

사출 성형품의 금형내 잔류응력과 이형후 냉각에 의한 후변형 해석

양 상 식*, 권 태 헌†

(2001년 6월 11일 접수, 2001년 11월 24일 심사완료)

Deformation Analysis of Injection Molded Articles due to In-mold Residual Stress and Subsequent Cooling after Ejection

Sang Sik Yang and Tai Hun Kwon

Key Words : Deformation(변형), Shrinkage(수축), Warpage(휨), Residual Stress(잔류 응력), Injection Molding(사출 성형)

Abstract

Deformation analysis of injection molded articles whose geometry is considered as the assembly of thin flat plates has been conducted. For the in-mold analysis, thermo-viscoelastic stress calculation of thermo-rheologically simple amorphous polymer and in-mold deformation calculation considering the in-plane mold constraint have been done. Free volume theory has been used to represent the non-equilibrium density state during the fast cooling. At ejection, instantaneous deformation takes place due to the redistribution of in-mold residual stress. During out-of-mold cooling after ejection, thermoelastic model based on the effective temperature has been adopted for the calculation of out-of-mold deformation. In this study, emphasis is also made on the treatment with regard to lateral constraint types during molding process. Two typical mold geometries are used to test the numerical simulation modeling developed in this study.

α, Θ : 열팽창 계수

기호설명

- $\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}$: Cauchy 응력, 변형률 텐서의 요소
- s_{ij}, e_{ij} : 편차 응력, 변형률 텐서의 요소
- p, T, T_{eff} : 압력, 온도, 유효온도
- ρ, V, δ : 밀도, 비체적, 비자유체적
- $a_T, f(T)$: 전이 함수
- $\mu(t)$: 전단 계수
- ξ : 물질시간
- u, v, w : 각 축 방향의 속도 또는 변위의 요소
- $\theta_x, \theta_y, \theta_z$: 각 축 방향의 회전 자유도
- $[K_p], [K_m]$: 판굽힘 및 막변형 요소의 강성행렬
- $[B_p], [B_m]$: 판굽힘 및 막변형 요소의 변위-변형률 행렬

1. 서론

사출 성형 제품은 성형과정과 이후의 냉각과정을 통해 변형된다. 정밀한 제품의 사출에 대한 요구가 늘어남에 따라 사출된 제품이 가지는 변형에 대한 정확한 예측이 필요하게 되었다.

사출 성형 제품의 변형은 성형 및 비균일 냉각 과정에서 생성된 잔류응력에 의한 변형과 전체적인 온도의 변화에 따른 열변형으로 구성된다. 이들 중 잔류응력은 그 발생원인에 따라 유동에 의한 잔류응력과 열에 의한 잔류응력으로 나누어 생각할 수 있다.

유동에 의한 잔류응력은 충전 및 보압 과정의 속도장의 구배에 의해 발생한 응력이 급격한 냉각 과정에서 제대로 이완되지 못하고 고착된 응력을 말한다.^(1,2) 이것은 이방성을 야기하며 복굴절등에

* 회원, 포항공과대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 포항공과대학교 기계공학과

E-mail : thkwon@vision.postech.ac.kr

TEL : (054)279-2175 FAX : (054)279-5568

많은 영향을 주는 요소이지만, 그 값이 열에 의한 잔류응력 보다 훨씬 작기 때문에 변형에는 큰 영향을 주지 않는다.^(3,4)

열에 의한 잔류응력은 냉각과정에서 발생하는 두께방향으로의 온도 구배로 인한 비균일 밀도분포에 의해 발생한다. 이를 예측하기 위하여 지금까지 여러 연구가 행해져 왔다. Jacques⁽⁵⁾는 평판 금형의 비대칭적 냉각과정에서의 힘을 열 응력 해석을 통하여 연구하였다. Jansen⁽⁶⁾은 온도와 압력의 히스토리를 바탕으로 사출 성형 과정중의 압력 분포를 고려한 잔류 응력을 예측하였다. 또한, 정성택 등⁽⁷⁾은 단섬유를 보강한 이방성 사출성형품의 휨 해석을 연구하였다. 위의 연구⁽⁵⁻⁷⁾는 재료를 탄성체로 가정하여 이루어졌으며, 따라서 응력을 과대 평가하는 경향이 있다. Lee 등⁽⁸⁾은 높은 온도의 유리판의 냉각에서 발생하는 열응력을 열-유변학적으로 간단한 점탄성 물질로 가정하여 해석하였다. Santhanam 등⁽⁹⁾은 사출 성형 제품의 성형 후의 변형을 성형과정에서 나타나는 이방성을 고려한 (transversely isotropic) 점탄성 모델을 이용하여 해석하였다. 하지만 응력의 계산에 적용되는 경계조건과 구속조건에서 금형의 형상에 따른 평면방향의 구속조건을 고려하지는 않았다. Kabanemi 등⁽¹⁰⁾은 체적 완화 현상을 포함한 점탄성 모델을 복잡한 형상에 대하여 적용하였으며, 이를 실험적 결과와 비교하였다. 그러나 해석은 냉각 공정에서부터 이루어졌다. 또한 Wang 등⁽¹¹⁾은 이형 과정에서 열에 의한 잔류 응력에 의해 발생하는 마찰 응력을 해석하였다.

이런 최근 연구결과 아직도 복잡한 형상을 지니며 사출 성형 과정을 포함하여 이형 및 그 이후까지 해석한 것은 거의 없는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 금형 내에서의 냉각 과정에서 평면 방향으로의 구속조건을 고려한 고분자의 열에 의한 잔류응력과, 평면 방향의 구속 조건이 없고 압력이 0 으로 떨어졌을 경우에 금형 내부에서 발생하는 변형을 알아 보았다. 또한 이형이 일어나는 순간의 경계조건이 바뀔에 따라 재분배되는 응력에 의한 변형과 이형 이후의 금형 밖의 냉각 과정에서 일어나는 변형도 관찰하였다. 금형 내부에서 발생한 변형은 이형시 응력의 재분배 과정에서 일어나는 변형을 탄성 모델을 도입하여 고려하는 과정에서 초기 변형률로 함께 고려하였고, 이형후의 변형은 열탄성 모델을 도입하여 해석 하였다. 모든 과정에서 자유 체적 이론에 근거하여 재료가 실제 온도가 아닌 유효온도에 따라 반응한다고 가정하였다.

2. 이론

2.1 충전 및 보압 과정

충전 및 보압 과정의 모사는 간략히 설명하였다. 자세한 설명은 (1, 2, 12, 13)을 참조하기 바란다.

충전 및 보압 과정의 모사를 위한 지배방정식으로 연속방정식, 운동량 방정식, 에너지 방정식이 있으며 적절한 경계조건과 구성방정식, 상태방정식을 이용하여 충전 및 보압 과정을 모사한다

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, 0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}, 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

다음은 적용된 경계조건들이다.

- 벽면에서는 유동이 없다.

$$u = 0, v = 0 \text{ at wall} \quad (3)$$

- 게이트에서의 조건으로 충전과정에서는 일정한 유량이, 보압과정에서는 일정한 압력이 부과되었다.

$$Q = Q_{gate} \text{ (충전)}, p = p_{gate} \text{ (보압)} \quad (4)$$

- 유동선단의 압력은 0 이다.

$$p_{meltfront} = 0 \quad (5)$$

다음과 같은 에너지 방정식이 적용되어, 평면 방향의 대류에 의한 효과와 두께 방향의 전도에 의한 효과 및 유동의 점성에 의한 효과를 고려하였다.

$$\rho c_p(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \tau_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{yz} \frac{\partial v}{\partial z} \quad (6)$$

에너지 방정식을 위한 경계조건으로, 이형 전의 제품이 금형 내부에 있을 때에는 각 벽면에서의 온도를 지정하였다. 사출 제품의 두께방향으로 보았을 때 위와 아래 금형 벽면에서의 온도를 독립적으로 지정할 수 있도록 하여, 비대칭적 온도조건의 영향을 고려할 수 있도록 하였다.

$$T = T_{w1} \text{ at } z=0 \text{ and } T = T_{w2} \text{ at } z=b \quad (7)$$

이형 이후에는 대류 경계조건이 부과되었다.

$$\frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_{amb}) \text{ at } z=0 \text{ and } z=b \quad (8)$$

비선형 점탄성 유체의 거동을 표현하기 위해서 Leonov 의 점탄성 모델⁽¹⁴⁾을 도입하였으며, 압축성을 고려하기 위해서 Tait 방정식을 사용하여 밀도를 압력과 온도의 함수로 표현하였다.^(1,2,15)

$$\tilde{\tau} = 2\eta_0 s \tilde{d} + \sum_{k=1}^N \frac{\eta_k}{\theta_k} \tilde{c}_k \quad (9)$$

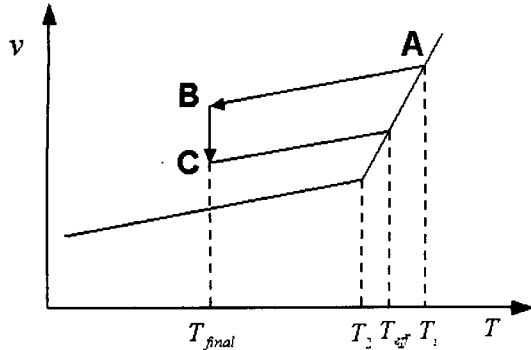


Fig. 1 Change of specific volume of polymer when cooled from T_1 to T_{final}

$$\rho(T, p) = \rho_0(T) \left\{ 1 - 0.0894 \ln \left[1 + \frac{p}{B(T)} \right] \right\}^{-1} \quad (10)$$

$$\frac{1}{\rho_0(T)} = \begin{cases} b_{1,l} + b_{2,l}(T - b_5), & T > T_g(p) \\ b_{1,s} + b_{2,s}(T - b_5), & T \leq T_g(p) \end{cases} \quad (11)$$

$$B(T) = \begin{cases} b_{3,l} \exp(-b_{4,l}T), & T > T_g(p) \\ b_{3,s} \exp(-b_{4,s}T), & T \leq T_g(p) \end{cases} \quad (12)$$

$$T_g(p) = D_2 + D_3 p \quad (13)$$

2.2 자유 체적 이론

사출 성형 공정에서는 고분자 재료가 금형 표면의 낮은 온도로 인하여 급격한 온도의 변화를 겪게 되는데 이 과정에서 냉각속도에 따라 체적의 반응이 달라지게 된다. 이러한 현상을 다루기 위하여 자유 체적 이론을 도입하였다. Fig. 1 과 같이 고분자 물질이 T_1 에서 T_{final} 로의 급격한 온도변화를 겪을 때, 고분자 재료는 평형부피를 따라 부피가 변하지 않고 AB 경로를 통하여 부피가 순간적으로 감소한 이후, BC 경로를 통하여 점차적으로 평형 부피에 도달하게 되는 모델링을 도입할 수 있다.

이러한 과정을 다음과 같은 일차미분방정식으로 표현할 수 있다고 가정한다.⁽¹⁶⁾

$$\frac{d\delta}{dt} = -\frac{\delta}{\tau} - \Delta\alpha \frac{dT}{dt} \quad (14)$$

δ 는 자유 체적 분율로써 다음과 같이 정의된다.

$$\delta = \frac{V(t) - V_\infty(T, p)}{V_{ref}} \quad (15)$$

V, V_∞, V_{ref} 는 각각 현재 시간 t 에서의 비체적과 평형상태에서의 비체적, 기준 온도에서의 비체적을 나타낸다. $\Delta\alpha = \alpha_l - \alpha_s$ 는 액체상태와 고체상태에서의 열팽창 계수의 차이이며, $\tau = \tau_0 a_T$ 는 온도 T 일때 가지는 자유체적의 이완시간이다. 유효온

도는 비평형상태를 자유체적으로 표현한 것으로써 다음과 같이 정의된다.

$$T_{eff} = T + \frac{\delta}{\Delta\alpha} \quad (16)$$

2.3 열에 의한 응력

열에 의한 응력 응력 모델은 (3, 4)에 자세히 기술되어 있으며 여기에 간략히 설명한다.

응력의 변화는 두께 방향으로 일어나며 용융수지의 중심 부위는 이미 유리화된 물질로 둘러싸여 있고 시간이 지남에 따라 재료의 고화가 진행되어 간다.

열 응력의 계산을 위해서 유동정지(no-flow) 온도가 도입되었으며 그 온도는 $T_g + 30K$ 로 설정하였다. 유동정지온도 이상에서는 Leonov 비선형 점탄성유체 구성방정식⁽¹⁵⁾을 적용하였고, 그 이하에서는 선형 점탄성고체 방정식을 적용함과 동시에 열응력을 계산한다.^(3,4) 또한 수지는 열유변학적으로 간단성을 가진다고 가정한다. 따라서, 다른 온도에서의 전단계수의 시간에 따른 반응은 하나의 기준온도에서의 주곡선으로부터 전이 함수를 이용하여 구할 수 있게 된다.

$$\mu_T(t) = \mu_{Tr}(f(T)) \quad (17)$$

여기에서 μ_{Tr} 은 기준온도에서의 전단 계수이며 $f(T)$ 는 전이 함수이다.

앞에서의 가정에 따라 점탄성 고체의 미소변형에 대한 구성방정식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$s_{ij} = \int_0^\xi 2\mu(\xi - \xi') \frac{\partial e_{ij}}{\partial \xi'} d\xi' \quad (18)$$

$$\sigma_{ii} = 3K(\epsilon_{ii} - 3\alpha_0\Theta) \quad (19)$$

$\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}$ 는 각각 Cauchy 응력과 변형률 텐서의 요소이며 s_{ij}, e_{ij} 는 각각 편차 응력과 편차 변형률 텐서의 요소이다. 물질시간과 열팽창 계수는 유효온도의 함수로써 정의된다.

$$\xi = \int_0^t f(T_{eff}) dt' = \int_0^t \frac{1}{a_T(T_{eff})} dt' \quad (20)$$

$$\Theta = \frac{1}{\alpha_0} \int_{T_0}^{T_{eff}} \alpha(T') dT' \quad (21)$$

식 (17), (20), (21)에서 사용된 전이 함수는 높은 온도에서는 WLF 형을, 낮은 온도에서는 Arrhenius 형을 사용한다.

$$\frac{1}{f(T)} = a_T = \begin{cases} \exp\left[-\frac{A_1(T - T_r)}{A_2 + T - T_r}\right], & T > T_g - 20 \\ \exp[A_3 - A_4(T - 273)], & T \leq T_g - 20 \end{cases} \quad (22)$$

전단 계수를 Prony 급수형태로 나타내면 응력식

의 시간에 따른 증가를 단지 이전 응력과 시간간격 사이의 값들로 결정할 수 있다는 것이 알려져 있다. 두께방향은 3, 평면 방향을 1 과 2 로 가정하고, 유동으로 인한 잔류응력은 고려하지 않으므로 전단응력은 고려하지 않는다. 따라서 식 (18), (19)는 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$\sigma_{11} + p = \int_0^{\xi} 2\mu(\xi - \xi') \frac{\partial}{\partial \xi'} (\epsilon_{11} - \epsilon_{33}) d\xi' \quad (23)$$

$$\sigma_{22} + p = \int_0^{\xi} 2\mu(\xi - \xi') \frac{\partial}{\partial \xi'} (\epsilon_{22} - \epsilon_{33}) d\xi' \quad (24)$$

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} - p = 3K(\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33} - 3\alpha_0\Theta) \quad (25)$$

여기에서 $\sigma_{33} = -p$ 이며 $i \neq j$ 이면 $\sigma_{ij} = \epsilon_{ij} = 0$ 이다.

Prony 급수는 다음과 같이 여러 모드의 감소하는 지수 함수의 조합으로 나타내어진다.

$$\mu(\xi) = \mu_0 + \sum_{i=1}^n \mu_i e^{-\xi/\tau_i} \quad (26)$$

사출품의 형태로 인한 변형의 구속을 고려하기 위해서 경계조건에 대한 적절한 가정이 있어야 한다. 본 연구에서는 금형의 형태로 인한 평면방향으로의 변형에 대한 구속을 고려하였다.^(3,4,17) 제품이 평판들의 조합으로 이루어 졌다고 가정하면 다음의 경우들을 생각할 수 있다.

- 평면방향으로의 구속이 없을 때

$$\int_0^b \sigma_{11}(z) dz = \int_0^b \sigma_{22}(z) dz = 0 \quad (z=\text{방향 } 3) \quad (27)$$

- 한 방향(방향 1)으로만 구속이 있을 때

$$\epsilon_{11} = 0; \int_0^b \sigma_{22}(z) dz = 0 \quad (28)$$

- 모든 평면 방향으로 구속이 있을 때

$$\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0 \quad (29)$$

위의 세 경우 모두 두께방향의 변형은 금형내부에서는 일어나지 않는다고 가정하며, 이에 따라 금형 내에서의 모멘트는 응력 분포가 균형을 이루지 못하게 되면 0 이 되지 않을 수도 있다.

2.4 이형과 그 이후의 변형

이형 과정과 그 이후에서의 변형을 보기 위해서 열변형을 수반하는 탄성체로 가정하였다. 이형과정에서는 응력의 재분배가 일어나 정적 평형을 이루며, 그 결과 순간 변형이 발생한다. 한편 이형 이후에는 금형 밖에서 제품의 냉각에 따른 변형이 온도가 평형상태가 될 때까지 계속적으로 일어난다.

이형 과정에서 고분자는 다음과 같은 정적 평형방정식을 따른다.

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (30)$$

소변형과 등방성을 가정하면, 탄성체의 응력과

변형은 다음과 같다.

$$\sigma_{ij} = (\lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu \delta_{im} \delta_{jk})(\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^0) + \sigma_{ij}^0 \quad (31)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (32)$$

λ, μ 는 Lamé 상수이며, ϵ_{ij}^0 와 σ_{ij}^0 는 각각 초기 변형률과 초기 응력 텐서의 요소이다. 이 시스템은 선형 시스템이기 때문에 초기 변형률과 초기 응력텐서는 이형과정에서의 것과 이형이후의 것으로 나누어질 수 있으며 그 결과로 나타나는 변형률역시 이형과정에서 얻어진 것과 이형 이후에 구한 것으로 나누어 생각할 수 있다.

$$\epsilon_{ij}^0 = \epsilon_{ij}^{0,(1)} + \epsilon_{ij}^{0,(2)} \quad (33)$$

$$\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}^{0,(1)} + \sigma_{ij}^{0,(2)} \quad (34)$$

$$\epsilon_{ij}^r = \epsilon_{ij}^{r,(1)} + \epsilon_{ij}^{r,(2)} \quad (35)$$

윗 첨자에서 (1)은 이형과정의 것을, (2)는 이형이후의 것을 나타내며, $\sigma_{ij}^0, \epsilon_{ij}^0$ 는 각각 초기 응력과 초기 변형률의 요소, ϵ_{ij}^r 은 결과로 얻어진 변형률의 요소이다.

2.4.1 이형과정의 변형($\epsilon_{ij}^{r,(1)}$)

이형이 일어나게 되면 금형에 의해 구속되었던 제품이 변형되게 된다. 이 과정은 금형의 구속으로 인해 발생되어진 합 응력과 합 모멘트가 이형과정에서 정적 평형에 도달하기 위해 사라지면서 변형을 야기하는 것이다. 이것은 합 응력과 합 모멘트를 초기 응력으로 보아서 해석할 수 있다. 또한, 금형 내부에서 일어난 변형은 초기 변형률로 도입하였다. 엄밀히 이야기하면 금형 내부에서 일어난 변형은 이형과정에서 발생하는 순간 변형이 아니지만, 이 변형을 포함한 것이 이형 이후의 제품의 전체 변형이 되기 때문에 이형 과정에서 초기 변형률로 고려하였다.

2.4.2 이형 이후의 변형($\epsilon_{ij}^{r,(2)}$)

이형 이후의 변화는 냉각에 따라 온도변화로 인해 발생하는 열변형이므로 초기 응력에 의한 효과는 없다. 즉, $\sigma_{ij}^{0,(2)} = 0$ 이다.

유효온도에 따른 열변형은

$$\epsilon_{11}^{(2)} = \epsilon_{22}^{(2)} = \int_{T^{(1)}}^{T^{eff(2)}} \alpha(T'_{eff}) dT'_{eff}, \epsilon_{12}^{(2)} = 0 \quad (36)$$

이며 α 는 Tait 상태방정식(식 (10))에서 구해진다. 이 경우 열에 의한 변형을 특징짓기 위하여 유효 온도를 사용한 점에 유의할 필요가 있다. 유효 온도를 도입함으로써 고분자 수지가 보여주는

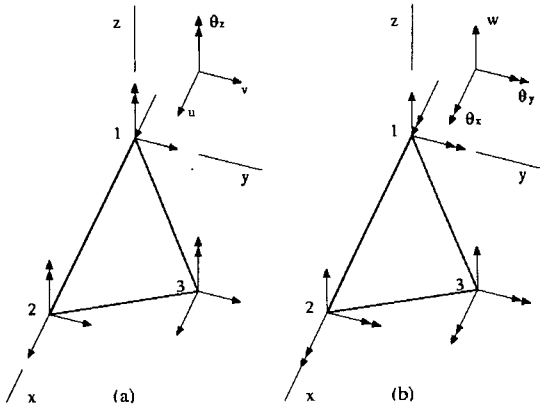


Fig. 2 Nodal degree of freedoms of (a) membrane and (b) plate bending element

체적 이완 현상을 고려할 수 있게 된다.

2.5 구조해석

앞에서 구한 응력과 변형 상태를 바탕으로 전체의 변형을 보기 위하여 변위에 기반한 쉘구조의 유한 요소해석을 수행하였다.

변형이 작은 경우 Fig. 2 와 같이 쉘 요소를 막 요소와 판굽힘요소의 조합으로 구현할 수 있다. 막요소로는 Bergan 의 회전 자유도를 막내변형에 사용한 삼각형 막요소⁽¹⁸⁾를 사용하였고, 판굽힘요소로는 Batoz 의 DKT 요소⁽¹⁹⁾를 사용하였다.

소변형일 경우 변형을 평면방향으로의 평균적인 변화를 나타내는 막변형과 두께 방향의 변형을 나타내는 판굽힘변형의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon(z) = \epsilon_m + z\kappa \quad (37)$$

ϵ_m 은 두께 방향으로 평균한 막 변형이고 κ 는 곡률이다. 얇은 판을 고려하고 있으므로 평면 응력 조건 ($\sigma_{zz} = 0$)을 가정하였고 횡 전단응력 (τ_{xz}, τ_{yz})의 효과는 무시하였다.

변형이 작은 경우 막변형과 판굽힘변형은 서로 독립적으로 일어난다고 가정할 수 있으므로 국소 좌표 시스템에서 초기 변형과 초기 응력의 효과를 고려한, 각 요소의 행렬식은 다음과 같이 막변형과 판굽힘변형이 서로 독립적으로 표현될 수 있다.

$$Ka = \begin{bmatrix} [K_m] & 0 \\ 0 & [K_p] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_{zi} \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix}_{i=1,2,3} = \begin{Bmatrix} f_{xi} \\ f_{yi} \\ M_{xyi} \\ f_{zi} \\ M_{xi} \\ M_{yi} \end{Bmatrix}_{i=1,2,3} = f_e \quad (38)$$

오른쪽의 행렬은 초기응력과 초기변형의 효과를 나타내고 있다.

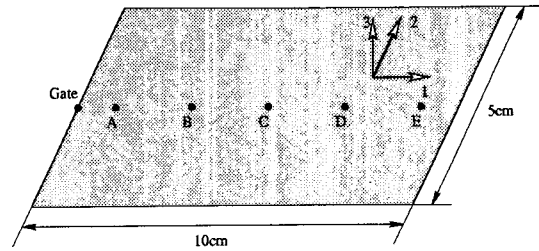


Fig. 3 Model A : Rectangular plate

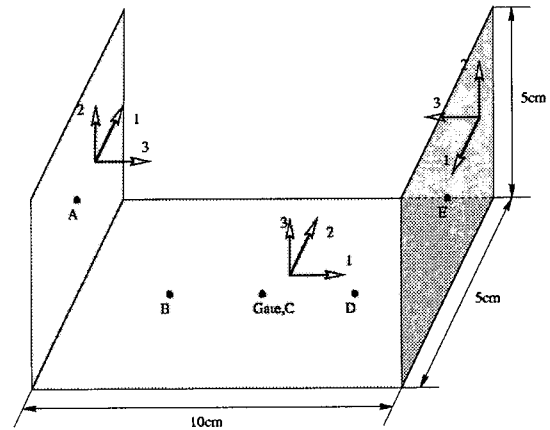


Fig. 4 Model B : Short channel

$$f_e = f_{e,initialstress} + f_{e,initialstrain} \quad (39)$$

$$f_{e,initialstress} = - \int_A \begin{bmatrix} [B_m] & 0 \\ 0 & [B_p] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \int_0^b \sigma^0 dz \\ \int_0^b \sigma^0 (z - \frac{b}{2}) dz \end{Bmatrix} dA \quad (40)$$

$$f_{e,initialstrain} = \int_A \begin{bmatrix} [K_m B_m] & 0 \\ 0 & [K_p B_p] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \int_0^b \epsilon^0 dz \\ \int_0^b \epsilon^0 (z - \frac{b}{2}) dz \end{Bmatrix} dA \quad (41)$$

여기에서 $[B_m], [B_p]$ 는 각각 막요소와 판굽힘요소에서의 각 절점의 자유도와 변형을 연결하는 행렬이고 $[K_m], [K_p]$ 는 각각의 강성행렬이다. 각 요소에서 계산된 행렬식은 일반 좌표계로 변환을 거쳐 전체 행렬식에 더해지게 된다.

3. 수치해석

3.1 사출 제품 모형

수치해석을 위하여 Fig. 3 및 Fig. 4 와 같은 형태를 수치모사 하였다. 두 경우 모두 두께는 0.2cm 이다.

Fig. 3 의 평판은 평면방향으로의 급형으로 인한 구속조건이 없기 때문에 응력과 변형률의 시간에 따른 발달을 보는 데에 있어서 식 (27)을 적용한다. Fig. 4 의 “ㄷ”자 모형에서 옆면은 평판과 같은

조건이 적용되지만, 밀면은 옆면으로인한 평면방향의 구속을 고려하여 식 (28)을 응력과 변형률의 시간에 따른 반응을 기술하는 데에 적용하였다. 또한 A, B, C, D, E 다섯 곳에서, 두께방향으로의 온도와 잔류응력의 분포를 관찰하였으며, 각 면에서의 국소 좌표계도 Fig. 3 과 Fig. 4 에 나타나 있다.

3.2 재료 물질 상수 및 성형 조건

3.2.1 재료 물질 상수

사용된 수지는 PS 로서 그 물질상수는 다음과 같다.

- 상태방정식

$$b_{1,i} = 1.00 \text{ cm}^3 / \text{g}, b_{1,s} = 0.982 \text{ cm}^3 / \text{g},$$

$$b_{2,i} = 5.718 \times 10^{-4} \text{ cm}^3 / \text{g} \cdot \text{K},$$

$$b_{2,s} = 2.304 \times 10^{-4} \text{ cm}^3 / \text{g} \cdot \text{K},$$

$$b_{3,i} = 239.5 \text{ g} / \text{cm} \cdot \text{s}^2, b_{3,s} = 280.5 \text{ g} / \text{cm} \cdot \text{s}^2,$$

$$b_{4,i} = 4.112 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}, b_{4,s} = 2.810 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$b_5 = 423 \text{ K}$$

- Prony 급수

μ_0	$2.64 \times 10^4 \text{ dynes} / \text{cm}^2$		
μ_1	$2.32 \times 10^9 \text{ dynes} / \text{cm}^2$	τ_1	$9.976 \times 10^{-4} \text{ s}$
μ_2	$4.34 \times 10^9 \text{ dynes} / \text{cm}^2$	τ_2	$9.976 \times 10^{-3} \text{ s}$
μ_3	$1.12 \times 10^9 \text{ dynes} / \text{cm}^2$	τ_3	$9.976 \times 10^{-2} \text{ s}$
μ_4	$1.16 \times 10^6 \text{ dynes} / \text{cm}^2$	τ_4	$9.976 \times 10^{-1} \text{ s}$
μ_5	$7.86 \times 10^6 \text{ dynes} / \text{cm}^2$	τ_5	$9.976 \times 10^0 \text{ s}$
μ_6	$1.68 \times 10^5 \text{ dynes} / \text{cm}^2$	τ_6	$9.976 \times 10^1 \text{ s}$
μ_7	$2.70 \times 10^5 \text{ dynes} / \text{cm}^2$	τ_7	$9.976 \times 10^2 \text{ s}$
μ_8	$1.63 \times 10^6 \text{ dynes} / \text{cm}^2$	τ_8	$9.976 \times 10^3 \text{ s}$

- 전이 함수

$$A_1 = 19.79, A_2 = 68.930 \text{ K}, T_r = 382.6 \text{ K}$$

$$A_3 = 15.0, A_4 = 0.09974 \text{ K}^{-1}$$

3.2.2 사출 성형 공정 조건

사출과정의 수치모사를 위하여 다음의 공정 조건을 적용하였다.

$$h = 1.47 \times 10^6 \text{ erg} / \text{s} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{K}$$

$$T_{w1} = 303.15 \text{ K}, T_{w2} = 333.15 \text{ K}$$

$$Q_{gate} = 20 \text{ cc} / \text{sec}$$

$$t_{pack} = 5 \text{ s}, p_{pack} = p_{gate}(t_{fill})$$

여기에서 h 는 금형 밖 대류 열전달 과정에 사용한 대류열전달 계수이다. T_{w1} 과 T_{w2} 는 금형 벽면의 온도이며, 아랫 면과 윗 면의 온도 차이가

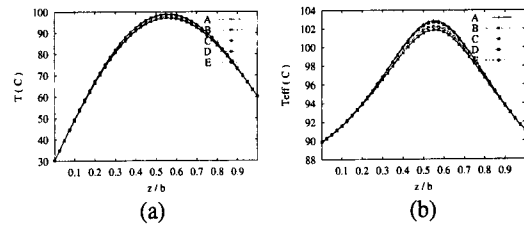


Fig. 5 The gapwise distribution of (a) temperature and (b) effective temperature of model A just before ejection

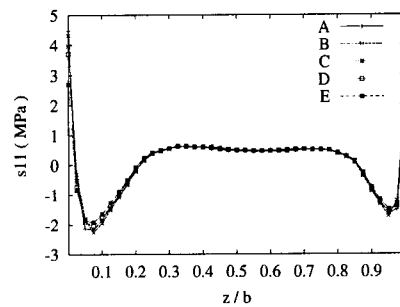


Fig. 6 The gapwise distribution of residual stress of model A in direction 1 just before ejection

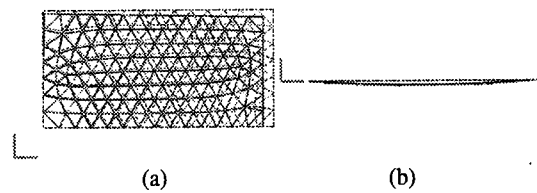


Fig. 7 The instantaneous deformation of model A at ejection with magnification factor of 50 : (a) top view, (b) front view

30 K 가 되도록 하여 사출과정에서 발생할 수 있는 온도의 불균형 현상을 볼 수 있게 하였다. 충전 공정의 게이트에서의 유량은 Q_{gate} 이며, 충전이 끝나는 순간의 게이트에서의 압력 $p_{gate}(t_{fill})$ 을 보압 공정에서 주어지는 압력으로 하였고 보압 시간, t_{pack} 은 5sec 으로 주어졌다.

4. 결과

4.1 금형내부에서와 이형과정중의 변형

4.1.1 평판

Fig. 5 에서는 이형시의 실제온도와 유효 온도의 두께 방향의 분포를 나타내었다. Fig. 5 의 (a)와 (b)를 비교해보면 중심쪽의 온도는 실제 온도와 유효 온도가 비슷하지만, 벽면으로 갈수록 실제온도보다 유효온도가 훨씬 큰 것을 볼 수 있다. 이것은

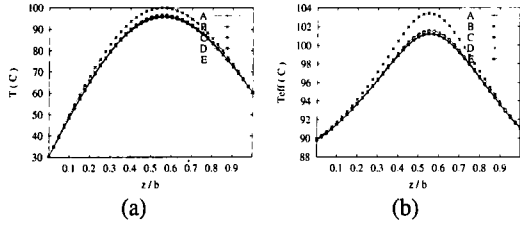


Fig. 8 The gapwise distribution of (a) temperature and (b) effective temperature of model B just before ejection

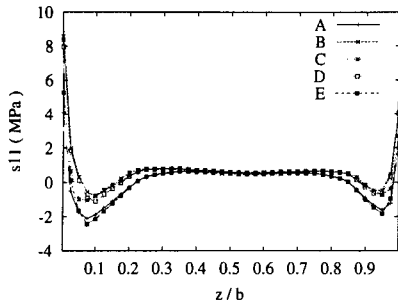


Fig. 9 The gapwise distribution of residual stress of model B in direction 1 just before ejection

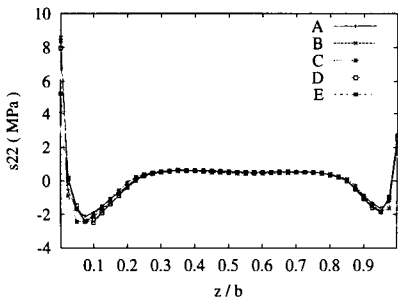


Fig. 10 The gapwise distribution of residual stress of model B in direction 2 just before ejection

벽면에 가까울수록 빠른 냉각을 겪게 되고 따라서 자유 체적이 많이 발생하였기 때문에 설명할 수 있다. 유효 온도의 양 벽면 온도의 차이는 아주 작아지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6 에서는 이형직전의 응력분포를 보여주고 있다. 중심에서부터 표면 방향으로 인장, 압축, 다시 인장의 변화를 보여주고 있는데 이것은 사출 성형 제품에서 볼 수 있는 특징적인 응력 분포이다. 금형 내부에서는 금형에 의해 힘이 제한되어 있기 때문에 위로 휘려고 하는 변형이 금형에 의해 제한받아서 아랫부분에서 더 큰 압축 응력으로 나타난다. 이형이 되면서 이 응력이 초기응력으로 작용하여 Fig. 7(b) 에 보여준 바와 같이 오목한 형태의 변형을 가져온다. 평면방향으로는 수축을 제한하는 요소가 없기 때문에 금형내의 압력이 0 으

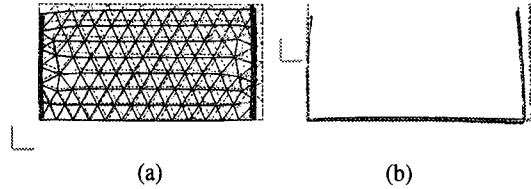


Fig. 11 The instantaneous deformation of model B at ejection with magnification factor of 100 : (a) top view, (b) front view

로 떨어졌을 경우 금형 내에서 수축이 자유롭게 일어나고 있었고, 이형과정에서 평면방향으로의 수축은 일어나지 않는다. Fig. 7(a) 에서 보여준 평면 방향의 수축량은 최대값이 $2.29 \times 10^{-2} \text{cm}$ 이며, 두께 방향의 휨량은 최대값이 $1.02 \times 10^{-2} \text{cm}$ 였다.

4.1.2 “ㄷ”자 모양

Fig. 8 과 Fig. 9 및 Fig. 10 은 이형직전의 두께 방향의 온도와 응력의 분포이다. Fig. 9 에서 밀면의 구속이 있는 방향으로의 응력분포는(1 방향, B, C, D) 두께방향으로 평형을 이루고 있지 않고 전체적으로 약간의 인장 상태임을 볼 수 있다. 이는 1 방향으로의 변형이 제한되어 있기 때문에 냉각에 의해 생긴 열에 의한 수축이 실제로 변형되지 못하고 인장응력으로 남은 것이다. 따라서 그림 Fig. 11(a) 에서 옆면이 있는 방향으로의 밀면의 수축은 Fig. 7(a) 와는 달리 이형 과정에서 발생하는 순간 변형이다. Fig. 10 의 밀면의 변형량은 전체적으로 Fig. 7 의 변형량보다 훨씬 작은 것을 볼 수 있다. 이것은 점성 이완에 의해 응력이 완화되었으며, 이형될 때의 낮은 온도에 의해 재료의 응력계수가 훨씬 커진 것으로 설명될 수 있다.

4.2 이형후 냉각에 의한 변형

Fig. 12 와 Fig. 13 은 이형후 2분이 흐른 후의 냉각에 따른 변형이다. 2 분이 지났을 경우 실제 온도는 거의 상온으로 떨어진 상태이다. Fig. 12 에서 평면방향 수축량은 $1.71 \times 10^{-2} \text{cm}$, 두께 방향의 휨량은 $4.43 \times 10^{-2} \text{cm}$ 이다. 이 변형은 앞의 변형과는 달리 이형 후의 냉각에 의하여 생기는 것이다.

이미 널리 알려진 바와 같이 온도가 높은 방향으로 오목하게 휘는 것을 볼 수 있다. 흥미로운 점은 Fig. 13(b) 와 Fig. 11(b) 를 비교했을 때 밀면에서의 휨이 나타나는 방향이 반대라는 점이다. Fig. 11(b) 에서 온도가 낮은 방향으로 휨이 나타나는 것은 Fig. 10(a) 에 나타나듯, 전체적인 인장 상태에서 표면에 가까운 부분에 있는 인장 영역이 영향을 미쳤기 때문이다.

유효온도 개념의 도입여부가 미치는 영향을 이해하기 위해 일부러 유효온도 개념을 도입하지 않

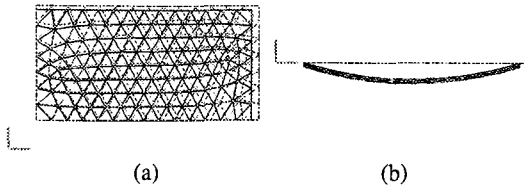


Fig. 12 The deformation of model A (two minutes after ejection with magnification factor of 50) : (a) top view, (b) front view

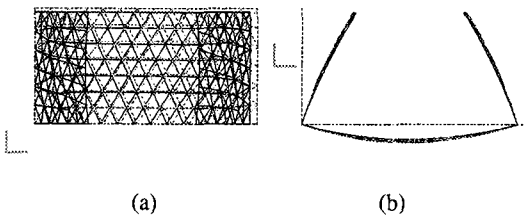


Fig. 13 The deformation of model B (two minutes after ejection with magnification factor of 50) : (a) top view, (b) front view

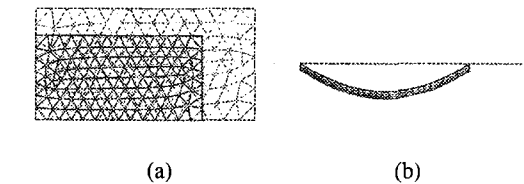


Fig. 14 The deformation of model A (two minutes after ejection with magnification factor of 10) : (a) top view, (b) front view

은 경우를 해석해 보았다. Fig. 14 는 유효 온도가 실제 온도를 변형의 기준으로 했을 경우의 결과이다. 이형될 때의 온도에서 상온으로 변했을 경우를 가정하고 그 과정에서의 변형을 알아보았다. 평면 방향으로의 수축량은 $5.99 \times 10^{-1} \text{cm}$, 두께 방향으로의 휨량 $3.86 \times 10^{-1} \text{cm}$ 을 얻었다. 이 결과를 유효 온도를 바탕으로 한 결과와 비교해보면 실제 온도로 계산했을 경우에 훨씬 큰 변형을 예측하는 것을 알 수 있었다. 본 연구에서는 도입하지 않았지만, 응력의 해석에 점탄성 모델을 도입한다면, 본 연구에서 얻은 결과보다 더 작은 변형이 예상되며 이는 앞으로 더욱 연구해야 할 과제가 될 것이다.

5. 결 론

본 연구에서는 금형 내부에서의 변형, 열 응력의 발달과 이형과정 및 그 이후에 일어나는 변형을 관찰하였다. 그 결과 금형에 의해 생성된 열 응력이 이형되는 과정에서 순간 변형을 일으키는

것을 볼 수 있었고 자유 체적 이론에 근거하여 예측한 변형량이 실제 온도에 근거하여 예측한 변형량보다 작음을 확인하였다. 이형 이후의 점탄성을 고려한 변형 모델 확립과, 실험적 검증이 앞으로의 연구 과제가 될 것이다.

후 기

이 연구는 국가지정연구실사업(2000-N-NL-01-C-148)의 일환으로 수행되었으며 이에 감사한다.

참고문헌

- (1) Kim, I. H., Park, S. J., Chung, S. T. and Kwon, T. H. 1999, "Numerical Modeling of Injection/Compression Molding for Center-Gated Disk: Part I. Injection Molding with Viscoelastic Compression Fluid Model," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 39, No. 10, pp. 1930~1942.
- (2) Kim, I. H., Park, S. J., Chung, S. T. and Kwon, T. H. 1999, "Numerical Modeling of Injection/Compression Molding for Center-Gated Disk: Part II. Effect of Compression Stage," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 39, No. 10, pp. 1943~1951.
- (3) Lee, Y. B., Kwon, T. H. and Yoon, K. H., "Numerical Prediction of Residual Stresses and Birefringences in Injection/Compression Molded Center-gated Disk: Part I. Basic Modeling and Results for Injection Molding," submitted to *Polymer Engineering Science*.
- (4) Lee, Y. B., Kwon, T. H. and Yoon, K. H., "Numerical Prediction of Residual Stresses and Birefringences in Injection/Compression Molded Center-gated Disk: Part II. Effects of Processing Conditions," submitted to *Polymer Engineering Science*.
- (5) St. Jacques, Michael, 1982, "An Analysis of Thermal Warpage in Injection Molded Flat Parts Due to Unbalanced Cooling," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 22, No. 4, pp. 241~247.
- (6) Jansen, K. M. B., 1994, "Residual Stresses in Quenched and Injection Moulded Products," *International Polymer Processing*, IX, pp. 82~89.
- (7) 정성택, 김진곤, 구분홍, 2000, "단섬유 보강 이방성 사출성형품의 휨 해석," *대한기계학회논문집 A*, Vol. 24, pp. 1968~1977.
- (8) Lee, E. H., Rogers, T. G. and Woo, T. C., 1965, "Residual Stresses in a Glass Plate Cooled Symmetrically from Both Surfaces," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 48, No. 9, pp. 480~487.
- (9) Santhanam, N., Chiang, H. H., Himasekhar, K., Tuschak, Peter and Wang, K. K., 1992, "Postmolding and Load-Induced Deformation Analysis of Plastic Parts in the Injection Molding Process," *Advances in Polymer Technology*, Vol. 11, No. 2, pp. 77~89.
- (10) Kabanemi, K. K., Vaillancourt, H., Wang, H. and Salloum, G., 1998, "Residual Stresses, Shrinkage, and

- Warping of Complex injection Molded Products: Numerical Simulation and Experimental Validation," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 38, No. 1, pp. 21~37.
- (11) Wang, H., Kabanemi, K. K. and Salloum, G., 2000, "Numerical and Experimental Studies on the Ejection of Injection-Molded Plastic Products," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 40, No. 3, pp. 826~840.
- (12) Chiang, H. H., Hieber, C. A. and Wang, K. K., 1991, "A Unified Simulation of the Filling and Postfilling Stages in Injection Molding. Part I: Formulation," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 31, No. 2, pp. 116~124.
- (13) Chiang, H. H., Hieber, C. A. and Wang, K. K., 1991, "A Unified Simulation of the Filling and Postfilling Stages in Injection Molding. Part II: Experimental Validation," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 31, No. 2, pp. 125~139.
- (14) Leonov, A. I., 1976, "Non-equilibrium Thermodynamics and Rheology of Viscoelastic Polymer Media," *Rheol. Acta*, Vol. 15, pp. 85~98.
- (15) Tait, P. G., 1888, Physics and Chemistry of the Voyage of H.M.S. Challenge, Vol. II, Scientific Papers LXI: Vol. II, p. 1.
- (16) Shyu, G. D., 1993, "Birefringence and Residual Stresses in Molded Articles of Amorphous Polymers," PhD thesis, The University of Akron.
- (17) Jansen, K. M. B., Pantani, R. and Titomanlio, G., 1998, "As-Molded Shrinkage Measurements on Polystyrene Injection Molded Products," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 38, No. 2, pp. 254~264.
- (18) Bergan, P. G. and Felippa, C. A., 1985, "A Triangular Membrane Element with Rotational Degrees of Freedom," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 50, pp. 25~69.
- (19) Batoz, J. C., Bathe, C. J. and Ho, L. W., 1980, "A Study of Three-Node Triangular Plate Bending Elements," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15, pp. 1771~1812.