

# 바퀴형 이동로봇의 기구학

신동헌\*, 박경훈\*

## Generalized Kinematics Modeling of Wheeled Mobile Robots

Dong Hun Shin\*, Kyung-Hoon Park\*

### ABSTRACT

The previous kinematic analysis of wheeled mobile robots(WMRs) is performed in an ad-hoc manner, while those of the robot manipulators are done in a consistent way using the coordinate system assignment and the homogeneous transformation matrix. This paper shows why the method for the robot manipulators cannot be used directly to the WMRs and proposes the method for the WMRs, which contains modeling the wheel with the Sheth-Uicker notation and the homogeneous transformation. The proposed method enable us to model the velocity kinematics of the WMRs in a consistent way. As an implementation of the proposed method, the Jacobian matrices were obtained for conventional steered wheel and non-steered wheel respectively and the forward and inverse velocity kinematic solutions were calculated for a tricycle typed WMR. We hope that our proposed method comes to hold an equivalent roles for WMRs, as that of the manipulators does for the robot manipulators.

**Key Words** : wheeled mobile robot(바퀴형 이동로봇), coordinate system assignment(좌표계 설정), homogeneous transformation(동차변환), velocity kinematics(속도기구학).

### 1. 서론

로봇 매니플레이터의 기구학 해석방법은 Denavit-Hartenburg 규약과 동차변환행렬을 사용하는 아주 체계적인 방법으로서 매우 잘 확립되어 있으며 많은 로봇공학 교과서의 한 부분을 이루고 있으며 실제의 다관절 로봇에 많이 쓰이고 있다<sup>[1],[2]</sup>.

한편, 바퀴형 이동로봇(Wheeled Mobile Robot 이하 WMR)의 기구학 해석에는 이러한 체계적인 방법이 거의 쓰이지 않고 있는데, 그 이유는 이륜 혹은 삼륜의 가장 간단한 구조의 WMR 이 자율주행 등의 이동로봇연구에 주로 사용되고 있기 때문이다. 이 것은 마치 관절이 2 개뿐인 간단한 2 자유도의 매니플레이터의 기구학에는 간단한 삼각함수 계산을 사용하는 방법이 주로 쓰이지만 6 자유도

의 매니플레이터에서는 체계적인 방법이 필요한 것처럼, 조금 복잡한 구조의 이동로봇의 기구학에서는 체계적인 방법이 필요하게 된다.

그러나, 매니플레이터의 체계적 방법을 WMR의 기구학에 그대로 사용할 수는 없는데 그 이유는 첫째, WMR 이 매니플레이터와는 달리 다중 체인구조 (Multiple Loop Chain)이고, 둘째, WMR 의 바퀴가 높은 짝(Higher Pair)을 이루기 때문이다. 이러한 차이점을 극복하기 위하여 Muir 등은 Denavit-Hartenburg 규약대신에 Sheth-Uicker 규약을 사용하고, 바퀴를 제외한 WMR 의 나머지 링크에 대해서만 체계적인 방법을 사용하고, 바퀴의 기구학은 따로 구하는 방법을 제시하였다<sup>[3],[4]</sup>. Muir 의 이 방법은 이동로봇에 관한 첫번째의 체계적인 기구학 방법으로서 후에 Cheng 등에 의하여 여러 형

2002년 1월 22일 접수  
\* 서울시립대학교 기계정보공학과

태의 WMR의 기구학에 확장되었다<sup>[5],[6]</sup>.

그러나, 이 방법은 WMR의 가장 특별하고 중요한 부분인 바퀴를 체계적인 방법으로 기구학을 구하지 못하고 나머지 부분에 대해서만 체계적으로 기구학을 구하는 불완전한 방법으로써, 마치 매니플레이터의 기구학에서 가장 중요한 링크 하나는 삼각함수를 이용한 기하학계산으로 구하고 나머지 링크들은 Denavit-Hartenburg 규약과 동차변환행렬을 사용하여 기구학 해석을 하는 것과 같은 것이다. 따라서, 본 논문은 바퀴를 포함한 모든 WMR의 링크에 일관적이고도 체계적으로 기구학을 구할 수 있는 방법을 제시한다.

이를 위하여 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 우선 매니플레이터의 체계적인 기구학 방법을 간단히 설명하고 WMR과 매니플레이터의 차이점을 보인 후 이에 따라 매니플레이터의 기구학을 WMR에 적용할 수 없음을 명백히 설명한다. 그리고, 바퀴를 포함한 WMR의 모든 링크에 일관적으로 적용할 수 있는 기구학 방법을 제시하고 예제를 통하여 그 효용성을 보인다.

## 2. 현재의 WMR 기구학 방법

### 2.1 로봇 매니플레이터와 WMR의 차이점

로봇 매니플레이터의 일반적인 기구학 해석방법은 로봇을 강체 링크들의 연결체로 가정하고, 링크들간의 각 관절에 Denavit-Hartenburg 규약에 따라 한 개 씩의 좌표계를 설정한다. 인접한 링크사이의 상대위치와 방위 관계식은 관절에 설정된 좌표계사이의 변환관계인 4x4 동차변환행렬로 나타낸다. 이후, end-effector의 순기구학은 각 관절에서의 동차변환 행렬을 순차적으로 곱한 식으로부터 구해지고, 역기구학, 속도와 가속도 기구학도 이 동차변환행렬을 이용하여 구해진다. 따라서, Denavit-Hartenburg 규약에 의한 좌표계 설정과 동차변환행렬에 의한 좌표계 사이의 관계 표현은 로봇 매니플레이터의 기구학의 기본적 방법이다<sup>[7],[8],[9]</sup>.

한편, WMR은 다음과 같은 고유한 기구학적 특성을 가지고 있기 때문에, 로봇 매니플레이터의 기구학 방법을 그대로 적용할 수 없다. 첫째, 로봇 매니플레이터는 Fig. 1-(a)와 같이 링크들이 직

렬적으로 연결되어 있는 한 개의 체인구조이지만

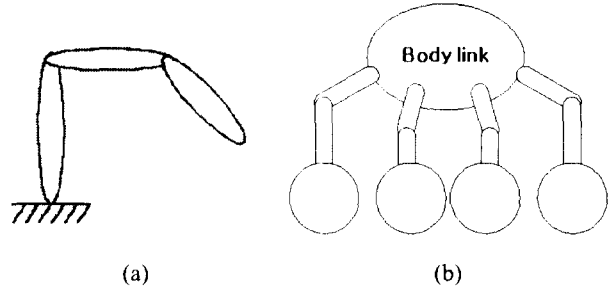


Fig. 1 (a) Single serial chained manipulator (b) Multiple loop chained WMR.

WMR은 하나의 몸체 링크를 중심으로 여러 개의 링크들이 병렬적으로 연결되어 있는 다중체인구조(multiple loop chain)이다<sup>[3],[4]</sup>. 즉, Fig. 1-(b)와 같이 WMR의 몸체 링크는 보통 3원 이상의 다중으로 여러 관절로 연결되어 있기 때문에, 로봇 매니플레이터의 기구학의 가장 기본적 도구인 Denavit-Hartenburg 규약을 적용할 수 없다. 그 이유는 Denavit-Hartenburg 규약의 가장 중요한 하나가 새로이 설정되는 좌표계의 x 축이 링크로 연결된 인접된 관절에 설치되어 있는 좌표계의 z 축과 수직하도록 하는 것인데, 다중체인구조인 경우에는 링크로 직접 연결되는 관절이 여러 개이므로 그곳에 있는 모든 좌표계의 z 축에 수직되도록 하는 x 축을 설정할 수 없으므로 Denavit-Hartenburg 규약에 따라 좌표계를 설정할 수 없다.

둘째, 로봇 매니플레이터에는 모든 링크들이 낮은 짝(Lower Pair)만으로 구성되어있는데 WMR은 낮은 짝과 높은 짝(Higher Pair)을 모두 가지고 있다. 이 것이 일으키는 문제점에 대해서는 다음 장에 자세히 설명한다

### 2.2 Sheth-Uicker 규약

Muir는 앞 절에서 언급한 첫번째 문제점을 고려하여 Denavit-Hartenburg 규약대신에 WMR의 기구학에는 Sheth-Uicker 규약에 따라 좌표계를 설정할 것을 제안하였다<sup>[3],[4]</sup>. 1970년대에 제안된 Sheth-Uicker 규약은 Denavit-Hartenburg 규약과 달리 관절에 좌표계를 설정하는 데 있어 다른 관절에 설정된 좌표계를 고려하지 않는다. 즉, Figure 2와 같이 관절에 복수의 좌표계를 설정하여 (관절에 연결된 링크마다 좌표계를 설정함) 이들 사이의 변환관계를 통해 관절에서의 운동을 구하므로 앞 관절의

좌표계와 상관없이 설정가능하지만, 관절마다 한 개의 좌표계를 설정하는 Denavit-Hatnburg 규약에 비하여 2 배의 좌표계를 설정하여야 하며 링크들의 상대위치 표현에 더 많은 파라미터가 필요하다<sup>[10]</sup>.

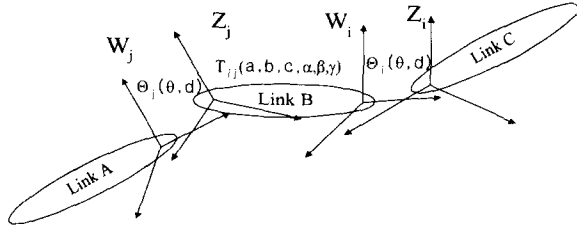


Fig. 2 Coordinate system assignment by S-U convention.

### 3. 제시되는 기구학 방법

#### 3.1 WMR의 가정

우선, WMR의 속도기구학을 구하기 위하여 WMR의 구조와 운동에 대해 다음과 같이 가정을 한다.

- 1) WMR은 몸체 링크, 조향 링크 그리고 바퀴로 구성되어 되어 있으며, 이들은 변형이 없는 강체이다.
- 2) 바퀴는 지면에 대해 완전 구름운동을 하고 병진방향으로의 미끄러짐 운동은 없다.<sup>1</sup>
- 3) 바퀴의 조향은 지면과의 접점에서 지면의 수직축에 대한 회전운동을 한다.

#### 3.2 바퀴와 지면사이의 운동모델링

바퀴와 지면사이의 운동은 1장에서 지적한 바와 같이 높은 짝(Higher Pair)을 이루고 있는데, 바퀴와 지면사이의 접점을 중심으로 Rolling과 Steering의 두 가지 회전운동이 이루어지고 있다. 즉, 바퀴와 지면사이의 접점이 두 강체사이의 상대운동이 벌어지는 관절(Joint)이므로 Sheth-Uicker 규약에 따라

<sup>1</sup> 바퀴의 속도는 바퀴의 회전운동과 미끄럼운동의 합으로 이루어지는데 통상적으로 미끄럼의 크기를 알 수 없으므로 본 논문에서는 생략한다. 만약 미끄럼의 속도크기를 안다면 회전에 의한 속도에 합하여 바퀴의 속도를 구하고, 기존 혹은 본논문의 방법에 의하여 WMR의 속도를 구할 수 있다.

관절, 즉, 바퀴와 지면사이의 접점에 복수의 좌표계를 설정하여 나타낸 것이 Fig. 3이다.

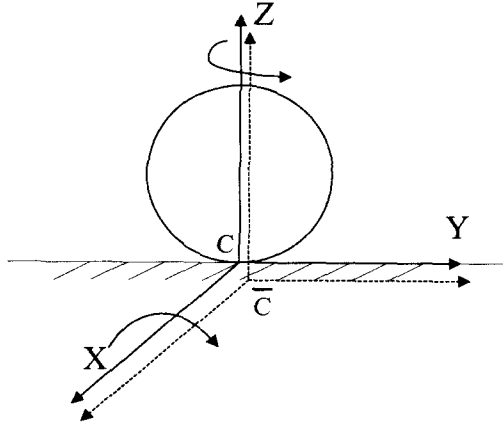


Fig. 3 Wheel motion modeling at the contact.

여기서,  $\bar{C}$ 는 지면에 설정된 좌표계이고,  $C$ 는 바퀴에 부착설정된 좌표계이다.  $\bar{C}$ 는 지면과 함께 정지되어있는 반면에  $C$ 는 X축과 Z축에 대해 회전운동을 한다. 두 좌표계 사이의 관계를 나타내는 동차변환 행렬을 구하면 다음과 같다.

$${}^{\bar{C}}\Theta_C = Rot(Z, \bar{\theta}_{zC}) Rot(X, \bar{\theta}_{xC})$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \bar{\theta}_{zC} & -\sin \bar{\theta}_{zC} & 0 & 0 \\ \sin \bar{\theta}_{zC} & \cos \bar{\theta}_{zC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \bar{\theta}_{xC} & -\sin \bar{\theta}_{xC} & 0 \\ 0 & \sin \bar{\theta}_{xC} & \cos \bar{\theta}_{xC} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

혹은,

$${}^{\bar{C}}\Theta_C = Rot(X, \bar{\theta}_{xC}) Rot(Z, \bar{\theta}_{zC}) \quad (2)$$

그런데 행렬의 곱셈은 서로 교환되면 값이 틀려지므로 위 두식의 결과는 서로 다르다. 이러한 모호성은 바퀴와 지면사이의 2 자유도 회전운동이 한번에 일어나서 회전운동순서를 정할 수 없기 때문이다. 즉, 높은 짝이 낮은 짝의 운동들의 유일한 조합으로 나타낼 수 없는 경우에는 짝의 상대 위치를 동차변환행렬로 나타낼 수 없으므로 로봇 기구학의 기본방법인 좌표계 설정 및 동차변환행

렬을 사용할 수 없게 된다. 이 것이 Muir 등의 기존의 방법이 바퀴를 제외한 WMR의 나머지 링크에 대해서만 체계적인 방법을 사용하고, 바퀴의 기구학은 따로 구한 이유일 것이다.

그러나, 완전구름운동을 하는 경우, 바퀴와 지면사이의 접점은 순간순간 바뀌며, 그 순간 ( $\Delta t \rightarrow 0$ )에만 그 접점은 순간중심(Instantaneous Center)으로 유효하다. 마찬가지로, 그 접점(순간중심)에 설정된 두 좌표계 역시 접점이 순간중심으로 유효한 동안만 순간적으로 유효하다. 왜냐하면, 순간이 지나서 바퀴와 지면의 접점이 아닌 경우에는 이미 그 점은 두 링크사이의 관절(Joint)이 아니기 때문이다. 그러므로, 두 좌표계 사이의 변환식의 표현이 회전순서에 따라 식(1)과 식(2)처럼 다르게 표현되더라도, 두 좌표계가 유효한 순간동안(즉, 순간중심이 유효한 동안)은 좌표계 C와  $\bar{C}$  사이에는 상대변위가 없으므로  ${}^{\bar{C}}\theta_{xC}$ 와  ${}^{\bar{C}}\theta_{zC}$ 는 0 이고 따라서 식 (1)과 (2)는 모두 다음과 같이 동일하게 된다.

$${}^{\bar{C}}\Theta_C = I \times I = I \tag{3}$$

한편,  ${}^{\bar{C}}\Theta_C$ 의 시간에 대해 미분도 식(1)과 (2)로부터 다음과 같은 두 식으로 표현되지만,

$${}^{\bar{C}}\dot{\Theta}_C = \frac{d}{dt} Rot(Z, {}^{\bar{C}}\theta_{zC}) \cdot Rot(X, {}^{\bar{C}}\theta_{xC}) + \frac{d}{dt} Rot(X, {}^{\bar{C}}\theta_{xC}) \cdot Rot(Z, {}^{\bar{C}}\theta_{zC}) \tag{4}$$

$${}^{\bar{C}}\dot{\Theta}_C = \frac{d}{dt} Rot(X, {}^{\bar{C}}\theta_{xC}) \cdot Rot(Z, {}^{\bar{C}}\theta_{zC}) + \frac{d}{dt} Rot(Z, {}^{\bar{C}}\theta_{zC}) \cdot Rot(X, {}^{\bar{C}}\theta_{xC}) \tag{5}$$

${}^{\bar{C}}\theta_{xC}$ 와  ${}^{\bar{C}}\theta_{zC}$ 는 0 이므로 (4)와 (5)는 모두다 (6)으로의 같은 결과로 역시 얻어진다.

$${}^{\bar{C}}\dot{\Theta}_C = \frac{d}{dt} Rot(X, {}^{\bar{C}}\theta_{xC}) + \frac{d}{dt} Rot(Z, {}^{\bar{C}}\theta_{zC}) \tag{6}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -{}^{\bar{C}}\omega_{zC} & 0 & 0 \\ {}^{\bar{C}}\omega_{zC} & 0 & -{}^{\bar{C}}\omega_{xC} & 0 \\ 0 & {}^{\bar{C}}\omega_{xC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

그러므로, 바퀴와 지면이 이루는 높은 짝은 낮은 짝의 유일한 조합으로 표현은 불가능하지만, Sheth-Uicker 규약에 따른 관절에서의 좌표계 설정은 순간적으로 유효하고 그 순간에 있어서의 좌표계 사이의 관계식 및 그 미분은 (3)과 (6)와 같이 동차변환행렬로 구해진다.

### 3.3 WMR 에의 좌표계 설정

앞 절에서 높은 짝인 바퀴와 지면사이의 운동에도 로봇 기구학의 기본 방법인 좌표계 설정과 동차변환 행렬 표시가 가능함을 보임으로써, WMR의 나머지 모든 관절들은 낮은 짝이므로 WMR의 모든 관절에 일관되게 좌표계를 설정하고 좌표변환방식을 이용할 수 있게 되었다.

Fig. 4는 Sheth-Uicker 규약에 따라 WMR의 모든 관절에 좌표계를 설정한 것이다. 로봇의 몸체와 바퀴사이에 한 개의 링크가 있는, 일반성을 잃지 않는 가장 간단한 경우의 설정이다. 좌표계 F는 지면에 설정된 관성좌표계이다. B 좌표계는 WMR의 중심몸체에 부착설정된 좌표계이고, H는 hip 좌표계이다. S는 조향 링크에 설정된 좌표계이며, A는 바퀴 축 좌표계로 조향 링크에 부착설정되어 있다. W는 바퀴중심에 설정된 좌표계이다. C는 바퀴와 지면의 접점에 설정된 좌표계로 바퀴에 설정되어 있으며  $\bar{C}$ 는 C 좌표계와 일치하는 순간좌표계로 지면에 설정되어 있다.  $\bar{B}$ 는 B 좌표계와 일치하는 순간관성좌표계이며 일반적으로 WMR의 속도는  $\bar{B}$ 에 대하여 표시된다.

### 3.4 좌표계 변환관계식

Fig. 5는 Fig. 4의 각 좌표계 사이의 변환관계를 나타낸 것이다. 변환 루프(Loop)에서 T는 상수항만을 가진 동차변환 행렬이고,  $\Theta$ 는 변수항을 가진 동차변환 행렬인데 이러한 것은 Sheth-Uicker 규약을 사용하는 경우의 결과이다.

Fig. 5로부터  $\bar{B}$ 와 B사이의 동차변환 행렬은 식(7)과 같이 구해진다.

$${}^{\bar{B}}\Theta_B = {}^F T_{\bar{B}}^{-1} {}^F T_C {}^{\bar{C}}\Theta_C {}^W T_C^{-1} {}^A \Theta_W^{-1} {}^S T_A^{-1} {}^H \Theta_S^{-1} {}^B T_H^{-1} \tag{7}$$

식(7)을 시간에 대해 미분하면 식(8)이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{B}\dot{\Theta}_B = & {}^F T_{\bar{B}}^{-1} {}^F T_C \bar{C}\dot{\Theta}_C {}^W T_C^{-1} {}^A \Theta_W^{-1} {}^S T_A^{-1} {}^H \Theta_S^{-1} {}^B T_H^{-1} \\ & + {}^F T_{\bar{B}}^{-1} {}^F T_C \bar{C}\dot{\Theta}_C {}^W T_C^{-1} {}^A \dot{\Theta}_W^{-1} {}^S T_A^{-1} {}^H \Theta_S^{-1} {}^B T_H^{-1} \\ & + {}^F T_{\bar{B}}^{-1} {}^F T_C \bar{C}\dot{\Theta}_C {}^W T_C^{-1} {}^A \Theta_W^{-1} {}^S T_A^{-1} {}^H \dot{\Theta}_S^{-1} {}^B T_H^{-1} \quad (8) \end{aligned}$$

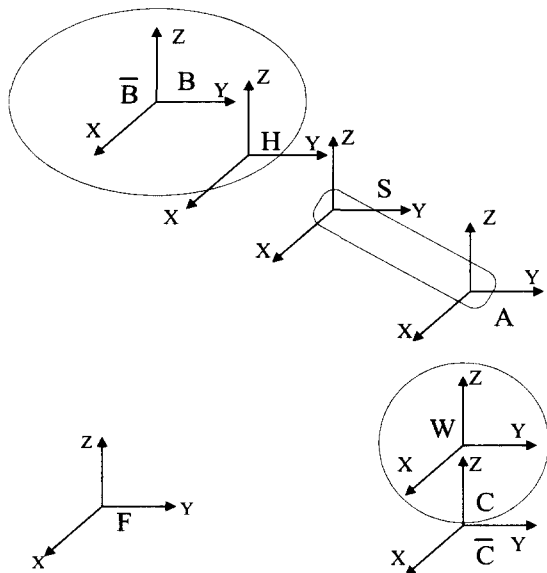


Fig. 4 Coordinate system assignment in WMR.

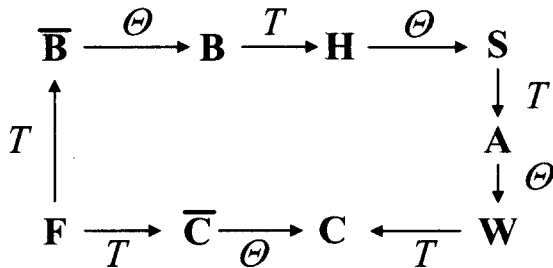


Fig. 5 Coordinate transformation loop.

식(8)에서  ${}^F T_C$ 와  ${}^F T_{\bar{B}}^{-1}$ 는 구할 수 없는 값이다. 따라서  ${}^F T_C {}^F T_{\bar{B}}^{-1}$ 을 Fig. 5의 변환 loop을 이용하여 (7)과 같이 식으로 표현하여 식(8)에 대입 정리한다. 한편, 변환식  $\bar{B}\dot{\Theta}_B$ ,  $\bar{C}\dot{\Theta}_C$  그리고  $\bar{C}\dot{\Theta}_C^{-1}$ 는 상대변위가 없으므로 identity 행렬이 된다. 따라서

식(8)은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \bar{B}\dot{\Theta}_B = & {}^B T_H {}^H \Theta_S {}^S T_A {}^A \Theta_W {}^W T_C \bar{C}\dot{\Theta}_C {}^W T_C^{-1} {}^A \Theta_W^{-1} {}^S T_A^{-1} {}^H \Theta_S^{-1} {}^B T_H^{-1} \\ & + {}^B T_H {}^H \Theta_S {}^S T_A {}^A \Theta_W {}^A \dot{\Theta}_W^{-1} {}^S T_A^{-1} {}^H \Theta_S^{-1} {}^B T_H^{-1} \\ & + {}^B T_H {}^H \Theta_S {}^H \dot{\Theta}_S^{-1} {}^B T_H^{-1} \quad (9) \end{aligned}$$

즉, 하나의 바퀴에 대한 로봇 몸체의 속도관계식은 각 동차변환 행렬을 로봇의 형태에 따라 정의하고 식 (9)에 따라 계산하여 얻어질 수 있다. 물론 WMR에는 바퀴가 여러 개이므로 각각의 바퀴로부터 WMR 본체사이의 속도관계식을 모두 구하여야 한다.

#### 4. 예제 : Tricycle의 속도기구학

앞에서 구한 하나의 바퀴와 로봇몸체사이의 속도관계식을 이용하여 Tricycle WMR의 순기구학해와 역기구학해를 구하여 본다. Tricycle WMR은 하나의 조향바퀴(Conventional steered wheel)과 두 개의 비조향바퀴(Non-steered wheel)로 이루어져 있다. 따라서 이 두 가지 형태의 바퀴에 대한 로봇의 속도관계식을 구한 후, 이를 이용하여 WMR의 속도기구학을 구한다.

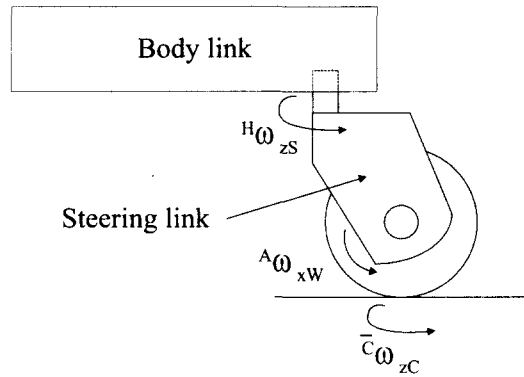


Fig. 6 Conventional steered wheel.

Fig. 4에서 도식화한 WMR 구조에서 조향바퀴는 Fig. 6과 같이 조금 더 실제적으로 그려지고 제어변수가 주어진다. 이 경우, 식(9)로부터, 조향바퀴에 대한 로봇의 속도는 다음식과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} {}^B V_{xB} \\ {}^B V_{yB} \\ {}^B \omega_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \sin^B \theta_{zA} & {}^B D_{yA} & -{}^B D_{yH} \\ -R \cos^B \theta_{zA} & -{}^B D_{xA} & {}^B D_{xH} \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A \omega_{xW} \\ {}^C \omega_{zC} \\ {}^H \omega_{zS} \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기에서  ${}^B D_{xA}$ 와  ${}^B D_{yA}$ 는 좌표계 B에서 조향 링크에 설정된 좌표계 A까지 x, y 방향거리이다.

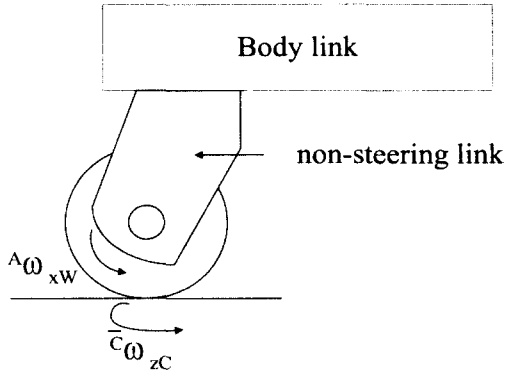


Fig. 7 Conventional non-steered wheel.

마찬가지로, Fig. 7과 같은 비조향바퀴는 Fig. 4와 같은 좌표계 설정 및 식(9)을 이용하여 로봇 몸체의 속도 vector를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} {}^B V_{xB} \\ {}^B V_{yB} \\ {}^B \omega_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \sin^B \theta_{zA} & {}^B D_{yA} \\ -R \cos^B \theta_{zA} & -{}^B D_{xA} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A \omega_{xW} \\ {}^C \omega_{zC} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Tricycle은 Fig. 8와 Fig. 9과 같이 전방에 2개의 비조향바퀴와 후방에 1개의 조향바퀴로 구성되어 있다. 전방 바퀴의 반지름은 R이고, 후방 바퀴의 반지름은  $R_1$ 이다.

먼저 후방바퀴는 조향바퀴이므로 식(10)을 이용하는데 식내의 파라미터의 값들은 다음과 같으므로 식(10)은

$${}^B D_{yA} = -l_b - l_c \cos^H \theta_{zS}, \quad {}^B D_{yH} = -l_b, \quad {}^B D_{xH} = 0$$

$${}^B D_{xA} = l_c \sin^H \theta_{zS}, \quad \theta_{yH} = \theta_{zS}$$

식(12)가 된다.

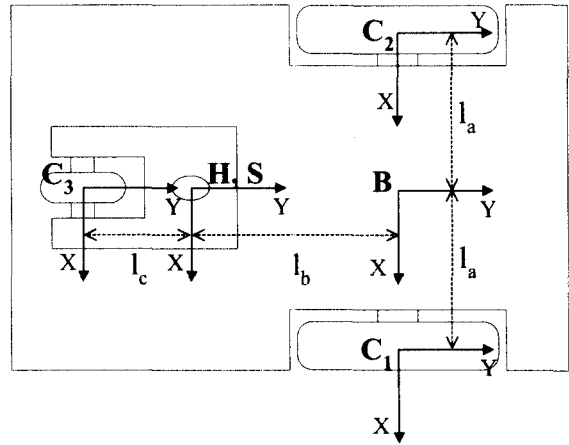


Fig. 8 Top view of the tricycle type WMR.

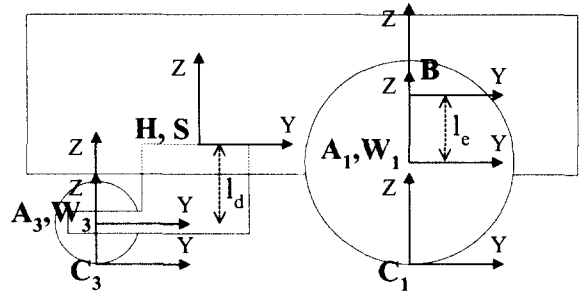


Fig. 9 Side view of the tricycle type WMR.

$$\begin{bmatrix} {}^B V_{xB} \\ {}^B V_{yB} \\ {}^B \omega_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \sin^H \theta_{zS} & -l_b - l_c \cos^H \theta_{zS} & l_b \\ -R_1 \cos^H \theta_{zS} & -l_c \sin^H \theta_{zS} & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A \omega_{xW3} \\ {}^C \omega_{zC3} \\ {}^H \omega_{zS} \end{bmatrix} \quad (12)$$

한편, 두개의 전방 바퀴는 비조향바퀴이므로 식(11)을 이용하며, 식(11)의 각 파라미터들은 다음과 같으므로

$${}^B D_{yA1} = {}^B D_{yA2} = 0, \quad {}^B D_{xA1} = l_a, \quad {}^B D_{xA2} = -l_a,$$

$$\theta_{zA1} = \theta_{zA2} = 0$$

각 전방 바퀴에 대한 식(11)을 구하면 식(13),

(14)가 된다.

$$\begin{bmatrix} \bar{B} V_{xB} \\ \bar{B} V_{yB} \\ \bar{B} \omega_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -R & l_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A1}\omega_{xW1} \\ \bar{c}_1 \omega_{zC1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{B} V_{xB} \\ \bar{B} V_{yB} \\ \bar{B} \omega_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -R & -l_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A2}\omega_{xW2} \\ \bar{c}_2 \omega_{zC2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

만약 이 Tricycle WMR 에서 두 전방바퀴가 각각 구동되고 후방바퀴는 Fig. 9 에서와 같이 비구동의 캐스터 바퀴라고 하면 구동변수들은  ${}^{A1}\omega_{xW1}$  와  ${}^{A2}\omega_{xW2}$  이며, 식(13), (14)로부터 다음과 같이 순기구학 해가 얻어지고

$$\begin{bmatrix} \bar{B} V_{xB} \\ \bar{B} V_{yB} \\ \bar{B} \omega_{zB} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -l_a & -l_a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A1}\omega_{xW1} \\ {}^{A2}\omega_{xW2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

역시, (16)와 같이 역기구학 해가 구해진다.

$$\begin{bmatrix} {}^{A1}\omega_{xW1} \\ {}^{A2}\omega_{xW2} \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & -1 & l_a \\ 0 & -1 & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{B} V_{xB} \\ \bar{B} V_{yB} \\ \bar{B} \omega_{zB} \end{bmatrix} \quad (16)$$

### 5. 결론

본 논문에서는 로봇 매니플레이터의 기구학의 체계적 방법의 기본적 도구인 좌표계 설정 및 동차변환행렬을 바퀴형 이동로봇(WMR)에도 적용시킬 수 있는 방법을 제시하여 WMR 의 기구학에도 체계적인 방법을 사용할 수 있음을 보였다.

이를 위하여 본 논문은 로봇 매니플레이터 기구학의 기본적 방법이 WMR 의 기구학에 그대로 쓰일 수 없는 이유를 두 로봇사이의 차이점을 들어 확실히 밝혔으며 이를 극복할 수 있는 방법으로 이미 제시된 Sheth-Uicker 규약과 함께 바퀴의 기구학 모델링방법을 제시하였다. 또한, 이 바퀴 모델링을 이용하여 WMR 의 속도 기구학을 구하

기위한 일관되고도 체계적인 방법을 제시하였으며, 이를 이용하여 Tricycle 의 순기구학 및 역기구학해를 구함으로써 제시된 방법의 유효함을 보였다.

로봇 매니플레이터의 체계적 기구학적 방법이 여러 기구학적 해와 동역학 및 제어 등에도 널리 쓰이듯이, 본 논문에서 제안된 WMR 의 체계적 기구학적 방법이 널리 쓰이고 로봇 매니플레이터에서와 같은 역할을 할 수 있기를 기대한다. 더불어, 로봇 매니플레이터와 결합된 이동로봇의 기구학에도 본방법은 효과적으로 쓰일 수 있으므로, 로봇에 보다 일반적으로 적용될 수 있는 기구학으로 발전되기를 기대한다.

### 후기

이 논문은 2000 년도 서울시립대학교 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

### 참고문헌

1. Paul, R., Robot Manipulator: Mathematics, Programming and Control, MIT Press, Cambridge, MA, 1982.
2. Fu, K. S., Gonzalez, R. C., and Lee, S. S. G., Robotics : Control Sensing, Vision, and Intelligence, McGraw-Hill, 1987.
3. Muir, P. F., and Neuman, C. P., "Kinematic Modeling of Wheeled Mobile Robot," Journal of Robotic System, Vol.4, No.2, pp.281~340, April 1987.
4. Muir, P. F., and Neuman, C. P., "Kinematic Modeling for Feedback Control of an Omnidirectional Mobile Robot," Proc. Of 1987 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Vol. 3, pp. 1772-1778, 1987.
5. Cheng, R. and Rajagopalan, R., " Kinematics of Automatic Guided Vehicles with an Inclined Steering Column and an Offset Distance: Criterion for Existence of Inverse Kinematics Solution," Journal of Robotic Systems, Vol. 9, No. 8, pp. 1059~1081, 1992.
6. Rajagopalan, R., " Generic Kinematic Formulation for Wheeled Mobile Robots," Journal of Robotic

System 14(2), 77~91(1997), 1997.

7. Spong, M. and Vidyasagar, M., Robot Dynamics and Control, John Wiley & Sons, 1989.
8. Denavit and Hartenberg, R. S., " A kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based On Matrices," Journal of Applied Mechanics, Vol. 22, TRANS. ASME, Vol. 77, Series E, pp. 215~221, 1955.
9. Lee, S. G., "Robot Arm Kinematics, Dynamics, and Control," Computer, Vol. 15, No. 12, pp. 62-80, 1982.
10. Sheth, N. and Uicker, J. J. Jr, "A Generalized Symbolic Notation for Mechanisms," Journal of Engineering for Industry, Series B, Vol. 93, No. 70-Mech-19, pp. 102~112, February 1971.