

## 고속 회전체의 능동 밸런싱에 관한 연구 (II): 제어 안정성과 응용

김종수\*, 문종덕\*, 이수훈\*\*

### A Study on the Active Balancing for High-Speed Rotors (II): Control Stability and Application

Jong-Soo Kim\*, Jong-Duk Moon\*, and Soo-Hun Lee\*\*

#### ABSTRACT

In the preceding research, the active balancing device, which is an electro-magnetic type, has been developed and active balancing method using influence coefficient method is also proposed. The stability of active balancing control is studied in this paper. A stable condition for active balancing control is derived by estimating errors of influence coefficients. A gain scheduling control using influence coefficients of the reference model is proposed when dynamic characteristic of rotor system is changed. The stability of the balancing method is verified by experiments.

**Key Words :** Active balancing (능동 밸런싱), Critical speed (위험속도), Control (제어), Stability (안정성), Machining center (머시닝센터),

#### 1. 서론

최근의 공작기계 주축은 가공 능력과 정밀도를 향상시키기 위해 점점 지능화, 고속화 되어지고 있다. 이러한 회전기계 기술의 발달에도 불구하고 밸런싱과 같은 필수 작업은 현장에서 숙련된 전문가의 경험에 의존하며, 회전을 정지시키고 하는 오프-라인 밸런싱을 주로 하고 있다. 오프-라인 밸런싱은 많은 시간적, 경제적 손실을 가져오며 회전 중에 불평형 분포가 변하는 경우에 대처할 수 없으므로 회전기계의 작동 중에 밸런싱 로터를 이동시켜 밸런싱 하는 온-라인 능동 밸런싱에 대한 연구가 많이 이루어지고 있다. 본 논문의 선행 연구에서는 기존 능동 밸런싱 장치의 구조적 문제

점을 해결하고 제어 응답성을 빠르게 하여 고속 회전체의 밸런싱에 적합한 새로운 형태의 능동 밸런싱 장치를 개발하였고 영향계수법을 이용한 능동 밸런싱 방법을 연구하였다.<sup>(1)</sup> 회전속도에 따른 영향계수를 제어 이득값으로 입력하여 사용하는 이득 스케줄링 제어를 사용하였는데 이는 회전체 시스템의 영향계수가 사용 중에 변하지 않을 경우에 안정한 제어가 된다. 그러나 일반적인 회전기계의 경우 사용 시간이 증가되면서 베어링의 동특성 변화, 회전체의 마모 등으로 시스템의 특성이 변하게 되며 특히 공작기계 주축의 경우 공구교환이 일어날 때마다 불평형 분포와 질량변화가 일어나게 된다. 따라서 본 논문에서는 시스템의 특성이 변하는 경우의 제어 안정성에 대해 연구하였다.

2001년 11월 12일 접수  
\* 아주대학교 대학원 기계공학과  
\*\* 아주대학교 기계 및 산업공학부

공작기계의 공구 교환 시 발생하는 질량 변화와 같은 시스템의 변화는 전체 시스템에 비해 아주 작으므로 영향계수의 변화도 작을 것이라는 가정 하에 기본 모델의 영향계수를 변화된 시스템의 밸런싱 제어에 사용하는 기준 영향계수법을 제안하였다. 이 방법은 시스템 변경 시마다 영향계수를 얻기 위한 시도 운전이 필요 없고 기본 시스템에 대한 한번의 시도 운전만이 필요하므로 효율적인 능동 밸런싱 제어를 가능케 한다. 이 방법의 타당성을 검증하기 위해 먼저 영향계수를 이용한 능동 밸런싱 방법의 제어 안정성에 대한 연구를 수행하였고 구조 변경된 여러 로터-베어링 시스템에 대해 기준 영향계수법의 안정성 판별과 능동 밸런싱 실험을 하였다. 또한 공작기계의 공구 변화에 대한 안정성 판별을 통해 기준 영향계수법의 적용 가능성을 살펴보았다.

## 2. 능동 밸런싱 제어의 안정성

영향계수법을 이용한 회전체의 능동 밸런싱 방법은 식 (1)과 같다.<sup>(1)</sup>

$$\begin{aligned} \{U\}_{k+1} &= \{U\}_k - [A(\Omega)]^T [A(\Omega)]^{-1} [A(\Omega)]^T \{V\}_k \\ &= \{U\}_k - [K(\Omega)] \{V\}_k \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서,

- {V<sub>k</sub>} = k 번째 제어에서의 불평형 진동 신호,
- [A(Ω)] = 회전속도 Ω 일 때의 영향계수 행렬,
- {U<sub>k</sub>} = k 번째 제어에서의 밸런싱 장치에 의한 불평형 벡터

이다. 식 (1)과 같은 밸런싱 제어 방법의 안정성은 제어에 사용하는 영향계수 행렬의 정확성에 달려 있다. 시험이나 해석적인 방법을 통해 영향계수를 예측하여 제어 이득값으로 사용하게 되는데 오차로 인하여 실제 영향계수와는 차이가 있게 마련이다. 자기베어링으로 지지된 회전체 시스템의 제어 안정성에 대한 많은 연구자들의 연구가 있었는데 그 결과를 이용하여 영향계수를 이용한 능동 밸런싱 방법의 안정성 조건을 정리하면 식 (2)와 같다.<sup>(2)</sup>

$$\bar{\sigma}(I - (\hat{A}^T \hat{A})^{-1} \hat{A}^T A) < 1 \quad (2)$$

여기에서  $\hat{A}$  은 영향계수의 추정치이고 A 는 실제 시스템의 영향계수이다. I 는 단위행렬이고  $\bar{\sigma}(\cdot)$  는 최대 특이값(singular value)을 의미한다. 만일 영향계수 행렬이 정방행렬일 경우 식 (2)는 식 (3)과 같이 된다.

$$\bar{\sigma}(I - [\hat{A}]^{-1}[A]) < 1 \quad (3)$$

단일면 밸런싱일 경우의 안정 조건을 유도하기 위해 식 (1)을 단일면 능동 밸런싱일 경우의 식으로 쓰면 식 (4)와 같다.

$$U_{k+1} = U_k - \hat{A}(\Omega)^{-1} V_k \quad (4)$$

k 와 k+1 번째 제어에서의 불평형 진동 신호는 식 (5), (6)과 같다.

$$V_k = A(\Omega)U_k + D(\Omega) \quad (5)$$

$$V_{k+1} = A(\Omega)U_{k+1} + D(\Omega) \quad (6)$$

여기에서,

D(Ω) = 회전속도 Ω 일 때의 초기 불평형에 의한 진동 신호

이다. 식 (6)에서 식 (5)를 뺀 후 식 (4)를 대입하면 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} V_{k+1} - V_k &= A(\Omega)(U_{k+1} - U_k) \\ &= A(\Omega)(U_k - \hat{A}(\Omega)^{-1}V_k - U_k) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)을 정리하면 식 (8)과 같다.

$$V_{k+1} = (I - A(\Omega) \cdot \hat{A}(\Omega)^{-1}) V_k \quad (8)$$

밸런싱의 목적은 제어 후에 진동신호를 줄이는 것이므로 밸런싱이 안정적으로 되기 위한 조건은  $V_{k+1} < V_k$  가 된다. 이를 식으로 표현하면 식 (9)와 같다.

$$\frac{V_{k+1}}{V_k} = I - A(\Omega) \cdot \hat{A}(\Omega)^{-1} < 1 \quad (9)$$

결과적으로 단일면 밸런싱 제어의 안정 조건은 다음 식 (10)처럼 쓸 수 있다.

$$\left| 1 - \frac{A(\Omega)}{\hat{A}(\Omega)} \right| < 1 \quad (10)$$

여기에서 영향계수 값은 방향과 위상을 갖는 복소수이므로 식 (10)을 식 (11)과 같은 형태로 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\left| 1 - \frac{|A|}{|\hat{A}|} \exp(j(\theta_A - \theta_{\hat{A}})) \right| < 1 \quad (11)$$

식 (11)을 정리하면 단일면 능동 밸런싱 방법의 안정조건을 나타내는 식은 식 (12)로 정리된다.

$$\frac{|A|}{|\hat{A}|} < 2 \cos(\theta_A - \theta_{\hat{A}}) \quad (12)$$

식 (12)를 보면 좌변인  $|A|/|\hat{A}|$ 은 항상 양의 실수이므로 추정된 영향계수와 실제 영향계수의 위상각 차이인  $(\theta_A - \theta_{\hat{A}})$ 은  $\pm 90^\circ$  이내에 있어야 우변이 양의 실수가 되어 안정한 조건을 갖게 된다. 식 (12)를 만족하는 안정 영역을 도시하면 Fig. 1과 같다.

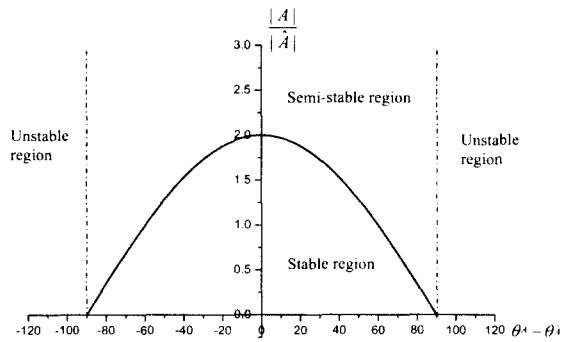


Fig. 1 Stability region for active balancing algorithm

실제 영향계수와 밸런싱 제어에 사용되는 추정된 영향계수의 크기와 위상각의 차이가 Fig. 1에서의 안정영역에 있으면 밸런싱 후 진동값이 감소하나, 불안정 영역에 있으면 밸런싱 후 오히려

진동이 커질 수도 있다. 영향계수의 각도 차이가  $\pm 90^\circ$  이내에 있으나 크기 차이 때문에 안정영역에 들어오지 못하는 경우에는 적절한 이득변수를 사용하여 안정영역으로 만들어 줄 수 있으므로 반안정영역(semi-stable region)이라고 명명하였다. 이 이득변수는 0 과 1 사이에 존재하는 상수 값이며 그 조건은 식 (13)과 같다.<sup>(3)</sup>

$$\alpha < 2 \frac{|\hat{A}|}{|A|} \cos(\theta_A - \theta_{\hat{A}}) \quad (13)$$

이득변수를 적용하였을 때의 밸런싱 식은 식 (14)와 같이 변경된다.

$$U_{k+1} = U_k - \alpha \hat{A}(\Omega)^{-1} V_k \quad (14)$$

능동밸런싱 방법의 안정성에 있어 무엇보다 중요한 것은 계산되어진 영향계수와 실제 영향계수와 오차가 가능한 작아야 하며, 최소한 위상각의 차이가  $90^\circ$  이상을 벗어나면 안 된다는 것을 알 수 있다.

### 3. 구조 변경된 시스템의 능동 밸런싱

#### 3.1 시스템 특성 변경 시 능동 밸런싱

선행 연구에서 영향계수법을 기반으로 한 능동 밸런싱 방법과 능동 밸런싱 장치를 이용하여 탄성 회전체의 가속 중 능동 밸런싱 실험을 성공적으로 수행하였다. 영향계수는 시스템의 특성을 나타내므로 이 방법은 회전체 시스템의 특성이 사용 중에 변하지 않는다는 가정 하에 사용 가능하였다. 그러나 터빈과 같은 회전체의 경우 오랜 시간 사용하게 되면 회전체의 균열 또는 마모, 먼지의 응축 등으로 시스템의 질량이 변화하거나, 베어링의 노화로 인해 강성 및 감쇠값이 변해 시스템의 동역학적 특성이 바뀌게 된다. 그렇게 되면 회전체 시스템의 영향계수도 바뀌게 된다. 또한 머시닝센터와 같은 공작기계는 하나의 공작물을 가공하더라도 수 차례의 공구 교환을 하게 되는데 공구교환이 일어나면 공구홀더, 공구의 크기나 질량이 각기 다르고 공구홀더 장착 시 주축 내부에 있는 겹스프링의 배열이 바뀌면서 불평형 분포도 바뀌게 된다. 즉, 시스템의 특성이나 불평형 분포

가 공구 교환 시 매번 바뀌게 되는 것이다. 이러한 경우의 능동 밸런싱을 위해 각각의 공구 장착에 대한 영향계수를 측정하여 제어이득행렬로 입력하는 방법도 있으나 사용 공구의 종류가 다양한 작업장에서 이는 현실적으로 불가능하다.

공작기계에 공구 교환이 일어나면 발생하는 시스템의 변화는 크게 질량 변화와 불평형의 변화이다. 이 중 불평형의 변화는 영향계수의 변화에 영향을 주지 않고 질량의 변화는 전체 주축 시스템의 질량에 비해서 아주 작은 변화이므로 질량의 변화가 크지 않다면 영향계수의 변화도 크지 않을 것이라고 예상 할 수 있다. 실제로 주축의 질량에 대한 공구 질량 변화량의 크기비는 1~2% 정도이다. 따라서 본 논문에서 제안하는 밸런싱 방법의 기본 개념은, 시스템의 질량 변화가 작다면 기본 모델에 대한 영향계수와 변경된 모델의 영향계수의 차이가 작다는 가정 아래, 기본 모델의 제어이득값을 변경된 모델의 제어에도 적용하는 것이다.<sup>(4)</sup> 이 방법의 타당성을 검증하기 위해서 앞에서 설명한 안정성 조건을 이용하였다. 즉, 기본 모델의 영향계수를  $A(\Omega)$  라 하고 변화된 모델의 영향계수를  $\hat{A}(\Omega)$  라 하여 식 (10)을 이용하여 안정성 여부를 판별하는 것이다. 두 모델간의 영향계수 차이가 안정성 영역 안에 있다면 제시한 방법이 사용 가능한 것으로 볼 수 있다.

**3.2 구조 변경된 모델의 안정성 판별**

시스템 특성이 바뀐 모델의 능동 밸런싱에 대한 제어 안정성 여부를 판별하였다. 먼저 실험 대상으로 Fig. 2 와 같은 세가지 모델을 선정하였다. 두 디스크 간의 간격을 조정하는 것으로 시스템의 변화를 구현하였다.

각각의 모델에 대해 영향계수를 구해 Fig. 3 에 비교해서 나타냈다. 디스크가 베어링 쪽에 가까워짐에 따라 위험속도가 증가하며 위험속도가 존재하는 부근에서 위상각의 차이가 큰 것을 볼 수 있다.

Fig. 2(a) 모델을 기본 모델로 하여 Fig. 2(b), (c) 모델의 안정성 곡선을 식 (10)을 이용하여 구해 Fig. 4 에 도시하였다. 모델 변화가 작은 회전체 모델은 전 속도 영역에서 안정한 것으로 나타났으며 모델 변화가 큰 회전체 모델은 위험속도 부근에서 불안정한 영역이 존재하는 것을 볼 수 있다.

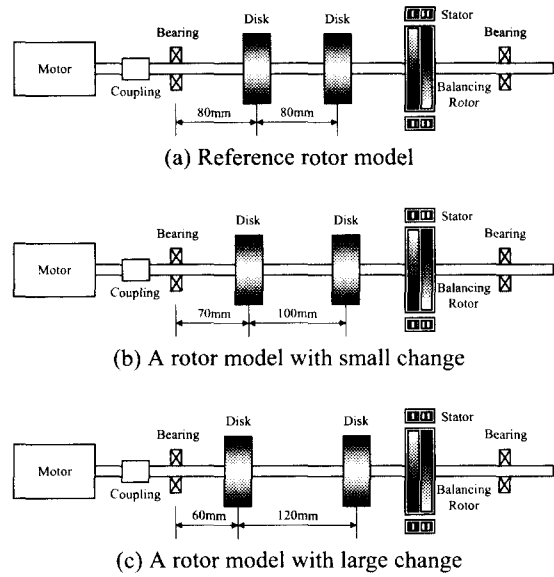
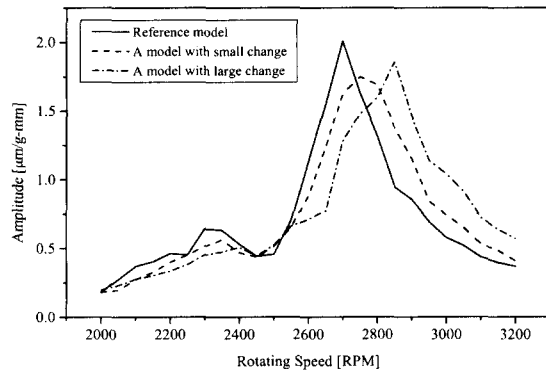
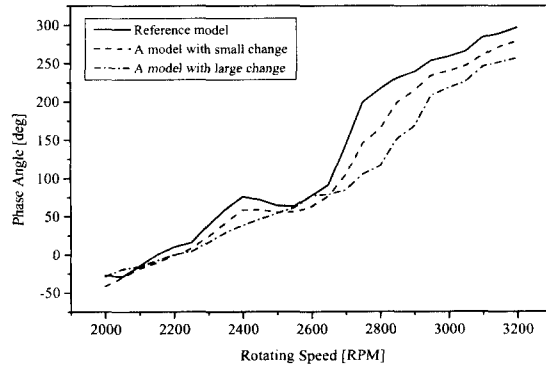


Fig. 2 Rotor models



(a) Amplitudes of influence coefficients of each model



(b) Phase angles of influence coefficients of each model

Fig. 3 Comparison of influence coefficients

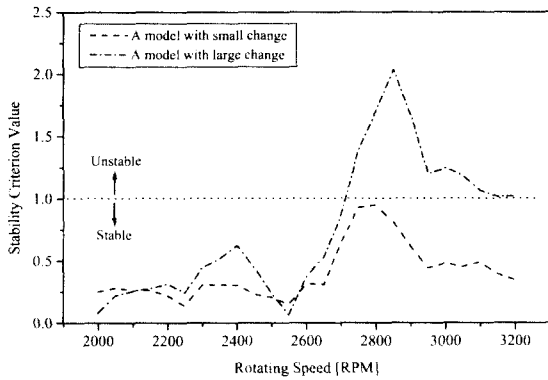


Fig. 4 Stability criterion curves of rotor systems using influence coefficients

안정성 판별 결과 기본 모델의 영향계수를 제어 이득값으로 사용할 경우 변화가 작은 모델은 밸런싱이 안정적으로 되고 변화가 큰 모델은 일부 영역에서 밸런싱이 안 될 것으로 예상된다.

### 3.3 능동 밸런싱 실험

능동 밸런싱 장치를 이용해 시스템의 구조 변화가 있는 세가지 모델에 대한 능동 밸런싱 실험을 수행하였다. 세 모델 모두 기본 모델의 영향계수를 사용하여 밸런싱 제어하였다. 각각의 모델에 대한 밸런싱 실험 결과는 Fig. 5~7 과 같다.

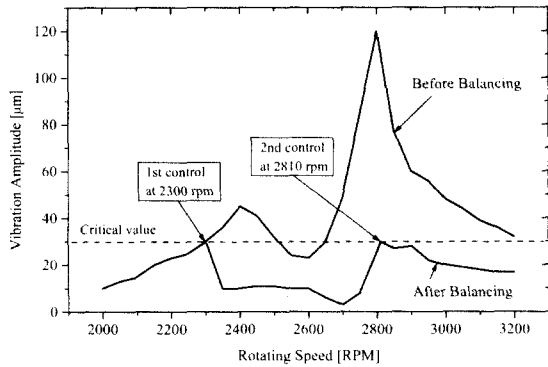


Fig. 5 Controlled unbalance response of reference model

Fig. 4 에서의 안정성 판별 결과에서, 전 속도가 안정한 영역에 존재하는 변화가 작은 모델의 밸런싱은 기본 모델의 영향계수를 사용 하여도 전 속도에서 성공적으로 수행되었으나 변화가 큰 모델의 밸런싱에서는 불안정한 영역이 존재하는 위험

속도 부근에서 밸런싱 이후 진동이 줄어들지 않고 오히려 발산하는 형태를 보여주고 있다. 따라서 이 경우에는 기본 모델의 영향계수를 사용한 능동 밸런싱 방법을 사용할 수 없음을 알 수 있다.

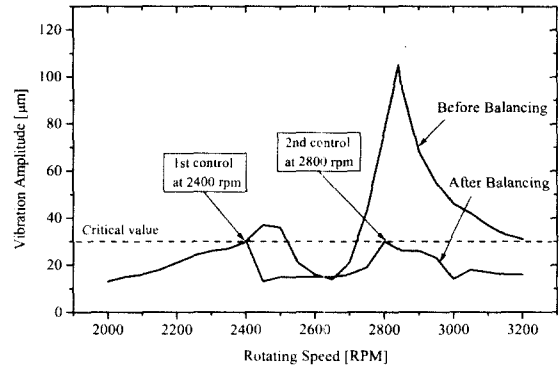


Fig. 6 Controlled unbalance response of a rotor model with small change

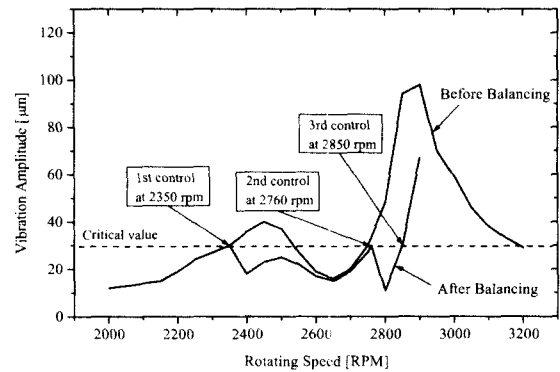


Fig. 7 Controlled unbalance response of a rotor model with large change

## 4. 공작기계 주축 능동 밸런싱의 응용

앞에서 제안한 기준 영향계수법을 공작기계의 주축 밸런싱에 적용할 수 있는지 연구하였다. 모든 공구에 대해 영향계수를 구해 입력할 수는 없으므로 본 논문에서 제안한 기준 영향계수를 이용한 밸런싱 방법이 적용 가능하다면 아주 효율적으로 밸런싱을 할 수 있다. 이를 확인하기 위해 공작기계의 공구를 여러 가지 변경시켜가면서 안정성 판별 실험을 해 보았다. 각 공구 변화에 따른 영향계수를 측정하여야 하나 실험조건의 제약으로

영향계수와 유사한 특성을 갖는 주파수응답함수를 이용하여 안정성 판별을 하였다.

단순회전체(Jeffcott rotor)에 대한 운동방정식의 해를 분석한 결과, 영향계수는 식 (15)처럼 주파수응답함수(receptance)와 회전속도의 제곱의 곱으로 표현할 수 있다.<sup>(6)</sup>

$$A(\Omega) = \alpha(j\Omega)\Omega^2 \quad (15)$$

식 (15)를 주파수응답함수 중 외력과 가속도의 비인 이너턴스(inertia,  $G(j\Omega)$ )를 이용해 표현하면 식 (16)과 같다.

$$A(\Omega) = -\beta G(j\Omega) \quad (16)$$

여기에서  $\beta$ 는 비례상수이다. 즉, 영향계수와 주파수응답함수(inertia)는 크기는 비례하고 위상은 반대인 관계에 있다. 따라서 모달 테스트를 통해 주파수응답함수(inertia)를 구하면 간접적으로 영향계수를 유추해 낼 수 있다. 단, 식 (16)은 단순회전체처럼 회전체의 자이로스코픽 현상을 무시할 수 있을 때에만 성립한다. 회전체는 회전속도에 따라 동역학적 특성이 바뀌므로 정지상태에서 측정한 주파수응답함수로 정확한 영향계수를 구할 수는 없으나 안정성 판별은 두 모델간의 상대 비교를 하는 것이므로 안정성 판별에 영향계수 대신 주파수응답함수를 사용하여도 될 것이라 판단된다. 앞에서의 구조 변경된 회전체 모델에 이를 적용해 본 결과 영향계수를 이용한 안정성 판별 결과와 주파수응답함수를 이용한 안정성 판별 결과가 동일함을 확인하였다. 머시닝센터에 대한 모달 실험 장치는 Fig. 8 과 같다.

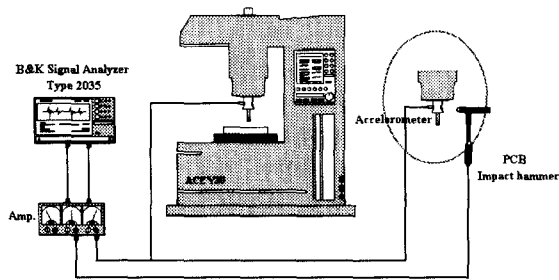
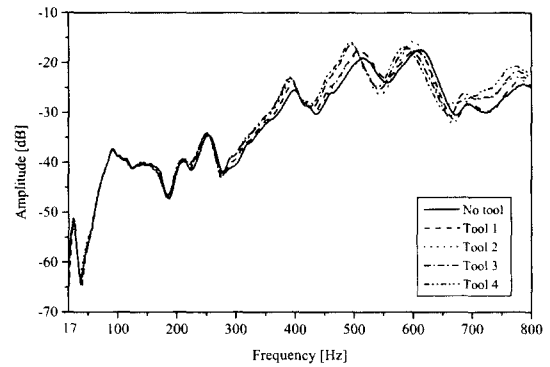


Fig. 8 Experimental setup for modal testing of the machining center

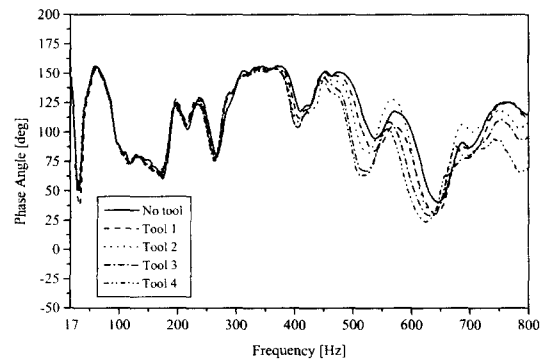
공구 홀더가 장착되는 부위에 가속도계를 설치하고 반대편을 임팩트해머로 가진하여 주파수응답함수를 얻었다.<sup>(7)</sup> 실험 모델은 Table 1 에 나타낸 5 가지 모델로 하였다. Table 1 에 나타낸 질량은 공구와 공구홀더를 합한 값이고 직경과 길이는 공구의 치수이다. 각 모델의 주파수응답함수 측정결과를 Fig. 9 에 비교하여 나타냈다.

Table 1 Various tool and tool-holder model

No.	Tool name	Mass [kg]	Diameter [mm]	Length [mm]
0	No tool	0	-	-
1	Drill	1.5	4	80
2	Drill	1.75	12	130
3	Ball endmill	2.75	16	80
4	Endmill	3	25	110



(a) Amplitudes of frequency response functions



(b) Phase angles of frequency response functions

Fig. 9 Comparison of frequency response functions of each tool model

800 Hz 까지 측정하였는데 400 Hz 정도까지는 고유진동수의 변화가 거의 없으나 500 Hz 이후에서는 변화폭이 점점 커졌다. 공구의 질량이 증가할수록 고유진동수는 낮아지고 진폭은 커지는 경향을 보인다. Fig. 9 의 주파수응답함수를 이용하여 안정성 곡선을 구하였다. 기본 모델은 2 번 공구 모델로 하였다. 해석 결과는 Fig. 10 과 같다.

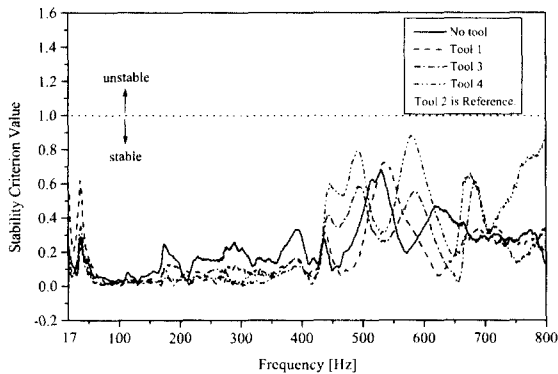


Fig. 10 Stability criterion curves of tool models

모든 공구 모델이 800 Hz 까지 안정한 영역에 존재하고있다. 따라서 기준이 되는 2 번 공구 모델의 영향계수를 제어 이득 값으로 설정한 후 다른 공구가 장착되었을 때 밸런싱을 해도 밸런싱이 안정적으로 될 것으로 예상된다. 그러나 이 실험은 기준 모델로부터 공구의 질량 변화가  $\pm 1.75$  kg 일 때의 결과이며 그 이상의 질량 변화가 있다면 불안정한 영역이 존재할 수도 있다. 그러나 실제 고속 공작기계는 고속회전에 적합하도록 주축 시스템이 강건하게 설계되므로, 실제적으로 대부분의 공구 교환에 대해 안정한 영역을 가질 것이라 판단되며 이에 대한 추후 연구가 필요하다.

### 5. 결론

본 논문에서는 회전체의 능동 밸런싱에 사용된 영향계수를 이용한 이득 스케줄링 제어의 안정성에 관한 연구를 수행하였다. 제어에 사용되어지는 영향계수들의 정확성이 제어 안정성에 중요한 역할을 하는데, 먼저 밸런싱이 안정적으로 되기 위한 영향계수의 오차 범위를 구하였다. 이를 활용하여 공작기계 주축의 공구변경이나 베어링의

특성 변화와 같은 시스템의 구조적 특성이 변하는 경우의 능동 밸런싱에 대해 연구하였는데, 시스템 특성의 변화가 작다면 영향계수의 변화도 작을 것이라는 가정하에 기본 모델의 영향계수를 변화된 모델의 밸런싱 제어 시에도 사용하는 기준 영향계수법을 제시하였다. 기준 영향계수법을 이용하여 구조 변경된 회전체 모델의 밸런싱 실험을 한 결과 제어 안정성이 확보된 모델에 대해서는 능동 밸런싱이 성공적으로 수행되어 제안한 방법의 타당성을 보여주었다.

### 후 기

본 연구는 산업자원부의 산업기반기술개발사업의 연구비 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

1. 김종수, 박현규, 이수훈, "고속 회전체의 능동 밸런싱에 관한 연구 (I): 능동 밸런싱 장치의 개발," 한국정밀공학회 논문집, 제 19 권, 제 4 호, 2002.
2. Carl R. Knospe, Samir M. Tamer, "Experiments in Robust Control of Rotor Unbalance Response using Magnetic Bearings," Mechatronics, Vol. 7, No. 3, pp. 217~229, 1997.
3. Stephen W. Dyer, "Adaptive Optimal Control of Active Balancing Systems for High-speed Rotating Machinery," Ph.D. Dissertation, Univ. of Michigan, 1999.
4. 김봉석, 김종수, 이수훈, "영향계수를 이용한 고속 주축시스템의 자동밸런싱 기법에 관한 연구," 한국정밀공학회 논문집, 제 18 권, 제 8 호, 2001.
5. Chong-Won Lee, "Vibration Analysis of Rotor," Kluwer Academic Publishers, pp. 3~7, 1993.
6. Kwang-Keun Shin, "Adaptive Control of Active Balancing Systems for Speed Varying Rotating Machinery," Ph.D. Dissertation, Univ. of Michigan, 2001.
7. D. J. Ewins, "Modal Testing," John Wiley & Sons, 1986.