

## 병렬퍼지 제어기와 기준궤적신호를 이용한 유연한 매니퓰레이터의 진동제어

### The vibration control of Flexible Manipulator using Parallel Fuzzy controller and Reference Trajectory Command

박양수\*, 박윤명\*\*

Yang-Su Park, Yoon-Myung Park

\*경남정보대학 전자정보통신제어계열

\*\* 창신대학 전자정보과

#### Abstract

A fuzzy control strategy is described which is utilized to control the joint angle and tip deflection in single flexible manipulator. In this paper, an existing model for a single flexible manipulator is used for the initial development of an FLC. One FLC is designed to govern the joint angle of the manipulator as it is rotated from one position to another, and the second FLC is designed to attenuate the tip deflection which result from joint angle body motion. Reference Trajectory Command is an important method to reduce vibration in flexible beam. This paper presents a very simple command control shaping which eliminates multiple mode residual vibration in a flexible beam combined parallel fuzzy controller.

The effectiveness of proposed scheme is demonstrated through computer simulation.

**Key words :** single flexible manipulator, FLC, the joint angle, tip deflection.

#### I. 서론

현재 산업 현장의 자동화와 생산성 증대 및 해양, 항공, 우주 등 여러 분야에서 강체 로봇은 많이 용광되고 있다. 그러나 강체 로봇 자체의 무게와 크기로 인하여 넓은 공간 차지, 구동 장치가 커짐, 구동 에너지 증가, 동작 속도 증가의 어려움 등 많은 단점을 가지고 있다.

이를 개선하기 위해 로봇의 무게를 보다 가볍게 함으로써 유연성, 에너지의 효율성, 안정성 등을 증대시키는 유연한 매니퓰레이터(빔)의 관한 연구가 필요하게 되었다. 하지만 유연한 빔은 재료의 성질상 동작 시 진동을 일으키므로 정밀한 위치 제어나 채적 제어를 위해서는 진동을 효율적으로 제어해야 한다는 문제점을 가지고 있다. 이를 보완하기 위해서는 탄성을 고려한 시스템의 모델을 개발하여 보다 정밀한 동역학, 방정식과 효율적인 제어 알고리즘이 필요하게 된다.[1] 빔의 진동 감소에는 피드백 제어, 기준궤적신호제어 등 여러 가지 방법으로 일어질 수 있으나 수식적 복잡성과 부담감을 안고 있는 단점을 가지고 있다.[3][4][7][9] 그러므로 본 논문에서는 끝단의

진동을 억제하기 위한 수식적 부담을 줄인 단순한 기준 입력을 미리 설정하여 구동기의 출력을 진동이 억제되도록 하는 방법인 기준궤적신호와 시스템의 피드백 제어기로서 지능형 제어 알고리즘인 퍼지 제어기를 이용하여 비선형 특성을 갖는 유연한 빔의 탄성과 위치를 능동적으로 제어하는 것을 목적으로 하는 새로운 시스템을 설계하고자 한다.[2][5][8]

#### II. 유연한 매니퓰레이터의 모델

가정모드방법(assumed mode approach)을 이용하여 고정 자유단(clamped free) 구조를 갖는 유연한 빔을 간단히 모델링하고 제안된 동역학 방정식에서 상태공간 방정식을 구하고자 한다. 수학적 모델을 구하기 위하여 유연한 빔의 좌표를 그림 1에 보인다. 유연한 빔의 한쪽 끝은 모터에 고정되어 있고 다른 한쪽 끝은 자유로운 고정 자유단 구조의 상태공간 방정식을 유도한다.

빔은 관성모멘트  $I$ , 질이  $\ell$ 을 가지며, 빔의 각 변형은  $\theta(t)$ 로써 표시되고 모터가  $\theta(t)$ 만큼 회전할 경우 유연한

빔은  $w(x,t)$ 의 빔의 흘 즉 단성변형이 발생한다.  
임의의 점  $x$ 에 대한 단성변형  $w(x,t)$ 는 가정된 모드 방법을 이용하면 다음과 같이 표현된다.

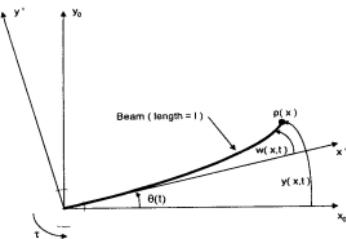


그림 1. 유연한 빔

Fig. 1. The single flexible beam

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \quad (1)$$

여기서  $\phi_i(x)$ 는 빔의  $i$  번째 가정된 모드 형태로써 고정 자유단의 고유함수이며 다음 식으로 주어진다.[1].

$$\begin{aligned} \phi_i(x) &= (\sin \beta_i x - \sinh \beta_i x) \\ &- \frac{\sin \beta_i l + \sinh \beta_i l}{\cos \beta_i l + \cosh \beta_i l} (\cos \beta_i x - \cosh \beta_i x) \end{aligned} \quad (2)$$

위 식에서  $\beta_i$ 는 다음식에 대한 해이다.

$$1 + \cos \beta_i l \cosh \beta_i l = 0 \quad (3)$$

유연한 빔의 고유 진동수는 다음과 같이 나타낸다.[1].

$$\omega_i = \beta_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \quad (4)$$

여기서  $EI$ 는 유연한 빔의 굽힘 강성이고,  $\rho$ 는 밀도이다. 상태 공간 방정식을 유도하기 위해 유연한 빔의 전체 변위  $y(x,t)$ 는 길이가  $l$  일 경우 다음과 같이 나타낸다.[1].

$$y(l, t) = \theta(t)l + w(l, t) \quad (5)$$

위식을 근거로 유연한 빔의 운동에너지  $K$ 와 위치에너지  $V$ 를 구하고, Lagrangian 함수  $L=K-V$ 와 식(6),(7) Euler-Lagrange 방정식을 이용하면 식(8),(9)와 같은 유연한 빔의 최종 출력 미분 방정식이 유도된다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = r \quad (7)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{r + \sum_{i=1}^n q_i a_i^2 \int_0^l \phi_i x dm}{I_h} \quad (8)$$

$$\ddot{q}_i = -\frac{r}{I_h} \int_0^l \phi_i x dm - \frac{(\int_0^l \phi_i x dm)^2}{q_i \omega_i^2 \left[ 1 + \frac{(\int_0^l \phi_i x dm)^2}{I_h} \right]} \quad (9)$$

$$a_i = \int_0^l \phi_i x dm \quad (10)$$

식(8),(9)에 식(10)을 대입하여 정리하면 식(11),(12)가 유도된다.

$$\ddot{\theta} = \frac{\omega_i^2 a_i}{I_h} q_i + \frac{1}{I_h} r \quad (11)$$

$$\ddot{q}_i = -\omega_i^2 \left[ 1 + \frac{a_i^2}{I_h} \right] q_i - \frac{a_i}{I_h} r \quad (12)$$

식(11)을 식(12)에 대입하여 풀면 기준궤적신호 제어에 사용될 원하는 결과식이 유도된다.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -a_i \ddot{\theta} \quad (13)$$

식(11),(12)에서 다음 수식으로 치환하면 상태공간방정식이 구해진다.

$$K_1 = \frac{\omega_i^2 a_i}{I_h}, K_2 = \frac{1}{I_h}, K_3 = \omega_i^2 \left[ 1 + \frac{a_i^2}{I_h} \right], K_4 = \frac{a_i}{I_h}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & K_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q}_i \\ q_i \\ \ddot{q}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_2 \\ 0 \\ -K_4 \\ 0 \end{bmatrix} r \quad (14)$$

$$y = [0 \ l \ 0 \ \Phi] \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q}_i \\ \ddot{q}_i \\ q_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

### III. 기준궤적신호의 공식화

앞에서 다룬 유연한 빔의 상태 공간 방정식에서 모터 각  $\theta(t)$ 이 0 도에서 D 도 까지 움직이고, 유한 시간  $T_f$ 에서 끝단의 진동 성분을 감소시킬 수 있는 기준 궤적

신호  $\theta_r(t)$  를 구하기 위해서 변형된 Fourier 급수식을 이용한 식(16)과 같이 신호 성분의 합성식으로 가정한다.

$$\theta_r(t) = b_0 + \sum_{j=1}^N b_j \cos((2j-1)\pi t) \quad (j=1,2,\dots,N) \quad (16)$$

여기서  $r = \frac{\pi}{T_f}$ ,  $b_0$  와  $b_j$ 는 상수이고,  $T_f$ 는 진동을 제거할 수 있는 유한시간이다.

동작각도에 대한 초기치 최종치 조건에서 다음과 같아진다.

$$\theta_r(0) = 0, \theta_r(T_f) = D \quad (17)$$

식(17)을 (16)에 대입하면 풀면 식(18)이 구해진다.

$$b_0 = -\frac{D}{2}, \sum_{j=1}^N b_j = -\frac{D}{2} \quad (18)$$

$\theta(t) = \theta_r(t)$  라고 가정하면 식(16)에서 식(19)가 유도된다.

$$\ddot{\theta}_r(t) = \ddot{\theta}(t) = -\sum_{j=1}^N (2j-1)^2 r^2 b_j \cos((2j-1)\pi t) \quad (19)$$

식(13)에 식(19)을 대입하면 다음과 같이  $q_i$  대한 상미분방정식이 구해진다.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -a_i \ddot{\theta} = \sum_{j=1}^N (2j-1)^2 r^2 a_i b_j \cos((2j-1)\pi t) \quad (20)$$

식(20)의 미분방정식을 풀면 (일반해=보조해+특수해) 공식에서 보조해는  $q_{ik}(t) = A \cos \omega_i t + B \sin \omega_i t$  ( $A, B$ 는 상수) 특수해는

$$q_{is}(t) = \sum_{j=1}^N \frac{a_i b_j (2j-1)^2}{(\omega_i/r)^2 - (2j-1)^2} \cos((2j-1)\pi t) \quad (21)$$

그러므로 일반해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} q_i(t) &= A \cos \omega_i t + B \sin \omega_i t \\ &+ \sum_{j=1}^N \frac{a_i b_j (2j-1)^2}{(\omega_i/r)^2 - (2j-1)^2} \cos((2j-1)\pi t) \end{aligned} \quad (21)$$

$$c_j^{(i)} = a_i b_j \frac{(2j-1)^2}{(\omega_i/r)^2 - (2j-1)^2} \quad (22)$$

$q_i(t)$ 에 대한 초기조건  $q_i(0) = \dot{q}_i(0) = 0$ 에서

$$\begin{aligned} q_i(0) &= A + \sum_{j=1}^N c_j^{(i)} = 0, A = c_0^{(i)} = -\sum_{j=1}^N c_j^{(i)} \\ \dot{q}_i(0) &= \omega_i B = 0, B = 0 \end{aligned}$$

위 과정에서 식(21)은 다음과 같이 나타낸다.

$$q_i(t) = c_0^{(i)} \cos \omega_i t + \sum_{j=1}^N c_j^{(i)} \cos((2j-1)\pi t) \quad (23)$$

$q_i(t)$ 에 대한 연속조건  $q_i(T_f) = \dot{q}_i(T_f) = 0$  을 식(23)에 대입하면

$$c_0^{(i)} \cos \omega_i T_f + \sum_{j=1}^N c_j^{(i)} = 0 \quad (24)$$

$$-c_0^{(i)} \omega_i \sin \omega_i T_f = 0 \quad (25)$$

식 (25)에서  $c_0^{(i)} = 0$  이고,

식 (24)에서 위 결과를 대입하면 식(26)이 된다.

$$\sum_{j=1}^N c_j^{(i)} = 0 \quad (26)$$

식(22)을 식(26)에 대입하면 다음과 같은 최종식이 유도된다.

$$\sum_{j=1}^N \frac{(2j-1)^2}{(\omega_i/r)^2 - (2j-1)^2} b_j = 0 \quad (27)$$

식(18)과 식(27)에서  $b_j$  계수를 구할 수 있고 결과적으로 식(16)의 기준궤적신호 방정식은 유연한 범의 운동 방정식과 연관됨을 알 수 있다. 그리고 식(27)에서 기준궤적신호를 계산하는데 필요한 파라메터는 원하는 결합각도  $D$ , 동작주기  $T_f$ , 그리고 유연한 범의 고유주파수로서, 특징적인 것은 시스템의 고유주파수 파라메터로 기준궤적신호를 변형시킬 수 있다는 것이다.

#### IV. 궤환 제어시스템의 구성

##### 4.1 유연한 범의 블록선도 구현

앞 장에서 유연한 범의 모델링을 통한 상태방정식을 도출하였다. 본 절에서는 상태방정식을 통한 시스템의 블록선도를 나타내고 이 블록선도를 바탕으로 제어시스템을 구현하고자 한다.

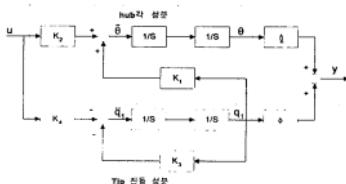


그림 2. 유연한 범의 블록선도

Fig. 2 The block diagram of flexible beam

#### 4.2 퍼지 제어기를 이용한 제어시스템 구성

본 절에서는 유연한 빔의 hub 각도 성분에 퍼지제어기를 이용한 제어시스템에 대해서 고찰하고자 한다. 그림 3에서 오차  $e$ 를 보상하기 위해 퍼지제어기를 이용하고, 제어기의 입력으로 오차  $e$ 와 오차의 변화량  $\dot{e}$ 에 이득계수를 곱하여 사용한다.

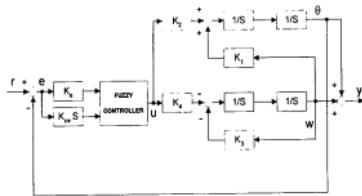


그림 3. 퍼지 제어기를 이용한 제어시스템 구성

Fig.3.The control system using Fuzzy controller

#### 4.3 병렬퍼지 제어기를 이용한 제어시스템 구성

본 절에서는 4.2절에서 구성한 제어시스템을 기본으로 그림4와 같이 유연한 빔의 끝단 진동성분을 직접 제어하는 퍼지2 제어기(FUZZY 2 CONTROLLER)를 추가한 제어시스템에 대해서 고찰하고자 한다.

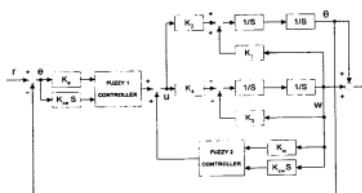


그림 4. 병렬퍼지 제어기를 이용한 제어시스템 구성

Fig. 4. The control system using Parallel Fuzzy controller

위 그림에서 퍼지2 제어기는 진동성분 변위분수  $w$ 와 진동성분의 변화량 즉 기울기  $\dot{w}$ 를 입력으로 한다. 또한 제어기의 출력신호  $u$ 는 다음식과 같이 표현 할 수 있다.

$$u = FUZZY1(e, \dot{e}) + FUZZY2(w, \dot{w})$$

#### 4.4 기준궤적신호와 다중퍼지 제어기를 이용한 제어시스템 구성

본 절에서는 4.3절에서 구성한 제어시스템을 기본으로 입

력신호를 비선형 시스템인 유연한 빔의 고유주파수  $f$ 와 연관된 기준궤적신호를 생성함으로써 앞절에서 구성한 단위 계단함수를 입력으로 한 제어시스템의 응답특성과 비교하여 고찰한다.

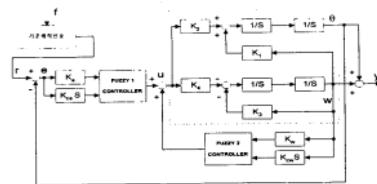


그림 5. 기준궤적신호와 다중퍼지 제어기를 이용한 제어시스템 구성

Fig. 5. The control system using Multi Fuzzy controller and A simple reference trajectory command control

#### V. 퍼지 논리 제어(FLC)

본 장에서는 4.2절에서 소개한 hub 각도 성분을 제어하는 퍼지1 제어기와 끝단 진동성분을 제어하는 퍼지2 제어기로 구분하여 설계기법에 대해서 소개한다.



그림 6. 퍼지 제어기 시스템의 블록선도  
Fig. 6. Block diagram of Fuzzy controller system

위 그림에서 입력 퍼지변수의 퍼지화에서 두 입력변수 값을 -1에서 1사이의 값으로 정규화하고, 언어 퍼지집합의 종류는 다음과 같다.

PB : Positive big PM : Positive medium

PS : Positive small PZ : Positive zero

AZ : Approximately zero

NZ : Negative zero NS : Negative small

NM : Negative medium NB : Negative big

P : Positive N : Negative

퍼지1 제어기의  $e$ ,  $\dot{e}$  와 퍼지2 제어기의  $w$  입력퍼지변수의 소속함수는 그림 7, 퍼지2 제어기의  $\dot{w}$  입력퍼지변수의 소속함수는 그림 8과 같이 삼각함수를 사용하여 퍼지화 한다. 또한 퍼지1 제어기 출력퍼지변수는 그림 9, 퍼지2 제어기의 출력퍼지변수는 그림10과 같이 싱글톤 소속함수를 사용하기로 한다. 퍼지규칙추론에서는 전형적인 (IF - THEN 규칙)형식으로 표 1, 2와 같이 사용하였으며, 추론방법은 Mamdani가 제안한 Max-Min 방법을 이용하였다. 또한 비퍼지화 방법으로는 무게 중심법을 사용하였다.

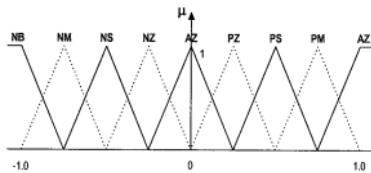
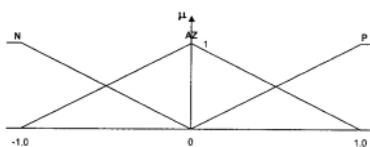
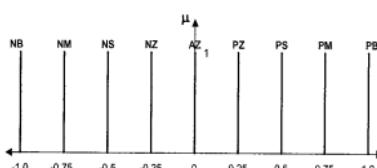
그림 7.  $e$ ,  $\dot{e}$ ,  $w$ 의 퍼지 소속함수Fig. 7. The fuzzy membership functions of error, change error and tip deflection( $w$ )그림 8.  $\dot{w}$  의 퍼지 소속함수Fig. 8. The fuzzy membership function of tip velocity( $\dot{w}$ )

그림 8. 퍼지1의 출력 소속함수

Fig. 9. The fuzzy1 membership function of output

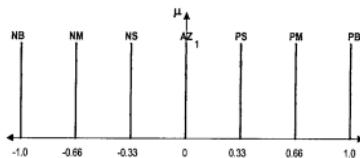


그림 10. 퍼지2의 출력 소속함수

Fig. 10. The fuzzy2 membership function of output

Table 1. Typical fuzzy1 rules of performance decision

$e$	NB	NM	NS	NZ	AZ	P2	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NM	NZ
NM	NB	NB	NB	NB	NM	NB	NM	NS	AZ
NS	NB	NB	NM	NM	NS	NS	NS	NZ	PM
NZ	NB	NM	NS	NS	NZ	NZ	P2	PS	PM
AZ	NZ	NS	NS	NZ	AZ	P2	PS	PS	AZ
P2	NM	NS	NZ	P2	P2	PS	PS	PM	PM
PS	NM	NZ	PS	PS	PS	PM	PM	PB	PB
PM	AZ	PS	PM	PB	PB	PB	PB	PB	PB
PB	P2	PM	PB						

Table 2. Typical fuzzy2 rules of performance decision

$\dot{w}$	NB	NM	NS	NZ	AZ	P2	PS	PM	PB
N	PB	PB	AZ						
AZ	NM	NS	AZ	AZ	AZ	AZ	AZ	PS	PM
P	AZ	AZ	PM	PS	AZ	NS	NM	NB	NB

## VI. 시뮬레이션 및 결론

시뮬레이션에서 사용된 유연한 봉의 과라메터는 다음과 같고, 유연한 봉의 모드 수는 1차 모드로 한다.

$$l = 1.2 [m], \rho = 0.2332 [Kg/m]$$

$$EI = 6.715 [N.m^2] \quad I_b = 0.005 [Kg/m^2]$$

다음 그림 11에서 퍼지 제어기, 다중퍼지 제어기 기준궤적신호(Tf=0.1)와 다중퍼지 제어기 각각의 Tip position, Tip deflection 대 한 응답특성을 나타내고 있다.

기준궤적신호(Tf=0.1)와 다중퍼지 제어기를 사용한 경우가 모든 응답특성에 있어 우수함을 알 수 있다.

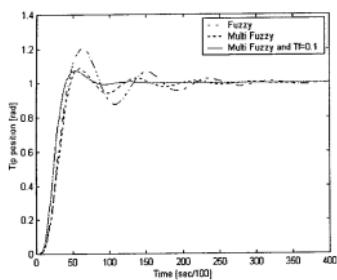


그림 11. 제어기 차이에 따른 끝단 위치  
Fig. 11. Tip position under different controller

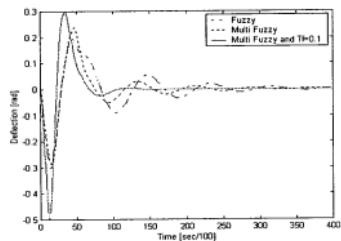


그림 12. 제어기 차이에 따른 탄성변형  
Fig. 12. Tip deflection under different controller

결론적으로 비선형 시스템인 유연한 뼈를 제어하는데 있어서 설계된 퍼지 제어기는 단순 퍼지 제어기보다 우수함을 알 수 있었고, 특히 본 논문에서 제안한 플랜트의 진동성분을 제어하기 위해 추가한 기준캐적신호와 설계된 퍼지 제어기는 앞서 제안된 다른 퍼지 제어기보다 응답특성이 더욱 우수함을 확인하였다. 향후 연구과제로서는 퍼지소속함수를 최적화하는 자기 동조 알고리즘을 이용한 기법에 대한 연구가 필요하고, 실험을 통해 제안된 기준캐적신호와 설계된 퍼지 제어기를 이용하여 연구를 수행하고, 또한 외판에 대한 응답특성에 대한 연구가 진행되어야 할 것으로 생각된다.

접수일자 : 2001. 10. 30 수정완료 : 2002. 1. 25

## VII. 참고문헌

- [1] Wang, D. and Vidyasagar, M. 1991. Transfer functions for a single flexible link. The International Journal of Robotics Research Vol.10.No 5, October 1991, pp. 540-549.

[2] H.Yang, H.Krishnan and M.H.Ang Jr. 1997. A simple rest to rest control command for a flexible link robot, In proc, IEEE Conf. on Robotics and Automation, April 1997, pp. 3312-3317

[3] Wang, D. and Vidyasagar, M. 1990 (Cincinnati, May). Passive control of a single flexible link. In proc, IEEE Conf. on Robotics and Automation, IEEE computer Society press, silver Spring, Md., pp. 1432-1437.

[4] Wang, D. and Vidyasagar, M. 1992. Passive control of a Stiff Flexible Link. The International Journal of Robotic Vol.11.No 6, December 1992, pp. 572-578.

[5] Eric Kubica and Wang, D. 1993. A Fuzzy Control Strategy for a Flexible Single Link Robot, In proc, IEEE Conf. on Robotics and Automation,

[6] V.Felis and K.S.Rattan 1992. Modeling and Control of Single Link Flexible Arms with Lumped Masses. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control Vol.114. March 1992, pp. 59-69.

[7] 박양수 “신경회로망을 이용한 유연한 관절의 선단위치 제어기”에 관한 연구”, 동아대학교, 박사학위논문, 1997

[8] 임영도, 이상부 “퍼지 신경망 유전진화” 도서 출판 영과 일, pp.107-216, 1992

[9] 박양수, 박윤명, 최부귀, “로봇 매니퓰레이터를 위한 신경회로망을 이용한 슬라이딩모드제어”, 한국신호처리시스템학회, 제2권, 2호, pp 89-94, 2001



박양수(Yang-Su Park)

正会員

1987년 부경대학교 전자공학과(공학사)

1989년 동아대학교 전자공학과

(공학석사)

1998년 동아대학교 전자공학과

(공학박사)

현재 : 경남정보대학 전자정보학부 부교수

관심분야: 신경회로망, 제어 알고리즘, 공장자동화



박윤명(Yoon-Myung Park)

正会員

1992년 동아대학교 전자공학과(공학사)

1992년~1997년 LG전자(주) 조리기기

설계실(주임연구원)

1997년 동아대학교 전자공학과

(공학석사)

2001년 2월 동아대학교 대학원 전자공학과(박사수료)

현재 : 경남정보대학 전자정보학부 겸임교수

관심분야: 저농형 제어, 로봇제어 및 마이컴 응용