# 전력거래에서 제약조건이 고려된 내쉬 균형점의 복합전략 연구

論 文
51A-4-6

# Mixed Strategy of Nash Equilibrium in Power Transaction with Constraints

李 光 浩*
(Kwang-Ho Lee)

**Abstract** - An important aspect of the study of power system markets involves the assessment of strategic behavior of participants for maximizing their profits. In models for imperfect competition of a deregulated system, the key task is to find the Nash equilibrium. When the constraints are not considered in the power market, the equilibrium has the form of a pure strategy. However, the constraints are considered, the equilibrium has the form of a mixed strategy. In this paper, the bimatrix game approach for finding a mixed equilibrium is analyzed. The Nash equilibrium of a mixed strategy will be used adequately for the analysis of market power.

**Key Words** : Bimatrix Game, Complementarity Problem, Lemke Algorithm, Nash Equilibrium, Mixed Strategy

## 1. 서 론

세계적으로 시도되고 있는 전력산업구조개편의 가장 큰 이유는 경쟁의 도입에 따른 효율성과 경제성의 향상이다. 그러나 전력산업의 고유 특성상 일반 시장과는 달리 완전경쟁(Perfect Competition)의 특성을 갖지 못하고 몇 개의 시장참여자들이 경쟁하는 과점(Oligopoly) 형태의 불완전경쟁(Imperfect Competition) 구조를 갖는다. 이러한 이유로 전력시장에서 발전사업자의 시장지배력(Market Power) 행사 가능성을 배제할 수가 없다. 이러한 사례는 1990년도 영국에서와 최근 미국 캘리포니아주의 전력시장 붕괴에서 찾을 수 있다[1,2]. 따라서 건전한 전력시장의 구성과 운영을 위해서 시장지배력의 감시는 핵심적인 요소라 할 수 있다.

시장지배력을 분석하기 위해서는 개별의 이익을 최대화하려는 시장참여자들의 입찰 및 거래전략에 대한 정확한 해석이 이루어져야 한다. 개별의 이익을 최대화하는 거래모형은 기존의 최적화기법으로는 해석되지 못하여 다수의 목적함수에 대해 균형점을 찾는 게임이론이 사용되고 있다[2-6]. 기존의 수직통합형 전력산업구조에서 사용되는 최적화 기법은 하나의 목적함수를 갖는 1인 참여자의 게임으로 볼 수 있으며, n 명이 참여하는 게임에서는 n개의 목적함수에 대한 균형점전략(Equilibrium Strategy)을 찾는 문제로 해석된다. 불완전경쟁에서의 거래균형점 해석기법은 19세기 중반부터 많은 경제학자들에 의해 연구되어 Cournot, Stackelberg, Bertrand 기법과 1980년대 이후의 공급함수 균형법(Supply Function Equilibrium)[7] 등이 이용되고 있다. 이러한 각각의 해석법에서 중요한 부분은 내쉬 균형점(Nash Equilibrium)을 찾는 방법이다. 내쉬 균형점 계산기법은 크게 4가지로 구분되는데 수리계획법을 이용한 해석적 기법[5,6], 광역(Global) 최적점을 구하기 위해 진화 알고리즘을 사용하는 Co-evolutionary 기법[8], 최적대응함수(Best Response Function) 들의 공간 전체를 탐색하는 소모적(Exhaustive) 탐색법[9], 그리고 각 참여자의 이득(Payoff)행렬을 이용해서 균형점을 찾는 기법[10]이 그것이다.

시장지배력에 의해 시장가격이 가장 심하게 왜곡되는 경우는 전력거래가 송전선로용량이나 최대발전력 등의 제약조건에 의해 제한될 때이다. 전력거래의 입찰시장에서 제약조건을 이용하여 불공정한 거래전략을 행사할 가능성이 있으며 이는 수용가 혹은 배전사업자의 막대한 비용지불을 초래하게 된다. 따라서 시장지배력 해석을 위해서는 제약조건이 고려되는 내쉬 균형점 계산이 이루어져야 한다. 제약조건에 제한을 받는 경우 내쉬 균형은 단일전략이 아닌 여러 전략에 대한 확률분포로 나타난다. 이러한 확률적 전략을 복합전략(Mixed Strategy)이라 한다[11]. 내쉬 균형을 구하는 위의 4가지 계산기법들이 각각 장단점을 갖지만 제약조건하에서의 복합전략을 찾는데 효과적인 기법은 이득행렬법이다[11]. 수리계획법을 이용해서 근사적으로 복합전략을 구하는 시도[5]가 있지만 이는 엄밀한 의미의 균형점이라고는 할 수 없다.

본 연구에서는 제약조건이 있는 경우의 복합전략 개념을 소개하고 상보(Complementarity)문제로의 변환과 이를 계산하는 Lemke 알고리즘[12] 적용방안을 제안한다. 아울러 사례를 통해서 근사적인 복합전략의 오류를 지적한다. 제2장에서는 전력거래의 균형점 해석에 사용되는 대표적 기법에 대해 고찰하고 제3장에서는 복합전략의 개념과 복합 내쉬 균형점의 계산법을 설명하고 제4장에서는 적용사례를 소개한다.

* 正 會 員 : 檀國大 電氣電子컴퓨터工學部 副敎授 · 工博
接受日字 : 2001年 12月 30日
最終完了 : 2002年 2月 6日

## 2. 전력거래의 균형점 해석

내쉬의 균형점 개념이 발표(1951)되기 이미 오래 전부터 시장거래에서의 균형점을 찾는 모형이 연구되어 왔으며 전략의 구체적 수단에 따라서 Cournot 모형, Bertrand 모형, Stackelberg 모형, 공급함수법 등으로 구분된다.

내쉬 균형이란 다른 모든 참여자들이 전략을 수정하지 않는 한 현재의 전략을 수정해서 현재보다 더 많은 이득을 낼 수 없는 상태라고 정의된다. 따라서 내쉬 균형 상태에서는 모든 참여자는 현재의 전략을 수정하지 않는다[11,13].

내쉬 균형점 해석법을 적용하기 위해 본 연구에서는 거래시장에 대해 다음을 가정한다.

* 거래 참여자는 각자의 이득을 최대화하는 전략을 따른다.
* 참여자들은 모두 비협조적(Noncooperative) 게임을 한다.
* 모든 참여자의 비용정보는 공개된다. 따라서 각 참여자들의 전략에 따라 다른 참여자의 이득이 어떻게 변하는지를 알 수 있다.
* 게임은 일회에 이루어진다. 즉 정적(static) 게임이다.
* 전력수요는 시장가격에 따른 탄력성을 갖는다.

### 2.1. Cournot 해석법

참여자를 2인으로 가정하고 두 참여자를 각각 N1과 N2라고 칭한다. 시장현물가격을 p, 각 참여자의 발전량을 q1, q2라 하고, 한계비용함수는 선형으로 가정하여 각각 f1(q1)=b1+m1*q1, f2(q2)=b2+m2*q2, 수요함수도 선형함수인 f3(q1+q2)=b3-m3*(q1+q2)로 둔다. 그림1은 한계비용함수와 수요함수관계에서 시장가격이 결정되는 원리를 나타낸다.

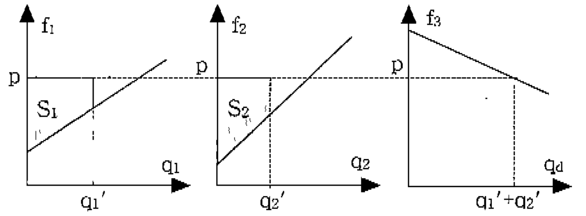


**그림 1** 수요-공급 균형점과 이득

**Fig. 1** Supply-demand equilibrium and profit

N1이 발전량 q1'을 N2가 q2'을 선택할 때 시장가격은 수요곡선에서 총공급량(=q1'+q2')에 대응하는 p로 결정된다. 시장가격이 결정되면 N1과 N2의 이득이 계산되며 그림1에서 각각 면적 S1과 S2로 표시된다. N1은 자신의 이득을 최대화하는 발전량(q1)을 선택하려 할 것이다. N1의 이득 S1을 최대화하는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\max_{q_1}\; q_1(p-b_1-0.5m_1q_1) \\ =\; &\max_{q_1}\; -q_1((m_3+0.5m_1)q_1-b_3+b_1+m_3q_2) \end{aligned}$$

목적함수가 q1에 대한 2차함수이므로 N1의 이득이 최대가 되는 조건은 식(1)과 같이 q2에 대한 선형함수로 나타나며 이를 최적대응함수라 한다.

$$q_1^*=\frac{b_3-b_1-m_3q_2}{2m_3+m_1} \tag{1}$$

N2도 자신의 이득을 최대화하는 선택을 할 것이고 같은 방법으로 N2의 이득이 최대가 되는 조건을 유도하면 식(2)와 같이 q1에 대한 선형함수로 나타난다.

$$q_2^*=\frac{b_3-b_2-m_3q_1}{2m_3+m_2} \tag{2}$$

두 참여자의 최적대응함수 (1)과 (2)를 동시에 만족하는 q1과 q2는 N1과 N2 모두에게 최적의 대응전략이 되므로 내쉬 균형을 이루게 된다. 이를 Cournot-내쉬 균형점이라 하고 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} q_1^*&=\frac{(b_3-b_2-2b_1)m_3+(b_3-b_1)m_2}{3m_3^2+2(m_1+m_2)m_3+m_1m_2}, \\ q_2^*&=\frac{(b_3-b_1-2b_2)m_3+(b_3-b_2)m_1}{3m_3^2+2(m_1+m_2)m_3+m_1m_2} \end{aligned} \tag{3}$$

이 경우에 N1과 N2는 각각 $q1^*$과 $q2^*$ 하나씩의 전략을 선택하는 단순전략(Pure Strategy)의 균형점을 갖는다. 그러나 제약조건에 의해 이러한 균형의 전략이 허용되지 않게 되면 식의 전개에 의한 해석적 해는 구하기 어려워진다.

기존연구[4]의 사례와 동일한 조건에 대해 Cournot-내쉬 균형의 단순전략 계산사례를 소개한다. 각 파라메터는 다음과 같다. b1=6, m1=0.44, b2=2, m2=0.84, b3=300, m3=2/3. 이에 대해 식(3)을 계산하면 내쉬 균형점에서의 발전량은 q1=129.13, q2=97.51, 거래가격은 p=148.91, 각 참여자의 이득은 S1=14,786, S2=10,331이다.

내쉬 균형점에서 각 참여자에 대한 최대의 이득이 나타나는 것은 아니다. 일례로 q1=120, q2=91일 때 이득은 S1=15,232, S2=10,839로 참여자 모두 내쉬 균형보다 더 큰 이득을 얻는다. 이와 같이 참여자 모두에게 더 유리한 선택이 있음에도 불구하고 그보다 못한 상태에서 균형을 이루는 문제를 '죄수의 딜레마'(Prisoner's Dilemma) 문제라고 하여 일반적 최적화 문제와의 대표적인 차이점으로 알려져 있다[11].

### 2.2 Bertrand 해석법

Cournot 방법으로 거래의 균형점을 해석할 때 가격결정 메카니즘이 불명확한 문제점을 해결하기 위해서 제안된 방법이 Bertrand 해석법이다[13]. Bertrand 해석법에서 참여자는 거래량 대신에 가격을 선택하는 전략을 갖는다. 동일한 제품이라는 가정 아래 수요자는 낮은 가격의 제품을 구매할 것이다. 따라서 공급자는 생산량의 제한이 없고 생산비용이 일정하다면 상대방보다 조금 낮은 가격의 언더컷(under cut)을 통해서 전체 수요를 공급하게 된다. 결국 언더컷 경쟁은 공급자의 이득이 영인 상태로 수렴하고 이는 사회적 이득을 최대로 하는 균형점이 된다[13].

전력산업의 경우에 사업자 단독으로 계통전체부하를 공급하는 상황은 일어나기 어렵다. 따라서 가격경쟁을 하더라

도 발전용량 제약조건 혹은 변동 한계비용에 의해 발전력 배분이 발생한다. 이 경우에 가격전략은 무조건적 언더컷이 아닌 모든 참여자의 발전용량 제약조건과 한계비용함수를 이용하는 방향으로 이루어질 것이다.

사례[4]에서의 경우, 발전사업자 N1과 N2는 각각 $q1max=250$, $q2max=200$의 최대발전과 $q1min=10$, $q2min=20$의 최소발전 제약조건을 갖는다. 구체적 계산결과는 4.1절에서 소개하고 여기서는 N2의 입찰가격이 $p2=99$일 때 N1의 입찰가격에 따른 이득분포를 간단히 살펴본다.

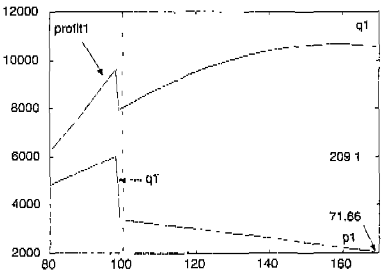


**그림 2** N1의 입찰가격에 따른 이득과 발전량 분포
**Fig. 2** Profit and quantity distribution of player1

그림2에서 N1의 입찰가격이 N2의 입찰가격 99보다 작은 경우, 낮은 가격으로 인해 한계비용과 일치하는 발전량까지 공급할 수가 있다. 따라서 언더컷 할수록 즉 99를 넘지 않을 때까지 가격을 상승시킬수록 발전량과 이득은 상승함을 알 수 있다. 하지만 99를 넘으면서 N2의 발전용량이 우선 선택되어 N1의 발전량과 이득은 급격히 감소한다. 입찰가격이 상승하면서 발전량은 감소하지만 이득이 증가하는 것은 발전비용감소와 가격상승이 큰 영향을 미친 것으로 해석된다.

### 2.3 Stackelberg 해석법

시장에서 주도적(Leader) 참여자가 우선적으로 전략을 결정하고 수동적(Follower) 참여자는 이러한 조건하에서 전략을 결정한다는 해석이다. "Leader-Follower"모형이라고도 한다.

주도적 참여자는 수동적 참여자의 전략을 이용하여 유리한 균형점을 유도할 수가 있고, 수동적 참여자는 주도적 참여자의 전략에 따른 Cournot 최적대응함수에 의해 전략을 결정한다. 따라서 Cournot-내쉬 균형점에 비해서 주도적 참여자에게 유리하고 수동적 참여자에게 불리한 형태이다[13].

## 3. 확률분포의 복합전략 균형점

### 3.1 복합전략의 개념

게임 참여자들이 각각 하나의 전략을 선택하고 그것이 내쉬 균형을 이룰 때 단순전략(Pure Strategy)이라고 한다. 하지만 모든 게임에서 이러한 단순전략의 내쉬 균형이 존재하지는 않는다. 가장 쉬운 예로 '가위-바위-보' 게임을 생각할 수 있다. 각 참여자들이 균형을 이루는 단순전략이 존재하지 않는다. 복합전략(Mixed Strategy)은 이러한 단순 전략이 존재하지 않는 게임에서의 내쉬 균형을 설명하는데 적합하다. 참여자들이 하나의 전략을 선택하는 것이 아니고 다수의 전략에 대해 확률분포를 갖는 선택을 하는 것이다.

가위-바위-보 게임에 2인이 참여하는 경우, 이길 때 +1, 질 때 -1, 비길 때 0의 이득을 갖는다고 하면 이득행렬은 다음 그림4a와 같다. N1의 이득을 사선 앞에, N2의 이득을 사선 뒤에 표시하였다. 게임a에 대해서 내쉬 균형을 구하면 단순전략은 없고, 세가지 선택에 대해 각각 1/3의 확률을 갖는 복합전략이 N1, N2에서 동일하게 계산된다. 이는 가위-바위-보 게임에 대한 통념과 일치한다.

| $N_{2a}$ \ $N_{1a}$ | 가위 | 바위 | 보 |
|---|---|---|---|
| 가위 | 0/0 | -1/1 | 1/-1 |
| 바위 | 1/-1 | 0/0 | -1/1 |
| 보 | -1/1 | 1/-1 | 0/0 |

| $N_{2b}$ \ $N_{1b}$ | 가위 | 바위 | 보 |
|---|---|---|---|
| 가위 | 0/0 | -3/3 | 1/-1 |
| 바위 | 3/-3 | 0/0 | -2/2 |
| 보 | -1/1 | 2/-2 | 0/0 |

**그림 3** 가위-바위-보 게임의 이득행렬 (a: 균일, b: 차등)
**Fig. 3** Payoff matrix of 'scissors/rock/cloth' game (a: even, b: biased)

게임a에 대해서 내쉬 균형을 구하면 단순전략은 없고, 세가지 선택에 대해 각각 1/3의 확률을 갖는 복합전략이 N1, N2에서 동일하게 계산된다. 이는 가위-바위-보 게임에 대한 통념과 일치한다.

다음은 각 승부에서 이득에 차등을 두는 경우를 고려한다. '바위'로 이기는 경우에 3, '보'로 이기는 경우에 2, '가위'로 이기는 경우에 1을 갖는다면 이득행렬은 그림4b와 같다. 이 경우에는 계산하지 않고는 내쉬 균형을 예상하기 어렵다. 계산 결과, N1과 N2에서 동일한 복합전략이 나타나며 확률분포는 가위: 1/3, 바위: 1/6, 보: 1/2이다. 이러한 전략으로 게임을 할 때 두 참여자는 기대이득이 영이 되는 균형을 이루게 된다.

전력거래 시장에서도 여러 가지 제약조건을 고려하게 되면 이득함수에 불연속이 나타나서 내쉬 균형은 복합전략이 되고 이를 해석적으로 구하기는 어렵게 된다. 다음은 복합전략을 계산하는 Lemke 알고리즘에 대해 설명한다.

### 3.2 Lemke 알고리즘

게임에 2인이 참여하는 경우를 'Bimatrix' 게임이라 하며 1950년대 이전부터 경제학과 수학분야에서 연구되어 왔다. Lemke 알고리즘은 Bimatrix 게임에서의 해를 구하는데 사용된다[6].

Bimatrix 게임은 비영합(nonzero-sum) 행렬 게임이다. 게임 참여자 N1과 N2가 각각 m개와 n개의 전략을 갖는다면 각 참여자가 얻는 이득은 $(m \times n)$ 차원의 행렬, $A=[aij]$, $B=[bij]$로 표현된다. 여기서 aij는 N1이 i를 선택하고 N2가 j를 선택할 때 N1에게 주어지는 이득을 나타낸다. 따라서 N1이 선택 i에 대해 xi의 확률을 갖는 복합전략을 열벡터 x라 하고, N2의 복합전략을 열벡터 y라 할 때, N1과 N2의 이득은 각각 $x^tAy$, $x^tBy$이 된다. 이러한 전략 $(x^*, y^*)$가 균형을 이루기 위한 조건은 식(4)와 같다[12].

$$x^{*t}Ay^{*} \geq x^{t}Ay^{*}, \quad \forall x \in R^{m}, \ s.t. \ x^{t}e_{m}=1, x \geq 0$$
$$x^{*t}By^{*} \geq x^{*t}By, \quad \forall y \in R^{n}, \ s.t. \ y^{t}e_{n}=1, y \geq 0 \qquad (4)$$

여기서 $e_m$과 $e_n$은 모든 원소가 1의 값을 갖는 각각 m과 n차원의 열벡터이다.

균형조건식 (4)는 모든 x 혹은 y에 대한 부등식이기 때문에 식(4)로부터 직접 균형점을 구할 수는 없다. 따라서 다음의 과정을 통해서 계산이 가능한 선형상보(Linear Complementarity) 문제로 변환된다. 모든 원소의 값이 1인 행렬 E를 $E=e_m e_n^t \in R^{m \times n}$ 로 정의하면 kE-B>0, kE-A>0의 조건을 만족하는 상수 k가 존재한다. 행렬 A′와 B′를 각각 A′=kE-A, B′=kE-B로 정의하면 식(4)는 다음 식(5)로 표현된다[12].

$$B'^{t}x^{*}-e_{n} \geq 0, \ x^{*} \geq 0, \ y^{*t}(B'^{t}x^{*}-e_{n})=0$$
$$A'^{t}y^{*}-e_{m} \geq 0, \ y^{*} \geq 0, \ x^{*t}(A'^{t}y^{*}-e_{m})=0 \qquad (5)$$

식(5)에서의 부등식에 슬랙변수 w와 u를 도입하면 다음 식(5)와 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} 0 & B'^{t} \\ A' & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y^{*} \\ x^{*} \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} w^{*} \\ u^{*} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e_{n} \\ e_{m} \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} y^{*} \\ x^{*} \end{pmatrix} \geq 0, \ \begin{pmatrix} w^{*} \\ u^{*} \end{pmatrix} \geq 0, \ \begin{pmatrix} y^{*} \\ x^{*} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w^{*} \\ u^{*} \end{pmatrix}=0 \qquad (6)$$

이와 같이 변수 (x,y)와 (u,w)가 상보(Complementarity)의 성질을 갖는 선형상보문제로 변환된다. 모든 x와 y에 대한 부등식의 표현에서 음수가 아닌 조건과 상보의 조건을 갖는 등식조건으로 바뀜으로서 해를 구할 수가 있다. 식(6)의 계산은 Lemke 알고리즘[12]에 의해 이루어지며 선형문제의 심플렉스(Simplex) 기법에서 사용하는 피봇 방식과 유사한 상보 피봇 (Complementary Pivot) 방식이 사용된다. 계산시간은 문제에 따라 차이가 많지만 100×100의 이득행렬에 대해 2~3초 정도로 신속히 이루어진다.

## 4. 제약조건이 고려된 균형점 사례연구

### 4.1 Bertrand 해석 사례

앞의 2.3절에서 설명한 바와 같이 Bertrand의 가격 내쉬 균형점 모형에서는 발전용량 조건과 변동 한계비용 조건에 의해서 언더컷을 하더라도 발전력 배분이 발생하여 가격입찰 전략이 복잡하게 나타난다. 여기서는 사례[4]에서의 계통조건에 대해서 각 참여자의 입찰 가격에 따른 발전량과 이득을 설명하고 Lemke 알고리즘을 이용한 복합전략 계산결과를 제시하고 검증한다.

N1의 입찰가격과 발전량을 p1과 q1이라 하고 N2의 입찰가격과 발전량을 p2와 q2라 한다. p1<p2인 경우, N1이 공급을 주도하여 한계비용이 p1과 같아지는 점에서 q1이 결정된다. N2는 수요곡선에서 계산되는 잔여(Residual) 수요를 공급하게 된다. p1>p2인 경우, 반대로 N2가 공급을 주도하여 q2는 한계비용곡선으로부터 정해지고 q1은 잔여수요에 의해 정해진다. 이를 표로 나타내면 표1과 같다.

**표 1** 입찰가격에 따른 발전력 결정
**Table 1** Determination of quantities according to bid price

| | 공급주도 | N1의 발전력 | N2의 발전력 |
|---|---|---|---|
| p1<p2 | N1 | $q1=\min\{q_{1max}, \frac{p1-b1}{m1}\}$ | $q2=\begin{cases} R2 & \text{if } R2>20 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ |
| p2<p1 | N2 | $q1=\begin{cases} R1 & \text{if } R1>10 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ | $q2=\min\{q_{2max}', \frac{p2-b2}{m2}\}$ |

표1에서 R1=b3-m3p1-q2, R2=b3-m3p2-q1, q1max는 N1의 최대 발전용량 250이고 q2max′는 N2의 실질적 최대값 197.8이다. N2의 최대발전용량은 200으로 주어졌지만 수요가 이에 미치지 못하여 N2가 단독으로 공급할 때의 최대공급량 197.8이 최대값이 된다. R1과 R2는 잔여수요를 뜻하며 R2의 경우 p2에 의해 계산된 값이 최소발전력 이상일 때만 N2는 공급에 참여하게 된다. R1의 경우에도 p1에 의해 계산된 잔여수요가 최소발전력 조건을 만족할 때만 N1이 발전함을 뜻한다. p1=p2일 때 N1이 주도하는 경우, N2가 주도하는 경우, 양분하는 경우 균형점에서의 복합전략 분포는 매우 유사하게 나타난다. 아래의 시뮬레이션 결과는 N2가 주도하는 경우에 대한 것이다. 표1과 같은 가격과 발전량에 대해서 이득행렬을 계산하면 그림4와 같다.

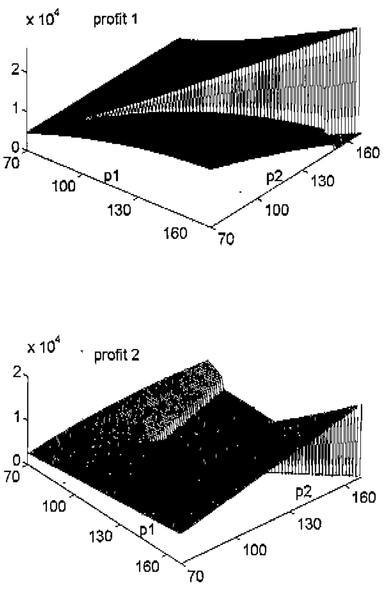


**그림 4** Bertrand 모형에서의 이득행렬
**Fig. 4** Payoff Matrices of Bertrand Model

그림4에서 p1=p2의 경계선을 기준으로 가격경쟁에서 이길 때와 질 때의 이득분포가 구분됨을 알 수 있고 가격이 70 근방에서 구분이 불명확한 이유는 낮은 가격을 입찰하는 경우 발전량이 작아져서 수요를 독점하는 정도가 약해지기 때문으로 해석된다.

그림4에서와 같이 이득분포에서 불연속 부분이 나타나기 때문에 미분을 통해 균형점을 찾는 해석적 방법으로는 해를

구하기가 어렵다. 그림5는 Lemke 알고리즘을 이용해서 구한 Bertrand 내쉬 균형점에서의 복합전략 분포이다.

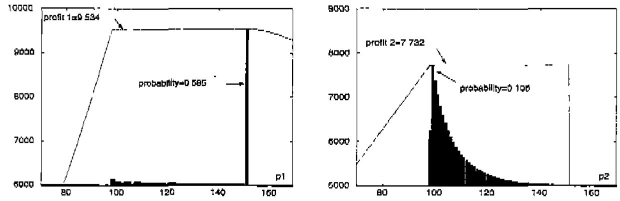


**그림 5** Bertrand 내쉬 균형점에서의 복합전략 분포
**Fig. 5** Mixed strategy distribution of Bertrand-Nash equilibrium

N1의 전략은 그림5에서 p1의 분포와 같이 98~151 사이의 확률분포를 가지며, N2의 전략은 p2의 분포와 같이 98~151 사이의 확률분포를 갖는다. 복합전략 분포와 함께 표시된 이득분포곡선은 상대방이 그림과 같은 복합전략을 선택할 때 당사자의 전략 선택에 따른 이득을 나타낸 것이다. 이득분포곡선과 복합전략을 분석하면 그림5와 같은 분포가 균형을 이룬다는 것을 검증할 수 있다. N1의 이득분포곡선에서 98~151 사이에 최대값의 균일한 분포를 갖는다. 따라서 N1은 98~151 사이에서 어느 하나의 가격을 선택하더라도 최대값의 이득을 얻을 수 있고, 물론 p1의 분포와 같은 확률적 분포로 선택을 하더라도 같은 값의 최대이득을 얻는다. 따라서 N1은 p1과 같은 선택을 바꾸지 않을 것이다. N2의 그림에서도 동일하게 해석하여 N2는 p2의 확률적 선택을 바꾸지 않을 것이다. 바로 내쉬 균형의 정의에 해당되는 상태이다.

N1과 N2의 이득은 각각 9,534와 7,732로서 Cournot-내쉬 균형점보다 작게 나타난다. 이는 Bertrand 모형이 사회적 이득을 극대화한다[13]는 경제학적 이론에 부합한다.

### 4.2 공급함수모형 해석 사례

복합전략을 구하기 위해 [5]에서는 기존의 최적화기법을 사용하였다. 하지만 복합전략은 확률분포를 갖는데 비해서 최적화기법에서는 결정론적(deterministic) 변수를 사용하기 때문에 정확한 복합전략을 구할 수는 없다. 여기서는 연구[5]에서의 사례조건과 결과를 소개하고 Lemke 알고리즘으로 계산된 복합전략과 비교한다.

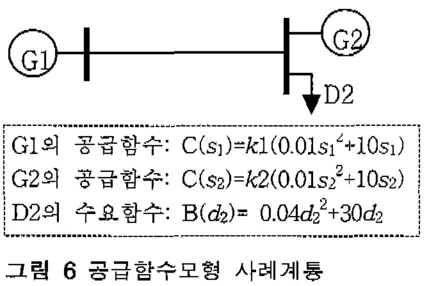


**그림 6** 공급함수모형 사례계통
**Fig. 6** Sample system for supply function equilibrium

공급함수모형 해석이란 거래량이나 가격이 아닌 공급함수로 입찰하는 거래모형이다. 사례계통에서는 입찰 파라메터 k1과 k2에 의해 공급함수가 결정된다. 입찰에서 제시된 k1과 k2에 대해서 사회적 이득을 최대로 하는 시장가격과 거래량이 계산된다. k1과 k2로 이루어지는 공간에서의 균형점은 송전선에 제약조건이 없으면 단순전략, k1=1.15, k2=1.15가 구해진다. 송전선 제약을 80MVA로 고려하면 입찰 파라메터에 대한 이득행렬에 불연속 구간이 나타나서 그림7과 같이 최적대응함수의 교점을 구할 수 없게 된다.

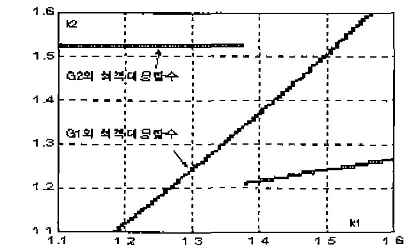


**그림 7** 교점이 없는 최적대응함수
**Fig. 7** Best response functions without intersection

기존연구[5]의 계산방법으로는 복합전략으로 수렴하지 않고, k1은 1.37 근방의 값을 갖고 k2가 1.24와 1.52 두 값에서 진동을 한다. 연구 [5]에서는 G2가 1.24와 1.52 두 전략을 갖는 복합전략이라고 가정하고 확률분포를 구하기 위해서 k1의 최적대응함수가 k1=1.372에서 최대가 되는 선형결합을 구했다. 하지만 이와같은 순차적 방법으로 균형점을 찾는 것은 수렴성에 문제가 있으며 일정한 범위에서 반복되는 순환주기(limit cycle)를 찾는 것도 어려운 문제이다. 순환주기를 가정한다해도 영이 아닌 확률분포를 갖는 전략의 개수가 많아지면 이러한 순차적 탐색법은 막대한 계산량이 필요하게 된다.

연구 [5]에서 제시한 결과는 G1이 k1=1.372의 단순전략을, G2가 k2=1.246과 k2=1.525를 각각 확률 0.56과 0.44의 복합전략을 선택하는 것이다. 그러나 이값으로 계산한 그림8의 이득분포곡선을 살펴보면 정확한 균형이 아님을 알 수 있다.

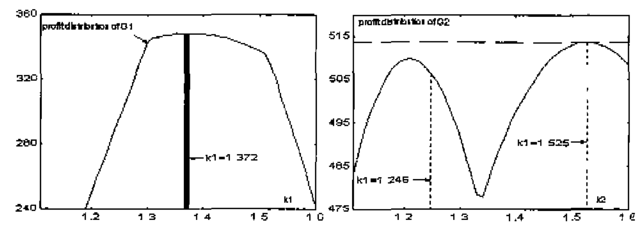


**그림 8** 결과 [5]에서의 복합전략과 이득분포
**Fig. 8** Mixed strategy and payoff distribution from [5]

G2의 복합전략에 대해서 G1은 k1=1.372의 단순전략을 선택하지만 G1이 이를 선택할 때 G2의 이득분포곡선은 k2=1.525에서 최대값을 갖는다. 따라서 G2는 1.525의 단순전략을 선택할 것이고 이는 G1의 이득분포곡선을 변경시키고 G1은 전략을 수정할 것이다. 따라서 이러한 전략은 균형점이라 할 수 없다.

그림9는 Lemke 알고리즘으로 구한 복합전략의 확률분포이다. G1이 1.37과 1.38을 각각 0.43과 0.57의 확률로 선택할 때 G2는 1.21과 1.52를 각각 0.55와 0.45의 확률로 선택한다.

이득분포곡선을 보면 각각의 선택에서 최대값을 나타내고 있다. 이 상태에서 각 참여자는 선택을 변경하지 않을 것이므로 내쉬 균형이 되는 것이다.

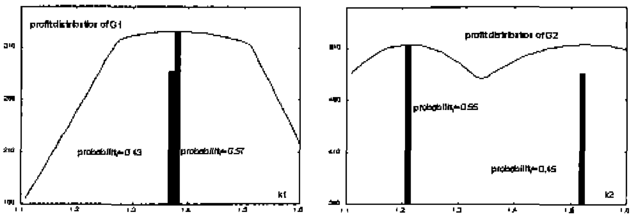


**그림 9** Lemke 알고리즘에 의한 복합전략과 이득분포
**Fig. 9** Mixed equilibrium using Lemke's algorithm

## 5. 결 론

개방된 전력시장에서 시장참여자의 전력거래 전략을 해석하는 기능은 공정한 경쟁을 유도하는데 필수적 요소이다. 특히 시장지배력에 의해 현물가격이나 혼잡비용이 심하게 왜곡되는 상황을 방지하기 위해서는 시장참여자의 거래전략에 대한 분석이 충분히 이루어져야 한다. *Cournot* 등의 해석법에서 제약조건이 없는 경우에 내쉬균형은 단순전략으로 도출되지만 발전용량이나 송전용량 등의 제약조건이 반영되면 내쉬균형은 복합전략으로 나타난다. 본 연구에서는 복합전략을 계산하는데 유용한 Lemke 알고리즘을 설명하고 적용사례를 통해서 확률분포를 갖는 전략에서 내쉬균형이 나타남을 검증하였다. 또한 복합전략 계산을 위해 최적화 기법을 사용했던 기존의 시도에 대한 문제점을 지적하였다.

시장지배력은 송전용량 제약에 의해 전력거래가 제한될 때 심하게 나타난다. 따라서 시장지배력 해석을 위해서는 복합전략 계산이 필요하고 이에 본 연구 결과가 긴요히 활용될 것이다.

**감사의 글**

이 논문은 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연수지원비에 의하여 연구되었음.

## 참 고 문 헌

[1] R.J. Green and D.M. Newbery, "Competition in the British Electricity Spot Market," *The Journal of Political Economy*, Volume 100, Issue 5, pp. 929-953, October 1992.1.

[2] X. Guan, Y.C. Ho, and D.L. Pepyne, "Gaming and Price Spikes in Electric Power Markets," IEEE *Trans. on Power Systems*, Vol.16, No.3, pp.402-408, August 2001.

[3] J. Park, B. Kim, J. Kim, M. Jung, and J. Park, "A Continuous Strategy Game for Power Transactions Analysis in Competitive Electricity Markets," IEEE *Trans. on Power Systems*, Vol.16, No.4, pp.847-855, November 2001.

[4] 박만근, 김발호, 박종배, 정만호, "게임이론을 적용한 전력거래 해석," 전기학회논문지, 49A권 6호, pp.266-271, 2000.6.

[5] J.D. Weber and T.J. Overbye, "A Two-Level Optimization Problem for Analysis of Market Bidding Strategies," IEEE *PES Summer Meeting*, Vol.2, pp.682-687, 1999.

[6] B.F. Hobbs, "Linear Complementarity Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Market," IEEE *Trans. on Power Systems*, Vol.16, No.2, pp.194-202, May 2001.

[7] P.D. Klemperer and M.A.Meyer, "Supply Function Equilibrium in Oligopoly Under Uncertainty," *Journal of Economics*, Vol.57, No.6, pp.1243-1277, Nov. 1989.

[8] T. Curzon Price, "Using Co-evolutionary Programming to Simulate Strategic Behavior in Markets," *Journal of Evolutionary Economics*, Vol.7, pp.219-254, 1997.

[9] L.B. Cunningham, R. Baldick, and M.L. Baughman, "An Empirical Study of Applied Game Theory: Transmission Constrained Cournot Behavior," to appear in IEEE Trans. Power Systems, 2002.

[10] S. Stoft, "Using Game Theory to Study Market Power in Simple Networks," IEEE *Tutorial on Game Theory in Electric Power Markets*, IEEE Press TP-136-0, pp.33-40, 1999.

[11] D. Fudenberg and J. Tirole, *Game Theory*, The MIT Press, 1991.

[12] C.E. Lemke and J.T. Howson, "Equilibrium Points of Bimatrix Games," *SIAM Journal of Applied Mathematics* 12, pp.413-423, 1964.

[13] D.W. Carlton, J.M. Perloff, *Modern Industrial Organization*, Addison-Wesley, 2000.

## 저 자 소 개

**이 광 호(李 光 浩)**

1965년 12월 22일 생. 1988년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 2001년 미국 Univ. of Texas (Austin) 방문교수. 1996~현재 단국대 공대 전기공학과 부교수.
Tel : 02-709-2868
E-Mail : mania49d@dankook.ac.kr