

선상가열 판변형 해석을 위한 고유변형도 영역의 결정법

장창두*, 하윤석**, 고대은***, 문성춘****

Determination of Inherent Strain Regions to Estimate Plate Deformation by Line Heating

Jang, Chang Doo*, Ha, Yun Sok**, Ko, Dae Eun***
and Moon, Sung Choon****

요 약

선상가열에 의한 판 변형 예측은 고유변형도법에 의해 효율적으로 예측할 수 있다. 종래의 용접에서의 고유변형도 결정 방법은 용접 실험을 통하여 온도분포와 강의 상변태 영역(Ac3)을 시편을 절단하여 계측하고 이를 고유변형도 영역으로 간주하는 것이었다. 선상가열의 현상은 용접과 유사하므로, 용접과 같은 조건 하에서 얻어진 결과를 그대로 선상가열 해석에 이용하여 왔으나 이 결과는 가열 패턴이나 판 두께에 제한을 가지고 있다. 또한 현장에서는 선상가열 후 수냉 처리하는데 그 과정에서 강이 원래의 상으로 돌아가지 않고 마르텐사이트가 되면서 전단 소성 변화를 일으킨다는 점에 착안하여, 본 연구에서는 종래에 시편의 온도계측과 상변태 영역을 직접 계측하는 파괴검사법을 FEM을 이용한 이론해석으로 대체하였다. 즉, 임의의 적절한 열속 모델에 대한 온도 분포를 얻고, 조직변화에 따라 추가적으로 발생하는 소성 영역을 고려하기 위하여 공식 온도 영역까지 포함시켜 온도계측과 파괴실험 없이 순수한 이론만으로 고유변형도 영역을 결정하는 새로운 방법을 제안하였다. 이 방법으로 결정된 영역을 이용하여 판의 변형을 예측하고 실험 결과와 비교하여 잘 일치함으로써 본 논문에서 제안한 방법의 유효성을 입증하였다.

※Keywords: line-heating(선상가열), inherent strain(고유변형도), water-cooling(수냉), phase transformation(상변태), thermal elasto-plastic analysis(열탄소성해석)

Abstract

The inherent strain method is known to be very effective in predicting the plate deformation by line heating. Traditionally the inherent strain regions have been

접수일자: 2001년 4월 18일, 승인일자: 2000년 11월 19일

*정회원, 서울대학교 조선해양공학과 정교수 (E-mail: cdjang@snu.ac.kr)

**학생회원 서울대학교 조선해양공학과 박사과정 (E-mail: lunxi@hanmail.net)

*** 정회원, 서울대학교 조선해양공학과 박사 후 과정 (E-mail: deko@dreamwiz.com)

**** 정회원, 서울대학교 조선해양공학과 박사과정 (E-mail: mschoon@dreamwiz.com)

determined from the temperature distribution and the phase transformation regions (Ac_3) of welding experiments. Since the phenomena of line heating are similar to those of welding, the experimental results under the same welding conditions have been applied directly to line heating analysis. The results cannot, however, reflect the effect of heating pattern and plate thickness. Besides, water-cooling in the actual heating process can alter the steel's phase to martensite and shear plastic deformation occurs during the transformation.

In this study, the experimental measurement of temperature distribution was substituted with a transient heat transfer analysis using FEM so that we could obtain the temperature distribution according to heat flux models of the heating pass. In order to consider plastic strains occurring additionally under phase transformation, inherent strain regions were assumed to be limited to the eutectoid temperature (Ac_1). Using the regions, plate deformations could be predicted to validate our method and the results were in good agreement with the experimental ones

1. 서 론

선상가열에 대한 판의 변형 해석 연구는 열탄소성 해석법과 고유변형도 해석법 크게 두 가지 방향에서 연구되어져 왔는데 계산시간면의 효율성이라는 관점에서 주로 후자가 이용되고 있다(Jang 등, 2000). 그러나 이 방법은 고유변형도 영역을 적절히 가정해야 한다는 어려움이 있다. 이에 Satoh 등(1976)은 용접실험을 통해 얻은 고유변형도 영역의 폭과 깊이를 제시하고 있으며 그 형상을 타원형으로 가정하였다. Ko 등(1999)은 이 영역을 근거로 굽힘 모멘트와 수축력 등을 계산하여 탄성적으로 변형량을 구할 수 있음을 보였다.

그런데 현장의 선상가열의 모습은 용접과는 다른 양상을 가진다. 첫째, 용접은 열원이 끈게 따라가는 경우에 대한 연구가 대부분이나 실제 선상가열은 열량을 판재에 분산 투입해 진행되는 워빙 방식을 이용하고 있다. 둘째, 외판의 곡가공을 위주로 하는 선상가열은 2차부재의 조립을 위주로 하는 용접에 비해 가열판의 두께가 매우 두꺼운 경우까지 확장되며 작업 효율의 향상을 위해서 입열원의 크기도 점점 증가하는 추세다. 마지막으로 선상가열은 생산성을 위하여 가열부위를 급속히

냉각시킨다. 이 과정에서 연강은 변태된 결정구조가 원래대로 돌아오지 못하게 되며 결정조직의 차이로 소성영역이 추가로 형성된다.

기존에 고유변형도 영역으로 제시한 열영향부라는 것은 상변태 완료시점(Ac_3)까지를 뜻했다. 상변태가 진행되면 재료는 높은 비열값과 낮은 열전도 계수를 갖는다. 따라서 상변태가 진행되는 구간이 발생하면 입열의 영향이 상대적으로 커지는 구간에 대한 경계를 형성하게 되므로 기존 연구에서 상변태와 열영향부를 관련시켰던 것은 합리적이었다. 이번 연구에서는 여기에 수냉으로 인한 추가 소성역을 고려하기 위하여 고유변형도 영역을 상변태를 경험하는 모든 영역인 상변태 시작시점(Ac_1)으로 결정할 것을 제안하였다. 이 온도는 탄소함량에 무관한 것으로서 선상가열의 해석에 범용성을 갖게 해 준다.

가열방식이나 입열원의 용량, 그리고 판두께에 구애받지 않고 고유변형도 영역을 결정하려고 하는 바, 이에 대해서는 FEM 과도 열전달 해석으로 종래의 실험을 대체하였다. 여기에는 Lee(1999)가 선상가열 열탄소성 해석에 사용하던 강의 물성치를 그대로 사용하였다.

위빙과 수냉을 통한 선상가열 실험을 수행하고, 제시한 방법으로 고유변형도 영역을 결정하여 변형량을 해석한 결과가 실험과 매우 근사함을 확인하였다. 현장의 가열방식으로 고려된 위빙가열 패턴에 대해서는 위빙 입열 모델링을 사용하였다 (Jang, 2001). 이러한 고유변형도 영역의 결정 방법은 선상가열보다 난해하게 여겨지는 삼각가열까지 해석을 확장하는데 있어서 반드시 필요한 것이다.

2. 용접 실험을 통한 연강의 열영향부

Satoh(1976)는 Adams가 제안한 등온도 곡선식(1)과 직접 수행한 SMAW, GMAW 같은 용접 실험식의 결과(2)를 통하여 열영향부의 형상을 두께에 대한 무차원의 수로 나타내었다.

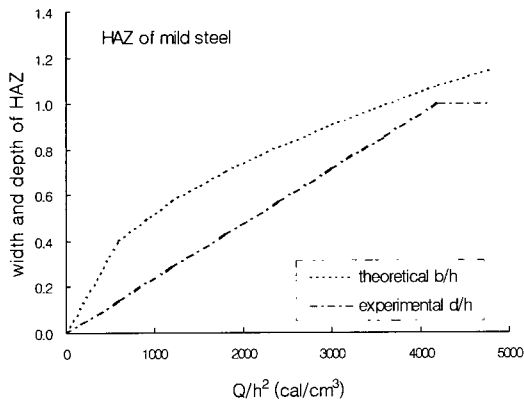


Fig.1 Effect of heat input on HAZ geometry by Satoh

$$b = 9.67 \sqrt{\frac{q}{v(T_{\max} - T_i)}} \quad (1)$$

여기서, b : 열영향부의 폭 (mm)
 q : 입열량 (cal/sec)
 v : 입열원의 속도 (cm/sec)
 T_{\max} : 사용된 강의 Ac_3 ($^{\circ}C$)
 T_i : 상온($^{\circ}C$)

$$d = \frac{1}{420} \frac{q}{vh} \quad (2)$$

여기서, d : 열영향부의 깊이 (mm)
 h : 가열판의 두께 (mm)

Ac_3 는 열영향부의 폭을 결정하는 인자로서 강이 오스테나이트로의 상변태가 완료되는 온도시점을 나타낸다. 이것은 식(3)과 같이 포함된 불순물의 함수로 표현되는데 주로 탄소당량으로 상변태 완료온도가 결정된다(Han 등, 1995).

$$Ac_3 = 910 - 203\sqrt{C} - 15.1Ni + 44.7Si + 104V + 31.5Mo + 13.1W \quad (3)$$

3. 강 상변태

식(3)에서와 같이 오스테나이트로의 상변태가 완료되는 시점은 탄소의 영향을 크게 받으며 그 범위는 $727 \sim 912^{\circ}C$ 까지 매우 넓다. 이러한 상변태가 시작하는 온도시점도 강이 함유하는 불순물의 당량으로 식(4)와 같이 정리할 수 있다 (Han 등 1995).

$$Ac_1 = 723 - 10.7Mn - 16.9Ni + 29.1Si + 16.9Cr + 290As + 6.38W \quad (4)$$

Fig.2에 연강에 해당하는 탄소당량에 대해 Ac_1 , Ac_3 구간을 도시하였다. 온도 상승 과정에서 Ac_1 과 Ac_3 사이의 페라이트(α)와 오스테나이트(γ)가 공존하는 영역대를 볼 수 있으며 탄성 계수가 25분의 1 이하로 떨어지는 역학적 녹는점이나 Jang 등(2000)이 제시한 상변태 온도가 이 구간과 일치한다(Ko 등, 1999). 또한 공식온도라 불리는 Ac_1 는 탄소함량과 무관한 것을 Fig.2와 식(4)를 통해 알 수 있다.

서론에서 밝힌 것처럼 상변태영역을 왜 열영향부로 쉽게 치환할 수 있는 지에 대해서는 Fig.3을 통해 설명할 수 있다. 상변태 온도구간 근처에

서 비열은 결정조직의 변화에 사용되는 잠열로 인해 높은 값을 갖게 되고 또한 열전도계수마저 급격히 낮아진다. 따라서 임의의 이동 열원에 의해 재료의 상변태가 진행되면 상변태가 진행되는 외부의 지역으로는 열이 제대로 전도되지 못한다. 그러므로 상변태가 진행되면 상대적으로 열의 영향이 큰 부분에 대한 경계가 형성되며 열원이 지나간 후에도 공기의 대류현상 만으로는 쉽게 냉각되지 않는다.

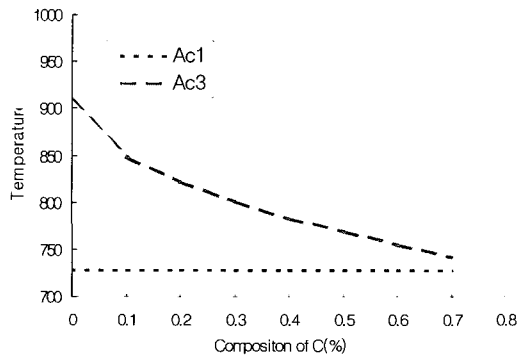


Fig.2 Fe-Ceq diagram

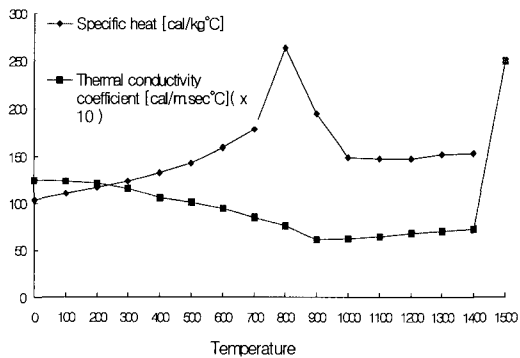


Fig.3 Thermal conductivity coefficient and specific heat

4. 선상기열의 수냉

현장의 곡가공은 Fig.4의 모습처럼 반드시 수냉이 뒤따른다. Satoh(1969)는 실험을 통하여 수냉이 각변형을 더 크게하지는 않는다는 것을 밝

힌 바 있다. 실제로 박판에서는 수냉으로 인한 온도의 역전 현상으로 역의 각변위가 생성되기도 한다. 이에 Satoh(1969)는 가장 효율적인 것으로 배면 수냉을 지적하기도 하였다.

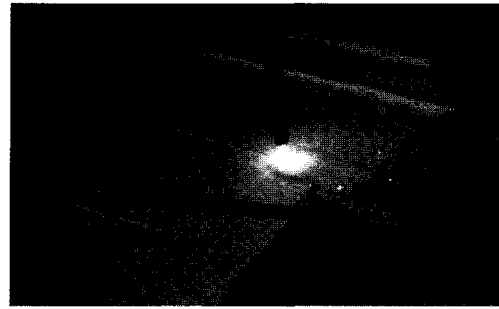


Fig.4 Water cooling

그럼에도 불구하고 현장에서는 다음의 이유들로 반드시 수냉을 실시한다. 첫째, 판이 빨리 식어주지 않으면 계속해서 인접라인을 가열해야 하는 작업자에게 불편함과 위험요소가 된다. 둘째, 가열선 인접부의 판의 온도가 상승된 채 작업을 하게 되면 식(1)에 의해 열영향부의 폭이 감소하고 변형의 속도가 느려진다. 따라서 작업이 부정확해지고 능률도 떨어지게 된다. 마지막으로 식을때까지 기다리는것도 공정의 일정상 매우 비효율적이다.

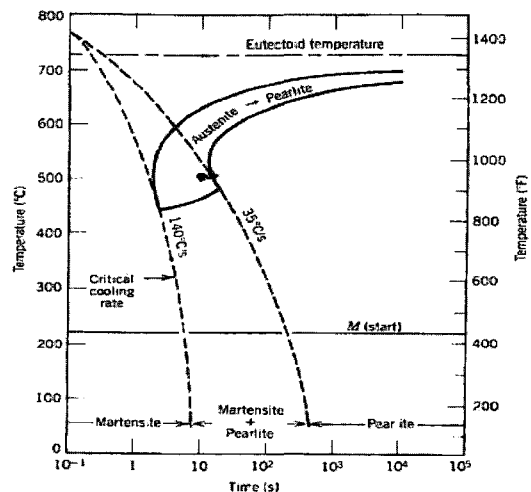


Fig.5 Continuous cooling Transformation diagram

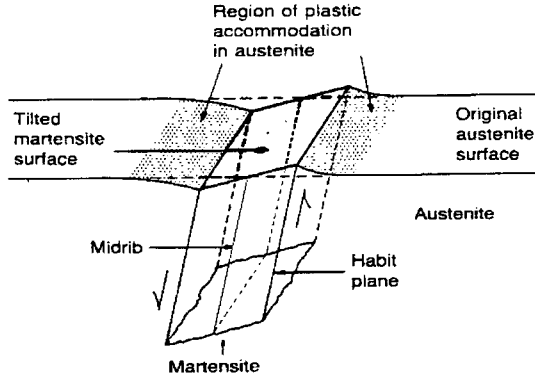


Fig.6 Shear of martensite

Fig.5의 연속 냉각곡선은 급속냉각시에 연강의 결정구조는 원래대로 돌아오지 못하고 마르텐사이트라는 새로운 조직으로 상변태되는 것을 보여주고 있다. 수냉으로 인한 이러한 상변태는 온도상승과정에서 사용된 물성치를 온도하강시에는 사용할 수 없게 하므로 기존의 열탄소성 해석의 결과를 신용할 수 없도록 하고 있다.

새로운 결정구조인 마르텐사이트의 역학적 특성이 규명되어야 하는 것 이외에도 Fig.6은 상변태하는 과정에서 두 결정간의 차이가 상당한 소성변형을 일으키는 것을 보여준다(Han, 1995). 이것은 오스테나이트로부터 발생하는 것으로서 종전에 고유변형도 영역으로 고려한 Ac_3 이외의 곳에서도 오스테나이트 상이 있는 곳이면 소성변형구간이 생성된다고 볼 수 있다. 따라서 본 논문에서는 이러한 추가적인 소성영역을 고려하여 상변태가 일어나기 시작하는 Ac_1 을 합리적인 고유변형도 영역으로 결정하는 것을 제안한다.

5. FEM 과도 열전달 해석

선상가열의 열전달 역학적 특성은 입열량이 많고 표면온도가 높은 경우에 대해서 용접과 매우 유사하다. 그러나 변형방지를 반드시 고려해야 하는 용접과 최대변형을 고려해야하는 선상가열은 각기의 목적을 바탕으로 서로 다른 형태의 가열패

턴이 사용되고 있다.

선상가열은 적당한 깊이까지는 열을 침투시켜야 강판의 최고 굽힘을 유도할 수 있지만 재료가 녹지 않아야 하는 상반된 제한 조건을 가지고 있으므로 열량을 분산 투입시키는 위빙 가열방식이 가장 널리 사용되고 있다(Ha, 2001). 위빙 가열방식의 열속은 Fig.7과 같은 모델링을 사용하였다(Jang, 2001). 특히 본 연구에서는 2차원 열전달 해석으로 이동열원의 특성을 반영하기 위해 과도해석을 수행하였다. 토치의 시간당 입열량은 가스압, 판과의 거리, 노즐 지름 등 많은 변수를 가지고 있다. 이것은 같은 조건의 직선가열방식의 판 중앙 가열 실험을 통하여 굽힘량으로부터 역추적하여 사용한다(Jang, 1997). 기존의 입열량 추정식의 계수들은 본 연구에서 제안하는 고유변형도 영역의 결정법에 따라 식 (5)와 같이 정리할 수 있다(Ko, 1999).

$$\frac{4D}{B} = (\sqrt{\frac{q}{vh^2}})^3 \epsilon_y^* [1 - 0.02122 \frac{q}{vh^2}] \quad (5)$$

- 여기서, ϵ_y^* : 횡방향 고유변형도
- B : 가열판의 폭 (mm)
- D : 판 중앙부의 처짐량 (mm)

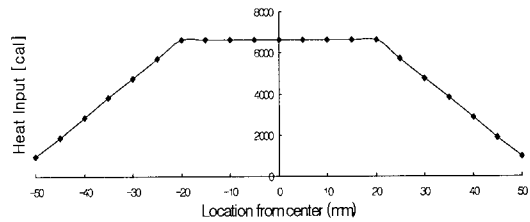


Fig.7 Heat flux model of weaving

Fig.8에 과도 열전달 해석을 통한 상변태 경형 영역을 가열선의 중앙부터 도시하였다. 본 연구에서 고유변형도 영역 결정의 두 중요 인자로 생각하는 상변태구간의 폭과 깊이비를 Fig.8로부터 모두 얻을 수 있다. 이러한 온도분포해석은 열탄소성해석에 비해 매우 빠르게 이루어진다. 열전달 해석의 결과는 Fig.9처럼 가열판의 절단면에 대한 현미경 관찰결과를 통해서 정확성을 검증할 수

있다. 상부(마르텐사이트)의 사진은 상변태 영역 내의 조직으로써, 하부(페라이트)와는 다른 결정 조직을 갖고 있음을 볼 수 있다.

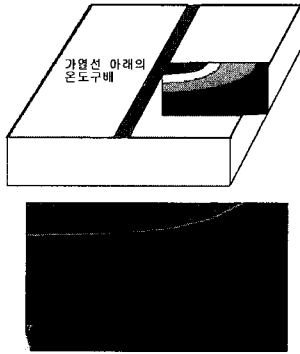


Fig.8 Maximum phase transformation region by using FEM transient heat transfer analysis

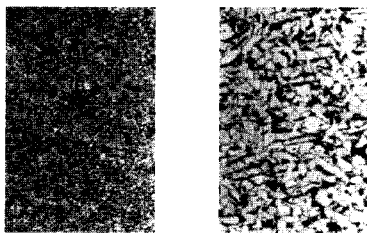
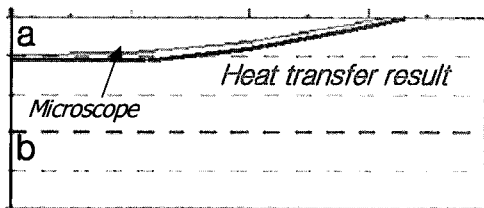


Fig.9 Microscopic observation of phase transformation region

본 연구에서는 상변태 해석의 깊이비를 식(6)과 같이 치환되는 탄성력의 주요 인자로 정리하였다. 항복응력(σ_y)과 열팽창계수(α) 그리고 탄성계수(E)가 모두 온도의 함수임을 고려하면 식(7), (8)을 통하여 횡굽힘을 결정하는 모멘트가 판두께와 깊이비만의 함수로 나타냄을 보일 수 있다

(Ko, 1999).

$$\begin{aligned} m_y &= \frac{1}{6} E(T_y) \epsilon_y^* h^2 \frac{d}{h} \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \frac{d}{h} \right) \\ M_x &= \frac{1}{6} E(T_x) \epsilon_x^* b h^2 \frac{d}{h} \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \frac{d}{h} \right) \\ f_y &= \frac{\pi}{4} E(T_y) \epsilon_y^* h \frac{d}{h} \\ F_x &= \frac{\pi}{4} E(T_x) \epsilon_x^* b h \frac{d}{h} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

m_y : 단위 길이당 등가 횡굽힘 모멘트 ($kgf \cdot mm/mm$)
 M_x : 등가 종굽힘 모멘트 ($kgf \cdot mm$)
 f_y : 단위 길이당 등가 횡수축력 (kgf/mm)
 F_x : 등가 종수축력 (kgf)

$$T_y = T_c \frac{\pi}{4} \frac{d}{h} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_y^* &= \{ \alpha(T_c) - \alpha(T_y) \} \cdot T_c + \alpha(T_y) \cdot T_y \\ &+ (1 + \nu) \frac{\sigma_y(T_y)}{E(T_i)} + (1 - \nu) \frac{\sigma_y(T_i)}{E(T_i)} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, T_y : 깊이방향의 온도구배 ($^{\circ}C$)

T_x : 판폭방향으로의 온도구배 ($^{\circ}C$)

T_c : 공석 온도(A_{c1}) ($^{\circ}C$)

열전달 해석으로 얻어지는 고유변형도 영역의 폭은 횡굽힘 모멘트에는 반영되지 않는다. 이것은 모멘트가 작용하는 위치를 결정하기 때문에 탄성 해석에서의 요소 분할에 지침이 된다. 본 연구에서는 shell요소를 사용하여 탄성 해석을 수행하였다.

6. 워빙 가열 실험 결과

2장(1000mm × 1000mm × 25mm)의 선급강종 mild A 시편을 사용하여 본 연구의 타당성을 검증하기 위한 실험을 수행하였다. Fig.10과 같이 하나의 시편은 한 개의 가열선을 다른 하나에는 3개의 가열선을 두었다. 각 판은 12.5cm씩의 등간격으로 81개의 측정점(9 by 9)을 펀치로 마킹하여 가열전에 레이저계측기로 초기 처짐을 측정하고 가열 후에 그 점들의 처짐을 다시 찍어본 후 그 편차를 굽힘에 의한 처짐량의 결과로 삼았다.

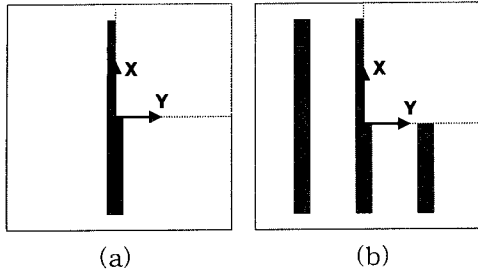


Fig.10 Coordinate of 1/4 sym. analysis

Fig.12에 나타난 Experiment의 9점들은 Fig.10의 Y-axis상에 존재하는 점들이다. 판두께에 따른 가열시간 및 수냉방법은 기본적으로 현장의 실제 작업조건에 따라 숙련자가 직접 가열하였다. 실험에 사용된 25mm 판의 경우 한 라인에 대하여 32sec동안 가열되었으며 이 시간과 식(5)를 통해 계산한 입열량과 실험시의 위빙폭은 Fig.7에 나타내었다.

이 실험을 과도 열전달 해석에 반영하기 위하여 해석시간을 구하여야 한다. 가열시간으로부터 토치의 이동속도를 구할 수 있으며 열속의 영향반경은 일반적으로 3cm정도를 가정(Jang, 2001)하므로 이를 통하여 본 과도 열전달 해석은 16.1초 동안 이루어졌다. 상변태 시작구간까지의 열전달 해석의 결과는 Fig.8과 같이 주어지므로 제한한 대로 이 부분을 고유변형도 영역이라고 가정한다면 0.2의 깊이비와 28mm의 반폭을 얻게 된다. 전자는 식(6)에 의해 굽힘모멘트를 구하는데 쓰이고 후자는 굽힘해석시의 최소단위의 mesh간격으로 결정된다.

Fig.10과 같이 3개의 가열선이 있는 판을 해석할 경우 종래의 열탄소성 해석으로는 계산시간 때문에 해석이 거의 불가능하지만 고유변형도 해석법으로는 수분정도의 열전달 해석과 수초내의 탄성해석정도의 시간에 결과를 얻을 수 있다. 종래에 선상가열의 고유변형도 영역이 단순히 공식에 의해 도출되는 것에 비하여 본 연구에서는 영역의 새로운 제안에 의하여 열전달 해석부분이 추가되었다. 그러나 열탄소성해석에 비하여는 해석 시간 면에서도 여전히 큰 장점을 지닌다.

Fig.11에서 해석을 통한 판변형의 모습을 볼

수 있으며 Fig.12를 통해 수치적으로 실험결과와 비교할 수 있다. Fig.12의 비교를 통해 다수의 가열선에 의해 큰 변형이 일어날수록 상대적인 에러요인의 비중이 줄어들어 제시한 방법을 통한 해석이 상당한 정도로 정확함을 볼 수 있다.

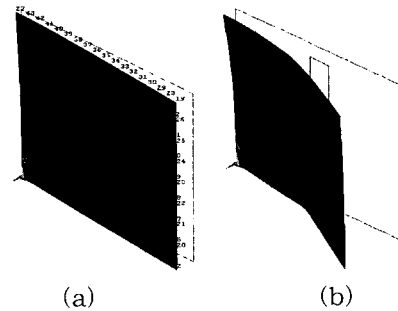


Fig.11 Deformed shape of analysis result

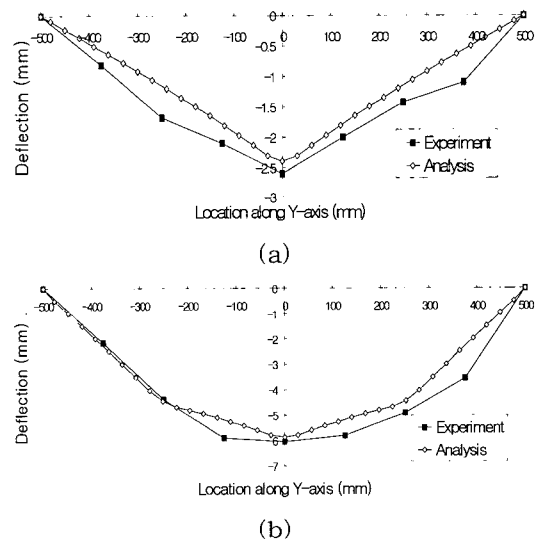


Fig.12 Deformation along Y-axis

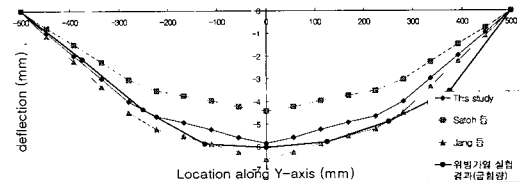


Fig.13 Comparison with traditional studies

Fig.13에서는 고유변형도 영역결정과 관련한 종래의 연구결과를 이용하여 이번 실험의 결과를 예측한 것과 본 연구의 예측결과를 비교한 것이다. 종래의 간이식들은 직선가열패스를 가정하고 있기 때문에 그대로 적용할 수는 없으므로 온도분포해석 결과에서 각기 고유변형도 영역으로 주장했던 영역을 먼저 구하여 등가 하중을 계산하는 방법을 취했다. Fig.13은 용접연구를 위한 satoh의 식은 굽힘량이 매우 낮게 평가된 것을 보여준다. 또한 선상가열을 위한 Jang 등의 연구결과는 실험결과와 유사하기는 하지만 고유변형도 영역으로 결정된 역학적 녹는점이 강의 탄소함량에 크게 좌우되므로 이 온도가 A_{C1} 과 많은 차이를 보이는 경우에는 해를 신용할 수 없다.

7. 결 론

이상의 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 선상가열시 발생하는 강의 상변태를 고려하여 합리적인 고유변형도 영역의 결정 방법을 제안하였으며 이에 따라 선상가열에 의한 판의 변형을 효율적으로 예측 할 수 있음을 보였다.

둘째, 선상가열시 수냉이 유발하는 강의 재료적 특성을 역학적으로 해석하여 급속히 냉각되는 과정에서 발생하는 상변태를 고려함으로써 기존의 연구에서는 고려하지 못했던 추가소성영역을 합리적으로 반영하였다.

셋째, 임의의 가열 패턴에 대해서도 과도 열전달 해석만으로 고유변형도 영역을 결정할 수 있도록 하였다. 또한, 기존의 연구결과(Ko, 1999)와 결합하여 범용성을 증대시킴으로써 삼각가열의 해석에도 응용할 수 있다.

마지막으로, 실제 현장조건에 부합하는 선상가열 실험을 실시하여 계산결과와 비교하여 잘 일치함으로써 본 논문에서 제안한 해석법의 유효성을 입증하였다.

후 기

이 논문의 실험은 삼성중공업의 도움으로 이루어

어졌으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 고대은, 장창두, 서승일, 이해우. 1999 "곡가공 자동화 시스템을 위한 선상가열에 의한 변형의 실시간 시뮬레이션," 대한조선학회 논문집, 제 36권 제4호, pp. 116-127.
- 이장현, 1999. "유한요소법과 다변수 해석을 이용한 선상가열 가공조건과 변형량과의 관계", 박사학위논문, 서울대학교,
- 장창두, 고대은, 김병일, 박정웅. 2001 "열간가공에 의한 판의 변형특성에 관한 실험적 연구," 대한조선학회 논문집, 제38권 제2호, pp. 62-70.
- 장창두, 고대은, 문성춘, 서용록. 2001 "삼각가열에 의한 판 변형의 시뮬레이션," 대한조선학회 논문집, 제38권 제4호
- 장창두, 서승일, 고대은. 1997. "간이 열탄소성 해석을 이용한 선상가열에 의한 판의 변형 예측에 관한 연구," 대한조선학회 논문집, 제34권 제3호, pp. 104-112
- 장창두, 이장현. 2000 "선체 블록의 용접변형 예측 및 제어를 위한 연구," 대한조선학회 논문집, 제37권 제2호, pp. 127-136.
- 하윤석. 2001. "후판 곡가공시 위빙가열에 의한 판의 변형 예측", 석사학위논문, 서울대학교
- 한준의, 방건웅, 황논문, 김창주, 조양구. 1995. "철강 열처리의 기본원리". 반도출판사
- Satoh, K., Matsui, S., Terai, K., Iwamura, Y., 1969 "Water-cooling Effect on Angular Distortion caused by the Process of Line Heating in Steel Plates", Jour. of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 126, (in Japanese).
- Satoh, K and Terasaki, T., 1976. "Effect of Welding Conditions on Welding Deformations in Welded Structure Materials", Jour. of the Japanese Welding Society, Vol. 45, No. 4. (in Japanese)