

반응면 기법을 이용한 항공기 날개 스파 단면적의 최적화 연구

박찬우*

Aircraft Wing Spar Cross-section Area Optimization with Response Surface Method

Chanwoo Park*

ABSTRACT

The solution of the aircraft wing spar cross-section area optimization problem is obtained by the response surface method. The object function of the problem is wing total weight, design variables are spar cross-section areas, constraints are the conditions that the stresses at the each spar is less than the allowable stress. D-Optimal condition is utilized to obtain the experimental points to construct the response surfaces. D-Optimal experimental points are obtained by the commercial software "Design-Expert". Response values for the object function and constraints for each experimental point are calculated by the NASTRAN. Response surfaces for object function and constraints are approximated from the response values by the least square method. The optimization solution is obtained by the DOT for the response surfaces of object function and constraints. The optimization results obtained from the response surface are compared with the results obtained by the NASTRAN SOL200.

Key Words : Response surface(반응면), Optimization(최적화), Wing(날개), Spar(스파)

기호설명

y^n = response value of object or constraint functions
 x_i = design variables
 g_i = constraints
 X = experimental points matrix for regression
 B = regression coefficient matrix
 b_0, b_i, b_{ij} = regression coefficients
 $\sigma_{axial, max}$ = maximum axial stress
 $\sigma_{allowable}$ = allowable stress

1. 서론

항공기와 같은 복잡한 기능품을 설계할 때 공력, 구조 등 각 학문 분야별로 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 해석과 설계 방법이 중요하게 사용되고 있다. 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하면 주어진 설계에 대하여 성능적 특성을 분석하고 결정할 수 있다. 이때 최적화 방법을 사용하면 성능을 최대화하는 설계변수를 결정할 수 있다. 최적화를 수행하는 방법으로는 설계 변수에 대한 목적함수와 구속조건의 미분 값을 사용하는 방법이 가장 일반적이나 미분을 구하기가 힘들어 계산이 매우 복잡하

~ 2001년 7월 24일 접수
 * 경상대학교 수송기계공학부

고 시간이 많이 소요되기도 하며 경우에 따라서는 미분 값의 계산이 부정확하여 사용이 불가능한 경우도 있다. 특히 최근 활발히 연구되어지고 있는 다 학제간 최적화 (Multidisciplinary Design Optimization)의 경우 미분의 계산이 어려운 경우가 많다. 이에 대한 대안으로서 미분 값을 사용하지 않는 유전자알고리즘 등이 사용될 수 있으나 이 또한 계산 시간이 매우 많이 소요되는 단점이 있다. 이를 대체할 수 있는 최적화 방법으로 반응면 기법이 사용될 수 있다. 설계변수와 목적함수 또는 구속조건 사이의 관계를 근사화 한 반응면을 구성하고 구성된 반응면을 사용하여 최적화 시키는 방법이 반응면 기법이다.

Unal, Lepsch, McMillin⁽¹⁾과 Giunta⁽²⁾는 항공기 형상설계의 다 학제간 최적화를 위하여 반응면 기법을 사용하였으며 Liu, Haftka, Akgün⁽³⁾은 복합재 날개의 설계에 반응면 기법을 적용하였다. Wang, Aryasomayajula, Grandhi⁽⁴⁾는 항공기 구조물 부재의 크기 및 형상을 2 단계로 구분하여 부재크기는 미분을 사용하는 상용 프로그램을 사용하여 결정하였으며, 형상 결정문제는 반응면 기법을 사용하였다. 국내에서도 항공기 구조물 부재의 크기를 결정하는 최적화 연구가 있었으며⁽⁵⁾⁽⁶⁾ 최적화 방법으로는 모두 미분을 사용하는 방법을 적용하였다.

본 논문에서는 부재의 크기를 결정하는 문제에 반응면 기법을 적용하였다. 항공기의 구조물 중 비행 시 가장 큰 하중을 받으며 그로 인해 구조적으로 가장 중요한 역할을 하는 윙 박스의 주요 구조물인 스파의 단면적 결정을 위한 최적화문제를 반응면 기법으로 해결하고 이 결과를 기존의 미분을 사용한 최적화 방법의 결과와 비교하여 반응면 기법의 유용성을 확인하였다.

2. 날개의 유한요소 모델링

본 연구의 대상 구조물은 다중 스파의 윙 박스(Wing Box)와 앞전플랩(Leading Edge Flap) 및 플랩퍼론(Flaperon)을 가진 전형적인 초음속 군용 항공기의 날개 이다. Fig.1에 나타나 있는 날개의 유한요소 모델은 참고문헌 (7,8)을 참조하여 모두 857 개의 절점과 2,196 개의 유한요소로 구성 되어 있다. 항공기 날개의 부분별로 윙 박스는 스파, 림, 외피(Skin)로 구성된다. 본 연구에서 관심을 갖는 다중 스파 날개에서 스파의 구조적 기능은 날

개에 작용하는 전단력을 지지하고 외피의 좌굴특성을 향상시키는 것이다. 설계변수로 삼은 스파 캡은 일차원 하중만을 지지하는 막대 요소로 모델링 하였으며 웹(Web)은 순수 전단하중만을 지지하는 전단 패널로 구성하였다. 스파와 함께 또 하나의 내부 구조물인 림에서는 스파에서와 같이 웹은 전단판넬로, 캡은 막대요소로 이상화하였으며 날개 외피는 멤브레인 요소로 구성하였다. 플랩퍼론과 앞전플랩은 경량성과 굽힘강성을 가진 하니콤 코어 샌드위치 구조물로서 면재는 멤브레인으로, 코어는 3 차원 고체(Solid) 요소로 모델링 되었다.

앞전플랩의 힌지는 보요소로, 플랩퍼론의 힌지는 막대요소로 이상화하였다. 경계조건으로는 동체에 연결되는 피팅 부위를 구속하였으며 하니콤 코어를 제외한 모든 구조는 알루미늄으로 가정하였고, 하중은 90,000 lb 가 날개 전 면적에 균일한 압력 8.15 psi 으로 가해진다고 가정하였다.

3. 날개 스파 단면적 최적화

3.1 최적화 문제

항공기 날개의 윙 박스는 스파(Spar), 림(Rib), 스킨(Skin)과 같은 주요 구조물로 구성되어 있다.

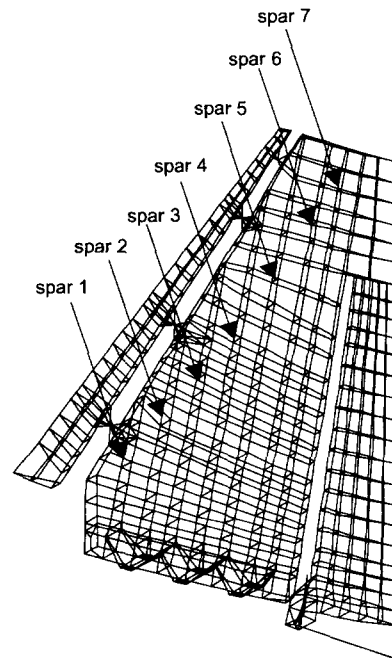


Fig. 1 Wing finite element model

이와 같은 주요 구조물들이 모두 최적화의 대상으로 반영되어야 하겠지만, 본 연구에서 관심을 가진 부분은 윙 박스의 주 구조물인 스파의 단면적에 관한 최적화 연구이다. 즉, 하중조건을 만족시키면서 중량을 최소화할 수 있는 스파 단면적을 찾는 문제이다.

스파 단면적 최적화의 경우, 스파의 유한 요소 모델 중에서 웹(web)과 같은 전단력을 전달하는 요소는 스파에 부과되는 전체 응력 중 압축, 인장과 같은 응력수준에 비해 매우 작은 양이어서 최적화의 결과에 크게 영향을 미치지 못하므로 설계변수에 포함시키지 않았다. 실제 항공기 날개 스파의 경우 뿌리 부분의 단면적은 크고 끝 부분의 단면적은 작게 설계되어야 하므로 스파 단면적이 변할 수 있도록 설계 변수를 조정해야 하나 이 경우 설계변수의 수가 반응면 기법으로 최적화하기에는 너무 많아진다. 그러므로 본 연구에서는 스펀 방향의 단면적 크기는 같다고 가정하고 스파의 윗면과 아래 면의 막대요소로 구성된 7 개 스파캡 단면적(Fig.2 참조) 만을 설계변수로 설정하였다.

제약조건은 각각의 스파 플랜지에 걸리는 최대 축 방향 응력이 -30,000 psi 보다 크거나 30,000 psi 보다 작도록 하였다. 이를 위해서 각 유한요소의 축 방향 하중 값이 허용응력보다 작도록 설정할 수 있으나 이 경우 유한요소의 개수 만큼 구속 조건식이 설정되어야 하며 반응면도 유한요소의

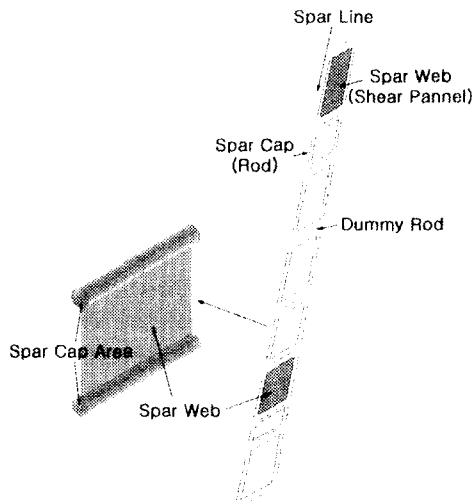


Fig. 2 Finite element idealization for wing spar

개수만큼 구성되어야 한다. 이를 피하기 위하여 각 스파의 유한요소 중 축하중의 절대값이 가장 큰 값을 찾아서 이 최대값이 허용응력보다 작도록 구속조건을 설정하였다. 이로써 본 문제의 구속조건 식은 모두 7 개이며 반응면은 목적함수를 포함하여 모두 8 개를 구성해야 한다.

3.2 반응면 기법의 이용

본 연구의 경우 설계변수가 7 개이며 이에 대한 목적함수 및 구속조건을 다음과 같은 2 차식의 반응면으로 구성하였다.

$$y^n = b_0 + \sum_{i=1}^7 b_i x_i^n + \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 b_{ij} x_i^n x_j^n \quad (1)$$

식 (1)에서 x_i^n 의 하 첨자는 $i=1, \dots, 7$ 의 설계변수 즉, 7 개 스파의 단면적이며 상 첨자 n 은 2 차원 회귀를 위한 실험 점이다. b_0, b_i, b_{ij} 는 결정해야 할 회귀 계수들이며 설계변수가 7 개인 경우 모두 36 개이다. y^n 은 각 실험 점에서의 목적함수 또는 구속조건의 값이다. 이때 설계변수의 값을 설계영역 하한과 상한 내의 값으로 하면 D-Optimal 조건을 이용한 실험 점 선정이 곤란해 지므로 식 (1) 의 x_i^n 은 -1 과 1 사이에서 정규화 한 값을 사용한다.

7 개 설계변수의 변화에 대한 목적함수 또는 구속조건의 값을 3^k 요인배치법(3^k full factorial design)을 사용하여 2 차 함수로 근사화 하려면 최소한 $3^7=2187$ 개의 실험 점이 필요하나 이를 위해서는 유한요소 해석을 2187 회 실시해야 함을 의미하므로 계산시간이 지나치게 많이 소요된다. 본 연구에서는 D-Optimal 조건을 사용하여 실험 점의 수를 줄였다. D-Optimal 조건은 식 (2)의 X 에 대하여 $X^T X$ 의 determinant 를 최대화하는 X 를 구하여 회귀의 오차를 가장 적게 하는 방법이다.⁽⁹⁾

$$y^n = XB \quad (2)$$

식 (2)의 X 는 식 (3)과 같은 설계변수 행렬이며 B 는 회귀함수를 결정하기 위한 계수로 36×1 행렬이다.

식 (2)의 n 은 최소한 36 개 이상이어야 하며 일반적으로 36 개의 1.5~2 배의 개수를 취한다. 본 연구에서는 n 이 각각 50, 80, 120 일 때에 대한 실험 점

$$XB = \begin{bmatrix} 1 & x_1^0 & \cdots & x_7^0 & (x_1^0)^2 & \cdots & x_1^0 x_7^0 & (x_2^0)^2 & \cdots & (x_7^0)^2 \\ 1 & x_1^1 & \cdots & x_7^1 & (x_1^1)^2 & \cdots & x_1^1 x_7^1 & (x_2^1)^2 & \cdots & (x_7^1)^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_1^n & \cdots & x_7^n & (x_1^n)^2 & \cdots & x_1^n x_7^n & (x_2^n)^2 & \cdots & (x_7^n)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_7 \\ b_{11} \\ \vdots \\ b_{17} \\ b_{22} \\ \vdots \\ b_{77} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

을 상용프로그램인 Design-Expert⁽¹⁰⁾로 구하고 이에 대한 반응면을 구성하여 그 결과를 비교하였다. 즉, 각 실험 점 50, 80, 120 개에 대하여 목적함수와 구속조건의 값을 NASTRAN⁽¹¹⁾ 해석 결과로 구하고 최소자승 법으로 b_0, b_i, b_{ij} 를 구하여 반응면을 구성하고 구성된 반응면을 사용한 최적화를 수행하여 구한 최적 값 X 에 대하여 스파 단면적을 구하는 순서로 진행하였다. 이 과정을 Fig.3 에 나타내었다.

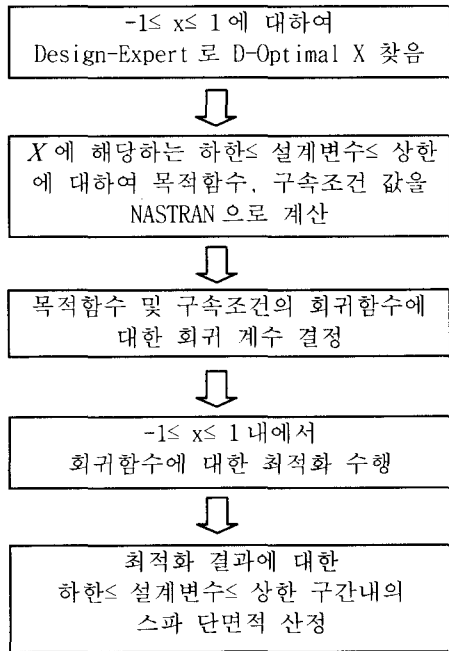


Fig. 3 Optimization sequence

3.3. 최적화 결과 분석

반응면의 신뢰도는 일반적으로 결정계수(R^2) 또는 수정결정계수(R_{adj}^2)를 사용하여 판단한다.⁽⁹⁾ 결정계수 또는 수정결정계수는 0 과 1 사이의 값을 가지며, 그 값이 클수록 정확한 모델이라 할 수 있다. Table 1 은 n 이 50 일 때에 대한 목적함수와 구속조건의 결정계수와 수정결정계수를 나타낸다. 날개중량은 스파의 단면적에 선형으로 비례하므로 결정계수와 수정결정계수가 모두 1 로 반응모델이 측정값을 정확히 표현하고 있으며 구속조건 들도 모두 반응모델의 신뢰도가 높다고 할 수 있다. Table 1 에 표시하지는 않았지만 n 이 80, 120 일 때에도 비슷한 수치를 나타내었다.

Table 1. Coefficient of determination and adjusted coefficient of determination (n=50)

구분	결정계수	수정 결정계수
목적함수	1.000	1.000
구속조건 1	0.996	0.986
구속조건 2	0.998	0.993
구속조건 3	0.998	0.991
구속조건 4	0.998	0.994
구속조건 5	0.998	0.993
구속조건 6	0.998	0.993
구속조건 7	0.999	0.995

반응면을 사용한 최적화 결과의 정확성 및 효율성을 검증하기 위하여 직접 미분을 사용한 결과와 비교하였다. 이때 최적화는 상용 최적화 프로그램인 NASTRAN 의 SOL200 을 사용하였으며 최적화 방법으로는 수정유용방향법 (Modified Method of Feasible Directions)을 사용하였다.

Fig.4 는 DOT 의 Feasible Direction Method 를 사용한 경우와 반응면 기법을 사용한 경우의 목적함수 즉, 날개의 총중량의 변화 추이이다. 설계 초기 치로서 7 개 스파의 단면적을 모두 0.2 inch 로 하여 최적화를 시작하였으며 NASTRAN 의 SOL200 을 사용한 경우 59 번의 반복계산 후에 날개의 총중량이 418.5 lb 에서 745.8 lb 로 증가하여 수렴하였으며 이는 설계 초기조건에서 스파에 가해지는 축

방향 응력이 허용응력보다 커져서 구속조건식을 만족시키지 못하므로 스파 단면적을 증가시켜 날개 총중량이 증가했음을 의미한다. 반응면 기법을 사용한 경우 n=50, 80, 120 일 때 각각 7 번의 반복 계산 후에 날개의 총 중량이 748.6 lb, 744.4 lb, 755.7 lb 로 수렴하였다.

반응면 기법을 사용했을 경우 수렴 속도가 빠른 것은 목적함수와 구속조건을 2 차 함수로 단순화 했기 때문이다. 계산량으로 볼 때 회귀 계수를 구하기 위한 계산을 최적화 전에 이미 수행해 놓았으므로 Fig. 4 상의 수렴 속도가 빠르다고 해서 계산량이 적은 것은 아니다. 그러나 전체적인 계산량을 비교하기 위하여 해석 횟수를 따지면, 반응면 기법의 경우, n=50 일 때는 50 번의 정적 해석이 필요하다. NASTRAN SOL200 의 경우는 최적화 과정 중 계산 시간 단축을 목적으로 근사함수를 사용하며 총 59 회의 정적 해석과 추가적으로 472 회의 근사함수호출 (Approximate function call)이 있었다. 따라서 전체적인 계산량은 반응면 기법이 훨씬 작음을 알 수 있다. 최적화 결과 구해진 설계변수의 값들은 Fig. 5 및 Table 2 에 비교하였다. 반응면 기법으로 구한 설계변수의 값을 NASTRAN 결과와 비교할 때 전체적인 경향은 일치하나 스파 1~4.7 번은 단면적이 크게, 스파 5~6 은 작게 나타난다. 이는 반응 모델을 2 차식으로 선정하는데서 발생하는 오차로 판단된다.

NASTRAN 의 SOL200 의 결과를 기준으로 했을 때 실험 점의 수가 n=50, 80, 120 일 때의 오차자승 합 평균 즉, 각 설계변수의 차이 값의 자승을 모두 합한 평균은 Table 2 과 같다. 반응면 기법

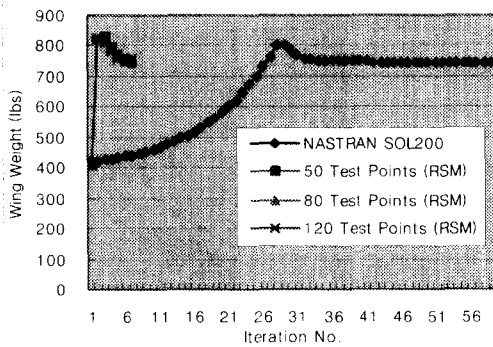


Fig. 4 Object function history

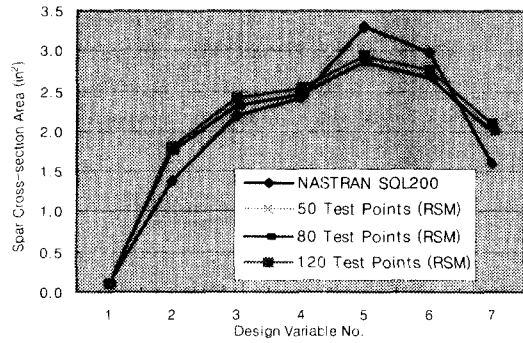


Fig. 5 Optimized design variable comparison

Table 2. Comparison of the optimized design variable by RSM to the result by NASTRAN

	NAST-RAN 결과	RSM 결과		
		n=50	n=80	n=120
스파 1	0.100	0.100	0.100	0.100
스파 2	1.385	1.849	1.747	1.791
스파 3	2.194	2.358	2.328	2.405
스파 4	2.404	2.576	2.470	2.543
스파 5	3.311	2.797	2.870	2.922
스파 6	2.987	2.689	2.657	2.753
스파 7	1.597	2.005	1.985	2.083
오차자승 합 평균	0	0.113	0.087	0.096

Table 3. Comparison of the constraint values at the optimal point

	NASTRAN	RSM
스파 1	-0.20309	-0.21754
스파 2	+0.00105	-0.08285
스파 3	+0.00027	-0.04578
스파 4	+0.00012	-0.03727
스파 5	+0.00027	+0.06551
스파 6	+0.00017	+0.03193
스파 7	-0.00008	-0.09426

의 경우 회귀 모델이 변하지 않는 한 실험 점의 수가 회귀계수의 3 배 이상으로 증가되어도 반응면의 정확도가 향상되지 않는다는 것을 알 수 있다.

최적화의 정확성을 비교하기 위하여 최적 점에서의 구속조건 값 즉,

$$g_i(x) = \frac{|\sigma_{axial, max} - \sigma_{allowable}|}{|\sigma_{allowable}|} \quad (4)$$

를 Table 3 에 나타내었다. NASTRAN 을 사용한 경우는 수렴 후의 구속 조건 식의 값이며, 반응면 기법의 경우는 반응면 기법으로 구한 최적 값에 대하여 NASTRAN 정적 해석을 수행하여 그 때의 구속 조건 값을 계산한 결과이다. NASTRAN SOL200 의 최적화 결과는 모든 스파에서의 응력 값이 허용응력에 도달하여 있으므로 구속조건을 만족시키는 범위 내에서 스파 단면적을 최소화하고 있음을 알 수 있다. 이에 비해서 반응면 기법의 결과는 허용응력과 차이가 있어서 최적화가 추가로 진행될 수 있음을 나타낸다. 이는 반응면 기법에서 2 차원 모델로 근사화 시킨 결과이며 최적화의 정확성은 미분을 사용하는 NASTRAN SOL200 보다 떨어짐을 나타낸다.

Fig. 6, 7 은 각각 NASTRAN 을 사용하여 구한 최적화 초기 상태와 최적화 후의 날개 변형을 나타낸다. 초기 상태의 경우 날개 끝에서의 변위 최대치가 비정상적인 30.4 inch 에 달하며 허용응력 조건을 만족 시키기 위하여 스파의 단면적이 커진 최적화 결과의 경우 날개 끝 변위 최대치가 10.6 inch 이다.

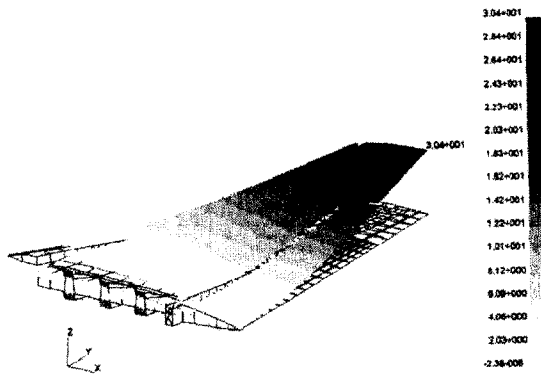


Fig. 6 Wing-box displacement result at the initial condition

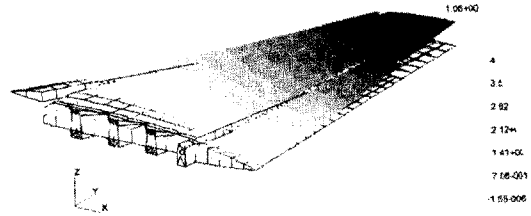


Fig. 7 Wing-box displacement result after optimization

Fig.8, 9 에서는 최적화 초기 상태와 최적화 후의 스파에 작용하는 축 방향 응력을 비교하였다. X, Y 축은 유한요소 모델에서 사용된 기준 좌표이다. Y 축의 값이 작은 부분이 날개의 뿌리 부분이고 Y 축 값이 큰 부분이 날개 끝 부분이다.

Fig.8 의 하부 스파에서는 모두 인장 응력을 받으며 Fig.9 의 상부 스파에서는 모두 압축 응력을 받음을 나타낸다. 최적화 초기 상태에서는 스파의 대부분 모든 위치에서 허용응력을 넘고 있으며 스파의 뿌리 부분에서 끝 부분 사이의 위치에 따라 응력 차이가 심하나 최적화 후에는 각 스파의 응력 최대치 구속조건을 만족시키며 날개 중량을 최소화 시키기 위하여 허용응력에 도달할 때까지 단면적이 증가하여 스파에 작용하는 응력 수준이 전체적으로 비슷하게 나타나고 있음을 알.

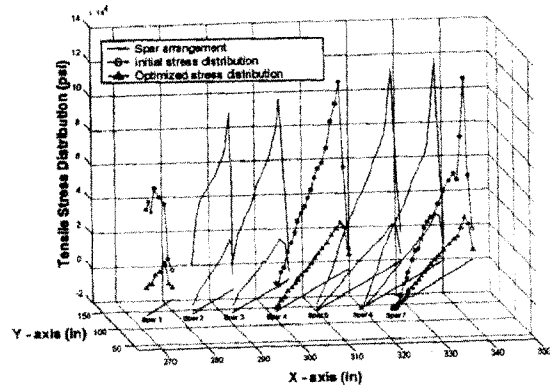


Fig. 8 Axial stress distribution on lower spars before and after optimization

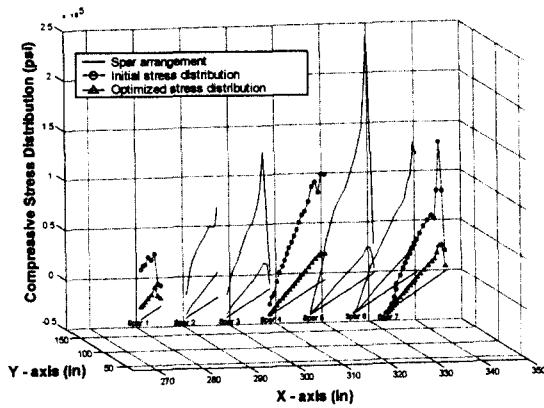


Fig. 9 Axial stress distribution on upper spars before and after optimization

수 있다. Fig. 8, 9 에서 그림의 복잡성을 피하기 위하여 스파 1, 4, 7 에 대해서만 기호 표시를 하였다

4. 결론

본 연구에서는 항공기 원 박스의 스파 단면적을 설계변수로 하고 총 중량을 목적함수로, 스파의 응력이 허용응력보다 작아야 한다는 구속조건을 갖는 최적화 문제의 해를 반응면 기법을 사용하여 구했다.

최적화 진행 방향은 응력조건을 만족시키기 위하여 초기치 보다 스파 단면적을 증가시키는 방향으로 진행되어 날개 총중량도 초기치 보다 약 1.8 배 증가한 최적 값으로 수렴하였다.

목적함수와 구속조건에 대한 반응면을 구성하기 위하여 D-Optimal 조건을 사용하여 실험 점을 결정하였다. 이때 실험 점의 개수를 50, 80, 120 으로 하여 실험 점을 구하고 이에 대한 반응면을 구성하여 각각의 경우를 미분을 사용하는 직접 최적화 방법을 사용한 결과와 비교하였다.

반응면 기법의 경우 회귀 모델이 변하지 않는 한 실험 점의 수가 회귀계수의 3 배 이상으로 증가되어도 반응면의 정확도가 향상되지 않는다는 것을 알 수 있다.

계산량의 관점에서 반응면 기법을 사용한 경우와 미분을 사용하는 경우를 비교하면 반응면 기법을 사용하는 것이 유리하며 정확성 관점에서는 미분을 사용하는 경우가 유리 함을 확인 하였다.

전체적으로 볼 때 반응면 기법은 미분을 사용하는 방법을 대체하여 훌륭히 사용될 수 있음을 확인하였으며 특히 미분을 구하기 어려운 문제에서 효율적으로 활용될 수 있을 것이다

후 기

본 논문은 과학기술부·한국과학재단 지정 지역협력연구센터인 항공기부품기술연구센터의 지원에 의해 연구되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

1. R. Unal, R. Lepsch, M. McMillin, "Response Surface Model Building and Multidisciplinary Optimization using D-Optimal Designs," AIAA-98-4759.
2. Anthony A. Giunta, "Aircraft Multidisciplinary Design Optimization using Design of Experiments Theory and Response Surface Modeling Methods," MAD Center Report 97-05-01, Virginia Polytechnic Institute & State university, May, 1997.
3. B.Liu, R.T.Haftka, M.A.Akgün, "Two-level composite wing structural optimization using response surfaces," Structural Multidisciplinary Optimization Vol. 20, pp.87-86, Springer-Verlag, 2000.
4. G. Li, H. Wang, S.R. Aryasomayajula, R.V. Grandhi, "Two-level optimization of airframe structures using response surface approximation," Structural Multidisciplinary Optimization Vol. 20, pp. 116-124, Springer-Verlag, 2000.
5. 박문식, 배동우, "민간 수송기의 Wing Box 에 대한 포괄적 구조치수 최적화 기법 개발," 한국항공우주학회지, 제 25 권, 제 2 호, pp. 155-166, 1997.
6. 김철, 조중찬, "많은 설계변수를 가진 항공기 Wing Box 의 치수 최적설계 및 응력해석," 한국항공우주학회지, 제 26 권, 제 2 호, 1998.
7. 권진희, 문창호, "항공기 날개의 내력 해석을 위한 유한요소 모델링 및 초기 치수화 기법연구," 한국항공우주학회지, 제 26 권, 제 5 호, 1998.
8. 박찬우, 노경무, "항공기 날개 스파의 단면적과 위치를 설계변수로 하는 중량 최적화 연구,"

- 한국항공우주학회 춘계학술발표회 논문집, pp.
671-676, 2001.
9. R.H. Myers, "Response Surface Methodology,"
Wiley Inter-Science, 1995.
 10. Design-Expert Version 6 User's Guide, Stat-Ease Inc.
 11. MSC/NASTRAN V70 User's Manual, The
MacNeal-Schwendler Corporation