

# 실시간 NURBS 보간에 의한 동시 3 차원 가공에 관한 연구

홍원표\*, 양민양\*, 이응기\*\*

## Simultaneous 3D Machining with Real-Time NURBS Interpolation

Won-Pyo Hong\*, Min-Yang Yang\* and Eung-Ki Lee\*\*

### ABSTRACT

Increasing demands on precision machining using CNC machines have necessitated that the tool to move with a position error as small as possible in 3-dimensional (3D) space. This paper presents the simultaneous 3D machining with a retrofitted PC-NC milling machine. To achieve the simultaneous 3-axis motions, a new precision interpolation algorithm for 3D Non-Uniform Rational B-Spline (NURBS) curve is used. With this accurate and efficient algorithm for the generation of complex 3D shapes, a real-time NURBS interpolator was developed using a PC and the simultaneous 3D machining is accomplished.

**Key Words** : NURBS Interpolation(NURBS 보간), 3D machining(3 차원 가공), Reference-Pulse Interpolator(기준 펄스 보간기), BLU(Basic Length Unit)

### 1. 서론

수치제어 방식 NC 공작기계의 등장 이후 복잡한 곡면 형상의 고정밀, 고생산성 가공에 대한 요구가 크게 증가되고 있다. 그러나 대부분의 CAD 시스템들이 자유곡면으로 구성된 거의 모든 형상을 수식적으로 표현할 수 있음에 반해, 일반적으로 CNC 공작기계는 직선과 원호 가공만을 지원하고 있다. 따라서 곡면 형상을 허용 정밀도 이내의 직선 또는 원호로 근사하여 가공하는 방법을 주로 사용해왔다.

이러한 기존의 곡면 가공 방법은 기본적으로 직선 또는 원호로의 근사 과정에서 정밀도의 저하를 야기하였다. 또한 CNC 공작기계를 이용한 가공 과정에서 미소 블록으로 이루어진 긴 가공 프

로그래ムの 처리로 인해 많은 문제점들이 야기되었다. 이에 대한 기존의 해결 방법은 허용 오차를 크게 하여 미소 블록의 길이를 길게 하는 방법과 이송속도를 저하시켜 가공 시간을 늘리는 방법이 있다. 그러나 이는 각각 정밀도 및 생산성의 저하를 야기하였다<sup>(1)(2)</sup>.

최근 일부 상용 CNC 가 NURBS 보간 기능을 시니게 됨에 따라 미소 블록으로 이루어진 가공 프로그램을 처리함에 따른 많은 문제점들이 해결되었다. 단지 설계한 형상 데이터를 CNC 의 가공 프로그램 양식으로 변환하는 작업만이 요구되었고, 곡선 형상의 보간은 CNC 에서 수행하게 되었다. 이로 인해 미소 근사 과정의 생략으로 정밀도가 향상되었고, 가공 프로그램의 크기가 작아져 프로그램 전송에 유리해졌으며, 유연한(smooth) 곡선

· 2001년 11월 22일 접수  
\* 한국과학기술원 기계공학과  
\*\* 삼성 SDI 생산기술연구소

경로에 의해 가감속 시간이 향상되어 생산성이 증가하였다. (1-3,6-8).

일반적으로 CNC 보간기는 기준 펄스(Reference Pulse) 방식과 기준 워드(Reference Word) 방식으로 구분된다(9). 본 연구에서는 고정밀 보간에 유리한 기준 펄스 보간 방식에서 NURBS 보간에 의한 3 차원 가공을 추구하였다. 최소 경로 오차 발생에 근거한 NURBS 보간 알고리즘(12)으로부터 실시간 NURBS 보간기를 개발하고, 이의 효율적인 운용을 위한 새로운 NURBS 지령 양식을 제안하였다. 그리고, 이송구동부와 컨트롤러부의 교체로 새로 구성된 PC-NC 밀링시스템에 적용하였다.

## 2. 실시간 NURBS 보간기

NURBS 는 자유 곡선을 표현하는 수학적 기술 중의 하나로 유연성과 강인성이 우수하여 많은 CAD 시스템들이 기본으로 채택하고 있다. 3 차원 공간에서  $p$  차 NURBS 곡선은 식(1)과 같이 정의된다.  $V_i$  는 NURBS 곡선을 표현하는 조정점(control point)이고,  $w_i$  는 각 조정점이 곡선에 영향을 미치는 가중치(weight)이다.  $N_{i,p}(u)$  는 불균일한 절점 벡터(knot vector)  $U=(u_0, \dots, u_{n+p+1})$  로 정의되는 B-스플라인 기저 함수(basis function)이다(11).

$$C(u) = (x(u), y(u), z(u)) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_iV_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i} \quad (1)$$

B-스플라인 기저함수는 매개변수(parameter)  $u$  에 따라 각 조정점에 대응되는 기저 함수 값이 유동적으로 변할 수 있도록 정의된다. B-스플라인 기저 함수를 정의하는 많은 방법들 중 컴퓨터에의 적용에 유용한 Cox 와 deBoor 의 회귀적 방법(recursive method)을 적용하면, 차수  $p$  의  $i$  번째 기저함수는 식(2)와 같다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} \cdot N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+1} - u}{u_{i+1} - u_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(u)$$

동일한 조정점, 가중치, 절점의 NURBS 곡선도

차수  $p$  에 따라 다른 형태의 곡선이 생성된다. 본 연구에서는 3 차 NURBS 곡선을 기본으로 하여 식(3)과 같이 행렬 형태로 표현함으로써 컴퓨터에의 적용을 용이하게 하였다(11).

$$C^i(u) = \frac{U_c N_c^i w_c R_c^i}{U_c N_c^i w_c^i} \quad (3)$$

$$u \in [0,1]$$

$$\text{where } U_c = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 & u^3 \end{bmatrix}$$

$$w_c^i = [w_i \quad w_{i+1} \quad w_{i+2} \quad w_{i+3}]^T; i = 0,1,\dots,n-3$$

$$w_c R_c^i = [w_i V_i \quad w_{i+1} V_{i+1} \quad w_{i+2} V_{i+2} \quad w_{i+3} V_{i+3}]^T$$

3 차원 NURBS 곡선 보간에서 현재 보간점  $(X,Y,Z)$ 에서 다음 보간점으로 가능한 단계 이동은 식(4)의 7 가지이다. 즉, 보간 알고리즘에 의해 7 가지 단계 이동 중 한가지를 계속하여 선택함으로써 원하는 곡선의 보간을 수행할 수 있다(5). 이때 각 축으로의 단계 이동인  $dX, dY, dZ$  는  $-1$  (음의 단계 이동) 또는  $0$  (무이동) 또는  $+1$  (양의 단계 이동)의 값을 가질 수 있다. 이 값은 NURBS 곡선 상에서의 1 차 미분값 즉, 접선 벡터(tangent vector)  $t(u)=(x'(u), y'(u), z'(u))$  에 의해 결정된다.

$$\begin{aligned} & (X + dX, Y, Z) \\ & (X, Y + dY, Z) \\ & (X, Y, Z + dZ) \\ & (X + dX, Y + dY, Z) \\ & (X + dX, Y, Z + dZ) \\ & (X, Y + dY, Z + dZ) \\ & (X + dX, Y + dY, Z + dZ) \end{aligned} \quad (4)$$

본 연구에서는 고정밀 보간에 유리한 기준 펄스 보간 방식에서 최소 경로 오차 발생에 근거한 NURBS 보간 알고리즘(12)으로부터 PC 를 사용하여 실시간 NURBS 보간기를 개발하였다. NURBS 보간기는 Fig. 1 과 같이 NURBS 곡선의 조정점, 절점, 가중치의 입력으로부터 각 축으로의 최소 단위 이동(BLU)을 출력하도록 구성하였으며, 이를 수행하기 위한 각 단계별 과정은 다음과 같다.

STEP 1: 현재 보간점에서 1 차 미분값의 크기가 가장 큰 축을 주축(master axis)으로 선택한다. 식 (5)를 이용한 주축의 선택으로부터 식(4)의 7 가

지 기본 이동 중에서 주축의 이동을 포함하고 있는 4 가지로 압축한다.

$$\left(\bar{C}^i(u)\right)' = U_c' N_c^i w R_c^i - C^i(u) \cdot U_c' N_c^i w_c^i \quad (5)$$

STEP 2: 선택된 주축으로의 한 단계 이동에 따른 매개변수를 계산한다. 본 알고리즘에서는 주축의 한 단계 이동이 계속적으로 생성됨을 이용하여, 반복 계산 없이 식(6)과 같이 근사를 통해 계산하였다. 이때  $C_{new}$  는 STEP 1 에서 선택된 주축의 한단계 이동후 값이다.

$$u_{new} \approx u_{previous} - \frac{C^i(u_{previous}) - C_{new}}{\left(C^i(u_{previous})\right)'} \quad (6)$$

$$= u_{previous} - \frac{\mp BLU}{\left(C^i(u_{previous})\right)'}$$

STEP 3: 주축으로의 한 단계 이동에 따른 나머지 두 축으로의 이동을 결정한다. STEP 2 에서 계산된 매개변수 값  $u_{new}$  로부터 식(7)을 이용하여 주축 이외의 각 축 방향으로 실제 NURBS 곡선과의 오차가 최소가 되는 이동을 선택한다. 이 단계를 통해 STEP 1 에서 주축의 이동을 포함하는 4 가지로 압축되었던 기본 이동은 최종 1 가지로 결정된다.

$$C_{new} = \begin{cases} C_{previous} \pm BLU, & \\ \text{if } \left|C^i(u_{new}) - C_{previous}\right| \geq 0.5BLU & (7) \\ C_{previous}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

STEP 4: 이전 단계에서 결정된 각 축으로의 이동을 동시에 생성하도록 함으로써 동시 3 차원 NURBS 보간이 이루어지도록 한다. 즉, STEP 1 에서 결정된 주축의 이동에 STEP 3 에서 결정된 나머지 두 축의 이동을 동기(synchronization)시킨다.

STEP 5: 곡선의 최종점과 비교를 통해 보간의 종료 여부를 판단한다. 이때 각 곡선 요소에 대한 보간의 종료는 매개변수의 최종값 1 과 비교함으로써 얻도록 한다. 그리고, 최종 NURBS 곡선 요소에 대한 보간 종료로부터 전체 NURBS 보간을 종료한다.

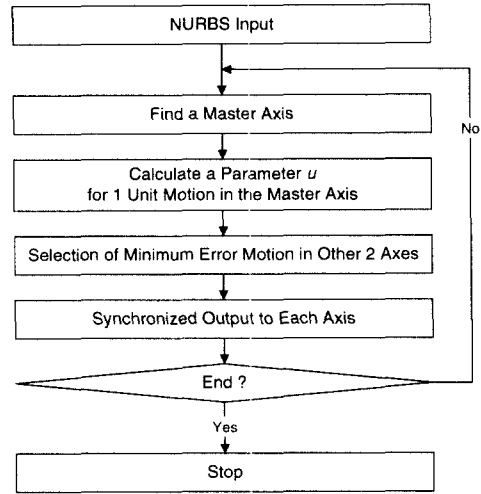


Fig. 1 Real-Time NURBS interpolator

NURBS 곡선은 앞서 기술한 바와 같이 곡선을 구성하는 요소인 조정점, 절점과 가중치의 3 가지로부터 형성된다. 이로 인해 현재 NURBS 보간을 지원하는 대표적인 CNC 컨트롤러인 GE Fanuc 과 Siemens 에 있어서 입력 데이터의 형식(6-8)에는 차이가 있지만, 이 3 가지를 기본 입력 내용으로 하는 것은 동일하다. 가장 큰 차이점은 Siemens 의 경우에는 NURBS 지령 코드 이전 블록에서의 최종점이 NURBS 곡선의 첫번째 조정점으로 이용된다는 것과 절점의 값 대신 절점 사이의 간격을 입력한다는 것이다. Siemens 의 NURBS 입력 방식은 GE Fanuc 에 비해 적은 데이터로 동일한 형상의 표현이 가능하지만, 사용하는 코드가 간결하지 못하고 절점 사이의 간격 지령에 의해 누적 오차가 발생할 수 있다는 단점이 있다. 가공 프로그램의 크기는 저장을 위해 요구되는 메모리 수용량의 문제 뿐만 아니라 전송 시간에도 영향을 주기 때문에 동일한 형상 정보를 적은 데이터로 정확하게 표현하여 CNC 에 전달하는 것이 유리하다.

이에 본 연구에서는 여러 가지 NURBS 입력 양식을 비교 분석(6-8)하여 보다 효율적이고, 기존의 직선 및 원호 지령 가공 프로그램과 통일된 새로운 NURBS 지령 양식(G05)을 국제표준협회의 프로그램 표준안(13)을 검토하여 설계하였다.

NURBS 보간의 장점인 보다 작은 크기의 가공 프로그램을 이용한 고정밀 형상 가공을 추구하고

자 GE Fanuc 과 Siemens 컨트롤러 각각의 장점을 살려 동일한 형상 정보(조정점, 절점, 가중치)를 적은 데이터로 표현하여 전달할 수 있는 지령 양식을 Table 1 의 양식 1 과 같이 설계하여 적용하였다. 이전 블록에서의 최종점을 NURBS 곡선의 첫 번째 조정점으로 이용함으로써 NC 블록 수의 감소를 추구하고, 절점의 값을 사용함으로써 누적 오차의 발생을 억제하였다. NURBS 곡선의 차수(P), 조정점(X,Y,Z), 절점값(K), 가중치(W)를 [mm] 단위로 입력하도록 하였다.

Table 1 Input format for proposed NURBS interpolator

|                         | Part program               |
|-------------------------|----------------------------|
| Proposed NURBS format 1 | G00(or G01) X_ Y_ Z_ F_    |
|                         | G05.1 P_ X_ Y_ Z_ K_ W_ F_ |
|                         | X_ Y_ Z_ K_ W_             |
|                         | ...                        |
|                         | X_ Y_ Z_ K_ W_             |
| Proposed NURBS format 2 | G00(or G01) X_ Y_ Z_ F_    |
|                         | G05.2 P_ X_ Y_ Z_ F_       |
|                         | X_ Y_ Z_                   |
|                         | ...                        |
|                         | X_ Y_ Z_                   |

그리고, NURBS 곡선의 조정점이 실제로 곡선상에 존재하지 않음으로 인해 야기되는 사용자와의 인터페이스 문제를 해소하기 위하여 실제 NURBS 곡선이 통과해야 하는 점의 입력에 따른 NURBS 보간 방식도 처리할 수 있도록 Table 1 의 양식 2 와 같이 설계하여 적용하였다. NURBS 곡선의 차수(P)와 통과점(X,Y,Z)의 [mm] 단위 입력으로부터 NURBS 곡선의 정의에 요구되는 조정점과 절점은 코드 길이 방법, 평균 매개 변수 방법 및 원호 양끝 조건을 적용하여 계산하였다<sup>(10-11)</sup>. 이때 각 조정점에서의 가중치는 동일하게 1 로 함으로써 모든 조정점이 곡선 형상에 같은 영향을 미치도록 하였다.

### 3. PC-NC 밀링시스템

수동식 3 축 밀링기로부터 3 축 PC-NC 밀링시스템으로의 재구성은 유효한 기존의 기계 요소들은 가능한 그대로 사용하고 동일한 기계 구조하에

서 크게 이송 구동부와 컨트롤러부에서 수행하였다.

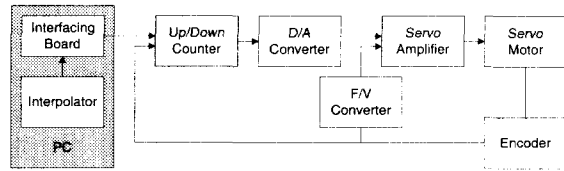


Fig. 2 Block diagram of a single-axis closed loop system

이송 구동부에서는 밀링 기계의 테이블 이동 수단으로 모터를 장착하고, 테이블의 정확한 이송을 위해 볼 나사(ball screw)를 선정하여 수동식 공작기계의 모나사(리드 스크루: lead screw)와 교체하였다. 밀링기를 이용한 가공의 수행시 예상되는 부하로부터 X 축과 Y 축은 500Watt, Z 축은 50Watt 급의 AC 서보 모터(servo motor)를 선정하여 장착하였다. 이송 모터의 동력을 축에 전달하기 위해 커플링(coupling)을 선정하여 X 축과 Y 축은 모터와 볼 나사 사이에, Z 축은 감속기(20:1)와 연결하였다. 그리고, 이송 모터를 기계에 장착하기 위한 마운팅(mounting)을 설계하고 제작하였다. 이를 통해 서보 모터에 의한 3 축의 구동이 가능하게 하였다.

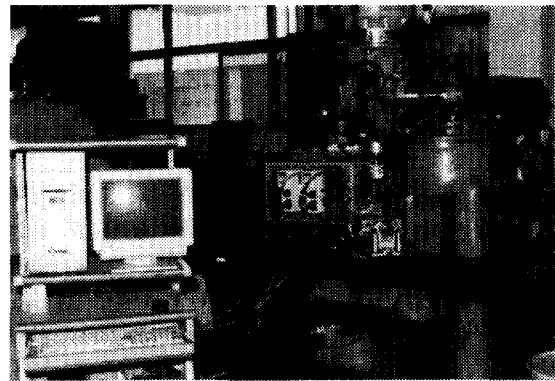


Fig. 3 3-axis PC-NC milling system

컨트롤러부에서는 PC 로부터의 이동 지령을 모터에 전달함으로써 3 축 밀링기의 테이블이 이동하도록 하였다.(Fig. 2) 기준 펄스 방식의 적용을 용이하게 하기 위하여 직렬식 지령 펄스 방식을 사용하였다. 지령 펄스와 엔코더(encoder) 펄스를

업다운 카운터(up-down counter)에서 비교함으로써 이송 모터의 위치를 제어하고, 엔코더에서 발생하는 펄스의 주파수 성분을 F/V 컨버터(frequency to voltage converter)를 통과시킴으로써 이송 속도를 제어하도록 하였다. 그리고, PC 에서 수행한 결과를 전달하기 위해 PC 내의 슬롯(slot)에 삽입하는 인터페이스 보드(interfacing board)를 설계하여 제작하였다. PPI 칩(programmable peripheral interface chip: i82C55)을 사용해서 모터의 회전 방향 및 펄스 등을 전기적인 신호로 변환하도록 하였다.

이와 같이 기계 요소들을 선정 및 제작한 후 조립하여 PC 와 연결함으로써 Fig. 3 과 같이 3 축 밀링 가공이 가능한 PC-NC 밀링시스템을 구성하였다. 이의 밀링시스템 사양은 Table 2 와 같다.

Table 2 Hardware specifications of the PC-NC system

| Items            | Reconfigured specifications |
|------------------|-----------------------------|
| Machine Tool     | Wells-Index 847             |
| Spindle motor    | Not changed                 |
| Axis motor       | AC servo motor              |
| Screw            | Ball screw                  |
| Control axis     | 3                           |
| Steps/revolution | X & Y: 5000<br>Z: 4240      |
| BLU (μm)         | 1                           |

#### 4. 결과

본 연구에서 구현한 실시간 NURBS 보간에 의한 동시 3 차원 가공의 효율성을 확인하기 위하여 PC 를 이용한 시뮬레이션 및 실제 공작물의 가공을 수행하였다.

지령 입력과 보간 경로와의 차이인 보간 오차를 시뮬레이션을 통해 평가하였다. NURBS 보간시 보간 오차는 보간기에 의해 결정되는 보간점과 이에 대응하는 실제 NURBS 곡선 위의 점 사이의 수직 거리로 정의된다<sup>(12)</sup>. NURBS 곡선에의 적용 결과, 본 연구의 보간 알고리즘에서 발생할 수 있는 최대 보간 오차는 0.707BLU 임을 확인하였다. 또한 2 차원 NURBS 곡선의 경우에는 0.5BLU 임을 확인하였다. 이는 NURBS 보간기의 STEP 3 단계에서 각 축 방향으로의 최대 오차를 0.5BLU 로 제한함에 의한 것으로 예측값과 일치함을 알 수

있다.

본 연구에서 적용한 기준 펄스 방식 보간기는 보간 계산 시간에 의해 구현할 수 있는 최대 보간 속도에 제한이 있다. 이에 본 연구의 PC-NC 밀링 시스템에서 3 차원 형상 가공시 얻을 수 있는 최대 가공 속도를 평가하였다. 보간기의 구현은 Intel Pentium III 500MHz 환경하에서 C 언어로 하였고, 이의 결과는 Table 3 과 같다.

Table 3 Maximum feed rate of the PC-NC system

|                              | NURBS |
|------------------------------|-------|
| Iteration speed (steps/msec) | 159   |
| Iteration time (μsec/step)   | 6.28  |
| Feed rate (m/min)            | 9.55  |

속도는 NURBS 보간기에서 곡선 지령에 따라 보간을 수행하는데 소요되는 총 시간을 이용하여 단위 시간당 생성되는 단계 이동의 수(step/μsec) 및 한단계 이동의 계산에 요구되는 시간(μsec/step)으로 평가하였다. 그리고, 본 연구의 PC-NC 밀링 시스템의 사양(1BLU=1μm)을 고려하여 가공 이송 속도(m/min)로 환산하였다. 이로부터 최근 생산시스템에의 적용에 타당함을 확인하였다.

동일한 가공 형상물에 대하여 본 연구에서 제안한 NURBS 보간기의 효율성을 가공 프로그램 크기 비교를 통해 평가하였다. Fig. 4 의 형상 가공시 제안한 NURBS 지령 양식인 G05.1 을 이용함으로써 Fanuc 의 G06.2 에 비해서는 22%, Siemens 의 BSPLINE 에 비해서는 11%의 가공 프로그램 크기 감소를 얻을 수 있었다. 이를 통해 보다 작은 가공 프로그램으로 고정밀도의 NURBS 가공 지령을 수행할 수 있음을 확인하였다. 또한, 제안한 G05.2 양식을 이용함으로써 실제 NURBS 곡선이 통과해야 하는 점의 입력에 따른 동시 3 차원 형상 가공이 가능함을 확인하였다.

Fig. 4 는 실시간 NURBS 보간에 의한 동시 3 차원 가공의 가공물이다. 가공소재는 50×100×50[mm]의 두랄루민(duralumin)이고, 직경 8[mm]의 고속도강 볼 엔드 밀(ball end mill) 공구로 가공하였다. Fig.4 와 같은 자유 곡면 형상에 대하여 기존의 직선 근사를 이용한 가공 방법과 비교할 때, 본 연구의 동시 3 차원 가공 방법을 이용함으로써 37%의 가공 프로그램 블록 수 감소를 얻을 수 있었다. 이로부터 곡면 형상을 허용 정밀도 이내의

미소 직선 또는 원호로 근사하는 과정 없이, 공작 기계의 동시 3 축 이동을 통해 효율적인 고정밀 가공이 가능함을 확인하였다.

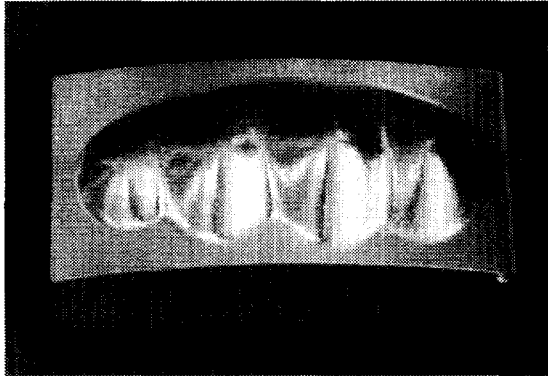


Fig. 4 Machined surface of the simultaneous 3D machining

### 5. 결론

본 연구에서는 고정밀 형상 가공에 유리한 기준 펄스 보간 방식에서 자유곡면 가공을 위한 실시간 NURBS 보간기를 개발하고, 이를 이송구동부와 컨트롤러부의 교체로 새로 구성된 PC-NC 밀링시스템에 적용함으로써 동시 3 차원 가공을 추구하였다. 여러 가지 NURBS 입력 양식에 대한 비교 및 분석을 통해 효율적인 NURBS 지령 양식을 설계하였다. 최소 경로 오차 발생을 위한 고정밀 NURBS 보간 알고리즘으로부터 실시간 보간기를 개발하여 이를 PC-NC 밀링 시스템에 적용하였다.

새로 구성된 PC-NC 밀링시스템에서의 시뮬레이션을 통해 공작기계의 기본 이동 단위인 IBLU의 허용 오차 이내에서 타당한 가공 이송 속도로 구현됨을 검증하였고, 자유 곡면 가공시 문제점이었던 가공 프로그램 크기에 있어서도 효율적임을 확인하였다. 또한, 실제 형상 가공으로부터 복잡한 곡면 형상에 본 연구의 동시 3 차원 가공이 효과적임을 확인하였다.

동시 3 차원 가공을 추구함으로써 공작기계의 가공 자체를 원활하게 하고, 가공 속도의 저하도 방지하며, 매끄러운 가공 표면을 얻도록 함으로써 나아가서는 추후 공정의 삭감을 달성하는 고품위

화를 추구하는데 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

### 참고문헌

1. Yeh, S. S. and Hsu, P. L., "The Speed-Controlled Interpolator for Machining Parametric Curves," *Computer-Aided Design*, Vol. 31, pp. 349-357, 1999.
2. Lin, Y. J. and Lee, T. S., "An Adaptive Tool Path Generation Algorithm for Precision Surface Machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 31, pp. 237-247, 1999.
3. Zhang, Q. G. and Greenway, R. B., "Development and Implementation of a NURBS Curve Motion Interpolator," *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 14, pp. 27-36, 1998.
4. Chou, J. J. and Yang, D. C. H., "Command Generation for Three-Axis CNC Machining," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 113, August, pp. 305-310, 1991.
5. Kiritzis, D., "High Precision Interpolation Algorithm for 3D Parametric Curve Generation," *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No.11, pp. 850-856, 1994.
6. Scherer, J., "High Speed, High-Precision Machining with NURBS Interpolation," *2nd International Machining & Grinding Conference*, September, Michigan, pp. 707-716, 1997.
7. Bates, C. A., "Some Well-Defined Curves," *American Machinist*, November, pp. 51-54, 1997.
8. Hasenjaeger, B., "NURBS, CAD/CAM, CNC: Who's in Charge?," *Integrated Manufacturing Solutions*, March, pp. 18-19, 1999.
9. Koren, Y., "Computer Control of Manufacturing Systems," McGraw-Hill, 1983.
10. Piegl, L. and Tiller, W., "The NURBS Book," Springer, 1995.
11. Choi, B. K., "Surface Modeling for CAD/CAM," Elsevier, 1991.
12. 홍원표, 양민양, "CNC 공작기계의 NURBS 보간 알고리즘에 관한 연구," *한국 정밀공학회지*, 제 17 권, 제 12 호, pp. 115-120, 2000.
13. ISO Standard 6983-1, "Numerical Control of Machines - Program Format and Definition of Address Words," International Organization for Standardization, 1982.