

강인한 상태추정에 의한 전달정렬의 선체유연성오차 보상

Ship Flexure Error Compensation of Transfer Alignment via Robust State Estimation

임 유철, 유 준

(You-Chol Lim and Joon Lyou)

Abstract : This paper deals with the transfer alignment problem of SDINS(StrapDown Inertial Navigation System) subjected to roll and pitch motions of the ship. In order to reduce alignment errors induced by ship body flexure, a linearized error model for the velocity and attitude matching transfer alignment system is first derived by linearizing the nonlinear measurement equation with respect to the dominant y axis component and defining the flexure state of random constant type. And then a robust state estimation scheme is introduced to account for modeling uncertainty of the flexure. By interpreting the simulation results and comparing with the velocity and DCM(Direction Cosine Matrix) partial matching method, it is shown that the proposed method is effective enough to improve the azimuth alignment performance.

Keywords : ship body flexure, SDINS, transfer alignment

I. 서론

전달정렬(transfer alignment)은 모선인 배 또는 비행기 등의 항법을 위한 정밀한 주 관성항법장치(Master Inertial Navigation System: MINS)의 출력정보를 이용하여 모선에 장착된 또 다른 부 관성항법장치(Slave Inertial Navigation System: SINS)의 자세정렬을 수행하는 방법이다. 여기서 SINS는 대부분 스트랩다운 관성항법장치(SDINS)가 사용된다. 초기 자세정렬의 정확도는 이동중인 주항체(배 또는 비행기 등)에서 발사되는 부항체의 관성유도시 부항체(유도탄 등)에 장착된 부 관성항법장치의 항법 성능을 좌우하는 중요한 요소이므로 최근에 전달정렬을 이용한 부 관성항법장치의 운항 중 초기정렬이 널리 연구 응용되고 있는 추세이다[1][2].

본 논문은 항해중 파도 등에 의해 자연적으로 롤, 피치운동을 하는 배를 모선으로 하고 SINS가 SDINS인 경우의 초기 자세 정렬을 위한 전달정렬 방법을 다룬다. 일반적으로 롤, 피치 운동중인 배에서 초기정렬 방법으로 전달정렬이 적합하며, 전달정렬의 구성은 배의 항법장치인 Gyrocompass와 EM.log 정보를 동시에 이용하는 방식이 정렬성능을 극대화하는데 유리한 것으로 알려져 있다. EM.log 속도정합 전달정렬은 함정의 운동과 무관하게 수평축 정렬이 가능하고 Gyrocompass자세정합 전달정렬은 함정의 롤, 피치운동에 의해 방위각 정렬이 가능하여 서로 보완기능을 가지기 때문이다. 또한 EM.log 속도정보와 Gyrocompass 자세정보를 연속적으로 이용하여 전달정렬을 원활히 수행하기 위해서는 적절한 반복 필터 또는 반복 추정기를 설계해야 하는데, 전달정렬을 위한 추정기로는 칼만필터가 가장 널리 적용되고 있다. 그 이유는 칼만필터가 전달정렬과 같이 확률적 동특성을 가지는 시스템이 완전 가관측하면 우수한 공칭 안정성

과 최적 추정성능을 보장하기 때문이다.

전달정렬에 의한 정렬성능은 다양한 오차요인에 의해 좌우되는데 전달정렬에 다루어야 할 오차요소로는 SDINS의 차이로, 가속도계와 배의 EM.log속도정보와 Gyrocompass자세정보 등의 센서오차는 물론이고 전달정렬을 실현하는 과정에서 데이터 전송지연, 선체구조의 유연성, 지렛대 속도 등이 있으며 이는 모두 측정오차를 유발하게 된다.

본 논문은 이러한 오차요소들 가운데 특히 선체의 유연성 오차요소의 영향을 보상하는 전달정렬 기법에 대한 연구이다. 선체유연성 오차를 보상하기 위해 유연성이 큰 축의 정합변수를 상태변수에서 제외시키는 쿼터니언[3] 또는 DCM 부분정합[4]이 소개되었으나 제외된 상태변수의 정보손실로 유연성 이외의 다른 오차 요인이 존재할 경우 칼만필터가 발산할 수 있는 단점을 갖고 있다. 또 다른 접근 방법으로 2차 마코프 모델링하여 상태방정식에 추가하는 방법들[5][6]이 적용되고 있으나 현실적으로 유연성은 장착되는 구조물의 형태와 운동상태에 따라 다르므로 정확하게 모델링하는 것이 용이하지 않다. 따라서 본 논문은 선체유연성 항이 인가되는 비선형 오차방정식으로부터 유연성에 관한 측정치 오차의 선형 s모델을 유도하고 유연성 모델 불확실성에 강인한 필터[7]를 적용함으로써 상태 추정을 통한 유연성 보상기법을 새롭게 제시하였다. 또한 성능 분석을 위해 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하였으며 그 결과를 DCM 부분정합과 비교하였다.

II. 전달정렬의 칼만필터 모델

배의 EM.log 속도정보와 Gyrocompass 자세정보를 이용한 SDINS의 전달정렬 시스템은 크게 SDINS의 항법 알고리즘과 정합오차 추정을 위한 칼만필터로 나뉘어 진다. SDINS 항법 알고리즘은 차이로와 가속도계의 출력값으로 항체의 자세 및 속도, 위치 등의 항법정보를 계산하며, 칼만필터는

항법 알고리즘에서 계산된 SDINS의 속도, 자세정보와 EM.log와 Gyrocompass로부터 측정된 속도, 자세정보를 가지고 SDINS 오차모델을 이용하여 SDINS의 속도 및 자세를 보정하는 오차 추정기로 작용한다.

칼만필터에 사용될 전달정렬의 시스템 모델은 SDINS 오차 방정식과 EM.log 속도와 Gyrocompass 자세 측정방정식으로 구성되며 SDINS 오차방정식과 측정식으로부터 칼만필터에 포함할 수 있는 상태변수로는 SDINS 속도 및 자세 오차 이외에 센서오차인 자이로, 가속도계 오차요소와 측정 모델에 포함된 유색잡음 등이 있다. 여기서 자이로, 가속도계 오차요소 중 주된 오차인 바이어스를 칼만필터의 상태변수로 추가하여 추정 보상할 수 있으나 추정속도가 느려 100초 이내의 전달정렬 소요시간 내에서는 추정효과가 거의 없는 것으로 분석되어 칼만필터의 상태변수에서 제외시켰다. 자세정합 전달정렬의 측정모델에는 주요오차 요소인 장착비정렬이 포함되는데 장착비정렬 오차는 칼만필터의 상태변수로 반드시 선정되어야 한다. 그리고 EM.log의 속도 측정오차와 Gyrocompass의 자세 측정오차를 모델링하여 칼만필터의 상태변수로 추가시킬 수 있다. 그러나 이러한 센서 오차 모델의 특성은 명확하게 알려져 있지 않으므로 칼만필터에 포함시키더라도 모델링 오차가 발생하여 현실적으로 우수한 추정성능을 기대하기 어렵다. 이러한 측면을 고려하여 최소한의 상태변수를 선정하게 되는데 우선 SDINS 속도 오차 ($\Delta v_N, \Delta v_E$)와 자세오차 (ψ_N, ψ_E, ψ_D)만을 칼만필터 상태변수로 선정하고, 자세정합의 전달정렬의 경우 장착비정렬 (μ_X, μ_Y, μ_Z)을 랜덤상수로 칼만필터 상태변수에 추가하였다. 따라서 EM.log 속도정합과 Gyrocompass 자세정합을 혼합한 전달정렬 칼만필터 모델의 상태변수는 (1)과 같은 상태방정식과 측정방정식은 각각 (2)-(4)와 (5), (6)과 같다[2].

$$X = [\Delta v_N \Delta v_E \psi_N \psi_E \psi_D \mu_X \mu_Y \mu_Z]^T \quad (1)$$

$$\Delta \dot{v} = -(\hat{\Omega}_{ie}^n + \hat{\Omega}_{in}^n) \Delta v + \hat{f}^n \times \psi + w_f \quad (2)$$

$$\dot{\psi} = -\hat{\Omega}_{in}^n \psi + w_\psi \quad (3)$$

$$\dot{\mu} = 0 \quad (4)$$

$$Z_{v(k)} = \Delta v^n(k) + w_v(k) \quad (5)$$

$$Z_{dcn(k)} = \psi(k) - C_m^n(k) \mu(k) - w_\epsilon(k) \quad (6)$$

여기서, w_f 는 가속도계 오차요소를, w_ψ 는 자이로 오차요소를, w_v 는 속도측정 오차요소를, w_ϵ 는 자세측정 오차요소를 나타내며 모두다 백색잡음으로 간주한다.

III. 선체유연성 영향분석 및 유연성 상태변수 도입

1. 선체 유연성 영향분석

선체 유연성은 선체가 강체가 아닌 유연체이므로 발생되는데 유연성에 의한 각운동의 크기는 두 지점 사이의 거리

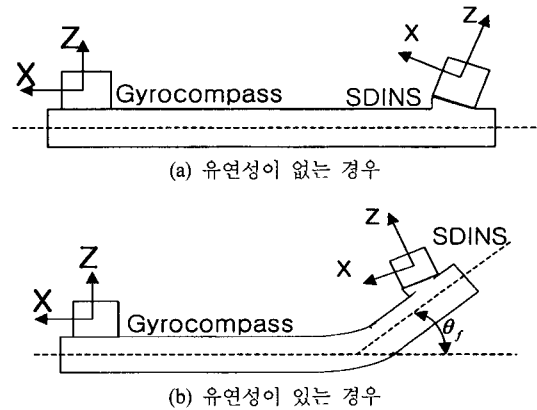


그림 1. 선체 유연성의 영향.
Fig. 1. Effects of ship body flexure.

에 비례하고 선체의 강성도(stiffness)에 반비례한다. 유연성 모델은 일반적으로 2차 시스템으로 근사화하여 가정할 수 있으며 선체의 종축 방향의 휨이 크며 횡축방향과 수직축 방향의 휨은 비교적 작은 것으로 알려져 있다. 유연성에 대한 주파수 성분은 선체운동과 밀접한 관련이 있으므로 선체운동과 관련된 주파수 성분과 유사하며, 그 크기는 강성도에 따라 차이가 있으나 크기는 0.3°까지 나타날 수 있는 것으로 조사되었다[2]. 유연성의 영향이 전달정렬에 미치는 영향은 그림 1에 의해 쉽게 설명될 수 있는데 우선 유연성이 없는 경우 Gyrocompass의 자세정보와 SDINS의 장착 자세 각을 바탕으로 SDINS의 자세정보를 수행할 수 있지만 유연성이 존재하면 그 이외에 θ 만큼의 추가적 자세 운동이 발생되어 θ 의 정보가 요구된다. 그러나 현실적으로 θ 를 측정하기 어려우며 이는 곧 전달정렬 칼만필터 모델의 측정오차를 유발하게 된다.

유연성은 장착되는 구조물의 형태와 운동상태에 따라 다르므로 정확히 모델링하는 것이 용이하지 않으며 근사적으로 (7)과 같은 2차 마코프 형태를 갖는 것으로 알려져 있다. 그래서 이러한 비강체의 구조물에 의한 유연성 오차를 보상하기 위해 2차 마코프로 모델링하여 상태방정식에 추가하는 방법들이 몇몇 논문들을 통해 소개되고 있으나 이러한 방법들은 감쇄율 ζ 와 고유진동수 ω_n 에 대한 사전정보를 정확히 알고 있다는 가정이 동반되어야 하는데 현실적으로 감쇄율과 고유진동수를 측정하는 것은 불가능하다.

$$\ddot{\theta}_f + 2\zeta\omega_n \dot{\theta}_f + \omega_n^2 \theta_f = w_\theta \quad (7)$$

여기서, w_θ 는 $E(w_\theta) = 0$, $E(w_\theta^2) = 4\zeta\omega_n^3\sigma^2$ 인 백색 잡음을 의미한다.

2. 유연성 상태변수 도입

그림 2는 EM.log 속도정합과 Gyrocompass 자세정합을 혼합한 전달정렬의 구성을 나타내며 각각의 구성요소에 대해 살펴보면 EM.log에서 측정된 속도 v_{em} 은 배의 자세인 C_m^n 을 이용하여 항법좌표계로 변환되어 항법좌표계로 변환된 속도와 SDINS의 속도출력 \hat{v}^n 과 차이를 주기적으로 칼만필터에 입력하며, Gyrocompass에서 출력된 오일러각은 DCM

인 \hat{C}_m^n 으로 변환하고 발사대 자세각 \hat{C}_s^i 과 칼만필터에 의해 추정되는 장착 비정렬(SDINS 장착시 발생하는 Gyrocompass 에 대한 SDINS 상대 자세값의 오차 성분) \hat{C}_s^m 그리고 SDINS 의 DCM인 \hat{C}_s^n 을 곱하여 칼만필터에 입력한다. 지렛대 속도 보상은 EM.log에서 측정된 속도와 SDINS에서 추정된 가속도에 의해 계산된 속도와의 지렛대 속도만큼의 차이가 발생하므로 이 차이를 없애기 위한 것이다.[4]

그림 2에서 ϕ, θ, η 는 유연성이 고려되지 않은 Gyrocompass 자세정보이며 이는 SDINS에서 계산된 데이터 사이에 유연성 성분만큼의 비정합을 유발시킨다. 이는 SDINS입장에서 Gyrocompass의 측정오차로 간주할 수 있으며 그 크기는 센서가 장착되는 구조물에 의존된다. 측정방정식에 나타나는 정합오차는 속도정합과 자세정합의 전달정렬 성능을 저하시키는 요소로서 제특성을 분석하여 보상하거나 칼만필터의 상태변수에 포함시켜 고려할 수 있다.

배의 유연성은 구조적인 특성과 지속적으로 인가되는 외력인 중력에 의하여 Y축의 유연성(피치각 방향의 휨)이 X, Z축에 비하여 상대적으로 크다. 따라서 자세정합은 X, Z축의 유연성은 무시하고 Y축의 유연성 성분만을 고려하여 유연성을 상태변수로 도입하는 방법을 모색할 수 있다. 이를 위해 먼저 X, Z축의 유연성은 무시하고 Y축 방향의 유연성 성분만을 오일러각으로 표현하면 (8)과 같다.

$$e = [\phi_f \theta_f \eta_f]^T \approx [0 \ \theta_f \ 0]^T \quad (8)$$

여기서, ϕ_f, θ_f, η_f 는 각각 유연성으로 인한 선체의 롤각, 피치각, 요각 방향으로의 자세변화를 나타내며 (8)을 DCM 형태로 변환하면

$$C_m^m = \begin{bmatrix} \cos \theta_f & 0 & \sin \theta_f \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_f & 0 & \cos \theta_f \end{bmatrix} \quad (9)$$

또한 배의 경우 Y축의 유연성 크기는 0.1도 내외의 작은 각이므로 (9)는 다시 다음과 같이 근사화된다.

$$C_m^m \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_f \\ 0 & 1 & 0 \\ -\theta_f & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

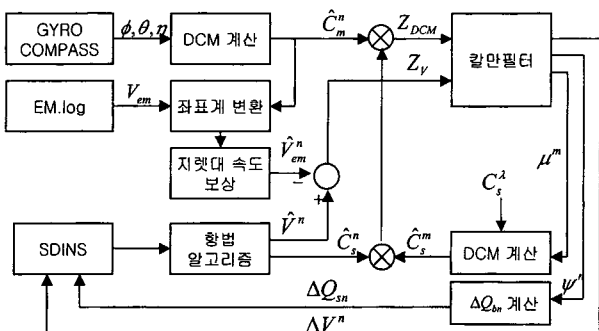


그림 2. 속도 및 자세정합에 의한 전달정렬 구성.
Fig. 2. Transfer alignment system based on EM.log velocity and gyrocompass attitude matching.

그림 2의 Gyrocompass의 자세 C_m^n , 발사대 자세각 C_s^i , 선체 유연성이 배제된 장착 비정렬 C_λ^m , SDINS의 자세 C_s^n 를 이용하면 유연성이 포함된 측정방정식을 유도하는데 필요한 관계식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} C_m^n C_m^m C_\lambda^m C_s^i C_s^n &= C_m^n \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_f \\ 0 & 1 & 0 \\ -\theta_f & 0 & 1 \end{bmatrix} C_\lambda^m C_s^i C_s^n \\ &= C_m^n \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \theta_f \\ 0 & 0 & 0 \\ -\theta_f & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) C_\lambda^m C_s^i C_s^n \\ &= C_m^n C_\lambda^m C_s^i C_s^n + C_m^n \begin{bmatrix} 0 & 0 & \theta_f \\ 0 & 0 & 0 \\ -\theta_f & 0 & 0 \end{bmatrix} C_\lambda^m C_s^i C_s^n \\ &= I_{3 \times 3} \end{aligned} \quad (11)$$

이제 (11)의 관계식을 이용하여 (6)의 자세측정 방정식을 다시 전개하면 최종적으로 θ_f 에 관하여 선형화된 측정방정식이 구해진다.

$$\begin{aligned} Z_{DCM} &= \hat{C}_m^n \hat{C}_s^m \hat{C}_s^n \\ &= [I - E] C_m^n [I - M] C_s^m C_s^n [I + \Phi] \\ &\approx C_m^n C_s^m C_s^n + \Phi - C_m^n M C_s^n - E \\ &= I - C_m^n \begin{bmatrix} 0 & 0 & \theta_f \\ 0 & 0 & 0 \\ -\theta_f & 0 & 0 \end{bmatrix} C_\lambda^m C_s^i C_s^n + \Phi - C_m^n M C_s^n - E \end{aligned} \quad (12)$$

(12)를 벡터형태로 변환하면

$$Z_{dcm}(k) = \phi(k) - C_m^n(k) \mu(k) - G(k) \theta_f(k) - \epsilon(k) \quad (13)$$

여기서,

$$G = \begin{bmatrix} C_m^{n(2,3)} C_\lambda^{m(1,3)} - C_m^{n(2,1)} C_\lambda^{m(3,3)} \\ -C_m^{n(1,3)} C_\lambda^{m(1,3)} + C_m^{n(1,1)} C_\lambda^{m(3,3)} \\ C_m^{n(1,3)} C_\lambda^{m(1,2)} - C_m^{n(1,1)} C_\lambda^{m(3,2)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

측정식이 (13)과 같이 θ_f 에 관하여 선형화 되었으므로 θ_f 을 상태변수로 추가 도입하기 위해 θ_f 의 동적 모델이 필요하다. 하지만 θ_f 는 구조물의 특성과 선형 및 각운동 특성에 따라 상이하어 정확하게 모델링하기 어렵다. 따라서 피치각 방향의 유연성을 나타내는 θ_f 를 랜덤상수로 가정하기는 어렵지만 배의 유연성이 0.1Hz 내외의 주파수 특성과 0.05°(1σ)의 크기를 갖으며 전달정렬 칼만필터의 계산주기가 1초(1Hz)인 점을 감안하여 일단 랜덤상수로 필터모델에 추가하고 다음절에서 랜덤상수로 표현된 유연성 모델의 불확실성을 감안한 유연성 보상기법을 제시한다.

$$\dot{\theta}_f = 0 \quad (15)$$

IV. 강인한 유연성 상태추정

칼만필터는 시스템의 동적 모델과 측정값의 통계적 특성

을 이용하여 시스템의 상태변수를 추정하는 필터로서 동적 모델에 불확실성이 존재할 경우 필터의 추정 성능 저하 및 안정성 보장에 한계가 있는 것으로 알려져 있다. 따라서 선 체유연성을 랜덤상수로 상태병합하는 과정에서 유발된 모델 불확실성 때문에 더 이상 칼만필터로는 유연성 추정이 불가능하게 되며, 이를 극복하기 위해 모델 불확실성에 대한 특별한 제약조건 없이 필터의 안정성을 보장할 수 있는 Unbiased Minimum Variance Estimation (UMVE)기법[7]을 도입한다.

우선 유연성의 모델 불확실성을 미지 입력으로 간주하여 유연성이 병합된 전달정렬 오차모델을 정리하면 다음과 같고,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{8 \times 1} \\ 0_{1 \times 8} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} w_x \\ w_{\theta_f} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$Z(k) = [H(k) \ G(k)] \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta_f(k) \end{bmatrix} + w_z(k) \quad (17)$$

여기서 A 와 H 는 기존 전달정렬 칼만필터 모델 (1)-(6)의 시스템 행렬과 측정 행렬을 나타내며 u 는 미지의 입력으로 유연성 모델의 불확실성을 의미한다. UMVE는 u 에 상관없이 추정오차의 평균이 0이 되도록 하면서 오차공분산 P_{kk} 을 최소화하는 강인 필터의 일종이다. UMVE의 유도과정을 위 모델식에 적용하여 간략히 소개하면 먼저 추정오차의 평균이 0이 되기 위한 조건(unbiasedness)을 도출하기 위해 다음 식으로부터 출발한다.

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \hat{x}_{f(k)} \\ \hat{\theta}_{f(k)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta_{f(k)} \end{bmatrix} \right\} = 0 \quad (18)$$

$$P_{kk} = E \left\{ \left(\begin{bmatrix} \hat{x}_{f(k)} \\ \hat{\theta}_{f(k)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta_{f(k)} \end{bmatrix} \right) \times \left(\begin{bmatrix} \hat{x}_{f(k)} \\ \hat{\theta}_{f(k)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta_{f(k)} \end{bmatrix} \right)^T \right\} \quad (19)$$

다시 추정된 상태변수 $\begin{bmatrix} \hat{x}_{f(k)} \\ \hat{\theta}_{f(k)} \end{bmatrix}$ 를 (16), (17)의 모델을 기 반으로 일반적인 선형 필터 형태로 표현하면

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{f(k+1)} \\ \hat{\theta}_{f(k+1)} \end{bmatrix} = \Phi_k \begin{bmatrix} \hat{x}_{f(k)} \\ \hat{\theta}_{f(k)} \end{bmatrix} + L_k (y_{k+1} - [H_{k+1} \ G_{k+1}] \Phi_k \begin{bmatrix} x_{f(k)} \\ \theta_{f(k)} \end{bmatrix}) \quad (20)$$

(20)의 Φ_k 는 (16)에서 $\begin{bmatrix} A & 0_{8 \times 1} \\ 0_{1 \times 8} & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}$ 의 이산화된 표현이고 L_k 는 필터 이득이다. 또한 (20)을 (18)에 대입 정리하면

$$E \left\{ \Phi_k \begin{bmatrix} \hat{x}_{f(k)} \\ \hat{\theta}_{f(k)} \end{bmatrix} + L_{k+1} \left([H_{k+1} \ G_{k+1}] \Phi_k \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta_{f(k)} \end{bmatrix} + [H_{k+1} \ G_{k+1}] \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} u_k + [H_{k+1} \ G_{k+1}] \begin{bmatrix} w_x \\ w_{\theta_f} \end{bmatrix} \right) \right\} \quad (21)$$

$$+ v_k - [H_{k+1} \ G_{k+1}] \Phi_k \begin{bmatrix} \hat{x}_{f(k)} \\ \hat{\theta}_{f(k)} \end{bmatrix} - \Phi_k \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta_{f(k)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} u_k - \begin{bmatrix} w_x \\ w_{\theta_f} \end{bmatrix} \Big) = 0$$

여기서, u_k 에 관련된 항들의 합이 0이 되면 더이상 u_k 가 오차 평균에 영향을 줄 수 없게 되는 사실을 알 수 있다. 따라서 다음 조건 (22)가 만족되면 유연성이 병합된 모델 (16), (17)에 선형 필터 (20)을 통해 상태변수를 추정할 경우 유연성 모델 불확실성 u_k 에 상관없이 unbiased-ness가 보장된다.

$$L_{k+1} [H_{k+1} \ G_{k+1}] \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (22)$$

그리고 랭크(rank) 조건 :

$$rank \left([H_{k+1} \ G_{k+1}] \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \right) = rank \left(\begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \right) = 1$$

에 의해 (22)를 만족하는 L_{k+1} 은 항상 존재하며 (22)를 만족하는 L_{k+1} 중 오차 공분산을 최소화하는 최적의 L_{k+1} 를 계산하면 최종 UMVE가 유도된다. 이를 위해 Lagrange multipliers 행렬 Λ_k 를 이용한 새로운 목적함수 J 를 다음과 같이 정의한다.

$$J = Tr(P_{k+1|k+1}) - 2Tr \left\{ \left(L_{k+1} [H_{k+1} \ G_{k+1}] \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \right) \Lambda_{k+1}^T \right\} \quad (23)$$

여기서,

$$P_{k+1|k+1} = L_{k+1} C_{k+1} L_{k+1}^T - P_{k+1|k} \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} L_{k+1}^T - L_{k+1} H_{k+1} P_{k+1|k} + P_{k+1|k} \quad (24)$$

$$P_{k+1|k} = \Phi_k P_{kk} \Phi_k^T + Q \quad (25)$$

$$C_{k+1} = [H_{k+1} \ G_{k+1}] P_{k+1|k} \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} + R \quad (26)$$

다시 (23)을 L_{k+1} 로 미분하여 우변에 0을 취하면

$$2C_{k+1} L_{k+1}^T - 2[H_{k+1} \ G_{k+1}] P_{k+1|k} - 2[H_{k+1} \ G_{k+1}] \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \Lambda_{k+1}^T = 0 \quad (27)$$

따라서 (22)와 (27)을 동시에 만족하는 L_{k+1} 과 Λ_{k+1} 는 아 래식으로 계산된다.

$$\begin{bmatrix} L_{k+1}^T \\ \Lambda_{k+1}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{k+1} & | & -[H_{k+1} \ G_{k+1}] \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \\ \hline [0_{1 \times 8} \ 1] \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} & | & 0 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\times \left[\frac{[H_{k+1} \ G_{k+1}]P_{k+1k}}{[0_{1 \times 8} \ 1]} \right] \quad (28)$$

최종적으로 UMVE를 바탕으로 유연성 모델의 불확실성에 강인한 상태추정 기법은 순차적 형태로 다음과 같이 요약된다.

$$P_{k+1k} = \Phi_k P_{k|k} \Phi_k^T + Q \quad (29)$$

$$C_{k+1} = [H_{k+1} \ G_{k+1}]P_{k+1k} \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} + R \quad (30)$$

$$\Lambda_{k+1} = \left(\left[\begin{array}{c} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{array} \right] - P_{k+1k} \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} C_{k+1}^{-1} [H_{k+1} \ G_{k+1}] \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \right) \times \left(\left[\begin{array}{c} 0_{1 \times 8} \\ 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} C_{k+1}^{-1} [H_{k+1} \ G_{k+1}] \times \begin{bmatrix} 0_{8 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (31)$$

$$L_{k+1} = P_{k+1k} \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} C_{k+1}^{-1} + \Lambda_{k+1} \begin{bmatrix} 0_{1 \times 8} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} C_{k+1}^{-1} \quad (32)$$

$$P_{k+1k+1} = P_{k+1k} - P_{k+1k} \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} C_{k+1}^{-1} [H_{k+1} \ G_{k+1}] P_{k+1k} + \Lambda_{k+1} \begin{bmatrix} 0_{1 \times 8} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{k+1}^T \\ G_{k+1}^T \end{bmatrix} C_{k+1}^{-1} [H_{k+1} \ G_{k+1}] \Lambda_{k+1}^T \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{k+1k+1} \\ \hat{\theta}_{k+1k+1} \end{bmatrix} = \Phi_k \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k} \\ \hat{\theta}_{k|k} \end{bmatrix} + L_{k+1} \left(y_k - [H_{k+1} \ G_{k+1}] \Phi_k \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k} \\ \hat{\theta}_{k|k} \end{bmatrix} \right) \quad (34)$$

참고로 Λ_k 가 0행렬로 설정하면 위 필터 식은 칼만필터와 동일해지는데 이는 Λ_k 이 유연성 모델의 불확실성에 강인하도록 하는 주요 인자로 작용하는 것을 미루어 짐작할 수 있다.

V. 시뮬레이션

자연적인 물, 피치운동이 존재하는 순항중인 배에서 EM.log의 속도정보와 Gyrocompass의 자세정보를 이용하여 SDINS의 초기 전달정렬 알고리즘을 수행할 경우 선체의 유연성에 의해 유발되는 정렬오차를 보상하기 위해 본 논문에서 제시한 강인한 상태추정기법을 구성하여 시뮬레이션을 수행하였으며, 성능분석을 위해 동일한 조건에서 기존의 속도 및 DCM 정합과 유연성이 큰 축의 정합변수를 상태변수에서 제외시키는 속도 및 DCM 부분정합[4]도 함께 수행하였다.

시뮬레이션에 사용된 배의 운동조건으로는 룰각의 경우 주파수대역이 0.07~0.18Hz로 최대 크기가 2.1도이고 피치각의 경우 주파수대역이 0.11~0.22Hz에 최대 1.5도로 설정하였으며 선형운동인 중동요, 횡동요, 수직동요도 고려하였다. 배의 유연성은 구조적인 특성과 지속적으로 인가되는 외력인 중력을 고려하여 Y축의 유연성이 X, Z축에 비하여 크게 설정하였으며 Y축의 유연성의 크기는 0.05~0.1도(rms

값)로 가정하였다. Y축의 유연성의 특성은 (7)과 같이 2차 마코프로 모델링하였으며 감쇄율 ζ 와 고유진동수 ω_n 은 각각 0.5, 0.15Hz로 정하였다. X, Z축의 유연성의 크기는 배의 구조적 형태에 따라 약간의 차이는 있으나 0.01도, 0.001도 내외로 Y축에 비해 상대적으로 작게 설정하였다[1][2].

Gyrocompass, EM.log 및 SDINS의 성능규격은 각각 표 1, 2와 같이 설정하였으며 전체적인 시뮬레이션 구성은 그림 3과 같다.

표 1. Gyrocompass, EM.log 사양.

Table 1. Gyrocompass and EM.log specifications.

	오차요소	크기
Gyrocompass	안정대 경사각	0 arcmin
	김블 비직교성	0 arcmin
	1차 마코프 잡음	1arcmin, 0.1sec
	시간지연	최대 30msec
EM.log	해조류 속도	0.5m/sec
	바이어스	0.1m/sec
	환산계수 오차	1%
	백색잡음	0.2m/sec
	시간지연	최대 30msec

표 2. SDINS 사양.

Table 2. SDINS specifications.

	오차요소	크기
가속도계	바이어스 반복도	200 μ g
	환산계수 안정도	200ppm
	비정렬 오차	1.0arcmin
	비등관성	50 μ g/(rad/sec) ²
	백색잡음	40 μ g
	랜덤워크	10 μ g/hr ^{1/2}
	1차 마코프	30 μ g, 1.0min
자이로	바이어스 반복도	0.2deg/hr
	환산계수 안정도	200ppm
	질량불균형	0.05deg/hr/g
	비정렬 오차	1.0arcmin
	비등관성	0.5deg/hr/g ²
	비등관성	0.5deg/h/(rad/sec) ²
	백색잡음	0.01deg/hr
	랜덤워크	0.001deg/hr/hr ^{1/2}
1차마코프	0.05deg/hr, 1.0min	

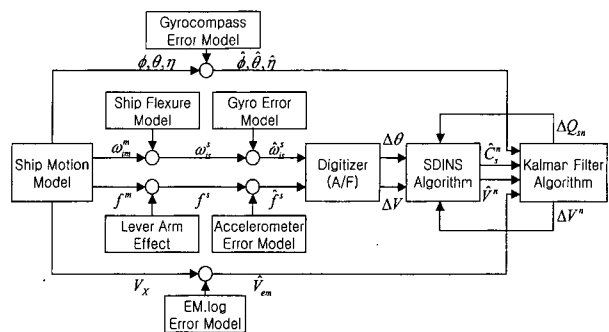


그림 3. 시뮬레이션 구성도.

Fig. 3. Computer simulation diagram.

우선 기존의 속도 및 DCM 자세정합에 관한 시뮬레이션 결과를 살펴보면 그림 4와 같은데, 선체의 유연성에 의한 오차성분이 주로 방위각 정렬오차에 영향이 나타나며, 이것은 수평축 정렬이 방위각 정렬과 달리 유연성에 둔감한 속도정합에 의하여 정렬이 이루어진 것으로 분석된다.

다음으로 그림 5, 6은 각각 속도 및 DCM 부분정합과 강한 상태 추정에 의한 유연성 보상기법(본 기법)의 시뮬레이션 결과이다. 두 결과 모두 그림 3과 비교하여 방위각 정렬오차가 효과적으로 줄어드는 것을 알 수 있으며 상태 추정에 의한 유연성 보상기법이 DCM 부분정합에 비해 좀더 빠른 수렴을 보이는 것을 확인할 수 있다. 이는 DCM 부분정합이 제외된 상태변수를 복구하는데 시간이 걸리는 것을 의미하며, 특히 유연성 이외의 다른 오차 요인이 존재할 경우

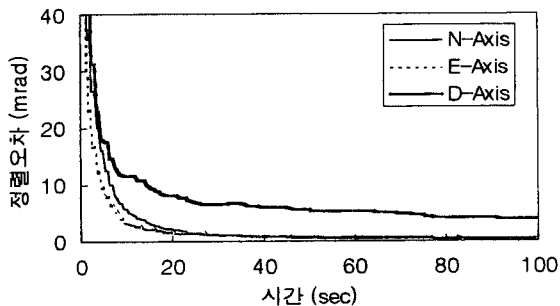


그림 4. 속도 및 DCM정합에 의한 자세정렬 오차 추이.
Fig. 4. Trends of the attitude align error via the velocity and DCM matching.

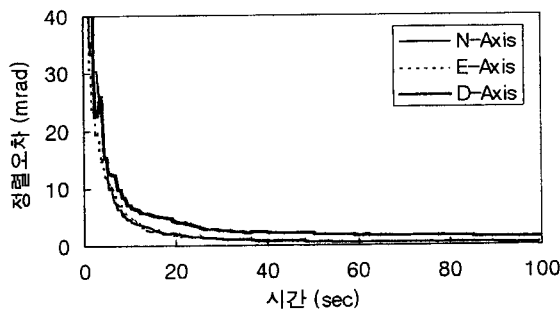


그림 5. 속도 및 DCM 부분정합에 의한 자세정렬 오차 추이.
Fig. 5. Trends of the attitude align error via the velocity and DCM partial matching.

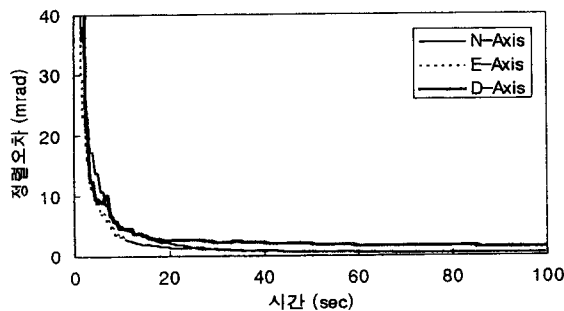


그림 6. 강한 상태추정기법(본 기법)에 의한 자세정렬 오차 추이.
Fig. 6. Trends of the attitude align error via the robust state estimation(present method).

표 3. 방위각 정렬오차 비교 (단위:mrad).

Table 3. Comparison of the azimuth align errors.

초	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
속도 및 DCM정합	11.46	8.05	6.53	6.00	5.39	5.25	4.76	4.05	4.00	3.77
속도 및 DCM 부분정합	7.05	4.10	2.61	2.23	2.01	1.73	1.62	1.57	1.37	1.33
본 기법	4.28	2.54	2.23	2.07	1.85	1.63	1.55	1.56	1.30	1.29

이러한 현상은 더욱 확연히 나타날 것으로 예상된다. 또한 표 3에서 상태 추정을 통한 유연성 보상기법이 속도 및 DCM 부분정합에 비해 미세하지만 더 좋은 정렬성능을 보여준다.

VI. 결론

본 논문은 속도 및 DCM 정합을 이용한 초기 전달정렬시 선체 유연성으로 유발되는 정렬오차를 보상하기 위해 유연성 오차의 선형모델을 유도하여 유연성 오차를 SDINS 오차 모델에 상태변수로 병합시키고 불확실성이 존재하는 유연성 모델에 강인필터를 도입, 적용함으로써 유연성 모델의 정확한 사전정보 없이 유연성의 영향을 보상하는 기법을 제시하였다. 또한 시뮬레이션을 통해 선체유연성에 의한 방위각 정렬 오차를 1/3 수준으로(5.25mrad→1.63mrad in 60sec) 줄일 수 있었다. 속도 및 DCM 부분정합에 비해 계산량은 많지만 방위각 정렬에서 속도 및 DCM 부분정합과 비교하여 좀더 빠른 수렴 속도를 보였으며 유연성 이외의 다른 오차요소를 고려할 경우 더욱 좋은 성능을 보일 것으로 기대된다.

추후 과제로 전달정렬의 주요 오차요소로 선체 유연성 이외에 측정치 시간지연 오차가 존재하며, 따라서 선체의 유연성과 시간 비정합을 모두 고려한 전달정렬의 보상기법에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] 송기원, 전창배, "SDINS의 전달정렬 알고리즘 설계 및 성능분석," MSDC-416-980574, 1998. 6.
- [2] 유 준, 임유철, 송태승, 길현섭, "전달정렬의 시간지연과 유연성 오차요소 영향분석 및 보상기법 연구," 국방과학연구소 보고서, TEDC-417-010520, 2001. 6.
- [3] 송기원, 전창배, 유준, "속도 및 쿼터니언 부분정합에 의한 전달정렬 알고리즘," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제3권, 제3호, pp. 238-243, 1997.
- [4] 임유철, 송기원, 유 준, "전달정렬의 선체 유연성 보상을 위한 속도 및 DCM 부분 정합방식," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제7권, 제4호, pp. 369-373, 2001.
- [5] A. M. Schneider, "Kalman filter formulation for transfer alignment of strapdown inertial units," *Journal of the Institute of Navigation*, vol. 30, no. 1, pp. 72-89, 1983.
- [6] K. Spalding, "An efficient rapid transfer alignment filter," *Proc. of the AIAA GN&C Conference*, pp. 1276-1286, 1992.
- [7] P. K. Kitanidis, "Unbiased minimum variance linear state estimation," *Automatica*, vol. 23, pp. 775-778, 1987.

기호설명

- i : 관성좌표계
- e : 지구좌표계
- n : 항법좌표계 (N, E, D)
- s : SDINS의 IMU 좌표계
- m : 주항체의 Gyrocompass 동체좌표계 (X, Y, Z)
- λ : 발사대 좌표계
- C_A^B : A좌표계로부터 B좌표계로의 좌표변환 행렬

- v_B^A : A좌표계에서 측정된 B좌표계 지점의 속도
- ω_{ij}^k : j 좌표계의 i 좌표계에 대한 각속도를 k 좌표계에서 측정한 값
- f^k : 가속도를 k 좌표계에서 측정한 값
- Ω : ω 의 왜대칭 행렬
- F : f 의 왜대칭 행렬
- $(\hat{\cdot})$: 계산된 값을 표현하는 기호
- μ^m : SDINS와 Gyrocompass의 장착비정렬의 오차



임 유 철

1975년 10월 2일생. 1998년 충남대 전자공학과 졸업. 동대학원 석사(2000). 2000년~현재 동대학원 박사과정. 관심분야는 모델링 및 필터설계 등임.



유 준

1956년 3월 22일생. 1978년 서울대 전자공학과 졸업. 한국과학기술원 전기 및 전자공학 박사(1984). 1984년~현재 충남대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 산업 공정에서의 제어 응용, 센서 신호처리, 식별 및 추정 기법 등임.