

〈논 문〉

엄밀한 동적 요소와 유한 요소 통합 해석 방법에 관한 연구 A Study on the Combined Use of Exact Dynamic Elements and Finite Elements

홍성욱[†] · 조용주* · 김종선**

Seong-Wook Hong, Yong-Ju Cho and Jong-Sun Kim

(2001년 10월 5일 접수 ; 2002년 1월 2일 심사완료)

Key Words : Finite Elements(유한 요소), Exact Dynamic Elements(엄밀한 동적 요소), Interpolation Function(보간 함수), Discretization(이산화), Laplace Variable(라플라스 변수)

ABSTRACT

Although the finite element method has become an indispensable tool for the dynamic analysis of structures, difficulty remains to quantify the errors associated with discretization. To improve the modeling accuracy, this paper proposes a method to make a combined use of finite elements and exact dynamic elements. Exact interpolation functions for the Timoshenko beam element are derived using the exact dynamic element modeling (EDEM) and compared with interpolation functions of the finite element method (FEM). The exact interpolation functions are tested with the Laplace variable varied. A combined use of finite element method and exact interpolation functions is presented to gain more accurate mode shape functions. This paper also presents a combined use of finite elements and exact dynamic elements in design/reanalysis problems. Timoshenko frames with tapered sections are tested to demonstrate the design procedure with the proposed method. The numerical study shows that the combined use of finite element model and exact dynamic element model is very useful.

1. 서 론

컴퓨터의 비약적인 발전에 힘입어 구조물에 대한 시뮬레이션이 보편화되었으며 특히, 유한 요소법은 가장 널리 사용되는 도구가 되었다. 그러나 유한 요소법을 비롯한 대부분의 이산화 방법들에 의한 동적 해석은 오차를 수반하게 되며 그 오차의 정도를 정량적으로 평가하는 것은 매우 어려운 것으로 알려져 있다.

또한 유한요소법 등의 이산화 방법이 요소의 수를 증가시킬 때의 수렴성이 보장된다해도 해석의 정확도가 메쉬의 형상에 크게 의존할 수밖에 없다. 한편, 최근에는 엄밀한 동적 요소 행렬을 이용하는 방법이 제안되었으며 유한 요소 방법이 갖는 문제점을 개선할 수 있는 방법으로 기대를 모으고 있다.⁽¹⁻³⁾ 이 방법은 균일한 부분을 한 개의 요소로 모델링하여도 엄밀한 결과를 제공할 뿐만 아니라 메쉬에 따른 차이가 없기 때문에 모델링이 매우 편리하다. 그러나 요소 내에 초월함수를 포함하게 되므로 요소의 수가 너무 많아지면 수치 계산 과정이 길어지고, 특이한 행상을 갖는 요소에 대해서는 아직 요소 행렬이 얻어지지 않았다는 문제점이 있다. 따라서 행상이 복잡한 경우에 대한 적용에는 한계가 있게 된다.

[†] 책임저자, 정회원, 금오공과대학교 기계공학부
E-mail : swhong@kumoh.ac.kr
Tel : (054) 467-4214, Fax : (054) 467-4472

* 금오공과대학교 대학원

** 정회원, 한국항공대학교

본 연구에서는 보 요소의 횡진동 모델을 중심으로 유한 요소 방법이 갖는 특성을 평가하고 단점을 보완하기 위해 엄밀한 동적 요소 방법을 활용하는 방법을 제안하였다. 먼저, 엄밀한 동적 요소로부터 엄밀한 보간함수를 유도하였고, 유한 요소 모델링에서 사용되는 보간함수와 비교하였다. 여기서는 엄밀한 동적 요소가 갖는 라플라스 변수의 변화에 따른 차이 비교함으로써 보간함수의 차이에 의한 오차와 관련성을 검토하였다. 또한 이 결과를 근거로 하여 유한요소법에서 보다 정확한 모드형상을 얻어내기 위해 엄밀한 보간함수를 활용하는 통합적인 방법을 제안하였다.

다음으로 엄밀한 동적 요소와 유한 요소를 함께 활용하는 모델링 방법을 제시하였다. 즉, 형상이 복잡한 부분을 유한 요소로 모델링하고 균일한 형상을 갖는 부분은 엄밀한 동적 요소를 이용하여 모델링한 후 통합하여 해석하는 방법을 제시하였다. 복잡한 형상과 균일한 형상이 공존하는 프레임 구조물의 설계 또는 재해석 문제에 있어 형상이 복잡한 부분은 유한 요소법으로, 나머지 부분은 엄밀한 동적 요소를 이용하여 모델링함으로써 균일한 부분의 치수 결정을 위한 효과적인 방법을 소개하였다. 수치적예를 통해 유한 요소법의 개선을 위해 엄밀한 동적 요소 모델이 유용하게 사용될 수 있음을 보였다.

2. 보 요소에서의 보간 함수

2.1 유한 요소법에서의 보간함수

티모센코 보 요소에 대한 유한 요소 행렬(finite element matrix)을 유도하기 위한 보간함수를 먼저 검토해 보도록 한다. 횡변위 $u(t, \xi)$ 와 각변위 $\phi(t, \xi)$ 는 가장 합 관계를 사용하여 절점에서의 변위 u_1, ϕ_1, u_2, ϕ_2 다음과 같이 표현된다.^(4,5)

$$\begin{Bmatrix} u(t, \xi) \\ \phi(t, \xi) \end{Bmatrix} = N(\xi) \begin{Bmatrix} u_1 \\ \phi_1 \\ u_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad (1a)$$

$$\text{여기서 } N(\xi) = \begin{bmatrix} N_1(\xi) & N_2(\xi) & N_3(\xi) & N_4(\xi) \\ N_5(\xi) & N_6(\xi) & N_7(\xi) & N_8(\xi) \end{bmatrix}$$

또는 좌우양변을 라플라스 변환하면

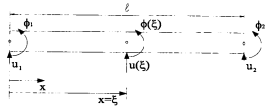


Fig. 1 A uniform beam element and the sign conventions

$$\begin{Bmatrix} u^*(\xi) \\ \phi^*(\xi) \end{Bmatrix} = N(\xi) \begin{Bmatrix} u_1^* \\ \phi_1^* \\ u_2^* \\ \phi_2^* \end{Bmatrix} \quad (1b)$$

여기서 횡변위 및 각변위 u, ϕ 에 대한 좌표규약은 Fig. 1에 나타난 바와 같다. 상첨자 *는 해당 변수의 라플라스 변환 결과식을 의미한다. 또, $N(\xi)$ 는 요소의 경계조건을 만족하는 보간함수이다. 이러한 보간함수는 보의 정적 처짐에 관한 표현을 이용하여 유도할 수 있으며 다음과 같다.^(4,5)

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{(1+\gamma)}(1+\gamma-\gamma g_c-3g_c^2+2g_c^3), \\ N_2 &= \frac{\ell}{2(1+\gamma)}(2g_c+\gamma g_c-4g_c^2-\gamma g_c^2+2g_c^3) \\ N_3 &= \frac{1}{(1+\gamma)}(\gamma g_c+3g_c^2-2g_c^3), \\ N_4 &= \frac{\ell}{2(1+\gamma)}(-\gamma g_c-2g_c^2+\gamma g_c^2+2g_c^3) \\ N_5 &= -\frac{1}{(1+\gamma)}(-6g_c+6g_c^2), \\ N_6 &= \frac{1}{(1+\gamma)}(1+\gamma-4g_c-\gamma g_c+3g_c^2) \\ N_7 &= \frac{1}{\ell(1+\gamma)}(6g_c-6g_c^2), \\ N_8 &= -\frac{1}{(1+\gamma)}(-2g_c+\gamma g_c+3g_c^2) \end{aligned}$$

$$\text{여기서 } \gamma = \frac{12EI_d}{kGA\ell^2}, \quad g_c = \frac{\xi}{\ell}.$$

또, ρ, G, E 는 보의 물성치로서 각각 밀도(density), 전단 강성 계수(shear modulus), 영률(Young's modulus)을 의미하며, A 는 단면적, k 는 단면 형상 보정계수(shape factor), I_d 는 단면 관성 모멘트(area moment of inertia)를 의미한다.

2.2 엄밀한 동적 요소 방법에서의 보간함수

Timoshenko 보의 운동방정식을 시간에 관한 라플라스 변환 후 보의 종축 좌표(x)에 대한 상태공간 형식으로 쓰면 다음과 같다.⁽²⁾

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = B \Psi \quad (2)$$

$$\text{여기서 } \Psi = \begin{pmatrix} u^* \\ \phi^* \\ f^* \\ m^* \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \\ -c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\text{또, } a = \rho I a^2, b = \frac{1}{EI} a, c = \rho A s^2, d = \frac{1}{kAG}.$$

여기서, f, m 은 전단력 및 모멘트를 나타낸다. 그리고 s 는 시간에 관한 라플라스 변수이다. 식 (2)를 공간 좌표 x 에 관하여 라플라스 변환하여 정리하면 다음 식과 같다.

$$\bar{\Psi}(s, \lambda) = [\lambda I - B]^{-1} \Psi(s, 0) \quad (3)$$

여기서, λ 는 공간 좌표에 관한 라플라스 변수이며 (\sim)는 공간 좌표에 대해 라플라스 변환한 결과란 의미한다. 한편 $[\lambda I - B]^{-1}$ 를 요소별로 정리한 후 식 (3)을 공간 좌표에 대해 라플라스 역변환하고 그 결과식을 Fig. 1과 같은 경계치의 값을 부가한 후, 식을 재배치하면 다음 식을 얻을 수 있다.⁽²⁾

$$\begin{pmatrix} \bar{f}_1^* \\ \bar{m}_1^* \\ \bar{f}^*(\xi) \\ \bar{m}^*(\xi) \end{pmatrix} = \mathbf{d}(s, \xi) \begin{pmatrix} u_1^* \\ \phi_1^* \\ u^*(\xi) \\ \phi^*(\xi) \end{pmatrix} \quad (4)$$

여기서,

$$\mathbf{d}(s, \xi) = \begin{bmatrix} d_{11}(s, \xi) & d_{12}(s, \xi) \\ d_{21}(s, \xi) & d_{22}(s, \xi) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} d_1(s, \xi) & d_2(s, \xi) & d_3(s, \xi) & d_5(s, \xi) \\ d_2(s, \xi) & d_3(s, \xi) & -d_5(s, \xi) & d_6(s, \xi) \\ d_4(s, \xi) & -d_5(s, \xi) & d_1(s, \xi) & -d_2(s, \xi) \\ d_5(s, \xi) & d_6(s, \xi) & -d_2(s, \xi) & d_3(s, \xi) \end{bmatrix}$$

여기서, $d_v(s, \xi)$ 는 각각 2×2 의 부분 행렬이다. 행렬의 각 요소는 부록에 주어진 바와 같다.

따라서 임의의 균일한 길이 ℓ 인 보 요소에 대해 다음과 같은 방정식을 쓸 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \bar{f}_1^* \\ \bar{m}_1^* \\ \bar{f}_2^* \\ \bar{m}_2^* \end{pmatrix} = \mathbf{d}(s, \ell) \begin{pmatrix} u_1^* \\ \phi_1^* \\ u_2^* \\ \phi_2^* \end{pmatrix} \quad (5)$$

식 (4)와 (5)를 조합하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \bar{f}_1^* \\ \bar{m}_1^* \end{pmatrix} = \mathbf{d}_{11}(s, \ell) \begin{pmatrix} u_1^* \\ \phi_1^* \end{pmatrix} + \mathbf{d}_{12}(s, \ell) \begin{pmatrix} u^*(\xi) \\ \phi^*(\xi) \end{pmatrix} \quad (6a)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{f}_2^* \\ \bar{m}_2^* \end{pmatrix} = \mathbf{d}_{11}(s, \ell) \begin{pmatrix} u_1^* \\ \phi_1^* \end{pmatrix} + \mathbf{d}_{12}(s, \ell) \begin{pmatrix} u_2^* \\ \phi_2^* \end{pmatrix} \quad (6b)$$

식 (6a)와 (6b)로부터 힘과 모멘트에 관련된 항을 소거하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} u^*(\xi) \\ \phi^*(\xi) \end{pmatrix} = \mathbf{N}^*(s, \xi) \begin{pmatrix} u_1^* \\ \phi_1^* \\ u_2^* \\ \phi_2^* \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서,

$$\mathbf{N}^*(s, \xi) = \begin{bmatrix} N_1^*(s, \xi) & N_2^*(s, \xi) & N_3^*(s, \xi) & N_4^*(s, \xi) \\ N_5^*(s, \xi) & N_6^*(s, \xi) & N_7^*(s, \xi) & N_8^*(s, \xi) \end{bmatrix} \\ = \mathbf{d}_{12}^{-1}(s, \xi) [\mathbf{d}_{11}(s, \ell) - \mathbf{d}_{11}(s, \xi)] \mathbf{d}_{12}(s, \ell)]$$

따라서 요소의 두 점에서의 값이 주어지면 임의의 위치에서의 변위를 엄밀하게 구할 수 있다. 결국 식 (1b)와 비교해보면 $N_7^*(s, \xi)$ 는 유한 요소법에서 사용되는 보간함수에 대응되며, 유한 요소법에서 사용되는 보간함수가 공간좌표만의 함수인 것과는 달리 여기서 얻어지는 보간함수는 공간좌표와 시간에 대한 라플라스 변수 $s(\sigma + i\omega)$ 의 함수이다.

3. 엄밀한 보간함수를 이용한 모드형상 개선

3.1 엄밀한 보간함수와 유한요소 보간함수의 비교

먼저 엄밀한 동적 요소 행렬에 대해 얻어진 보간함수와 유한 요소법에서 사용되는 보간함수를 비교하였다. 여기서 사용된 보의 사양은 Table 1에 주어진 바와 같다. 동적 특성 비교를 위해 요소의 길이와 단면은 일정하게 유지하였으며 s 를 변화시키면서 보간함수를 비교하였다. Fig. 2는 유한요소법에서 사용되는 보간함수와 식 (9)와 같이 얻어진 엄밀한 보간함수에

Table 1 Specifications of numerical model 1

Property	Data
Length, m	0.25
Thickness, m	0.025
Width, m	0.025
Young's modulus, GN/m ²	200
Poisson's ratio (ν)	0.3
Shear coefficient (k)	$10(1 + \nu)/(12 + 11\nu)$
Density, kg/m ³	8000

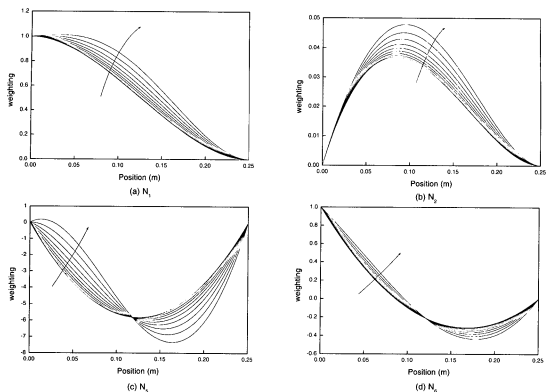


Fig. 2 Variation of shape functions with changing the frequency (the imaginary part of s)

대해 라플라스 변수 s 의 허수부(즉, 주파수)를 증가시키면서 변화를 나타낸 것이다. 여기서는 대표적인 4개의 보간함수를 비교하였다. 엄밀한 보간함수는 일반적으로 복소함수이나 본 예제에서는 감쇠가 포함되지 않았으므로 실수부만이 존재한다. 조건을 일정하게 유지하기 위해 보 요소의 첫 번째 고유진동수의 1/2 (993.6 Hz)까지 주파수를 증가시키면서 변화를 관찰하였다. 그림에서 화살표 방향은 주파수(ω)의 증가에 따른 변화를 지시하고 있다. $\omega=0$ 에서 유한요소 보간함수와 일치하던 엄밀한 보간함수가 주파수의 증가에 따라 많은 변화가 나타나고 있다. 이와 같은 변화에 의한 차이는 궁극적으로 유한요소 모델링 오차의 증가를 의미하게 된다. 일반적으로 주파수의 증가에 따라 오차가 급격히 증가하며, 주파수가 요소자체의 고유진동수와 일치하면 대단히 큰 변화가 발생하게 된다.

시스템에 감쇠가 포함된 경우, 감쇠에 의해 야기되는 성분에 의해 발생한 라플라스 변수 s 의 실수부(σ)의 변화가 주파수와 마찬가지로 보간함수를 변화시킬 수 있다. 이와 같은 점을 검토하기 위해 라플

라스 변수의 실수부를 변화시킬 때 보간함수의 변화를 관찰하였다. Fig. 3은 보간함수가 σ 값의 변화에 대해 변화하는 양상을 보여주고 있다. 그림에서는 $\sigma=0 \sim -1000$ 의 범위에서 살펴본 것이다. 주파수에 의한 특성과는 달리 보간함수 실수부의 변화는 거의 없고 허수부의 변화가 점차로 커짐을 알 수 있다. 계산된 범위에서는 허수부의 값이 실수부에 비해 작은 것으로 나타나고 있으나 실수부와 허수부가 전혀 다른 형상으로 나타나는 것을 볼 수 있다. 특히 허수부의 크기가 σ 값에 따라 단조적으로 커지는 경향이므로 큰 σ 값에서는 무시할 수 없는 중요한 영향을 미칠 것으로 추정할 수 있다.

3.2 엄밀한 보간함수를 이용한 모드형상의 개선

유한요소법에서는 모드형상을 구하기 위해 절점에서의 값과 보간함수를 이용한다. 그러나 이미 확인한 바와 같이 엄밀한 보간함수는 라플라스 변수의 실수값과 허수값에 따라 차이가 발생하게 된다. 따라서

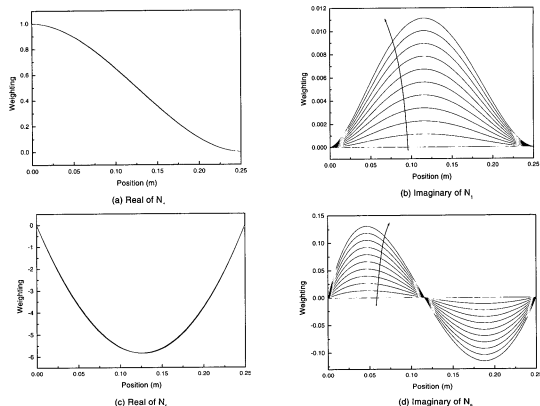


Fig. 3 Variation of shape functions with changing the real part of s

유한요소법에 의해 얻어진 고유벡터와 기존의 보간함수를 이용하여 모드형상을 얻게 되면 고유벡터 계산 오차 외에 보간함수에 의해 유발되는 오차가 있게 된다. 특히, 복소모드함수에서는 더욱 큰 오차가 유발될 수 있다.

본 절에서는 유한요소법에 의해 얻어진 고유치와 고유벡터의 후처리 과정에서 엄밀한 동적 요소에서 얻어진 보간함수를 이용함으로써 보다 정확한 모드형상을 얻어내는 방법을 제안하고자 한다. 즉, 고유치 및 고유벡터는 유한요소법에 의해 구한 후 모드형상을 그릴 때에는 유한요소법에 의해 얻어진 절점에서의 고유벡터를 사용하지만 절점사이의 값은 보간하는 함수로 엄밀한 보간함수를 사용하는 방식이다. 여기서 다루어진 예제는 Fig. 4와 같이 양단이 고정된 단단 보가 두 지점에서 감쇠요소(2000 Ns/m)에 의해 지지되고 있으며 보의 물성치는 Table 1에 주어진 데이터와 같다. 단단보의 단면은 모두 정사각형으로 두었다. Table 2에는 5개의 요소로 나눈 경우, 유한요소법과 엄밀한 동적 요소방법에 의해 얻어진 고유치를 비교해서 보여주고 있다.

전체적으로 유한요소법에 의한 결과가 높게 평가되고 있고, 특히 5번째 모드부터는 매우 큰 오차를 보이고 있으므로 그 이상의 모드는 예측치로서 의미가

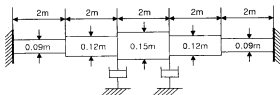


Fig. 4 Numerical model 2: a multi-stepped beam with square cross sections

Table 2 Eigenvalues of numerical model 2

Mode #	Eigenvalue(rad/s)	
	FEM	Exact
1	-2.814 + 29.208j	-2.811 + 29.200j
2	-1.429 + 88.701j	-1.411 + 88.431j
3	-0.504 + 191.784j	-0.489 + 189.351j
4	-2.815 + 314.871j	-2.453 + 305.101j
5	-0.089 + 584.527j	-0.014 + 490.361j
6	-2.176 + 890.849j	-1.987 + 669.388j

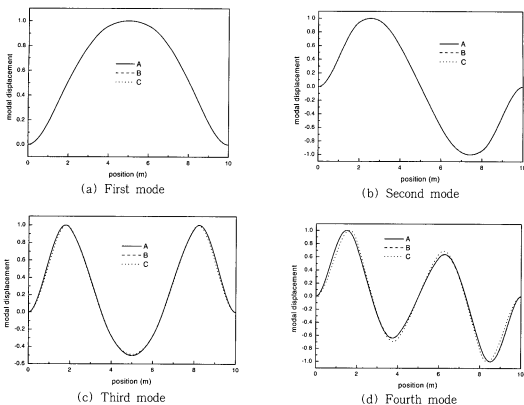


Fig.5 Comparison of real parts of the mode shapes synthesized by EDEM(A), FEM+EDEM(B) and FEM(C)

없다고 할 수 있다. Fig. 5에는 엄밀한 모드형상과 제안된 방법, 즉 유한요소법에 의해 얻어진 모드벡터와 엄밀한 보간함수를 이용하여 그려낸 모드형상, 그리고 유한요소법에 의한 모드형상의 실수부들을 비교하고 있다. 저차 모드에서 고차 모드로 갈수록 유한요소법에 의해 구해진 모드형상의 오차가 점차 커짐을 알 수 있다. 그러나 제안된 방법에 의해 얻어진 결과는 엄밀한 모드형상에 상당히 근접해 있는 것을 알 수 있다.

한편, Fig. 6에서는 모드형상의 허수부를 비교해서 보여주고 있다. 실수부와 마찬가지로 유한요소법에 의해 구해진 모드형상이 엄밀한 모드형상에 대해 오차를 보이고 있다. 그러나 제안된 방법을 이용한 경우, 즉 유한요소법에 의해 계산된 고유벡터와 고유치에 엄밀한 보간함수를 사용하여 절점 사이를 보간한 경우, 실수부에 대한 모드형상에서의 마찬가지로 엄밀한 모드형상과 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

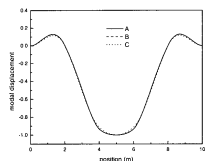
이상으로부터 유한요소법을 이용하여 절점사이의

값을 보다 정교하게 구현한 모드형상을 얻기 위해 본 연구에서 제안하고 있는 비와 같이 엄밀한 보간함수를 활용하는 것이 유용함을 알 수 있다.

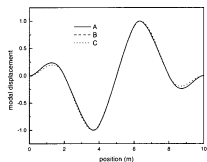
4. 구조재해석에 응용: 엄밀한 동적 요소와 유한 요소를 이용한 복합적 모델링

유한요소법을 이용하면 복잡한 형상의 물체에 대해서도 요소의 수를 증가시키면 손쉽게 모델링할 수 있지만 형상을 변경시키면서 특성을 검토할 필요가 있을 경우에는 형상을 변경시킬 때마다 요소를 다시 생성해야하므로 매우 불편할 뿐만 아니라 정밀한 분석이 곤란하다. 여기서는 형상 변경에 따른 동특성 해석을 보다 조직적으로 실행하기 위하여 유한요소법과 엄밀한 동적 요소를 동시에 활용하는 방법을 제안하고자 한다.

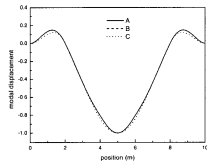
Fig. 7은 본 예제에서 고려한 두 가지 프레임 구조물이다. 1개 또는 2개의 상단보를 2개 또는 3개의



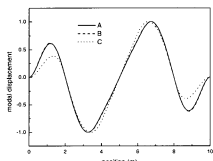
(a) First mode



(b) Second mode

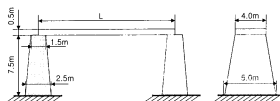


(c) Third mode



(d) Fourth mode

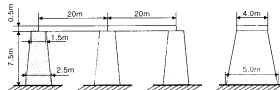
Fig. 6 Comparison of imaginary parts of the mode shapes synthesized by EDEM(A), FEM+EDEM(B) and FEM(C)



(a) Single span system



(b) Mesh for the single span system



(c) Double span system

Fig. 7 Numerical model 3

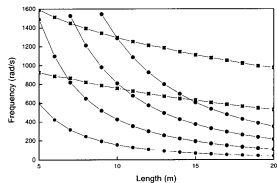


Fig. 8 First six natural frequencies with changing the length of span

기둥으로 지지하는 형태의 프레임 구조물로서 구조물의 하단은 테이퍼가 있는 보 형상의 기둥이다. 먼저 첫 번째 시스템에 대해서는 보의 길이 변화에 따른 고유진동수를 조사하는 문제로 설정하였다. 프레임 구조물의 특성은 고려하여 횡진동 뿐만 아니라 축방향 진동(longitudinal vibration)도 고려하였다.⁽³⁾ 기둥부분은 테이퍼 형상이므로 엄밀한 동적 요소로 모델링하게 되면 계산오차가 커질 가능성이 있어 유한요소로 모델링 하였다. 그러나 상단보의 길이를 변경시켜야 하므로 유한 요소를 이용할 경우 변경에 따른 요소 재생성 및 이에 따른 계산 오차 등이 발

생할 수 있다. 따라서 상단부 부분은 엄밀한 동적 요소를 이용하였다.

고려한 프레임 구조물을 Fig. 7(b)와 같이 요소를 나누어 고려하였다. 보 부분을 엄밀한 동적 요소를 이용함으로써 보의 길이가 변하더라도 모델링을 다시 할 필요가 없으므로 아주 효과적이다. 엄밀한 동적 요소는 이와 같이 객체 지향적인 모델링이 가능하기 때문에 특히 형상설계문제에 아주 유용하다.

Fig. 8은 보의 길이 변화에 따른 6개 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 가로지르는 두 개의 선(■로 표시)은 종진동이 추가 되는 모드의 고유진동수이고 나머지 네 개의 그래프는 횡진동이 추가 되는 고유진동수이다.

횡방향의 고유진동수가 종방향의 고유진동수보다 길이 변화에 의한 영향을 더 받는 것을 알 수 있다. 이것은 프레임 구조물에서 보의 길이가 짧아질수록 상대적으로 종진동의 영향이 커져 가는 것을 보여준

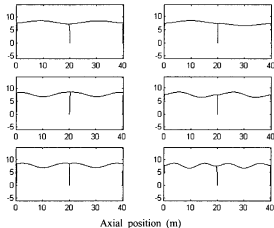


Fig. 9 Mode shapes of numerical model 3

Table 3 Comparison of eigenvalues from FEM and the combined method n

Mode #	Natural frequency(rad/sec)			
	FEM ($n=4$)	FEM ($n=8$)	FEM ($n=16$)	Combined
1	39.5924	39.5397	39.5353	39.5346
2	39.9756	39.9214	39.9169	39.9162
3	105.3558	104.5499	104.4767	104.4653
4	110.4574	109.4387	109.3468	109.3326
5	140.7951	140.5148	140.4815	140.4736
6	216.1371	211.6764	211.0335	210.9323

다. 두 개의 상단보가 있는 구조물에 대해서는 고유 모드와 고유진동수를 구하였다. Fig. 9에 모드형상을 보여주고 있으며 Table 3에는 유한요소법에서 상단보에 대한 요소수를 변경시킨 경우와 제안된 통합해석법에 의해 계산된 고유진동수를 비교하였다. 유한요소법만을 사용한 경우의 고유진동수가 통합해석방법결과에 수렴해감을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 엄밀한 동적 요소를 이용하여 유한 요소 모델을 보완하는 두 가지 방법을 제안하였다. 엄밀한 동적 요소 행렬을 이용하여 엄밀한 보간함수를 유도하였으며 유한요소법에서 사용되는 정칙 변형 함수인 보간함수와 비교하였다. 이 결과를 근거로 유한요소법에서 얻을 수 있는 모드형상의 정확도를 개선할 수 있는 방법을 제안하였고 검증하였다. 또한, 유한요소법을 이용한 해석에 불편이 있는 형상 설계 문제에 엄밀한 동적 요소와 유한 요소를 동시에 활용하는 방법을 제안하였으며 프레임 형태의 구조물 설계에 활용하는 예를 제시하였다. 예제를 통해 제안된 방법이 실용적으로 활용될 수 있음을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2000년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음. (KRF-2000-041-E00062)

참 고 문 헌

- 홍성욱, 김종욱, 박종현, 1998, "감쇠가 있는 일 반적인 보 구조물을 위한 엄밀한 모드 해석," 한국정밀공학회지, 제 15권 제 12호, pp. 202~211.
- Hong, S. W. and Kim, J. W., 1999, "Modal Analysis of Multi-span Timoshenko Beams Connected or Supported by Resilient Joints with Damping," Journal of Sound and Vibration, Vol. 227, No. 4, pp. 787~806.
- 김종욱, 홍성욱, 1999, "엄밀한 동적 요소를 이용한 프레임 구조물의 모델링 및 모드 해석," 한국소음진동공학회지, Vol. 9, No. 5, pp. 966~974.

