

원관내 유동에서의 준최적 제어의 평가

최정일* · C.-X.Xu** · 성형진†
(2001년 9월 5일 접수, 2001년 12월 10일 심사완료)

Assessment of Suboptimal Control in Turbulent Pipe Flow

Jung-Il Choi, Chun-Xiao Xu and Hyung Jin Sung

Key Words: Suboptimal Control(준최적제어), Drag Reduction(항력저감), Turbulent Pipe Flow(원관내 난류유동)

Abstract

A suboptimal control law in turbulent pipe flow is derived and tested. Two sensing variables $\partial p/\partial \theta|_w$ and $\partial v_\theta/\partial r|_w$ are applied with two actuations ϕ_θ and ϕ_r . To test the suboptimal control law, direct numerical simulations of turbulent pipe flow at $Re_\tau=150$ are performed. When the control law is applied, a 13~23% drag reduction is achieved. The most effective drag reduction is made at the pair of $\partial v_\theta/\partial r|_w$ and ϕ_r . An impenetrable virtual wall concept is useful for analyzing the near-wall suction and blowing. The virtual wall concept is useful for analyzing the near-wall behavior of the controlled flow. Comparison of the present suboptimal control with that of turbulent channel flow reveals that the curvature effect is insignificant.

1. 서론

최근 들어, 벽면 근처 난류유동에 대한 이해를 기반으로 유동구조를 조작하여 표면마찰을 줄이고자 하는 연구가 증대되고 있다. 경계층 유동에서 발생하는 표면 마찰은 벽면 근처에서 생성되는 주유동방향 와도 (streamwise vortex)에 의해 유도되는 스위프 (sweep)이 벽면 마찰과 매우 밀접한 관련이 있다.⁽¹⁾ 이에 대해 벽면 마찰을 줄이기 위해서는 주유동방향 와도를 효과적으로 제어하는 것이 매우 중요하다. 최근, Choi 등⁽²⁾은

Burgers 방정식에서의 준최적 제어를 도입하였다. 이에 Lee 등⁽³⁾은 벽면에서의 압력 및 진단응력을 이용하여 두 가지 형태의 준최적 제어식을 유도하였으며, 난류채널 유동에서 16-22%의 항력을 감소시켰다. Choi 와 Sung⁽⁴⁾은 준최적제어의 여러 인자들을 평가하여 감지/가진 함수들의 특성에 따른 효율적인 준최적제어를 제시하였다.

본 연구의 목적은 원관 내 난류 유동에서의 준최적 제어식을 유도하여 준최적 제어이론의 원통형 좌표계로 확장하는 것이다. 준최적 제어를 유도하기 위해 Lee 등⁽³⁾과 Choi 와 Sung⁽⁴⁾에서의 방법과 유사한 방법이 사용되었다. 이에 대해, Fréchet 미분상태 방정식들의 서로 연관성을 고려하여 변수 변환이 사용되었다. 유도된 준최적 제어식을 이용하여, 원관 내 난류유동에서 존재하는 원주 방향의 곡률효과를 고려한 준최적 제어를 수행한다. 이를 위해, 원관 내 난류유동 해석 ($Re_\tau=150$)을 위한 직접 수치모사가 수행되었다.

* 회원, 한국과학기술원 기계공학과

** Dept. of Eng. Mech., Tsinghua Univ. CHINA

† 책임저자, 회원 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : hjsung@kaist.ac.kr

TEL : (042) 869-3027 FAX: (042)869-5027

본 연구에서는 벽면의 감지함수로서 원주방향 속도구배 ($\partial v_\theta / \partial r|_w$)와 원주방향 벽압력 구배 ($\partial p / \partial \theta|_w$)가 고려되었다. 가진자로서는 벽면 흡입/분사 (ϕ_s)와 원주방향 미끄러짐 속도 (ϕ_θ)가 고려되었다. 특히, 준최적 제어를 적용한 결과 벽면 근처에서 발생하는 가상벽 (virtual wall)을 고려하여 제어기구 해석을 하였다. 원관 내 난류유동이 지니고 있는 곡률효과의 비교를 위해 난류채널 유동에서의 준최적 제어계수의 비교가 수행되었다.

2. 준최적 제어

2.1 지배방정식과 시간차분

비압축성 유동에 대한 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{V}|_w = \vec{\phi} \quad (3)$$

여기서 $\vec{V} = \{v_r, v_\theta, v_s\}$ 는 속도 벡터이고 r, θ, s 는 각각 반경, 원주, 주유동 방향을 나타낸다. p 는 압력이고 $\vec{\phi} = \vec{\phi}(\theta, s)$ 는 벽면에서의 제어입력이다.

준최적 제어 입력을 구하기 위해서 지배방정식을 Kamiadakis 등⁽⁵⁾이 사용한 방법으로 시간차분을 하였다.

$$\frac{\gamma}{\Delta t} \vec{V}^{n-1} - \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V}^{n+1} + \nabla p^{n+1} + \sum_{q=0}^2 R^{n-q} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{V}^{n+1} = 0 \quad (5)$$

$$\vec{V}^{n-1}|_w = \vec{\phi} \quad (6)$$

여기서 위첨자 $n+1$ 은 시간단계를 의미하며, $R^{n-q} = \beta_q (\vec{V} \cdot \nabla \vec{V})^{n-q} - \alpha_q \vec{V}^{n-q}$ 이다. $\gamma_0, \alpha_q, \beta_q$ 는 3차 시간차분의 상수들이다.

2.2 Fréchet 미분방정식

속도와 압력의 미분상태들 $\vec{q} = \{q_r, q_\theta, q_s\}$, ρ 는 Fréchet 미분을 사용하여 다음과 같이 정의하였다.⁽⁶⁾

$$\vec{q} = \frac{D\vec{V}(\vec{\phi})}{D\phi_j} \vec{\phi}_j, \quad \rho = \frac{Dp(\vec{\phi})}{D\phi_j} \vec{\phi}_j \quad (7)$$

$$\frac{Df(\vec{\phi})}{D\phi_j} \vec{\phi}_j = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(\phi_j + \epsilon \vec{\phi}_j) - f(\phi_j)}{\epsilon} \quad (8)$$

미분상태 변수의 정의에 의거하여 지배방정식에 대한 Fréchet 미분 방정식은 아래와 같이 유도된다.

$$\frac{\gamma_0}{\Delta t} \vec{q}^{n+1} - \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{q}^{n+1} + \nabla \rho^{n+1} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \vec{q}^{n+1} = 0 \quad (10)$$

$$\vec{q}^{n+1}|_w = \vec{\phi} \quad (11)$$

원관내의 유동은 주유동방향 및 원주방향으로 주기적인 경계조건이 적용된다. 이에 대해, Fourier 공간에서의 Fréchet 미분 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{q}_r'' + \frac{1}{r} \hat{q}_r' - \left(a^2 n^2 + \frac{\gamma_0 Re}{\Delta t} \right) \hat{q}_r - \frac{m^2 + 1}{r^2} \hat{q}_r - \frac{2im}{r^2} \hat{q}_\theta = Re \hat{\rho}' \quad (12)$$

$$\hat{q}_\theta'' + \frac{1}{r} \hat{q}_\theta' - \left(a^2 n^2 + \frac{\gamma_0 Re}{\Delta t} \right) \hat{q}_\theta - \frac{m^2 + 1}{r^2} \hat{q}_\theta + \frac{2im}{r^2} \hat{q}_r = \frac{im Re}{r} \hat{\rho} \quad (13)$$

$$\hat{q}_s'' + \frac{1}{r} \hat{q}_s' - \left(a^2 n^2 + \frac{\gamma_0 Re}{\Delta t} \right) \hat{q}_s - \frac{m^2}{r^2} \hat{q}_s = ian Re \hat{\rho} \quad (14)$$

$$\hat{q}_r' + \frac{1}{r} \hat{q}_r + \frac{im}{r} + ian \hat{q}_s = 0 \quad (15)$$

$$\hat{q}_r|_{r=R} = \hat{\phi}_r, \quad \hat{q}_\theta|_{r=R} = \hat{\phi}_\theta, \quad \hat{q}_s|_{r=R} = \hat{\phi}_s \quad (16)$$

여기서 $\hat{q}_i, \hat{\rho}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$q_i = \sum_m \sum_n \hat{q}_i(r) e^{im\theta} e^{ians} \quad (17)$$

$$\rho = \sum_m \sum_n \hat{\rho}(r) e^{im\theta} e^{ians} \quad (18)$$

위 식에서, '은 반경방향의 미분을 의미하며, 위첨자 $n+1$ 은 편의상 생략하였다. a 는 주유동 방향 파수 $a = 2\pi/L_s$ 이고, L_s 는 주유동방향 영역의 크기이다. m 과 n 은 정수이며, $m=0$ 와 $n=0$ 에 대한 경우는 미분방정식의 해는 자명한 해만 가진다.

압력 미분 상태, ρ 에 대한 Laplace 방정식 $\nabla^2 \rho = 0$ 를 스펙트럴 영역에서 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{\rho}'' + \frac{1}{r} \hat{\rho}' - a^2 n^2 \hat{\rho} - \frac{m^2}{r^2} \hat{\rho} = 0 \quad (19)$$

그 해는 아래와 같다.

$$\hat{\rho} = \begin{cases} \hat{\rho}_w \frac{r^{im}}{R^{im}}, & \text{for } n=0 \text{ and } m \neq 0 \\ \hat{\rho}_w \frac{J_m(ianr)}{J_m(ianR)} = \hat{\rho}_w \frac{I_m(ianr)}{I_m(ianR)}, & \text{for } n \neq 0 \end{cases} \quad (20)$$

여기서 $I_m(x) = i^{-m} J_m(ix)$ 는 m 차 수정된 Bessel

함수이다. $\widehat{\rho}_w$ 는 벽면에서의 압력미분치로서 나중에서 결정될 것이다.

2.3 변수변환(variable transformation)

식 (12)와 (13)은 서로 연관되어있기 때문에, 다음의 변수변환이 사용되었다.

$$\overline{q}_r = \widehat{q}_r + i\widehat{q}_\theta, \quad \overline{q}_\theta = \widehat{q}_r - i\widehat{q}_\theta, \quad \overline{q}_s = \widehat{q}_s \quad (21)$$

$\overline{q}_r, \overline{q}_\theta, \overline{q}_s$ 의 해석해를 구한 다음, Fréchet 미분 상태변수를 다음의 역변수변환을 이용하여 구하였다.

$$\widehat{q}_r = \frac{1}{2}(\overline{q}_r + i\overline{q}_\theta), \quad \widehat{q}_\theta = \frac{1}{2i}(\overline{q}_r - i\overline{q}_\theta), \quad \widehat{q}_s = \overline{q}_s \quad (22)$$

$n=0, m \neq 0$ 에 대해,

$$\begin{aligned} \widehat{q}_r &= \frac{1}{2} \widehat{\phi}_r \left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} + \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \\ &+ \frac{i}{2} \widehat{\phi}_\theta \left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} - \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \\ &+ \widehat{\rho}_w \frac{\lambda m \Delta t}{\gamma_0 R} \left[\frac{J_{|m|-1}(i\lambda r)}{J_{|m|-1}(i\lambda R)} - \frac{r^{|m|-1}}{R^{|m|-1}} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \widehat{q}_\theta &= \frac{1}{2i} \widehat{\phi}_\theta \left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} - \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \\ &+ \frac{1}{2} \widehat{\phi}_r \left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} + \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \\ &+ i \widehat{\rho}_w \frac{\lambda m \Delta t}{\gamma_0 R} \left[\frac{J_{|m|-1}(i\lambda r)}{J_{|m|-1}(i\lambda R)} - \frac{r^{|m|-1}}{R^{|m|-1}} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\widehat{q}_s = \widehat{\phi}_s \frac{J_m(i\lambda r)}{J_m(i\lambda R)} \quad (25)$$

여기서 $\lambda = \sqrt{\alpha^2 n^2 + \gamma_0 Re / \Delta t}$ 이다.

$n \neq 0$ 에 대해,

$$\begin{aligned} \widehat{q}_r &= \frac{1}{2} \widehat{\phi}_r \left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} + \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \\ &+ \frac{i}{2} \widehat{\phi}_\theta \left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} - \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \\ &+ i \widehat{\rho}_w \frac{\lambda n \Delta t}{2\gamma_0} \left[\frac{J_{m+1}(ianr) - J_{m-1}(ianr)}{J_m(ianR)} \right] \\ &- i \widehat{\rho}_w \frac{\lambda n \Delta t}{2\gamma_0} \left[\frac{J_{m+1}(ianR)}{J_m(ianR)} \frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{J_{m-1}(ianR)}{J_m(ianR)} \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \widehat{q}_\theta &= \frac{1}{2i} \widehat{\phi}_r \left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} - \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \\ &+ \frac{1}{2} \widehat{\phi}_\theta \left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} + \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \\ &+ \widehat{\rho}_w \frac{\lambda n \Delta t}{2\gamma_0} \left[\frac{J_{m+1}(ianr) + J_{m-1}(ianr)}{J_m(ianR)} \right] \\ &- \widehat{\rho}_w \frac{\lambda n \Delta t}{2\gamma_0} \left[\frac{J_{m+1}(ianR)}{J_m(ianR)} \frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{J_{m-1}(ianR)}{J_m(ianR)} \frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \widehat{q}_s &= \widehat{\phi}_s \frac{J_m(i\lambda r)}{J_m(i\lambda R)} \\ &- i \widehat{\rho}_w \frac{\lambda n \Delta t}{2\gamma_0} \left[\frac{J_m(ianr)}{J_m(ianR)} - \frac{J_m(i\lambda r)}{J_m(i\lambda R)} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

위에서 구해진 $\widehat{q}_r, \widehat{q}_\theta, \widehat{q}_s$ 에 대한 해를 연속방정식에 대입하면, $\widehat{\rho}_w$ 는 다음과 같다.

$$\widehat{\rho}_w = C_r(m, n) \widehat{\phi}_r + C_\theta(m, n) \widehat{\phi}_\theta + C_s(m, n) \widehat{\phi}_s \quad (29)$$

$n=0, m \neq 0$ 에 대해,

$$C_r(m, 0) = -\frac{\gamma_0 R}{2|m|\lambda \Delta t} \left[\frac{I_{|m|-1}(\lambda R)}{I_{|m+1}(\lambda R)} + 1 \right] \quad (30)$$

$$C_\theta(m, 0) = -i \frac{\gamma_0 R}{2|m|\lambda \Delta t} \left[\frac{I_{|m|-1}(\lambda R)}{I_{|m+1}(\lambda R)} - 1 \right] \quad (31)$$

$$C_s(m, 0) = 0 \quad (32)$$

$n \neq 0$ 에 대해,

$$C_r(m, n) = -\frac{\gamma_0 R}{\Delta t} \left[\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)} + \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)} \right] / k_p(m, n) \quad (33)$$

$$C_\theta(m, n) = -i \frac{\gamma_0 R}{\Delta t} \left[\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)} - \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)} \right] / k_p(m, n) \quad (34)$$

$$C_s(m, n) = -\frac{\gamma_0 R}{\Delta t} \frac{2ian}{\lambda} / k_p(m, n) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} k_p(m, n) &= anR \left[\frac{I_{m+1}(anR)}{I_m(anR)} \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{I_{m-1}(anR)}{I_m(anR)} \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)} - \frac{2an}{\lambda} \right] \end{aligned} \quad (36)$$

2.4 목적함수와 제어입력

난류채널유동에서의 항력저감을 위해 횡방향 벽면 압력을 증가하는 방법이 제안되었다.^(3,4) 원관내 유동에서도 원주방향의 벽면압력구배를 감지함수를 증대시키기 위한 제어인자의 최적화를 수행할 수 있다. 이는 벽면에서의 흡입/분사에 의해 벽면 근처에서 발생하는 주유동방향 와도 성분이 상쇄되면서 횡방향(원주방향)으로의 구배를 증대시키기 때문이다. 원주방향으로의 벽면 압력구배 ($\partial p / \partial \theta|_w$)가 감지함수로 선정된 경우, 목적함수는 다음과 같이 정의된다.

$$K(\phi) = \frac{1}{2A\Delta t} \int_A \int_t^{t+\Delta t} \left\{ \phi^2 - \left(\frac{\partial p}{r \partial \theta} \right)^2 \right\} dt dA \quad (37)$$

여기서 목적함수는 제어입력 함수와 감지함수의 짧은 시간 (Δt) 동안에 대해 제어표면 (A)에서의 적분형태이다. 제어인자로서 l 은 제어입력에 대한 감지부분의 상대적 가치를 나타낸다. 목적함수를 최소화하면, 다음과 같은 최적 제어입력을 얻을 수 있다.

$$\widehat{\phi}_i = \frac{C_i^*(m, n)}{IR^2} m^2 \widehat{v}_w \quad (38)$$

여기서 *는 켈레 복소수를 나타낸다.

앞서 언급한 횡방향(원주방향) 압력구배의 증가와 유사한 제어기구로서 벽면에서의 원주방향 전단응력의 증대를 고려해볼 수 있다. 감지함수가 원주방향 전단응력 $\partial v_\theta / \partial r|_w$ 가 선택되어졌을 때, 목적함수는 다음과 같이 정의되며,

$$J(\phi) = \frac{1}{2A\Delta t} \int_A \int_t^{t+\Delta t} \left\{ \phi_i^2 - \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right)^2 \right\} dt dA \quad (39)$$

이에 해당하는 최적 제어입력은 다음과 같다.

$$\widehat{\phi}_i = \frac{D_i^*(m, n)}{I} \frac{\partial \widehat{v}_\theta}{\partial r} \Big|_w \quad (40)$$

$n=0, m \neq 0$ 에 대해,

$$D_r(m, 0) = -i \frac{m}{R} - \frac{im\lambda}{|m|} \frac{I_m(\lambda R)}{I_{|m|+1}(\lambda R)} \quad (41)$$

$$D_\theta(m, 0) = -\frac{1}{R} + \lambda \frac{I_m(\lambda R)}{I_{|m|+1}(\lambda R)} \quad (42)$$

$$D_s(m, 0) = 0 \quad (43)$$

$n \neq 0$ 에 대해,

$$D_r(m, n) = i \frac{m}{R} + i \frac{\lambda}{2} \left[(1+k_f) \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)} - (1-k_f) \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)} \right] \quad (44)$$

$$D_\theta(m, n) = -\frac{1}{R} + \frac{\lambda}{2} \left[(1+k_f) \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)} + (1-k_f) \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)} \right] \quad (45)$$

$$D_s(m, 0) = -ank_j \quad (46)$$

$$k_f(m, n) = \frac{\left[\frac{I_{m-1}(anR)}{I_m(anR)} \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)} - \frac{I_m(anR)}{I_{m+1}(anR)} \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)} \right]}{\left[\frac{I_{m-1}(anR)}{I_m(anR)} \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)} + \frac{I_m(anR)}{I_{m+1}(anR)} \frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)} - \frac{2an}{\lambda} \right]} \quad (47)$$

3. 결과 및 토론

준최적 제어를 평가하기 위해 낮은 레이놀즈 수 ($Re_\tau = 150$)의 원관 내 난류유동에 대한 직접 수치모사가 수행되었다. Navier-Stokes 방정식의 해를 구하기 위해 3차 시간차분기법이 사용되었다.⁽⁵⁾ 주유동 방향 및 원주방향에 대해서는 Fourier-Galerkin 방법이 사용되었으며, 반경방향으로는 스펙트럴 요소법이 사용되었다. 본 연구에서 사용된 수치방법은 Ma 등⁽⁷⁾에서 사용한 것과 유사하다. 계산에 사용된 원관의 길이는 $4\pi R$ 이다. 공간상 격자계는 반경방향, 원주방향, 축방향으로 $53 \times 64 \times 32$ 가 사용되었다. 모든 계산은 유량

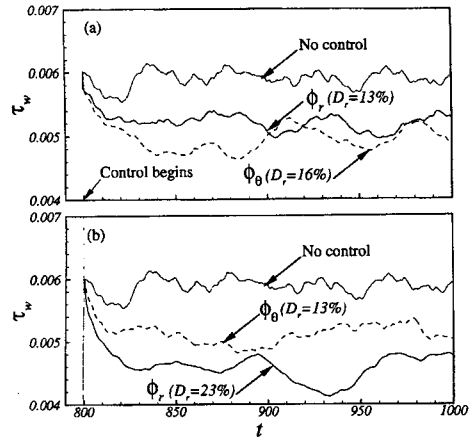


Fig. 1 Time history of the mean streamwise wall shear stress. (a) $\partial p / \partial \theta|_w$ and (b) $\partial v_\theta / \partial r|_w$

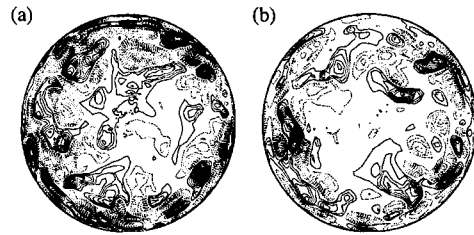


Fig. 2 Contours of the streamwise vorticity. (a) no control and (b) control. Contour level increment is the same for both cases. Negative contours are dashed

보존을 만족하도록 하였다. 앞서 언급한 바와 같이, 벽면에서는 감지함수 $\partial p / \partial \theta|_w, \partial v_\theta / \partial r|_w$ 와 가진함수 ϕ_θ, ϕ_r 가 사용되었다.

항력감소의 효과를 보기 위해, 공간평균 전단응력의 시간이력 곡선을 Fig. 1에 나타내었다. 항력감소율 (D_r)은 $D_r = (\tau_{no} - \tau_c) / \tau_{no}$ 로 정의하였다. 여기서 τ_{no} 와 τ_c 는 제어 이전과 후의 평균전단응력을 나타낸다. 감지함수로서 $\partial p / \partial \theta|_w$ 가 사용되었을 경우, 분사/흡입(ϕ_r)에 의한 가진 형태의 경우 13%의 항력감소율, ϕ_θ 의 경우 16%의 항력감소율을 얻었다. Fig. 1(b)에 나타낸바와 같이, 감지함수가 $\partial v_\theta / \partial r|_w$ 인 경우에는 각 가진함수 ϕ_θ, ϕ_r 에 대해 각각 13%, 23%의 항력감소 결과를 얻었다. 항력감소율에 따른 가장 효과적인 제어기의

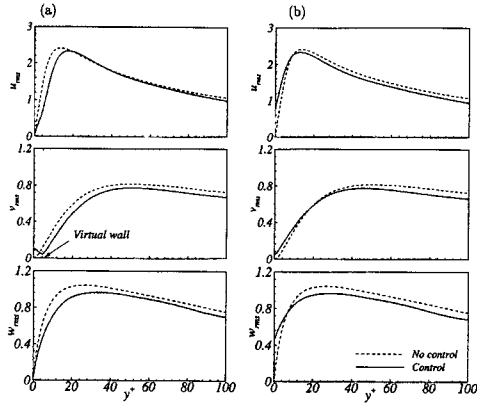


Fig. 3 Root-mean-square distributions of velocity fluctuations. (a) original wall coordinate and (b) virtual wall coordinate

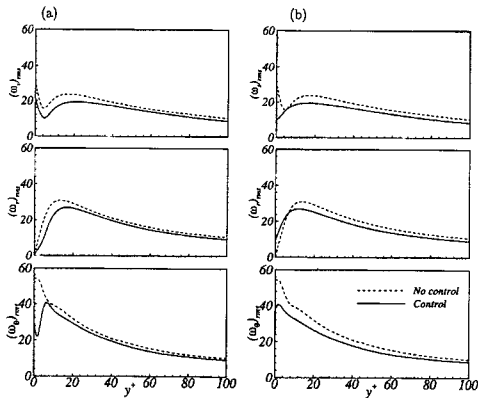


Fig. 4 Root-mean-square distributions of vorticity fluctuations. (a) original wall coordinate and (b) virtual wall coordinate

구성은 Choi와 Sung⁽⁴⁾에서 제시한 것과 같이 $\partial v_{\theta} / \partial r|_w$ 와 ϕ_r 이다. 이는 감지함수가 $\partial p / \partial \theta|_w$ 인 경우보다 $\partial v_{\theta} / \partial r|_w$ 인 경우가 벽면 위에 존재하는 주유동방향 와도 성분을 잘 반영하고 있다는 것을 나타낸다. 또한 항력감소율에 대해 ϕ_r 이 ϕ_{θ} 보다 더 효율적이다. 제어에 따른 유동구조의 변화를 살펴보기 위해, 주유동방향 와도의 순간 등고선도에 대한 제어이전과 후의 결과를 비교하였다. 이 경우, 감지/가진함수로서 각각 $\partial v_{\theta} / \partial r|_w$, ϕ_r 이 선택되었다. Figure 2에서 볼 수 있듯이, 전체적으로 유동방향 와도의 크기는 제어에 의해

약화 되었으며, 그 높은 와도성분의 발생 빈도도 줄어들었다. 이는 주유동 방향의 와도를 적절히 제어함에 따라 원관 내 유동에서도 항력감소를 얻을 수 있음을 나타낸다.

준최적제어에 의한 유동제어 기구 해석을 위해, 벽면근처 유동에 대한 난류 통계량의 변화를 살펴보았다. 변동속도 성분에 대한 근 평균제곱 분포를 Fig. 3에 나타내었다. 여기서 감지/가진함수는 $\partial v_{\theta} / \partial r|_w$ 와 ϕ_r 이다. 모든 벽면 물리량들은 실제 벽면에서 나타나는 마찰속도를 사용하여 정규화되었다. Figure 3에서 u_{rms} 는 벽면근처 영역 ($y^+ < 20$)에서만 영향을 받고 있으며, v_{rms} 와 w_{rms} 는 전영역에서 감소되었다. 제어에 의해 v_{rms} 는 $y^+ \approx 5$ 에서 최소값을 나타낸다. 벽면 수직방향으로 투과가 잘 안되는 층이 생성되었다. 이러한 층은 Choi 등⁽⁸⁾과 Hammond 등⁽⁹⁾에서 능동상쇄 제어에 의해 생성되는 가상벽 (virtual wall)과 유사하다. 이러한 가상벽을 고려한 새로운 좌표계를 $y^+ \approx 5$ 만큼 평행이동하는 것으로 정의하였다. 이에 대해, 변동속도에 대한 근평균제곱 분포를 가상벽 좌표계에 대해서 Fig. 3(b)에 나타내었다. 가상벽 좌표계를 사용함으로써 벽면 근처 유동에 대해 제어이전과 제어이후의 결과에 대한 좋은 상사성을 얻었다. 가상벽 개념을 이용하여 준최적 제어를 적용하였을 때의 유동장의 변화가 단지 벽면 근처 층의 좌표계의 이동으로 설명되어질 수 있다. Fig. 3(b)에서 나타낸 것처럼, 제어된 유동 변수의 극대 지점들은 제어후의 것들과 잘 일치한다.

변동와도 성분에 대한 근 평균제곱 분포에 대한 제어 이전과 후를 비교하였다. Figure 4에서 제시된 바와 같이, 전체적인 경향은 준최적 제어에 의해 모든 변동 와도성분들은 약화되었다. 제어에 의해 $(\omega_s)_{rms}$ 와 $(\omega_r)_{rms}$ 는 제어 이전의 것과 유사한 벽면거동을 보여주지만, $(\omega_{\theta})_{rms}$ 의 경우 제어에 의해 벽면에서의 유동구조는 심한 변화를 보여주고 있다. 벽면의 원점을 가상벽 위치로 평행 이동하여 와도성분을 나타내면, 제어이전의 벽면 근처유동과 유사한 결과를 보여준다 (Fig. 4(b)). 그러므로 벽면위와 가상벽면위의 주유동방향 와도의 상호작용은 위로 치우쳐진 벽면 부근 층에 의해 약화됨을 알 수 있다. 가상벽 위의 유동구조는 Fig. 4(b)에서 볼 수 있듯이 다시 재형

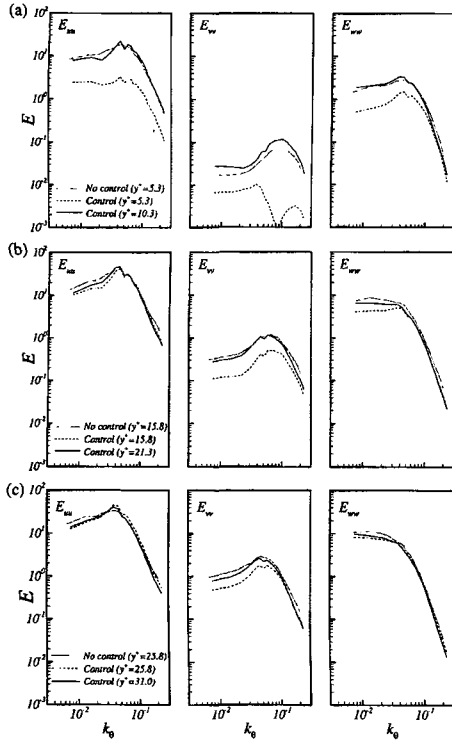


Fig. 5 Circumferential energy spectra.

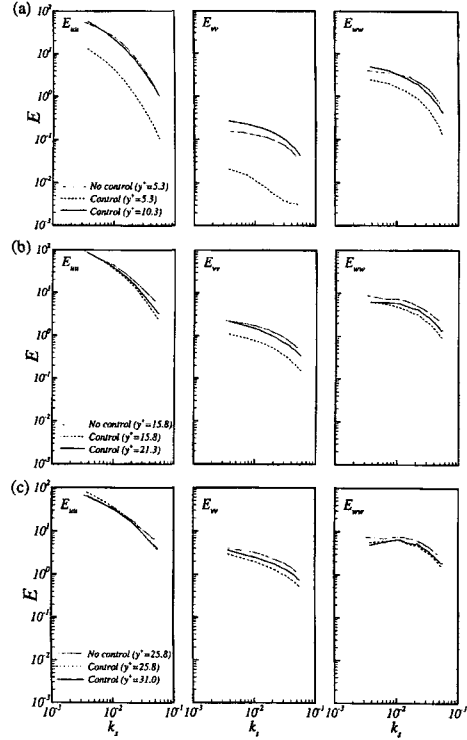


Fig. 6 Streamwise energy spectra.

성된다.

벽면 근처 난류성분에 대한 가상벽의 역할을 살펴보기 위해, 각 방향 속도 (u^2, v^2, w^2)에 대한 원주방향의 에너지 스펙트라를 Fig. 5에 나타내었다. 관측지점은 가상벽면층 ($y^+ \approx 5$)를 고려하여 $y^+ = 5.3, 15.8, 25.8$ 이 선택되었다. Figure 5(a)에서 볼 수 있듯이, $y^+ = 5.3$ 에서의 제어이전 E_{uu} 는 $y^+ = 10.3$ 에서의 제어후 E_{uu} 와 유사하다. 그러나, 제어된 유동장의 $y^+ = 5.3$ 에서의 E_{uu} 는 크게 감소되었다.⁽¹⁰⁾ 이러한 경향은 E_{vv}, E_{ww} 에서도 발견되며, 특히 제어된 유동장의 $y^+ = 5.3$ 에서의 E_{vv} 는 난류유동이 갖는 특성 파수영역에 비해 2개의 극대치를 갖는다. 두 극대치들은 식 (41), (47)에서 제시된 바와 같이, 감지함수에 대한 제어입력의 파수 변조에 기인한다. 한편, 관찰지점이 벽면에서부터 멀어질수록 가상벽의 영향은 점점 더 약해진다. Figure 5(b)에서는 제어이전의 유동장에 대한 관측지점이 $y^+ = 15.8$ 이다. E_{vv} 를 제외한 에너지 스펙트라에서 변화된 요소는 그다지 발견할 수 없으며, 관찰지점이 $y^+ = 25.8$ 에서

는 가상 벽의 영향은 거의 없다.

가상벽의 영향을 주유동방향 에너지 스펙트라에 대해서도 살펴보았다 (Fig. 6). 가상벽 근처 ($y^+ = 5.3$)에서는 난류운동에너지가 제어에 의해 대폭 줄어들었으며, 특히 그 감소율은 E_{vv} 에서 현저하다. 원주방향의 에너지 스펙트라의 경우와 유사하게 가상벽의 영향은 관찰지점이 벽면으로부터 멀어질수록 약해지며, 제어이전과 후의 유동구조는 가상벽 좌표계에 의해 벽면 유동거동의 상사성을 잘 설명할 수 있다.

원관 내 난류유동에 대한 준최적 제어 식에 대해 적용된 방법과 유사하게 난류채널 유동에서의 준최적 제어식을 다시 유도하였다. 벽면 압력 구배를 감지함수로 채택하는 경우의 최적 제어입력은 다음과 같다.

$$\hat{\phi}_i = C_i^*(k_z, k_x) \frac{k_z^2}{l} \hat{p}_w \quad (48)$$

$$C_x(k_z, k_x) = -\frac{\gamma_0}{\Delta t} \frac{ik_x}{k(\lambda - k)} \quad (49)$$

$$C_y(k_z, k_x) = \frac{\gamma_0}{\Delta t} \frac{\lambda}{k(\lambda - k)} \quad (50)$$

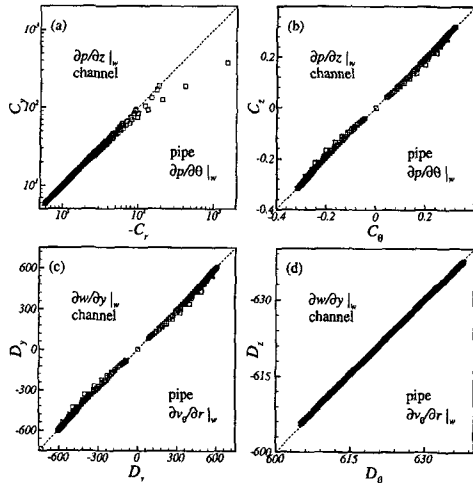


Fig. 7 Correlation of the control coefficients between pipe and channel flows.

$$C_x(k_x, k_x) = -\frac{\gamma_0}{\Delta t} \frac{ik_x}{k(\lambda - k)} \quad (51)$$

여기서 k_x 와 k_z 는 각각 주유동방향과 횡방향의 파수를 나타낸다. 감지함수가 $\partial w/\partial y|_w$ 인 경우에 대해, 최적 가진함수는 다음과 같다.

$$\hat{\phi}_i = D_i^*(k_x, k_x) \frac{1}{l} \frac{\partial \hat{w}}{\partial y} \Big|_w \quad (52)$$

$$D_x(k_x, k_x) = -\frac{k_x k_x}{k} \quad (53)$$

$$D_y(k_x, k_x) = -\frac{ik_x \lambda}{k} \quad (54)$$

$$D_z(k_x, k_x) = -\left(\lambda + \frac{k_x^2}{k} \right) \quad (55)$$

여기서 $k = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ 이고, $\lambda = \sqrt{k^2 + \gamma_0 Re / \Delta t}$ 이다.

원관 내 유동의 곡률에 의한 준최적제어의 효과를 살펴보기 위해, 난류채널유동에서의 준최적 제어기와와의 비교를 수행하였다. 채널유동에서의 좌표계는 x, y, z 는 주유동방향, 벽면 수직방향, 횡방향을 나타내며, 이에 상응하는 원관 내 유동에서의 좌표계는 각각 s, r, θ 이다. 앞서 유도된 원관 내 유동과 채널유동에서의 제어계수의 상호관련성을 Fig. 7에 각 감지함수 및 가진 함수에 대해 나타내었다. Figure 7에서 살펴볼 수 있듯이, 원관 내 유동에서의 제어계수들은 채널유동에서의 것에 대해 대체적으로 선형적인 경향을 보여주고 있지만, Fig. 7(a)에서는 다소간의 곡률에 의한 효과가 미비하게 보여주고 있다. 원주방향으로의 저 파수 성분을 제외하고는 원관 내 유

동과 채널유동에서의 준최적 제어계수들은 일반적으로 유사하다.

4. 결론

난류 원관 내 유동에 대해 준최적 제어가 수행되었다. 준최적 제어에 대해 감지함수는 $\partial p/\partial \theta|_w$, $\partial v_\theta/\partial r|_w$ 가 사용되었으며, 가진함수로서 ϕ_θ, ϕ_r 가 적용되었다. 준최적 제어기의 평가를 위해 $Re_\tau = 150$ 에서 난류 원관 내 유동에 대한 직접 수치모사를 수행하였다. 제어를 수행한 결과, 13~23% 정도의 항력감소율을 얻었다. 가장 효과적인 가진자와 감지자의 구성은 $\partial v_\theta/\partial r|_w$ 를 감지하여 ϕ_r 로 가진하는 형태이다. 제어에 의해 벽면 근처에서 벽면 수직방향으로 투과하기 힘든 가상벽면이 형성됨을 관찰하였다. 이러한 가상벽면에 따른 제어기구의 해석을 수행한 결과, 벽면 가진에 의한 주유동방향 구조가 위로 치우쳐짐을 발견할 수 있으며, 그 가상벽면의 역할은 벽면으로부터 멀어질수록 미약함이 관찰되었다. 또한 가상벽면을 고려한 상사성 변환은 원주방향 및 주유동방향의 에너지 스펙트라에도 검토되었으며, 그 결과 벽면 근처 유동에 대한 상사성을 재입증하였다. 채널유동장에서의 준최적 제어기의 제어계수를 원관 내유동에서 얻어진 제어계수와 비교한 결과, 벽면 근처에서 인식되는 기하학적 형상에 따른 변화는 항력감소 제어에 대해 그 영향이 미약하다고 할 수 있다

후 기

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실 사업의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., 1987, "Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number," *J. Fluid Mech.*, Vol. 177, pp. 133~166.
- (2) Choi, H., Temam, R., Moin, P. and Kim, J., 1993, "Feedback Control for Unsteady Flow and

- Its Application to the Stochastic Burgers Equation," *J. Fluid Mech.*, Vol. 253, pp. 509~543.
- (3) Lee, C., Kim, J. and Choi, H., 1998, "Suboptimal Control of Turbulent Channel Flow for Drag Reduction," *J. Fluid Mech.*, Vol. 358, pp. 245~258.
- (4) 최정일, 성형진, 2001, "난류채널유동에서의 준최적제어 평가," 대한기계학회 논문집 B, Vol. 25, No. 9, pp. 1227~1236.
- (5) Karniadakis, G.E., Israeli, M. and Orszag, S.A., 1991, High-order Splitting Methods for the Incompressible Navier-Stokes Equations," *J. Comput. Phys.*, Vol. 97, pp. 414~443.
- (6) Finlayson, B.A., 1972, "The Method of Weighted Residuals and Variational Principles," Academic Press.
- (7) Ma, B., Von Doorne, C.W.H., Zhang, Z. and Nieuwstadt, F.T.M., 1999, "On the Spatial Evolution of a Wall-Imposed Periodic Disturbance in Pipe Poiseuille Flow at $Re=3000$. Part 1. Subcritical disturbances," *J. Fluid Mech.*, Vol. 398, pp. 181~224.
- (8) Choi, H., Moin, P. and Kim, J., 1994, "Active Turbulence Control for Drag Reduction in Wall-Bounded Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol. 262, pp. 75~110.
- (9) Hammond, E.P., Bewley, T.R. and Moin, P., 1998, "Observed Mechanisms for Turbulence Attenuation and Enhancement in Opposition-Controlled Wall-Bounded Flows," *Phys. Fluids* Vol. 10, pp. 2421~2423.
- (10) Prabhu, R.D., Collis, S.S. and Chang, Y., 2001, "The Influence of Control on Proper Orthogonal Decomposition of Wall-Bounded Turbulent Flows," *Phys. Fluids*, Vol. 13, pp. 520~537.