

데이터 재활용 방식을 적용한 부호 알고리즘

A Data-Recycling Sign Algorithm for Adaptive Equalization

김 남 용

Nam yong Kim

요 약

이 논문에서는 부호 알고리즘(Sign Algorithm)의 수렴성능을 향상시킨 새로운 Equalizer 알고리즘을 소개하였다. 이것은 입력 데이터를 재활용하여 필터계수를 다중 갱신하는 Data-Recycling 방식을 곱셈 계산이 적은 Sign 알고리즘에 적용하였다. Sign 알고리즘은 계산량이 적고 구현이 간단한 장점을 가지나 느린 수렴속도의 한계를 가지고 있다. 제안한 알고리즘은 Sign 알고리즘의 계산량이 적은 장점과 Data-Recycling LMS 알고리즘의 단순성과 빠른 수렴속도를 가지는 장점을 결합한 구조의 알고리즘이다. 컴퓨터 시뮬레이션에서 제안된 적응 등화 알고리즘은 LMS 알고리즘보다 2배 빠른 수렴 속도를 나타내었으며, 근사한 수렴성능에 조건에서 Data-Recycling LMS와 비교할 때 반으로 줄어든 곱셈 계산량을 보였다.

Abstract

A new Sign algorithm which has improved convergence speed is presented. The data-recycling technique, whose coefficients are multiply adapted in a symbol time period by recycling the received data, is applied to Sign algorithm which has few multiplications. Sign algorithm has very few multiplications and is the most easily implemented, but it gives small rate of convergence relative to others. The proposed algorithm combines the advantage of Sign algorithm, few multiplications, and the virtue of Data-Recycling LMS algorithm, simplicity and fast convergence. The results of computer simulation show that the proposed algorithm has 2 times faster convergence rate than that of LMS algorithm. Comparing to Data-Recycling LMS algorithm, in similar convergence conditions, it requires half fewer multiplications.

Key words : adaptive equalizer, sign algorithm, LMS, Data-Recycling LMS.

I. 서 론

디지털 통신 서비스는 지금의 정보화 시대에 주된 역할을 하고 있는 것이 사실이다. 이에 따른 정보량과 정보 품질의 향상은 크게 요구되고 있으나 시스템 설계에서 해결해야 할 기술적 문제는 여전히 많이 남아 있다. 특히 디지털 통신 시스템에서의 무선 채널은 급변하는 주파수 선택적인 페이딩 현상에 의한 전송 성능의 저하로 상당한 어려움을 겪

고 있다. 이러한 제약을 극복하기 위해서는 빠른 수렴속도와 하드웨어 구현이 비교적 용이하도록 단순, 효율적인 적응 Equalizer가 적용되어야 한다.

대부분의 통신시스템 수신기에 사용되는 적응 Equalizer는 탭 계수값이 채널특성에 따라 변화될 수 있는 transversal(TDL) 필터 형태로 대개 실현되며 탭계수 조정에는 적응방식에 의해 조절되도록 하고 있는데 이러한 탭계수 조절에 최소자승평균 (LMS) 알고리즘이 표준방법으로 사용되어 왔다^{[1]-[4]}. TDL

삼척대학교 정보통신공학과(Dept. of Information & Communication Eng., Samchok Univ.)

· 논문 번호 : 20010917-124

· 수정완료일자 : 2001년 11월 26일

Equalizer 알고리즘 중에는 LMS 알고리즘의 효율성의 장점과 성능 향상을 함께 가지는 알고리즘으로 버려지는 입력 데이터를 한 샘플시간 동안 탭계수 갱신에 재활용하는 것을 기본 개념으로 하여 탭계수의 적응 속도가 재활용 데이터수 만큼 향상된 Data-Recycling LMS 알고리즘 등이 있다⁵⁾.

이 논문에서는 오차신호와 입력 수신신호 값의 부호만을 고려하는 Equalizer 탭계수 갱신 방식인 Sign 알고리즘^{4),6),7)}에 Data-Recycling 방식을 결합한 Data-Recycling Sign 방식이 곱셈 계산을 줄이면서 수렴속도를 크게 향상시킬 수 있음을 보였다.

II. LMS Adaptive Equalizer

TDL Equalizer는 MSE (Mean Squared Error)가 최소 되도록 탭계수 c_j 를 시간에 따라 연속적으로 갱신하는 적응 알고리즘을 사용한다. 샘플시간에 해당하는 첨자 k 를 도입하여 c_j 를 $c_j(k)$ 로 정의하면 TDL 적응 Equalizer의 출력 $I^-(k)$ 는 다음과 같다. 여기서 $X(k)$ 는 input signal 벡터이며 $I(k)$ 는 desired signal을 나타낸다.

$$I^-(k) = \sum_{j=0}^L c_j(k) \cdot x(k-j) = C^T(k) \cdot X(k) \quad (1)$$

이 때, $e(k) = I(k) - I^-(k)$ 이며 MSE는 탭 계수에 대하여 이차 곡면 함수를 이루는 유일한 최소점을 가진다. 이 최소점에 이르도록 계수값을 갱신하는 방법에는 기울기(gradient)를 이용하게 되는데 계수 벡터에 대한 MSE의 부정 기울기(negative gradient)에 비례하는 변화량을 현재의 계수 벡터에 더 하므로써 다음 계수 벡터를 얻는다. 그러나 MSE의 변화율은 통계적 양이므로 매시간 갱신에는 현실적이지 못하다. 정확한 통계적 기울기 대신 현 오차의 제공량을 현 계수로 미분한 양을 기울기의 추정치로 사용한 LMS 알고리즘이 다음과 같다⁸⁾.

$$\begin{aligned} C(k+1) &= C(k) - \mu \cdot \left(\frac{\partial e^2(k)}{\partial C(k)} \right) \\ &= C(k) + 2\mu \cdot e(k) \cdot X(k) \end{aligned} \quad (2)$$

수렴 파라미터 μ 는 알고리즘의 수렴 속도와 안정도를 제어하는 스텝 크기이며 다음과 같은 충분

조건을 가진다.

$$0 < \mu < \frac{1}{(1+L)\text{신호분산}} \quad (3)$$

III. Data-Recycling LMS Algorithm

한개의 필터 출력을 만들어내는 과정에 기존 LMS 알고리즘의 탭계수값들은 한번 갱신되지만 Data-Recycling 방식은 한개의 출력값을 만들어내는 과정에 재활용 버퍼에 든 데이터 개수 만큼 반복 갱신을 거치게 된다. 따라서 보다 빠른 수렴속도를 기대할 수 있다. 재활용 버퍼 및 계수 갱신 과정을 보이기 위해 두개의 탭계수와 2개 재활용 버퍼(B=2)를 예로 들면 다음과 같이 설명이 된다. 처음, 재활용 데이터 벡터 $X(k-2) = [x(k-2), x(k-3)]^T$ 와 재활용 데이터 수 만큼 반복 갱신될 계수 벡터 $C(k,2) = [c_0(k,2), c_1(k,2)]^T$ 를 사용하여 첫번째 오차 $e(k,2)$ 를 얻게 되고 이로부터 LMS 알고리즘에 의해, 갱신된 계수벡터 $C(k,1)$ 을 얻는다. 다음, 재활용 데이터 벡터 $X(k-1) = [x(k-1), x(k-2)]^T$ $C(k,1) = [c_0(k,1), c_1(k,1)]^T$ 를 사용하여 두 번째 오차 $e(k,1)$ 를 얻게 되고 이로부터 갱신된 계수벡터 $C(k,0)$ 를 얻는다. 끝으로, 재활용

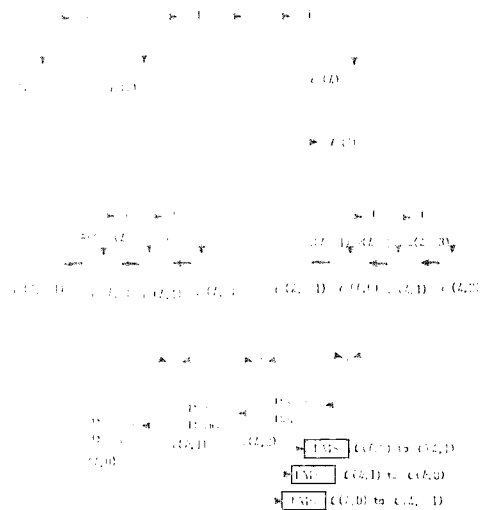


그림 1. 데이터 재활용 LMS 구조

Fig. 1. Data-Recycling LMS Algorithm.

데이터 벡터 $X(k-0)=[x(k-0), x(k-1)]^T$ 와 $(C(k,0)=[c_0(k,0), c_1(k,0)]^T$ 를 사용하여 세 번째 오차 $e(k,0)$ 를 얻게 되며 이로 부터 갱신된 계수벡터 $C(k,-1)$ 을 얻는다.

이렇게 3번 갱신($B+1=3$)된 $C(k,-1)$ 는 TDL 필터의 다음 출력을 위해 쓰일 계수 벡터 $C(k+1)$ 로 복사된다. 결국 재활용 버퍼 데이터들이 가진 입력 신호의 통계적 특성을 재활용할 수 있게 되므로서 탭계수는 기존 방식에서보다 최적 계수값에 보다 더 접근해 있게 된다. Data-recycling LMS 알고리즘을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$C(k+1) = C(k) + 2\mu \sum_{i=0}^B e(k,i) X(k-i) \quad (4)$$

이때,

$$e(k,i) = I(k-i) - C^T(k,i) X(k-i) \quad (5)$$

식 (4)는 BLMS (Block Least Mean Square) 알고리즘^{[9],[10]}과 아주 흡사하게 보인다. 그러나 Data-recycling LMS 알고리즘이 BLMS와 다른 점은 식 (5)에서 찾을 수 있다. Data-recycling LMS 알고리즘의 계수변화는 $C(k)$ 를 $C(k,B)$ 로 놓고 B+1 개의 Recycling Data를 사용하여 다음 표 1과 같은 과정을 거치면 $C(k,B)$ 는 $C(k,-1)$ 가 되며 이 $C(k,-1)$ 가 $C(k+1)$ 로 복사된다.

Data-recycling LMS 알고리즘과 다르게 BLMS는 블록단위 데이터 B개가 처리되는 동안 계수벡터 $C(k)$ 가 고정되어 있다. 즉, B개 데이터마다 계수벡터가 1번 갱신되는 것이다. 한 샘플 데이터 동안 Data-recycling LMS 알고리즘이 B+1번 계수벡터를

표 1. Data-recycling LMS 알고리즘의 계수 갱신 과정

Table 1. Tap coefficients updating process of Data-recycling LMS algorithm.

$C(k)$	$C(k,B) = C(k)$
for ($i=B$; $i<=0$; I--)	$e(k,i) = I(k-i) - C^T(k,i) X(k-i)$
	$C(k,i-1) = C(k,i) + 2\mu e(k,i) X(k-i)$
$C(k+1)$	$C(k+1) = C(k,-1)$

갱신하는 점과 매 샘플 데이터마다 계수 벡터를 1번씩 갱신하는 LMS 알고리즘, 그리고 B개 블록 데이터마다 계수 벡터를 한번 갱신하는 BLMS의 특성이 이렇게 차이를 가진다. 그러나 Datarecycling LMS 알고리즘의 B를 0으로 한 경우와 BLMS의 B를 1로 한 경우는 모두 동일한 LMS 알고리즘이 되는 점에서 공통점을 가진다.

IV. Sign Algorithm

디지털 통신의 정보량은 계속 증가하고 있고 이를 수용할 수 있기 위해 계산량을 줄일 수 있는 방법은 식 (2)에서 곱셈 계산을 가능한 한 없애는 방법을 들 수 있다. 즉 오차신호의 값 자체를 사용하는 대신 오차신호의 +1, -1 부호만을 사용하게 되면 가능하다^{[6],[7]}.

$$C(k+1) = C(k) + 2\mu \cdot \text{sign}[e(k)] \cdot X(k) \quad (6)$$

보다 곱셈 계산을 줄이기 위해 수신 신호까지 부호만을 고려하여 계수 갱신을 할 수 있다^[4].

$$C(k+1) = C(k) + 2\mu \cdot \text{sign}[e(k)] \cdot \text{sign}[X(k)] \quad (7)$$

$e(k)$ 계산에 필요한 곱셈을 제외하면 식 (7)의 탭 계수 갱신과정은 곱셈 계산이 필요 없게 된다. 그러나 이 경우 오차신호의 크기 정보와 수신 신호의 크기 정보가 유실되어 버리므로 탭계수 갱신 속도는 크게 떨어지는 단점을 가짐을 쉽게 알 수 있다. 이것을 보상하기 위해 식 (7)에 Data-Recycling 방식을 적용하여 속도 향상을 얻을 수 있다.

V. Data-Recycling Sign Algorithm

재활용 데이터 수 B에 대해, Data-recycling LMS 알고리즘은 샘플시간 k가 증가됨에 따라 현 탭계수와 최적 탭계수와의 간격이 $(1-2\mu\lambda_j)^{B+1}$ 비율로 줄어든다^[5]. 그러나 기존의 LMS Equalizer에서 간격 감소비율은 $1-2\mu\lambda_j$ 이다. MSE ratio(geometric ratio of the MSE progression^[8])로 비교하면, Data-recycling LMS의 MSE ratio = $(1-2\mu\lambda_j)^{2(B+1)}$ 이고 $\log(MSE\ ratio) = (B+1) \log(1-2\mu\lambda_j)^2$ 로서 Data-

표 2. Data-recycling Sign algorithm

Table 2. Data-recycling Sign algorithm.

$C(k)$	$C(k, B) = C(k)$
for ($i=B; i \leq 0; i--$)	$e(k, i) = I(k-i) - C^T(k, i) X(k-i)$ $C(k, i-1) = C(k, i) + 2\mu \text{sign}[e(k, i)] \text{sign}[X(k-i)]$
$C(k+1)$	$C(k+1) = C(k, -1)$

Recycling LMS Algorithm은 LMS 알고리즘보다 B+1배 만큼 향상된 속도를 나타낸다. 그러나 이러한 속도증가에 대한 비용으로 계산량의 증가가 따른다. N을 탭수로 할 때, LMS 알고리즘은 2N+1의 곱셈을 필요로 하고 있지만 Data-recycling LMS 알고리즘은 (2N+1)(B+1)의 곱셈계산을 요구하고 있다^[5].

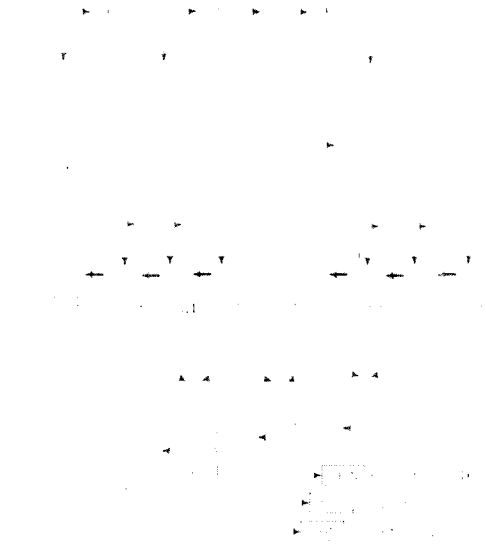


그림 2. 데이터 재활용 Sign 알고리즘
Fig. 2. Data-Recycling Sign algorithm.

표 3. 알고리즘별 곱셈계산량 비교
Table 3. Multiplications of LMS-type Algorithms.

Algorithms	Multiplications
LMS	2N+1
Sign	N
Data-recycling LMS	(2N+1)(B+1)
Data-recycling Sign	N(B+1)

따라서 Data-recycling LMS 알고리즘의 빠른 수렴 성능을 유지하면서 대폭 계산량을 줄이도록 표 2와 같이 Sign 알고리즘에 Data-recycling 방식을 적용할 수 있으며 또한 이것은 그림 2에 나타난 것처럼 Data-recycling 방식에 LMS 대신 Sign 알고리즘을 대치한 구조로 설명될 수 있다.

이 경우 Data-recycling LMS 알고리즘이 요구하는 곱셈계산보다 Data-recycling Sign 알고리즘이 반 이하의 곱셈계산을 필요로 하게 된다. 표 3에 LMS, Sign, Data-recycling LMS, Data-recycling Sign 알고리즘의 곱셈계산량을 나타내었다.

VI. 수렴성능

수렴 성능 비교를 위해 [4]에서 시행한 동일한 채널 Equalization 환경하에 제안한 적응 알고리즘을 적용하였으며 채널의 임펄스 응답은 다음 식 (8)과 같은 모델을 사용하였다. 동일한 최저 MSE를 가지도록, 파라미터 μ 을 LMS type에는 0.01, Sign type에는 0.001로 하여 수렴 속도를 비교하였다. 필터의 탭 수=11, 잡음의 분산은 0.001로 하고 MSE를 log 값으로 나타낸 시뮬레이션 결과가 다음 그림 3과 같다.

$$H(z) = 0.26 + 0.93z^{-1} + 0.26z^{-2} \quad (8)$$

그림 3에서 곡선 (a)는 기존의 LMS 알고리즘의 경우로 Sign 및 데이터 재활용이 적용되지 않은 경우이다. 이 경우 대략 샘플 수 600에서 수렴한 것으로 볼 수 있다. 그러나 Sign 알고리즘을 사용한 경우인 (b)는 거의 샘플 수 900에서 수렴하여 예상했던 대로 느린 수렴속도임을 관찰할 수 있다. 이 Sign 알고리즘의 수렴속도를 높이기 위해 데이터 재활용 기법을 적용한 경우가 (c)와 (d)이다. 곡선 (c)는 B=2인 Data-Recycling LMS 알고리즘의 성능으로서 샘플 수 250에서 수렴하였다. 곡선 (d)는 B=2인 Data-Recycling Sign 알고리즘의 경우로서 샘플수 약 300에서 수렴하여 Data-recycling LMS 알고리즘과 근사한 수렴속도에 계산량은 반이하로 줄일 수 있으며 LMS 알고리즘과 근사한 곱셈 계산량에서 2배 이상 빠른 수렴속도를 나타내었다. 다음 표 4에 알고리즘별 파라미터, 계산량 및 수렴속도를 비교하였다.

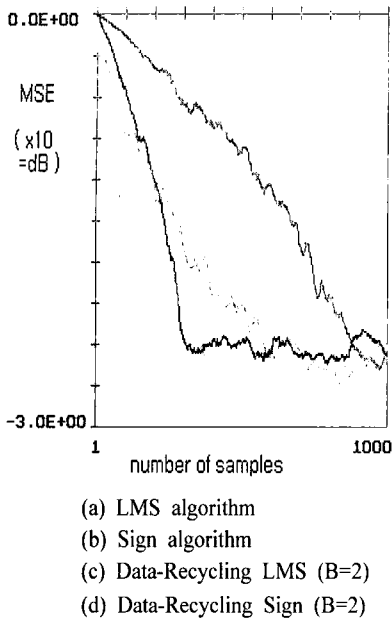


그림 3. 수렴성능 비교

Fig. 3. MSE performance.

표 4. 파라미터, 계산량 및 수렴속도 비교

Table 4. Comparison of parameters, multiplications and convergence speed.

Algorithms	N=11 B=	Multiplications	μ	Convergence
LMS	0	23	0.01	600
Sign	0	11	0.001	900
Data-Recycling LMS	2	69	0.01	250
Data-Recycling Sign	2	33	0.001	300

Ⅶ. 결 론

이 논문에서 제안한 Data-Recycling Sign Algorithm은 입력 데이터 재활용 필터계수 다중 갱신 알고리즘인 Data-Recycling 방식을 곱셈 계산이 필요 없는 Sign 알고리즘에 적용하였다. 이것은 Data-Recycling LMS이 가지는 단점인 곱셈계산에 의한 계산량 부담을 없앨 수 있었으며 이에 따른 수렴속도의 저하는 Data-Recycling LMS 알고리즘의 고유 특성인 수렴속도 향상으로 보상하였다. 기존의 LMS

알고리즘의 경우 대략 샘플 수 600에서 수렴하였으며 곱셈계산이 필요없는 기존의 부호 알고리즘을 사용한 경우 샘플 수 900에서 수렴하여 예상했던 대로 대단히 느린 수렴속도임을 관찰하였다. 이 Sign 알고리즘의 수렴속도를 높이기 위해 데이터 재활용 기법을 적용한 Data-Recycling Sign Algorithm은 B=2인 경우 LMS 알고리즘과 같은 샘플 수 300에서 수렴하였다. 이것은 Data-recycling LMS 알고리즘과 비교할 때, 근사한 수렴속도를 보이면서도 계산량을 반이상 줄일 수 있었으며, LMS 알고리즘과 비교할 경우, 근사한 곱셈 계산량임에도 불구하고 2배 이상의 수렴속도 향상을 이룰 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] S. U. H. Qureshi, "Adaptive Equalization", *Proc. IEEE*, vol. 73, no. 9, pp. 1349-1387, Sep. 1985.
- [2] A. Gersho, "Adaptive equalization of high dispersive channels for data transmission", *B.S. T.J.*, vol. 48, pp. 55-70, Jan. 1969.
- [3] J. G. Proakis and J. H. Miller, "An Adaptive Receiver for Digital Signalling Through Channel With Intersymbol Interference", *IEEE Trans. Inform.* vol. IT-15, pp. 484-497, July 1969.
- [4] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1983.
- [5] Nam Yong Kim, "Interference Rejection using the Data-Recycling LMS Algorithm in DS Spread-spectrum Communications", *Journal of Electrical Engineering and Information Science*, vol. 3, no. 1, pp. 126-130, Feb. 1998.
- [6] V. J. Mathews and S. H. Cho, "Improved convergence analysis of stochastic gradient adaptive filters using the sign algorithm", *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-35, no. 4, pp. 450-454, Apr. 1987.
- [7] E. Eweda, "Optimum step size of sign algorithm for nonstationary adaptive filtering", *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-38, no. 11, pp. 1897-1901, Nov. 1990.
- [8] B. Widrow, *Adaptive Signal Processing*, Pren-

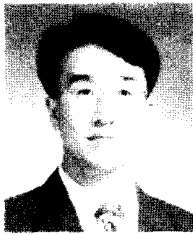
tice-Hall, 1985.

- [9] G. A. Clark, S. K. Mitra and S. R. Parker, "Block Implementation of Adaptive Digital Filters", *IEEE Trans. Circuits Systems*, vol.

CAS-28, no. 6, pp. 584-592, June 1981.

- [10] J. J. Shynk, "Frequency-Domain and Multirate Adaptive Filtering", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 9, no. 1, pp.14-37, Jan. 1992.

김 남 용



1986년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학사)

1988년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학석사)

1991년 8월: 연세대학교 전자공학과 (공학박사)

1992년 8월 ~ 1998년 2월: 관동대학교 전자통신공학과

1998년 3월 ~ 현재: 삼척대학교 정보통신공학과 부교수

[주 관심분야] 이동통신 채널 Equalizer, 통신 신호처리, RBF냄새인식신호처리