

## 다물체 시스템의 동적 최적화

이종년\*

### Dynamic Optimization of Multi-body Systems

Jong-Nyun Lee\*

#### ABSTRACT

This paper presents a systematic methodology and formulation for determining optimal strategies of multi-body dynamic systems, which is based on multi-body dynamics, design sensitivity, and optimization techniques, and is applicable to a wide variety of mechanical systems. The particular application discussed in this paper considers a vehicle model with four-wheel steering capability, and the presented methodology determines an optimal steering angle ratio strategy for the vehicle. It is shown that such a strategy can improve the ride stability of the vehicle, during a variety of maneuvers, when compared against similar strategies obtained from linear and simplified vehicle models.

**Key Words :** Multi-body dynamics(다물체 동역학), Optimization(최적화), Four wheel steering Vehicle(4륜 조향 차량), Ride stability(승차 안정감), Simplified vehicle model(단순화된 차량 모델)

#### 기호설명

$U_0$  = forward velocity of the vehicle

$\dot{y}'$  = lateral velocity of the vehicle in its local coordinates

$\beta$  = slip angle of the vehicle:  $\tan^{-1}(\dot{y}'/U_0)$

$\theta_f$  = front wheel steering angle of the vehicle

$\theta_r$  = rear wheel steering angle of the vehicle

$K_r$  = ratio of rear wheel steering angle to the front wheel steering angle :  $\theta_r/\theta_f$

$\Psi$  = cost function

#### 1. 서론

공학 분야에서 최적화에 대한 연구는 오랜 동안 진행되어 왔다. 따라서, 동적인 기구 설계의 최적화 기술이나 유한요소 해석을 통한 구조물의 최적화 등 다양한 공학분야에서 많이 발전되어 왔으며, 현재 상용화되어 있다. 특히 동적인 기구의 설계 분야에서 기구학적인 민감도의 해석을 통한 최적화 방향으로 많은 연구가 진행되어 왔다. 그러나 일반차량이나 궤도차량과 같은 다물체 시스템의 동적인 요소설계와 같은 경우 설계인자의 최적화를 찾는 방법은 효과적인 방법의 제시가 없어 현재 연구

접수 : 2001년 10월 15일  
\* 동서대학교 정보시스템공학부

가 부족한 상태이다.

따라서, 본 논문은 차량과 로봇과 같은 동적인 다물체의 최적설계에 적용이 가능한 새로운 방법을 제시하고자 한다. 특히 최적설계 중에서도 4륜 조향장치를 기반으로 이 방법을 소개한다. 4륜 조향장치는 앞 바퀴를 조향하는 경우 뒷바퀴도 함께 조향하여 차량의 운전시 차선변경이나 주차 및 원형 경로 운전시 운전자에게 발생하는 슬립각을 최소화하여 안정감을 향상시키는 장치이다. 여기서 앞 뒤 바퀴의 최적 조향비를 찾는 연구는 차량의 모델을 선형화한 후 차량의 속도에 대한 함수를 찾는 방법<sup>[1,2,3]</sup>으로 진행되어 왔다. 그러나 최적의 조향비는 차량의 속도 뿐만아니라 앞바퀴의 조향각에 대하여 영향을 받을 수 있기 때문에, 이러한 다양한 상태를 고려한 동적인 운전상태에서의 최적 조향비를 구하기는 매우 어려운 실정이다. 그러나 본 논문은 이러한 어려운 문제에 대한 해법을 제시하고, 이와 유사한 동적이거나 정적인 접근이 어려운 최적설계의 해결 방향이 될 수 있다.

일반적인 다물체 시스템의 최적 설계는 동적인 해석, 즉 시뮬레이션을 기반으로 한다. 동적인 해석은 운동방정식을 시간에 따라 적분하며, 주어진 초기 조건과 외부의 부하 그리고 운전 시나리오에 따라 수행된다. 현재 상용되는 동적 해석 소프트웨어에서 이러한 운동방정식과 적분을 자동으로 수행할 수 있게 되어 있다. 이러한 동적인 해석이 가능한 운동방정식은 최적설계 알고리즘과 연동하여 최적설계가 수행된다. 일반적인 설계 인자로는 스프링의 강성과 기구학적 형상, 그리고 관성 등이 선정될 수 있으며, 최적화의 기준이 되면서 시스템의 성능을 정량화하여 해석적으로 표현한 지수인 성능지수(cost function)의 선정은 최적화에서 가장 중요한 일이라 할 수 있다. 그 후 기준에 되는 시나리오에 의거하여 동적 시뮬레이션을 수행하고, 그때의 성능지수와 민감도를 바탕으로 성능지수의 최소화 또는 극대화를 이루는 최적의 설계인자를 찾아가는 것이 일반적인 동적 최적화의 과정이라 할 수 있다.

이러한 다물체 해석과 최적설계에 대한 기술은 우주정거장 구조물이나, 로봇, 또는 생체공학에 이르기까지 매우 다양하게 적용되고 있다. 이 논문에서는 이들 최적화 연구를 자동차의 최적화에 적용하고자 시도하였다. 적용하고자 하는 차량 동력학에서는 일반적으로 완전한 현가장치와 조향장치

를 바탕으로 운동방정식이 기술되며, 현가장치의 종류와 차량 몸체의 강성도를 고려하여 운동방정식이 결정되어 진다. 타이어 부분의 해석을 위하여, 타이어와 노면의 마찰력을 보다 정확하게 구현이 가능한 복합 미끄럼 해석법(comprehensive slip formulation)<sup>[4]</sup>을 채택하였다. 여기서는 승용차의 4륜 조향 장치를 최적화를 통하여 새로운 방법의 최적화를 적용하여 보았다. 여기서 조향시 발생하는 차량의 측방향속도는 차량의 슬립을 유발하고, 운전자에게 불쾌감을 준다. 따라서, 기준이 되는 성능지수로 조향에 따른 차량의 측방향 속도(lateral velocity)<sup>[1,2,3]</sup>를 선정하였으며, 일반적인 경우는 설계자의 목적에 따라 함수가 선정된다.

## 2. 최적화 기법

제안된 새로운 최적화 기법을 4륜 조향장치를 장착한 차량의 비선형모델을 통하여 소개하고자 한다. 4륜 조향 차량은 차량을 측(좌 또는 우측)방향으로 움직이기 위하여 앞바퀴가 조향 될 때 뒷바퀴도 조향시켜서 측방향 미끄럼<sup>1,2,3</sup>, 즉 슬립각(side slip)의 발생을 최소화하여 탑승자의 승차감과 운행 효율을 향상시키기 위하여 연구되었다. 따라서 4륜 조향차량의 최적화를 위하여 차량의 전방향 속도  $U_0$ 와 앞바퀴 조향각  $\theta_f$ 를 입력으로하고 출력을 슬립각의 원인이 되는 측방향 속도  $y'$ 으로 하여 비선형 운동 방정식을 설정한다. 최적화 문제는 결국, 차량의 측방향 속도 또는 슬립각을 최소로 하는 뒷바퀴의 조향각을 찾아, 앞바퀴와 뒷바퀴의 최적 조향비를 추출하는 것을 목적으로 한다.

동적 과도응답에서 최적화의 과정이 이루어지면, 차량의 슬립각을 성능지수로 선정되며 다음과 같이 기술된다.

$$\psi = \int_{t_0}^{t_f} [\beta(t)]^2 dt, \quad t_0 < t < t_f \quad (1)$$

여기서  $\beta(t)$ 는 설계 인자로서 선정된 앞뒤바퀴의 조향비  $K_r$ 의 음함수(implicit function)가 된다. 성능지수는 설계자의 요구에 따라 선정되어 질 수 있으며, 특히 시간 구간동안 발생된 최대 슬립각을 성능지수로 할 수도 있다. 두 가지 경우는 전체 시간구간 동안 고정된 값의 설계인자 즉 조향비  $K_r$ 을 얻게된다. 그러나 실제 동적인 최적화는 순간순간의 최적의 설계인자가 필요하기 때문에 상기의 기법은 최적화로 인정되지 않는다.

이러한 동적인 최적화를 얻기 위하여 본 논문에서는 여러 개로 세분된 시간구간 최적화의 연속의 문제로 Eq.(2)와 같이 고려하였다.

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_1 + \Psi_2 + \dots + \Psi_n \\ &= \int_{t_0}^{t_1} [\beta(t)]^2 dt + \int_{t_1}^{t_2} [\beta(t)]^2 dt + \dots \\ &\quad \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} [\beta(t)]^2 dt \end{aligned} \quad (2)$$

그러나, 이렇게 세분된 시간 구간동안의 시스템의 상태는 운전조건이 변화될 때 항상 다른 결과가 도출되기 때문에 최적화를 위한 상호비교 및 민감도의 해석은 불가능해진다. 따라서, 주어진 미세 시간 동안의 최적화는 그 시간 구간동안의 정상상태 응답의 최적화가 보다 효율적이 된다. 따라서 Eq.(3)과 같이 고려하여 시간에 따라 변화하는 동적 과도응답상태의 최적화를 시간에 따라 일정한 응답을 주는 정상상태에서의 최적화를 다음과 같이 고려한다.

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} [\beta(t)]^2 dt \cong \beta_s(t_i) \quad (3)$$

여기서  $\beta_s(t_i)$ 는  $t_i$  시간에서의 과도응답과 시스템의 상태가 일치하는 정상상태<sup>[5]</sup>에서의 슬립각을 표시한다. 즉, 시간  $t_i$ 에서 나타나는 전방 주행 속도와 앞바퀴의 조향각과 조향비를 초기조건으로 하여 차량의 주행을 수행할 때 슬립각의 과도응답이 지나면 슬립각이 변하지 않는 정상상태에 이르게 되며 이때의 슬립각이 성능지수가 된다. 정상상태에서 슬립각의 최소화를 위한 최적의 조향비를 찾는 과정은 다음과 같이 나타난다.

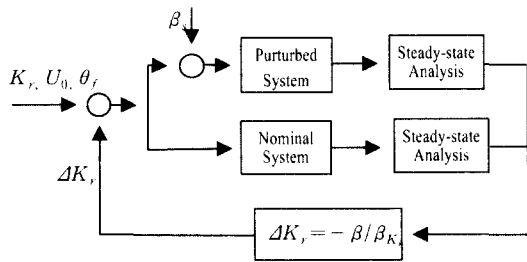


Fig. 1 Schematic diagram of the optimization process of the steering angle ratio

조향비의 민감도는 Fig. 1과 같이 주어진 조향비를 입력한 시스템(nominal system)에서 정상상태

슬립각의 응답을 구하고, 그 시스템에 미소량이 변화된 조향비를 인가한 시스템(perturbed system)의 정상상태 슬립각의 응답을 구하여 다음과 같이 계산되어 진다.

$$\beta_{K_r} = \frac{\partial \beta}{\partial K_r} \cong \frac{\beta^* - \beta}{\Delta K_r} \quad (4)$$

Eq.(4)에서 구한 슬립각의 민감도를 사용하여 슬립각의 최소치를 찾는다. 일반적인 비선형 방정식의 근을 찾는 방법인 Newton-Raphson법을 많이 사용한다.

위의 방법에 의하여 다른 주행속도와 앞바퀴의 조향각에 따른 최적의 조향비를 구하여 정리하여 보면 Fig. 2와 같이 된다. Fig.2에서 보면 최적의 조향비는 차량의 속도와 앞바퀴의 조향각과 속도에 따라 다르다는 것을 알 수 있다. 그러나 일반적인 속도에 따른 변화의 추세는 Furukawa가 선형모델을 사용하여 발표한 결과<sup>[11]</sup>와 일치한다.

이와 같이 얻은 속도와 앞바퀴의 조향각에 따른 최적의 조향비를 표 형식으로 작성하고, 보간법을 사용하여 운행상태에 따라 조향비를 조절하면서 운

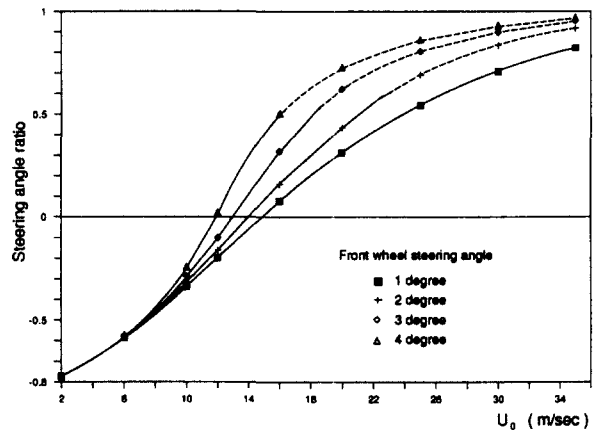


Fig. 2 Optimal steering angle ratio form the nonlinear 4WS vehicle model

행한다. 이것은 정상상태에서 슬립각, 즉 측방향속도(lateral velocity)이 최소인 최적의 조향비를 동적인 시스템에 적용하여 전체적인 최선의 운전상태를 유지할 수 있다.

### 3. 시뮬레이션

이론적으로 제시한 방법을 통하여 최적의 조향비를 구하고 조향비의 적합성을 보여 주기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 여기서 사용된 모델은 일본에서 생산되는 A모델 차량의 데이터<sup>[2]</sup>를 사용하였으며, 다물체 해석 전용 S/W인 MBOSS<sup>[6]</sup>에 적용하여 차선변경 시뮬레이션을 수행하였다. 본 논문에서 제시된 비선형 4WS(nonlinear 4WS model)의 성능을 다른 조향모델과 비교하기 위하여 Furukawa의 선형모델<sup>[1]</sup>(linear bicycle model)과 앞바퀴만을 조향하는 일반적인 2WS 차량(2WS model)을 동일한 시나리오로 시뮬레이션을 수행하였다. 수행한 시나리오는 Fig. 3과 같은 도로상에서 16m/sec로 직

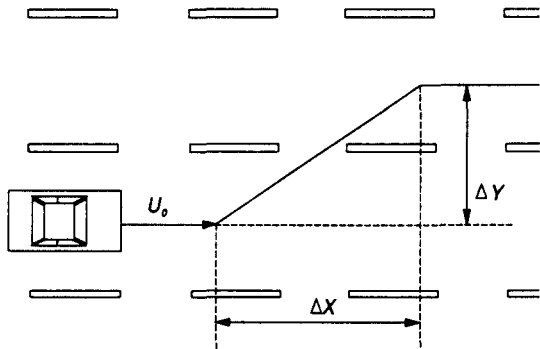


Fig. 3 Schematic diagram of a lane change maneuver

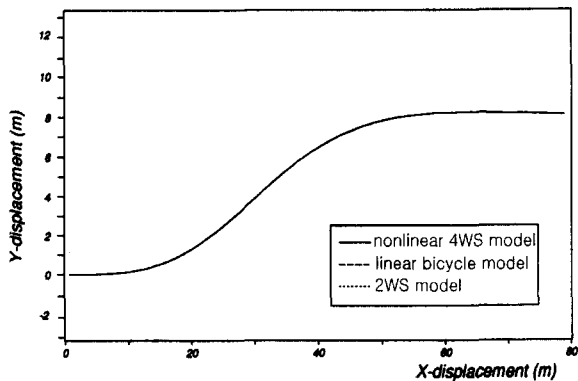


Fig. 4 Trajectory of vehicle models

선운행 중에 40m의 주행거리 동안에 4m의 차선을 변경하고자 하였다. 여기서 주어진 경로는 3차곡선을 사용하여 과도한 가속도를 줄였으며, 형성된 경로는 PD제어를 사용하여 추정하게 하였다. 그 결과는 Fig. 4에 보여지는 것과 같이 3가지 모델의 경로는 잘 일치하고 있다. 그러므로 동일한 경로에 대하여 3가지 모델에서 나온 차량의 동적응답에 대한 비교가 가능하다. 우선 조향각에 대한 결과는 Fig. 5에서 보여진다. (a)와 (b)는 주어진 경로를 따라가기 위한 전륜과 후륜의 조향각을 나타낸다. (c)는 조향비를 나타내고 있으며, linear bicycle model에서는 조향비가 전경로를 거쳐 0.485이나, nonlinear 4WS model에서는 0.45에서 0.58까지 속도에 앞바퀴의 조향각에 따라 변화한다. 조향입력에 따른 측방향속도 결과는 Fig. 6에 보여진다. 여기서 현재 보통의 차량에서 사용하는 2WS 모델은 차선 변경을 할 경우 뒷바퀴를 고정하여 운행하

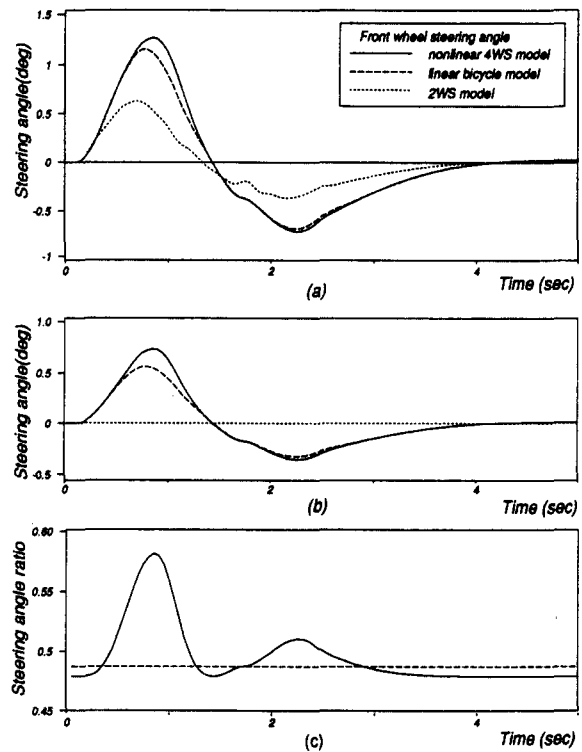


Fig. 5 Histories of steering angles for a lane change maneuver: (a) front wheel, (b) rear wheel, (c) steering angle ratio

기 때문에 측방향 속도가 매우 높게 나타나고, 그 다음 선형 모델을 통하여 구한 조향비를 사용하였을 경우는 2WS 모델에 비하여 30%정도 향상된 것을 알 수 있다. 그러나 본 논문의 방법을 사용한 경우는 90%이상 향상된 것을 볼 수 있다. 이것은 조향비가 선형 4WS 모델의 경우는 운행 속도에 의하여 결정되지만 비선형 4WS 모델의 경우는 운행 속도와 아울러 앞바퀴의 조향각의 크기에도 변화하기 때문인 것으로 분석된다.

#### 4. 결론

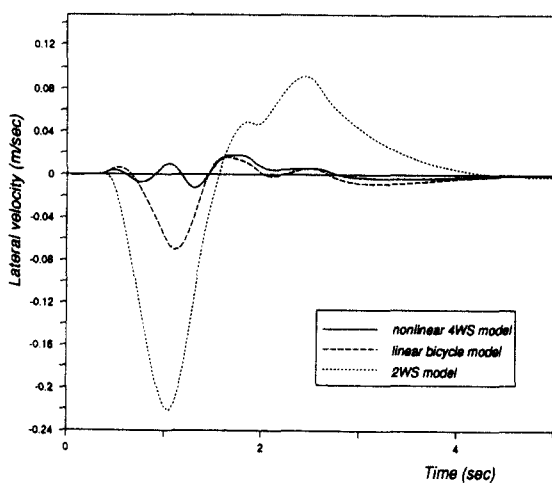


Fig. 6 Lateral velocities of a lane change maneuver

본 논문에서 동적 시스템의 최적화를 정상상태의 최적화의 연속으로 고려하고, 발생 가능한 여러 가지의 정상상태에서 최적의 설계인자를 찾아 표 형식으로 구성한다. 실제 적용에서는 표 형식의 설계인자에서부터 시스템의 입력 상태에 따라 보간법을 사용하여 최적의 설계인자를 찾아 사용하는 방법으로 대체할 수 있다는 것을 알 수 있다. 이러한 방법이 적용될 수 있는 분야로는 자동차의 4WS 설계에서 조향비를 선정하는데 사용될 수 있다. 또한 차량의 회전 운동에서 승차감을 높이기 위한 현가장치의 제어기 설계에도 사용이 가능하며, 나아가 정상상태의 움직임이 있는 많은 동적 시스템의 설계에 응용이 가능하다고 사료된다.

#### 참고문헌

1. Sano, Y., Furukawa, Y., and Shiraishi, S., "Four Wheel Steering with Rear Wheel Steer Angle Controlled as a Function of Steering Wheel Angle," SAE Paper No. 860625, 1990.
2. Nalecz, A. G. and Bindermann, A. C., "Analysis of the Dynamic Response of Four Wheel Steering Vehicles at High Speed," Int. J. Vehicle Design, Vol. 9, No. 2, pp. 179-202, 1988.
3. Bernard, J. E., Vanderploeg, M. J., and Shannan, J. E., "Linear Analysis of a Vehicle with Four-Wheel Steering," SAE paper No. 880644, 1988.
4. Gim, G. and Nikraves, P. E. "An Analytical Model of Pneumatic Tyres for Vehicle Dynamic Simulations: Part 1. Pure Slips," Int. J. Vehicle Design, Vol. 11, No. 6, pp. 589-618, 1990.
5. J.N. Lee and P.E. Nikraves, "Steady-State Analysis of Multibody Systems with Reference to Vehicle Dynamics," Nonlinear Dynamics, Vol. 5 No. 2, pp. 181-192, 1994.
6. Nikraves, P. E. and Gim, G., MBOSS(Multi-BOdy Sywtem Simulation) CAEL, Dept. of AME, Univ. of Arizona, 1992.
7. Nikraves, P. E., Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems, Prentice Hall, 1988.
8. 이종년, 박수홍, 1996, "다물체 시스템의 민감도 해석," 한국정밀공학회 논문집, Vol. 14, No. 3, 50-56, 1996.
9. 정용상, 한창수, "4WS 차량의 모델링 및 동적해석," 한국자동차 공학회지 Vol. 3, No. 3, pp. 66-78, 1995.