는 것이 아니라 학습자의 생활 전반에서 이루어 진다는 점에 비추어 본다면, 수학 교육이란 교실을 넘어선 포괄적이고 심층적인 경험이라고 할 수 있다.

지금까지 논의에 비추어 볼 때, 수학 학습은 학습자의 전인적 발달과 불가분의 관계에 있음을 알 수 있다. 전인 교육은 우리의 학교 교육에서 중요한 화두가 되어 왔으나 수학을 순수이성의 산물로 보는 관점, 또 우리의 교육 관행에서 그것이 가지는 교환가치에 대한 지나친 강조는 다른 교과목에서 찾아볼 수 있는 지식으로서의 의미를 결여한 지식으로 제시함으로써 그러한 연관성을 은폐시켰다. 이러한 이분법의 논리는 지식의 성격과 가치에 대한 많은 편견, 특히 경험과 이성에 대한 역사적인 편견에 기초하고 있다. 사실, 역사적으로 수학의 교육적 가치는 수학을 다른 경험적인 종류의 지식과 구분지어 이성적이고 초월적인 지식으로 제시하는 편견의 구조에 편승해있는 것이다. 그러나, 이러한 부적절한 편견에 힘입은 특별함은 무의미한 것이고 그 교육적 의미의 왜곡을 통해 교육적 관행을 왜곡시켰다. 이러한 편견과 왜곡은 최근 수학에 대한 사회문화적 연구가 파헤지고자하는 문제이며 그 연구결과들은 이러한 편견의 부당성과 그로 인한 교육에서의 왜곡을 드러내어 수학의 교육적 가치를 다른 각도에서 조명하는 시도의 필요성을 부각시켰다. 본 고에서는, 수학의 교육적 중요성을 인간의 역사적 유산으로서 수학이 가지는 의미에서 찾고자했고, 구체적으로 수학 학급에서 지도되는 수학의 사회문화적 속성을 부각시킴

으로써 수학적 소양을 수학교육에서의 문화적 정체성 형성의 문제와 연관시켜보았다.

AW의 수업에서의 사례분석을 통해 볼 수 있듯이, 교육이란 현실의 필요를 만족하는 무언가를 제조하는 것에 한정되는 것이 아니다. 교육은 한 문화적 집단이 열망하는 것을 향해 나아가고자 하는 지난한 몸짓일 것이다. 그 열망은 현실에 한정된다기 보다는 현실에 비춘 역사적 우연성의 산물이다. 그러한 열망과 미래에 대한 시각은 그 문화적 집단의 문화적 정체성을 공유함으로써 가시화된다. 그렇다면, 수학이라는 지식 속에 내재해있는 문화적 정체성을 간과한 현대의 기술주의적인 수학교육 관행은 피상적인 기술의 전수에 그치는 결과를 낳을 것이다. 수학 속에 내재한 문화적 정체성을 정치경제적 이데올로기로 대체하는 교육적 관행이 결과적으로 초래할 수학교육에 심각한 위기를 예견하는 다음의 인용문으로 이 글을 마치고자 한다.

> 인간의 활동을 둘러싼 문화적 정체성이 결여된 곳, 초심자가 학습하고자하는 지식에 대한 성숙한 관행의 장이 마련되지 않은 곳에서는 학습의 교환가치가 그 이용가치를 대체한다. 학습의 상품화는 학습결과의 이용가치와 교환가치 사이의 근본적인 모순을 유발하고, 이러한 모순은 진정한 학습과 지식을 과시하기 위한 학습 사이의 갈등으로 나타난다.
>
> **(Lave & Wenger, 1991, p. 112)**

참 고 문 헌

Apple, M. (1992). Do the standards go far enough?: Power, policy, and practice in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education,* 23(5), 412-431.

Ascher, M., & Ascher, R. (1997). Ethnomathematics. In A. B. Powell, & M. Frankenstein (Eds.), *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp.25-50). albany, New York: SUNY Press.

Berger, P., & Luckmann, T. (1966). *The social construction of reality: A Treatise in the Sociology of Knowledge.* New York: AN Anchor Book.

Bloor, D. (1994). What can the sociologist of knowledge say about 2+2+4? In P. Ernest (Ed.), *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective* (pp.21-32). London: The Falmer Press.

Cobb, P., & Bauersfeld, H. (Eds.) (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., Wood, T., & Yackel, E. (1996). Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. In E. Forman, N. Minick, & A. Stone (Eds.), *Context for learning: Sociocultural dynamics in children's development* (pp.91-119). New York: Oxford University Press.

Cooper (1975). Alternative logic in 'primitive thought'. *Man,* 10 238-56.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics,* 5(1), 44-48.

de la Rocha, O. (1986). *Problems of sense and problems of scale: An ethnographic study of arithmetic in everyday life.*

Unpublished Doctoral Dissertation. University of California.

Department of Education (1984). *The nation responds: Recent efforts to improve education.* Washington, D. C.: U.S. Government Printing Office.

Eklof, P. C. (1976). Whitehead's problem is undecidable. *American Mathematical Monthly,* 83(10), 775-87.

Ernest, P. (1994). The Dialogical nature of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective* (pp. 33-48). London: The Falmer Press.

Goetz, J., & LeCompte, M. (1984). *Ethnography and qualitative design in educational research.* NY: Academic Press.

Gumperz, J. J., & Levinson, S. C. (Eds.) (1996). *Rethinking linguistic relativity.* New York: Cambridge University Press.

Gumperz, J. J., & Hymes, D. (Eds.) (1972). *Directions in sociolinguistics: The ethnography of communication.* New York: Holt, Rinehart, & Winston.

Hymes, D. (1966). Two types of linguistic relativity (With examples from Amerindian ethnography). In W. Bright (Ed.), *Sociolinguistics. Proceedings of the UCLA Sociolinguistics Conference,* 1964 (pp.114-167). The Hague: Moutin & Co.

Hymes, D. (1972). Models of the interaction of language and social life. In J. J. Gumperz & D. Hymes (Eds.), *Directions in sociolinguistics: The ethnography of communication* (pp.35-71). New York: Holt, Rinehart, & Winstin.

Hymes, D. (1974). Toward ethnographies of communication. In f*oundations in sociolin guistics: An ethnographic approach* (pp.3-28). Philadephia: University of Pennsylvania Press.

Joseph, G. G. (1994). Different ways of knowing: Contrasting styles of argument in Indian and Greek mathematical traditions. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics, education and philosophy: An International perspective* (pp.194-207). London: The Falmer Press.

Ju, M.-K. (in press). Understanding epistemolgoical diversities in mathematics classroom. Paper presented in the annual meeting of International Conference of Teaching Mathematics, July, 2002. Creta, Greece.

Lagemann, E. C. (1997). Contested terrain: A history of education research in the United States, 1980-1990. *Educational Researcher,* 26(9), 5-17.

Lakoff, G., & Nunez, R. (1997). The metaphorical structure of mathematics: Sketching out cognitive foundations for a mind-based mathematics. In L. D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* (pp.21-89). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Lakoff, G., & Nunez, R.(2000). *Where mathematics comes from.* New York: Basic Books.

Lampert, M., & Blunk, M. L. (Eds.) (1998). *Talking mathematics in school: Studies of teaching and learning.* NY: Cambridge

University Press.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life.* New York: Cambridge University Press.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participa tion.* New York: Cambridge University Press.

Martin, D. A. & Solovay, R. M. (1970). Internal cohen extensions. *Annals of Mathematical Logic,* 2, 143-178.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author.

National Research Council (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education.* Washington, D. C.: National Academy Press.

Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics.* NY: Cambridge University Press.

Nunez, R., Edwards, L., & Matos, J. F. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics,* 39(1-3): 45-65.

Nunez, R., & Lakoff, G. (1998). What did Weierstrass really define? The cognitive structure of nature and $\varepsilon - \delta$ continuity. *Mathematical Cognition,* 4(2), 85-101.

Pickering, A., & Stephanides, A. (1992). Constructing quaternions: On the analysis of conceptual practice. In A. Pickering (Ed.), *Science as practice and culture* (pp.139-167). The University of Chicago Press.

Pierpont, J. (1899). On the arithmetization of mathematics. *Bulletin of the American Mathematical Society,* 394-406.

Popkewitz, T. (1991). *A political sociology of educational reform: Power/knowledge in teaching, teacher education, and research.* New York: Teachers College Press.

Powell, A. B., & Frankenstein, M. (Eds.) (1997). *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in mathematics education.* Albany, NY: SUNY Press.

Restivo, S. (1990). The social roots of pure mathematics. In S. E. Cozzens, & T. F. Gieryn (Eds.), *Theories of science in society* (pp.120-143). Bloomington and Indianapolis: Indiana University Press.

Restivo, S. (1994). The social life of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics, education and philosophy: An international perspective* (pp.209-220). London: The Falmer Press.

Rudin, M. E. (1969). Souslin's conjecture. *American Mathematical Monthly,* 786, 113-19.

Shelah, S. (1974). Infinite Abelian groups - Whitehead's problem and some constructions. *Israeli Journal of Mathematics,* 18, 243-56.

Sherzer, J. (1987). A discourse-centered *American Anthropolgy,* 89(2), 295-309.

Solovay, R. M. & Tennenbaum, S. (1971). Cohen extensions and Souslin's problem. *Annals of Mathematics,* 94, 201-45.

Srinivas, R. M. (1987). The methodology of

Indian mathematics and its contemporary relevance. *PPST*, 201-45
Stanic, G. (1986). The growing crisis in mathematics education in the early twentieth century. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(3) 190-205.
Voigt, J., Seeger, F., & Waschescio, U. (Eds.) (1998). *Culture of mathematics Classroom*. New York: Cambridge University Press.

Reconsidering Mathematical Literacy

Mi-Kyung Ju (Korea National Univensity of Education)

The purpose of this paper is to reconsider the meaning of mathematical literacy based on the investigation of the nature of mathematical knowledge communicated in university level mathematics classes. The analysis of classroom discourse has revealed three different kinds of mathematical knowledge circulated in mathematics class, which include 'factual mathematics', 'mathematical fantasy', and 'mathematical savior faire.'

The fact that a mathematics teacher delivers diverse categories of mathematics knowledge suggests that the mathematical literacy is not confined to the development of technical competence. More specifically, the kinds of mathematical knowledge identified above tell that mathematical literacy developed through learning mathematics reflects the cultural norms and values of doing mathematics. This means that mathematical literacy is not merely involve with technical competence but rather with cultural competence.

In this regard, this paper highlights the meaning of mathematical literacy as a cultural identity, which has been underestimated in the theory and practice of mathematics education dominated by technocracy of the twentieth century. In particular, the notion of mathematical savior faire implies that teaching and learning mathematics ultimately deals with a system of cultural meaning. Hence, through learning mathematics, a learner gets transformed as a whole person according to the cultural norms and values. In this regard, it is concluded that mathematical literacy can be considered as a necessary condition to become a competent member of mathematics community sharing cultural norms of doing mathematics as well as a repertoire of mathematical skills.