

# 탄성층과 반무한체 사이에 접합된 압전재료의 계면균열에 대한 응력강도계수

정경문\*, 임춘기\*, 범헌규\*\*

## Stress Intensity Factor for an Interface Crack of a Piezoelectric Medium Bonded Between an Elastic Layer and a Half-Space

Kyoung Moon Jeong\*, Chun-Ki Lim\* and Hyeon Gyu Beom\*\*

### ABSTRACT

An interface crack of a piezoelectric medium bonded between an elastic layer and a half-space is analyzed using the theory of linear piezoelectricity. Both out-of-plane mechanical and in-plane electrical loads are applied to the piezoelectric laminate. By the use of Fourier transforms, the mixed boundary value problem is reduced to a singular integral equation which is solved numerically to determine the stress intensity factors. Numerical analyses for various material combinations are performed and the results are discussed.

**Key Words** : Stress intensity factor(응력강도계수), Interface crack(계면균열), Piezoelectric medium(압전 재료), Half-space(반무한체), Boundary value problem(경계치 문제)

### 1. 서론

압전 재료는 전기적 하중을 받으면 선형적인 변형이 발생하고, 기계적 하중을 가하면 전위 차가 발생하는 전기-기계적 커플링(electro-mechanical coupling) 특성을 갖는다. 이러한 특성을 이용하여 가진기(actuator), 센서와 트랜스듀서 등 첨단산업분야에 널리 이용되고 있다. 또한 압전 재료는 반응속도가 빠르고, 구동전력이 적기 때문에 미소전자기계시스템(microelectro mechanical system, MEMS)에 광범위하게 응용되고 있다.

압전 재료를 적층 시킨 구조의 전기-탄성(electro elastic) 거동에 관한 연구<sup>(1-3)</sup>가 관심의 대상이 되고

있다. 압전 재료는 세라믹으로 취성이 강하고, 재료 내부에 전위(dislocation), 균열, 공동(void) 및 개재물(inclusion)과 같은 결함은 압전 재료를 이용한 장치의 성능에 미치는 영향이 크므로 이에 대한 연구가 최근까지 진행되어 왔다.

파괴역학과 선형 압전 이론을 이용하여 면외 전단 하중과 면내 전기적 하중을 동시에 받는 무한한 크기의 압전 재료에 존재하는 균열선단에서  $Pak^{(4)}$ 은 응력과 전기변위(electric displacement) 등의 엄밀해(closed form solution)를 복소 변수 방법을 이용하여 구하였다. Beom과 Atluri<sup>(5)</sup>는 이방성 압전체 내의 계면 균열에 대한 균열 선단장을 해석하였다. 그들은 계면균열에 대하여 실수 값을 갖는 새로운

\*\*\* 2001년 11월 19일 접수

\* 전남대학교 대학원 기계공학과

\*\* 전남대학교 기계공학과

응력강도계수와 전기변위강도계수의 정의를 제안하였다. 최근까지 면외 전단을 받는 압전재료를 적층 시킨 구조에 대하여 많은 연구가 진행되어 왔다. Shindo 등<sup>(6)</sup>은 유한균열을 갖는 압전세라믹 스트립의 면외 전단 문제에 대하여 해석하였다. 또한, 이종재료 사이에 접합된 압전 재료 내에 존재하는 균열<sup>(7)</sup>과 압전재료 계면에 놓여 있는 균열<sup>(8)</sup>에 대하여, 그리고, 직교이방성 층에 접합된 압전재료에 대하여 면외전단을 받는 계면균열에 대한 응력강도계수를 구하였다.<sup>(9)</sup> 또한, 탄성 스트립(elastic strip)과 압전 스트립 사이에 놓여있는 계면균열에 대하여 응력강도계수를 구하였다.<sup>(10,11)</sup>

본 연구의 목적은 선형 압전이론을 이용하여 기계적 전단 하중과 전기적 평면하중을 동시에 받는 탄성 층과 반무한체(half-space) 사이에 접합된 압전 재료를 고려하고, 반무한체와 압전재료의 계면에 놓여 있는 균열문제에 대하여 해석하고자 한다. Fourier 변환을 이용하면 혼합 경계치 문제는 하나의 미지함수를 갖는 특이 적분방정식(singular integral equation)<sup>(12)</sup>으로 줄어든다, 수치적분을 수행하여 응력강도계수를 결정한다. 수치해석결과는 다양한 재료로 적층된 압전 재료 문제에 대하여 해석한다.

## 2. 문제의 수식화

계면균열을 갖는 적층된 구조의 압전재료 형상을 Fig. 1에 나타내었다. 두께  $h^E$ 를 갖는 균질한 탄성재료와 반무한체의 재료가 두께  $h$ 를 갖는 압전재료와 접합되어 있다. Fig. 1에서 1과 2는 이종 균질재료이고, 각각 반무한체와 탄성층을 나타낸다. 재료 2는 두께  $h^E$ 를 갖는다. 길이가  $2a$ 인 균열은 반무한체와 압전재료 계면에 놓여있다. Cartesian 좌표계  $x, y, z$ 를 이용하고 압전재료는  $z$ 방향으로 분극(poling) 처리되어 있다. 기계적 전단하중과 전기적 평면 하중이 동시에 작용하는 경우에 대하여 해석한다. 전기적 경계조건은 두 가지 경우에 대하여 해석한다. 먼저 균일한 전기변위(electric displacement)가 작용하는 경우이고, 두 번째 경우는 균일한 전기장(electric field)이 작용하는 경우에 대하여 해석한다.

면외 전단 변위와 면내 전기장이 작용할 때 압전 재료의 경계치 문제는 다음과 같이 단순하게 나타낼 수 있다.

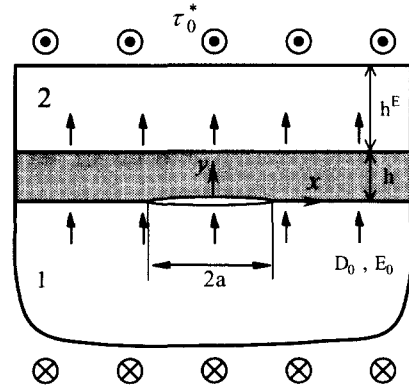


Fig. 1 A piezoelectric laminate with an interface crack

$$u_x = u_y = 0, \quad u_z = u_z(x, y) \quad (1)$$

$$E_x = E_x(x, y), \quad E_y = E_y(x, y), \quad E_z = 0 \quad (2)$$

$$u_x^{(i)} = u_y^{(i)} = 0, \quad u_z^{(i)} = u_z^{(i)}(x, y) \quad (3)$$

여기서  $(u_x, u_y, u_z)$ 와  $(u_x^{(i)}, u_y^{(i)}, u_z^{(i)})$  ( $i=1, 2$ )는 변위를 나타낸다. 괄호 안의 1과 2는 재료 1과 2를 나타내고 앞으로 사용하게 될 수식에서 상첨자로 표기하였다.  $(E_x, E_y, E_z)$ 는 전기장의 성분을 나타내고 압전재료의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\sigma_{xz} = c_{44}u_{z,x} - e_{15}E_x, \quad \sigma_{yz} = c_{44}u_{z,y} - e_{15}E_y \quad (4)$$

$$D_x = e_{15}u_{z,x} + \epsilon_{11}E_x, \quad D_y = e_{15}u_{z,y} + \epsilon_{11}E_y \quad (5)$$

$$\sigma_{xz}^{(i)} = c_{44}^{(i)}u_{z,x}^{(i)}, \quad \sigma_{yz}^{(i)} = c_{44}^{(i)}u_{z,y}^{(i)} \quad (6)$$

여기서  $(\sigma_{xz}, \sigma_{yz})$ 와  $(\sigma_{xz}^{(i)}, \sigma_{yz}^{(i)})$  ( $i=1, 2$ )는 응력 성분을 나타내고,  $(D_x, D_y)$ 는 전기변위 성분을 나타낸다.  $c_{44}$ 는 탄성계수(elastic stiffness measured in a constant electric field),  $e_{15}$ 는 압전 상수,  $\epsilon_{11}$ 은 유전율(dielectric permittivity)을 의미한다. 그리고 탄성재료에 대한  $c_{44}^{(1)}$ 과  $c_{44}^{(2)}$ 는 재료 1과 2의 탄성계수를 나타낸다. 전기장과 전위(electric potential)  $\phi$ 와의 관계식은 다음과 같다.

$$E_x = -\phi_{,x}, \quad E_y = -\phi_{,y} \quad (7)$$

압전재료와 탄성재료에 대하여 문제(Fig. 1)에 대한 지배방정식은 다음과 같이 단순화된다.

$$c_{44} \nabla^2 u_z + e_{15} \nabla^2 \phi = 0 \quad (8)$$

$$e_{15} \nabla^2 u_z - \epsilon_{11} \nabla^2 \phi = 0 \quad (9)$$

$$\nabla^2 u_z^{(i)} = 0 \quad (i=1, 2) \quad (10)$$

여기서  $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 은 변수  $x$ 와  $y$ 에 대한 2차원 Laplace 연산자이다.

본 모델에 대한 경계 조건은 다음과 같다.

$$\sigma_{yz}(x, 0^+) = \sigma_{yz}^{(1)}(x, 0^-) = 0 \quad (0 \leq x < a) \quad (11)$$

$$u_z(x, 0) - u_z^{(1)}(x, 0) = 0 \quad (a \leq x \leq \infty) \quad (12)$$

$$\sigma_{yz}(x, 0) = \sigma_{yz}^{(1)}(x, 0) \quad (a \leq x \leq \infty) \quad (13)$$

$$u_z(x, h) = u_z^{(2)}(x, h) \quad (0 \leq x \leq \infty) \quad (14)$$

$$\sigma_{yz}(x, h) = \sigma_{yz}^{(2)}(x, h) \quad (0 \leq x \leq \infty) \quad (15)$$

$$\sigma_{yz}^{(2)}(x, h + h^F) = \tau_0^* \quad (0 \leq x \leq \infty) \quad (16)$$

$$\sigma_{yz}^{(1)}(x, y) = \tau_0^* \quad (y \rightarrow -\infty) \quad (17)$$

Case 1

$$D_y(x, 0) = D_y(x, h) = D_0 \quad (0 \leq x \leq \infty) \quad (18)$$

Case 2

$$E_y(x, 0) = E_y(x, h) = E_0 \quad (0 \leq x \leq \infty) \quad (19)$$

여기서  $D_0$ 와  $E_0$ 는 균일한 전기변위와 전기장이다. Case 1은 압전 재료의 경계면에 일정한 전하(charge)가 작용하고, Case 2는 일정한 전압(voltage)이 작용한다. 전단 응력  $\tau_0^*$ 는 두 가지 경우에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_0^* = \begin{cases} \frac{c_{44}}{c_{44}} \tau_0 - \frac{e_{15}}{\epsilon_{11}} D_0 & (\text{Case 1}) \\ \tau_0 - e_{15} E_0 & (\text{Case 2}) \end{cases} \quad (20)$$

여기서  $\tau_0$ 는 전기장이 없는 상대의 균일한 전단 응력을 나타내고,  $\overline{c_{44}} = c_{44} + e_{15}^2/\epsilon_{11}$ 는 압전 탄성 계수(piezoelectric stiffened elastic constant)를 의미한다. 압전재료에 대한 전기적 경계조건에 대해서는 두 가지 상반되는 이론이 존재하고 있지만, 아직까지 균열 면의 전기적 경계조건에 대해 확실히 검증되지 않았으며 연구자들에 따라 다른 결과들을 제시하고 있다.<sup>(13-16)</sup>

### 3. 적분 변환을 이용한 해법

Fourier 변환을 이용하면 지배방정식 (8)-(10)의 해는 다음과 같다.

$$u_z(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \{A_1(a) e^{ay} + A_2(a) e^{-ay}\} \cos(ax) da + a_0 y \quad (21)$$

$$\phi(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \{B_1(a) e^{ay} + B_2(a) e^{-ay}\} \cos(ax) da - b_0 y \quad (22)$$

$$u_z^{(1)}(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty C_1(a) e^{ay} \cos(ax) da + c_0 y \quad (23)$$

$$u_z^{(2)}(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \{D_1(a) e^{ay} + D_2(a) e^{-ay}\} \cos(ax) da + d_0 y + e_0 \quad (24)$$

여기서  $A_j(a)$ ,  $B_j(a)$ ,  $C_1(a)$ 와  $D_j(a)$  ( $j=1, 2$ )는 미지 함수(unknown function)이며,  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ ,  $d_0$ 와  $e_0$ 는 해석 모델의 상하 끝단과 계면에 작용하는 하중 조건으로부터 결정되는 상수이다. 식 (21)-(24)을 식 (4)-(7)에 대입하면 응력장과 전기장을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{yz}(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty a \{c_{44} A_1(a) + e_{15} B_1(a)\} e^{ay} - \{c_{44} A_2(a) + e_{15} B_2(a)\} e^{-ay} \cos(ax) da + c_{44} a_0 - e_{15} b_0 \quad (25)$$

$$E_y(x, y) = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty a \{B_1(a) e^{ay} - B_2(a) e^{-ay}\} \sin(ax) da + b_0 \quad (26)$$

$$D_y(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty a \{e_{15} A_1(a) - \epsilon_{11} B_1(a)\} e^{ay} - \{e_{15} A_2(a) - \epsilon_{11} B_2(a)\} e^{-ay} \cos(ax) da + e_{15} a_0 + \epsilon_{11} b_0 \quad (27)$$

$$\sigma_{yz}^{(1)}(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty a c_{44}^{(1)} C_1(a) e^{ay} \cos(ax) da + c_{44}^{(1)} c_0 \quad (28)$$

$$\sigma_{yz}^{(2)}(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty a c_{44}^{(2)} \{D_1(a) e^{ay} - D_2(a) e^{-ay}\} \cos(ax) da + c_{44}^{(2)} d_0 \quad (29)$$

여기서  $a_0, b_0, c_0, d_0$ 와  $e_0$ 는 경계 조건 (14)와 (16)-(19)을 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

Case 1

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\varepsilon_{11} \tau_0^* + e_{15} D_0}{c_{44} \varepsilon_{11} + e_{15}^2}, & b_0 &= \frac{-e_{15} \tau_0^* + c_{44} D_0}{c_{44} \varepsilon_{11} + e_{15}^2} \\ c_0 &= \frac{\tau_0^*}{c_{44}^{(1)}}, & d_0 &= \frac{\tau_0^*}{c_{44}^{(2)}} \\ e_0 &= -\frac{c_{44} - c_{44}^{(2)}}{c_{44} c_{44}^{(2)}} h \tau_0^* + \frac{e_{15}}{c_{44} \varepsilon_{11}} h D_0 \end{aligned} \quad (30)$$

Case 2

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\tau_0^* + e_{15} E_0}{c_{44}}, & b_0 &= E_0 \\ c_0 &= \frac{\tau_0^*}{c_{44}^{(1)}}, & d_0 &= \frac{\tau_0^*}{c_{44}^{(2)}} \\ e_0 &= -\frac{c_{44} - c_{44}^{(2)}}{c_{44} c_{44}^{(2)}} h \tau_0^* + \frac{e_{15}}{c_{44}} h E_0 \end{aligned} \quad (31)$$

변위와 응력을 경계조건 (13)-(16), (18)과 (19)에 대입하면 다음과 같다.

$$c_{44} A_1(a) + e_{15} B_1(a) - c_{44} A_2(a) - e_{15} B_2(a) - c_{44}^{(1)} C_1(a) = 0 \quad (32)$$

$$A_1(a) + A_2(a) e^{-2ah} - D_1(a) - D_2(a) e^{-2ah} = 0 \quad (33)$$

$$c_{44} A_1(a) + e_{15} B_1(a) - c_{44}^{(2)} D_1(a) - \{c_{44} A_2(a) + e_{15} B_2(a) - c_{44}^{(2)} D_2(a)\} e^{-2ah} = 0 \quad (34)$$

$$D_1(a) - D_2(a) e^{-2a(h+h^F)} = 0 \quad (35)$$

Case 1

$$\begin{aligned} e_{15} A_1(a) - \varepsilon_{11} B_1(a) - \{e_{15} A_2(a) - \varepsilon_{11} B_2(a)\} e^{-2ah} &= 0 \\ e_{15} A_1(a) - \varepsilon_{11} B_1(a) - e_{15} A_2(a) + \varepsilon_{11} B_2(a) &= 0 \end{aligned} \quad (36)$$

Case 2

$$\begin{aligned} B_1(a) - B_2(a) e^{-2ah} &= 0 \\ B_1(a) - B_2(a) &= 0 \end{aligned} \quad (37)$$

함수  $A_1(a), B_1(a), C_1(a)$ 와  $D_1(a)$  ( $j=1, 2$ )는  $A_2(a)$ 의 항으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_1(a) = M(a) A_2(a) \quad (38)$$

$$B_1(a) = \begin{cases} \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} M(a) A_2(a) & \text{(Case 1)} \\ 0 & \text{(Case 2)} \end{cases} \quad (39)$$

$$B_2(a) = \begin{cases} \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} A_2(a) & \text{(Case 1)} \\ 0 & \text{(Case 2)} \end{cases} \quad (40)$$

$$C_1(a) = -\frac{c_{44}^*}{c_{44}^{(1)}} \{1 - M(a)\} A_2(a) \quad (41)$$

$$D_1(a) = \frac{2c_{44}^*}{c_{44}^* + c_{44}^{(2)} \tanh(ah^F)} \frac{e^{-2a(h+h^F)}}{1 + e^{-2ah^F}} A_2(a) \quad (42)$$

$$D_2(a) = \frac{2c_{44}^*}{c_{44}^* + c_{44}^{(2)} \tanh(ah^F)} \frac{1}{1 + e^{-2ah^F}} A_2(a) \quad (43)$$

여기서  $M(a)$ 와  $c_{44}^*$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M(a) &= \frac{c_{44}^* - c_{44}^{(2)} \tanh(ah^F)}{c_{44}^* + c_{44}^{(2)} \tanh(ah^F)} e^{-2ah} \\ c_{44}^* &\equiv \begin{cases} c_{44} & \text{(Case 1)} \\ c_{44} & \text{(Case 2)} \end{cases} \end{aligned} \quad (44)$$

새로운 미지함수  $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.<sup>(12)</sup>

$$\frac{\partial}{\partial x} \{u_2(x, 0) - u_2^{(1)}(x, 0)\} = g(x), \quad (0 \leq x < \infty) \quad (45)$$

식 (12)와 (45)를 이용하면 새로운 미지함수  $g(x)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} g(x) &= 0, \quad (a \leq x < \infty) \\ \int_0^a g(t) dt &= 0 \end{aligned} \quad (46)$$

식 (46)을 이용하여 식 (21)과 (23)을 식 (45)에 대입하면  $A_2(a)$ 를  $g(t)$ 의 항으로 나타낼 수 있다.

$$A_2(a) = -\frac{1}{aF(a)} \int_0^a g(t) \sin(at) dt \quad (47)$$

여기서

$$F(a) = \frac{c_{44}^{(1)} + c_{44}^*}{c_{44}^{(1)}} + \frac{c_{44}^{(1)} - c_{44}^*}{c_{44}^{(1)}} M(a) \quad (48)$$

이다. 이제  $A_1(a)$ 와  $B_j(a)$  ( $j=1, 2$ )는  $g(t)$ 의 항으로 쉽게 나타낼 수 있다. 이 결과를 식 (11)에

대입하고  $g(t) = -g(-t)$ 의 관계를 이용하여  $g(t)$ 를 결정하기 위한 적분방정식을 얻을 수 있다.<sup>(17)</sup>

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{g(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a K(x,t)g(t) dt = -\frac{\tau_0^*}{\gamma} \quad (-a < x < a) \quad (49)$$

여기서 커널  $K(x,t)$ 와  $\gamma$ 는 다음과 같다.

$$K(x,t) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{c_{44}^*}{\gamma F(a)} - 1 - \frac{c_{44}^*}{\gamma} \frac{M(a)}{F(a)} \right\} \sin a(t-x) da$$

$$\gamma = \frac{c_{44}^* c_{44}^{(1)}}{c_{44}^* + c_{44}^{(1)}} \quad (50)$$

식 (46)의 근을 갖기 위한 조건(single-valuedness condition)으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_{-a}^a g(t) dt = 0 \quad (51)$$

적분방정식 (49)를 계산하기 위하여 변수치환  $x = ar, t = as, aa = \xi$ 와  $G(s) = g(t)$ 의 관계를 이용하면 식 (49)와 (51)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{G(s)}{s-r} ds + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 K(r,s)G(s) ds = -\frac{\tau_0^*}{\gamma} \quad (-1 < r < 1) \quad (52)$$

$$\int_{-1}^1 G(s) ds = 0 \quad (53)$$

여기서

$$K(r,s) = \int_0^{\infty} \left[ \frac{c_{44}^*}{\gamma F(\xi/a)} - 1 - \frac{c_{44}^*}{\gamma} \frac{M(\xi/a)}{F(\xi/a)} \right] \times \sin \xi(s-r) d\xi \quad (54)$$

이다. 식 (52)의 해는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$G(s) = \frac{\Lambda(s)}{(1-s^2)^{1/2}} \quad (55)$$

여기서  $\Lambda(\pm 1) \neq 0$ 이다. Gauss-Chebyshev 적분공식을 이용하여 식 (52)와 (53)은 선형대수방정식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(18)</sup>

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \left\{ \frac{\Lambda(s_i)}{s_i - r_k} + K(r_k, s_i) \Lambda(s_i) \right\} = -\frac{\tau_0^*}{\gamma} \quad (56)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\pi}{n} \Lambda(s_i) = 0 \quad (57)$$

여기서 Chebyshev 다항식의 근인  $s_i$ 와  $r_k$ 는 다음과 같다.

$$s_i = \cos \left( \pi \frac{2i-1}{2n} \right) \quad (i=1, \dots, n) \quad (58)$$

$$r_k = \cos \left( \pi \frac{k}{n} \right) \quad (k=1, \dots, n-1)$$

모드 III에 대한 응력강도계수는 다음과 같이 얻어진다.

$$K_{III} = -\gamma(\pi a)^{1/2} \Lambda(1) \quad (59)$$

#### 4. 결과 및 토론

수치해석에 사용된 무차원화된 전기변위와 전기장의 정의는 다음과 같다.

$$D_0^* = \frac{c_{44} e_{15} D_0}{c_{44} \epsilon_{11} \tau_0} \quad (\text{Case 1}) \quad (60)$$

$$E_0^* = \frac{e_{15} E_0}{\tau_0} \quad (\text{Case 2})$$

여기서  $D_0^*$ 와  $E_0^*$ 는 각각 무차원화된 전기변위와 전기장을 의미한다. 압전재료는 PZT-4와 PZT-5H를 이용하였고, 반무한체와 탄성 재료는 알루미늄

Table 1 Material properties used in the examples<sup>(8,9)</sup>

Materials	PZT-4	PZT-5H	Aluminum	Epoxy
$c_{44}$ ( $\times 10^{10} \text{N/m}^2$ )	2.56	2.3	2.65	0.176
$e_{15}$ (C/m <sup>2</sup> )	12.7	17.0	0	0
$\epsilon_{11}$ ( $\times 10^{-10} \text{C/Vm}$ )	64.6	150.4	-	-

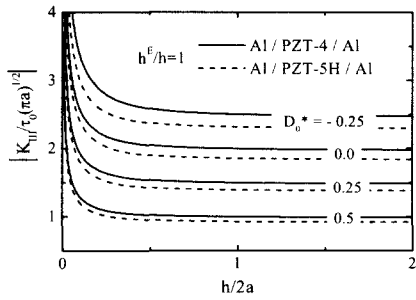


Fig. 2 Normalized stress intensity factors versus  $h/2a$  for Aluminum/PZT/Aluminum (Case 1)

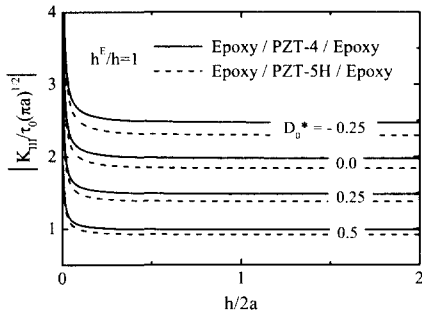


Fig. 3 Normalized stress intensity factors versus  $h/2a$  for Epoxy/PZT/Epoxy (Case 1)

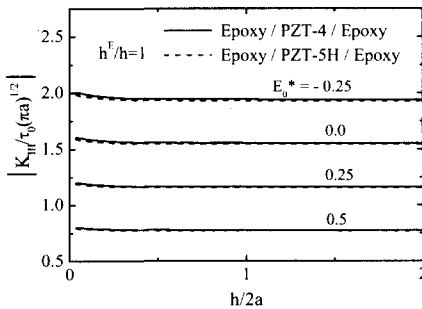


Fig. 4 Normalized stress intensity factors versus  $h/2a$  for Epoxy/PZT/Epoxy (Case 2)

(Aluminum)과 에폭시(Epoxy)를 사용하였다. 압전 재료와 탄성 재료의 재료 특성은 Table 1에 나타내었다. 재료 2와 압전 재료의 두께 비 ( $h^E/h$ )에서  $h^E$ 를 무한대로 가정하면 ( $h^E \rightarrow \infty$ ), Narita와 Shindo<sup>(8)</sup>의 해석과 동일한 결과를 얻음으로써 본 연구에서 얻은 수치해석 결과의 타당성을 검증하였다. 수치해석에 사용된 재료는 4가지 형태의 구조가 사용되었다.

무차원화된 전기변위,  $D_0^*$  (Case 1)의 값에 따라서 압전 재료의 두께와 균열길이의 비( $h/2a$ )의 함수로서 무차원화된 응력강도계수  $|K_{III}/\tau_0(\pi a)^{1/2}|$ 를 Fig. 2에 나타내었다. 적용된 재료는 알루미늄/PZT-4/알루미늄과 알루미늄/PZT-5H/알루미늄이고 탄성 재료 2와 압전 재료 두께의 비는  $h^E/h=1$ 이다. 압전 재료의 균열길이가 증가하면서 응력강도계수는 증가함을 보였다. 양(positive)의 값을 갖는 전기변위는 응력강도계수를 감소하게 하고, 반대로 음(negative)의 방향을 갖는 전기변위는 응력강도계수를 증가시킨다. 재료를 알루미늄 대신 에폭시를 사용하였을 때에도 이와 비슷한 양상이 나타남을 Fig. 3에 나타내었다. 또한, 알루미늄/PZT/에폭시, 에폭시/PZT/알루미늄의 구조도 비슷한 양상을 보여주었다.

무차원화된 전기장,  $E_0^*$  (Case 2)의 값에 따라서 압전재료 두께와 균열길이의 비( $h/2a$ )의 함수로서 무차원화된 응력강도계수를 Fig. 4에 나타내었다. Case 1과 비슷한 양상을 보여주지만, 압전재료의 두께와 균열의 비( $h/2a$ )에는 의존하지 않고 거의 일정하다. 에폭시/PZT-4/에폭시 이외의 다른 경우의 구조도 유사함을 보여주었다. 전기장이 작용하는 경우(Case 2)에는 압전재료의 두께와 균열의 비에는 의존하지 않음을 알 수 있다.

전기변위가 영(zero)이고 탄성재료 2와 압전 재료의 두께가 같을 때 ( $h^E/h=1$ ), 4가지 형태의 구조에 대하여  $h/2a$ 의 함수로서 응력강도계수의 변화를 Figs. 5와 6에 나타내었다. 에폭시/PZT/알루미늄의 구조가 가장 큰 값의 응력강도계수를 갖고 알루미늄/PZT/에폭시의 구조가 가장 작은 응력강도계수를 나타낸다.  $c_{44} > c_{44}^{(1)}$ 일 때보다  $c_{44} < c_{44}^{(1)}$ 일 때 응력강도계수가 더 큰 값을 갖는다. 따라서 응력강도계수는 탄성재료 2의 강성보다는 반무한체의 재료에 더 큰 영향을 받는다.

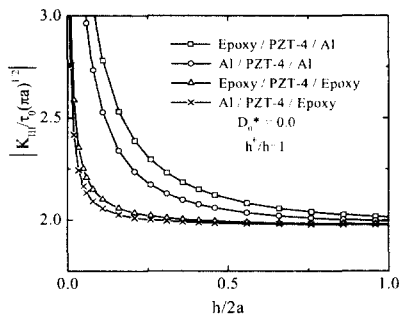


Fig. 5 Normalized stress intensity factors versus  $h/2a$  for PZT-4 (Case 1)

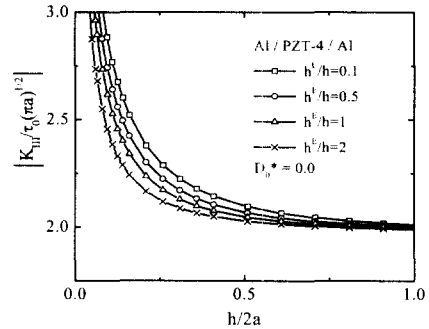


Fig. 7 Normalized stress intensity factors versus  $h/2a$  for  $h^E/h$  (Case 1)

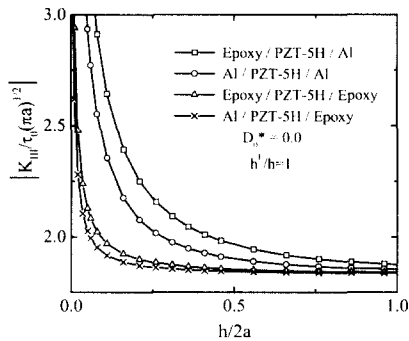


Fig. 6 Normalized stress intensity factors versus  $h/2a$  for PZT-5H (Case 1)

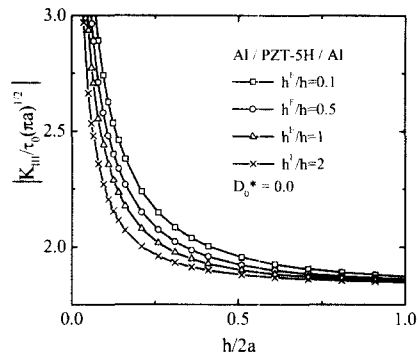


Fig. 8 Normalized stress intensity factors versus  $h/2a$  for  $h^E/h$  (Case 1)

알루미늄/PZT/알루미늄의 구조로서 전기변위가 영(zero)이고 탄성 재료 2와 압전 재료의 두께 ( $h^E/h$ )에 따라  $h/2a$ 의 함수로서 응력강도계수의 변화를 Figs. 7과 8에 나타내었다. 탄성 재료 2와 압전 재료 두께의 비( $h/2a$ )는 응력강도계수에 큰 영향을 주지 않음을 알 수 있다. 또한, 다른 재료의 구조도 이와 유사한 양상을 보였다.

균일한 전기장이 작용하는 경우(Case 2)에 대한 응력강도계수는 압전 재료의 두께와 균열의 비 ( $h/2a$ )에 의존하지 않고 거의 일정함을 보여준다. 그러나 응력강도계수는 전기장의 방향에 따라서는 Case 1과 유사함을 보여주었다.

## 5. 결론

선형 압전이론을 이용하여 기계적 전단 하중과 전기적 평면 하중을 동시에 받는 탄성층과 반무한체 사이에 접합된 압전재료의 구조에서 반무한체와 압전재료의 계면에 놓여있는 균열에 대하여 해석하였다. 재료의 결합을 다르게 하거나 기하학적 형상의 변수에 따라서 응력강도계수를 결정하였다. 수치해석의 결과를 이용하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

(1) 압전 재료의 두께가 균열길이에 비해 작을 때, 두 가지 전기적 경계조건에 따라 응력강도계수

에 미치는 영향은 다른 경향을 보였다. 균일한 전기변위가 작용하는 경우에는 응력강도계수가 증가하지만, 균일한 전기장이 작용하는 경우에는 거의 일정함을 보였다.

(2) 응력강도계수는 음의 방향을 갖는 전기장에서는 높고, 양의 방향을 갖는 전기장에서는 낮은 값을 갖는다. 즉, 응력강도계수는 전기 하중의 방향에 의존함을 알 수 있다.

(3) 응력강도계수는 반무한체의 강성에 크게 의존하지만 탄성 층의 강성에는 의존하지 않음을 알 수 있었다. 즉, 반무한체의 전단계수가 압전재료의 강성보다 더 클 때 더 큰 값의 응력강도계수를 갖는다. 또한, 탄성 층과 압전 재료의 두께 비에 대해서도 의존함을 알 수 있었다.

### 후 기

이 논문은 2001년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

### 참고문헌

- Lam, K. Y., Peng, X. Q., Liu, G. R. and Reddy, J. N., "A Finite Element Model for Piezoelectric Composite Laminates," *Smart Mater. Struct.*, Vol. 6, pp. 583-591, 1997
- Saravanos, D. A., Heyliger, P. R. and Hopkins, D. A., "Layerwise Mechanics and Finite Element for the Dynamic Analysis of Piezoelectric Composite Plates," *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 34, pp. 359-378, 1997.
- 곽문규, "압전세라믹을 이용한 지능 구조물의 능동 진동 제어," *한국정밀공학회지*, 제18권, 제12호, pp. 30-46, 2001.
- Pak, Y. E., "Crack Extension Force in a Piezoelectric Material," *J. Appl. Mech.*, Vol. 57, pp. 647-653, 1990.
- Beom, H. G. and Atluri, S. N., "Near-Tip Fields and Intensity Factors for Interfacial Cracks in Dissimilar Anisotropic Piezoelectric Media," *Int. J. Fract.*, Vol. 75, pp. 163-183, 1996.
- Shindo, Y., Narita, F. and Tanaka, K., "Electroelastic Intensification near Anti-Plane Shear Crack in Orthotropic Piezoelectric Ceramic Strip," *Theoret. Appl. Fract. Mech.*, Vol. 25, pp. 65-71, 1996.
- Liu, J. X., Liu, Y. L., Wang, B. and Du, S. Y., "Mode III Crack in the Piezoelectric Layer of Two Dissimilar Materials," *Key Engng. Mater.*, Vols. 145-149, pp. 1167-1172, 1998.
- Narita, F. and Shindo, Y., "Layered Piezoelectric Medium with Interface Crack Under Anti-Plane Shear," *Theoret. Appl. Fract. Mech.*, Vol. 30, pp. 119-126, 1998.
- Narita, F. and Shindo, Y., "The Interface Crack Problem for Bonded Piezoelectric and Orthotropic Layers Under Antiplane Shear Loading," *Int. J. Fracture*, Vol. 98, pp. 87-101, 1999.
- Kwon, J. H. and Lee, K. Y., "Interface Crack Between Piezoelectric and Elastic Strips," *Arch. Appl. Mech.*, Vol. 70, pp. 707-714, 2000.
- Kwon, J. H. and Lee, K. Y., "Crack Problem at Interface of Piezoelectric Strip Bonded to Elastic Layer Under Anti-Plane Shear," *KSME Int. J.*, Vol. 15, pp. 61-65, 2001.
- Erdogan, F. and Gupta, G., "The Stress Analysis of Multi-Layered Composites with a Flaw," *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 7, pp. 39-61, 1971.
- Shindo, Y., Ozawa, E. and Nowacki, J. P., "Singular Stress and Electric Fields of a Crack Piezoelectric Strip," *Int. J. Appl. Electromagnetics Mater.*, Vol. 1, pp. 77-87, 1990.
- Pak, Y. E., "Linear Electroelastic Fracture Mechanics of Piezoelectric Materials," *Int. J. Fract.*, Vol. 54, pp. 79-100, 1992.
- Sosa, H. and Khutoryansky, N., "New Developments Concerning Piezoelectric Materials with Defects," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 33, pp. 3399-3414, 1996.
- Kumar, S. and Singh, R. N., "Influence of Applied Electric Field and Mechanical Boundary Condition on the Stress Distribution at the Crack Tip in Piezoelectric Materials," *Mater. Sci. Engng.*, A231, pp. 1-9, 1997.
- Erdogan, F., "Simultaneous Dual Integral Equations with Trigonometric and Bessel Kernels," *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol. 48, pp. 217-225, 1968.
- Erdogan, F. and Gupta, G., "On the numerical solution of singular integral equations," *Quart. Appl. Math.*, Vol. 29, pp. 525-534, 1972.