

## 편심 베어링 - 비틀림 스프링 내장형 자동벨트 긴장장치의 진동해석

최영휴\*, 안영덕\*\*, 정원지\*

### Vibration Analysis of a BEBTS(Built-in Eccentric Bearing-Torsional Spring) Type ABTU(Automatic Belt Tension Unit)

Young-Hyu Choi\*, Young-Duck An\*\*, and Won-Jee Chung\*

#### ABSTRACT

Built-in Eccentric Bearing-Torsional Spring (BEBTS) type Automatic Belt Tension Unit (ABTU) is one of typical belt tension units. The BEBTS type ABTU system frequently experiences torsional vibration about its pivot due to the variation of belt tension. However, it is very difficult to analyze the rotational (or torsional) vibration of the ABTU because the exciting moment varies according to the change of belt tension. To get over this difficulty, in this paper, the ABTU was simplified as 1-DOF translational motion model in the tangential direction. Its equation of motion was derived and solved. The time history and frequency responses were computed and examined for three of BEBTS type ABTUs which are made by different manufacturers but the same kind.

**Key Words:** Automatic Belt Tension Unit (ABTU, 자동벨트 긴장장치), Eccentric Bearing-Torsional Spring (BEBTS, 편심베어링-비틀림스프링), Rotational Motion Model (회전운동 모델), Equivalent Translational Motion Model (등가 병진운동 모델), Vibration Analysis(진동해석)

#### 1. 서론

벨트 긴장장치(Belt tension unit)는 내연기관의 행정과 점화 타이밍(Ignition timing)을 동기 시켜주는 타이밍 벨트 시스템의 벨트 장력을 일정하게 유지시켜주는 데에 주로 사용된다. 엔진의 경우 벨트 장력 변화는 성능에 결정적인 영향을 미치므로 ABTU에 대한 연구가 필요하다. 특히 타이밍 벨트 시스템은 벨트의 단위 길이 당 무게, 구동폴리와

종동폴리의 간격 또는 벨트 지지점간의 거리, 벨트 장력, 벨트와 폴리의 접촉마찰력, 벨트의 점탄성 특성 등을 포함한 시스템의 동적해석에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 그 중에서도 자동벨트 긴장장치(ABTU)를 이용한 벨트장력 유지 및 제어 시스템에 관한 연구가 주류를 이루고 있다.<sup>(1~5)</sup> 벨트 긴장장치의 질량과 관성모멘트, 스프링상수, 감쇠비를 포함한 동적 파라미터는 전체 ABTU-벨트계의 진동현상과 밀접하게 연관되어 있다. 그러므로 긴장장치가 장착된 벨트계의 진동현상을 이론적

\* 2001년 5월 16일 접수

\* 창원대학교 기계설계공학과, yhchoi@changwon.ac.kr

\*\* 창원대학교 대학원 기계설계공학과

으로 해석하고 분석하는 것은 긴장장치의 동적설계에 필수적인 일이다.

Fig. 1은 국내 H사에서 개발한 편심베어링-비틀림 스프링 내장(BEBTS)형 ABTU의 조립체 실물과 분해된 부품들의 사진이다. ABTU의 기능은 벨트장력을 자동으로 조절하는 것이다. 고정타입 긴장장치와는 달리 BEBTS형 ABTU는 기하학적 중심이 편심되어 있어서 피벗(Pivot) 점과 일치하지 않는 대신 피벗 점 주위에 대해서 ABTU의 중심이 회전함으로써, 벨트장력을 일정하게 유지시켜준다. 이때 피벗과 기하학적 중심의 상대 각변위 운동은 비틀림 스프링에 의해 복원된다.

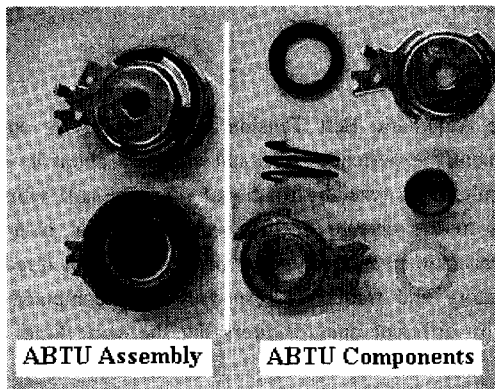


Fig. 1 An ABTU of Built-in Eccentric Bearing-Torsional Spring(BEBTS) type

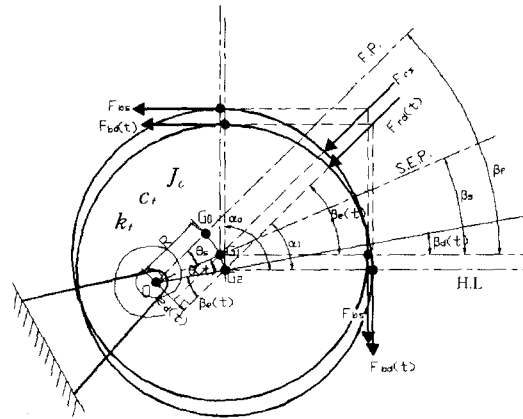
이러한 BEBTS형 ABTU는 1자유도의 회전운동계로 볼 수 있다. 그러나 회전운동계로 모델링하는 경우 모멘트 아암(Arm)의 변동으로 인하여 동적 작용모멘트를 알아내기가 곤란하기 때문에, 본 논문에서는 몇 가지 가정하에 등가 병진운동계로 모델링하여 벨트장력 변화에 따른 ABTU의 진동응답을 해석하고자 한다.

## 2. 이론적 해석

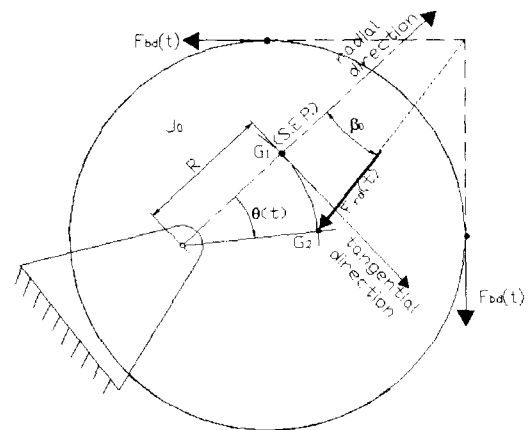
### 2.1 회전운동계 모델

Fig. 2는 BEBTS형 ABTU가 벨트에 장착된 상태에서 벨트의 장력 변동에 의해서 운동하는 것을 나

타내는 ABTU의 비틀림 회전운동계 모델이다.



(a) schematic of a BEBTS type ABTU motion



(b) rotational motion modelling of the ABTU

Fig. 2 Rotational motion model of BEBTS type ABTU acted on by belt tension

Fig. 2에서  $F_{rs}$ 는 정적 벨트 장력  $F_{bs}$ 의 합력을 나타내고,  $F_{rd}(t)$ 는 동적 벨트 장력  $F_{bd}(t)$ 의 합력을 나타낸다. ABTU에 일정한 정적 작용력  $F_{rs}$ 이 걸리면 ABTU는 자유상태(F.P., Free Position)의 기하학적 중심  $G_0$ 에서  $G_1$ 으로 변위된다. 이때 피벗점 O에 대한 기하학적 중심위치  $G_1$ 의 정적 각변위를 정적 평행위치(S.E.P., Static

Equilibrium Position)라 한다. 그리고, S.E.P. 위치에 서 동적 작용력  $F_{rd}(t)$  가 ABTU의 기하학적 중심 방향으로 작용함에 따라서 ABTU는 피봇점  $O$  를 중심으로  $G_1$  에서  $G_2$  로 움직이게 되고, 이때 ABTU에 내장된 비틀림 스프링의 복원력과 ABTU의 회전관성력 때문에 진동이 발생하게 된다.

Fig. 2의 ABTU의 비틀림 회전운동계에 대한 운동방정식은 뉴턴(Newton)의 운동법칙을 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$J_o \ddot{\theta}(t) + c_t \dot{\theta}(t) + k_t \theta(t) = M(t) \quad (1)$$

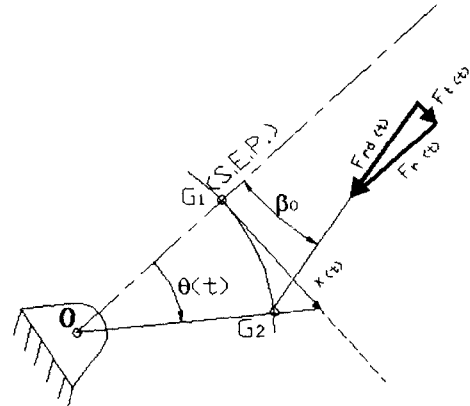
여기서  $M(t)$ ,  $J_o$ ,  $c_t$ ,  $k_t$  는 각각 작용모멘트, ABTU의 질량관성모멘트, 비틀림 감쇠계수, 비틀림 스프링강성이다. Fig. 2에 나타낸 ABTU 모델의 기하학적 관계에서  $M(t) = e_d(t) \cdot F_{rd}(t)$  이다.

그런데, 모멘트 아암  $e_d(t)$  는 반경방향의 동하중  $F_{rd}(t)$  에 의해 발생하는 동적 응답이다. 따라서  $F_{rd}(t)$  가 아는 값이더라도 응답인 동적 모멘트 아암  $e_d(t)$  이 작용력과 연성되어 있기 때문에 가진 모멘트  $M(t)$  도 응답과 연성되어 있다. 그러므로 식(1)은 비선형 미분방정식이 되어 해를 구하기 어렵다.

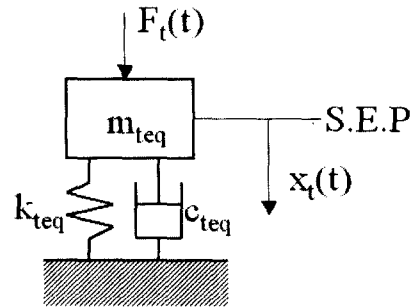
### 2.2 등가 병진운동계 모델

ABTU의 회전운동은 Fig. 2의 (b)그림에서 보듯이 반경방향의 병진운동과 접선방향의 병진운동 성분으로 구분할 수 있겠으나, 각 변위  $\theta(t)$  가 미소 운동이라고 가정하면 반경방향 병진운동은 접선방향 병진운동에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작다.<sup>(7)</sup> 그러므로 본 논문에서는 다음과 같은 가정 하에 ABTU를 Fig. 3과 같이 등가의 병진운동계로 단순화하여 진동해석을 하고자 한다.

- (1) ABTU는 미소 각 운동을 한다
- (2) 각운동 중에 랩 각도(wrap angle)  $\alpha_0$  는 일정한 상수 값으로 유지된다.
- (3) ABTU의 작용력은 벨트장력의 합력이다.
- (4) 벨트장력은 벨트의 모든 위치에서 동일하다.
- (5) 작용력  $F_{rs}$  와  $F_{rd}(t)$  는 항상  $\overline{OG_0}$  선분과 평행하다.



(a) components of the resultant belt force



(b) equivalent translational motion model

Fig. 3 Equivalent 1-DOF translational motion model of the ABTU in the tangential direction

Fig. 2와 Fig. 3의 두 모델에서 힘과 모멘트의 평형, 운동에너지 및 감쇠에너지의 등가관계로부터 병진계 모델의 등가 스프링 강성  $k_{teq}$ , 등가 질량  $m_{teq}$ , 등가 감쇠계수  $c_{teq}$  를 구하면 다음과 같다.

$$k_{teq} = \frac{k_t}{R^2} \quad (2)$$

$$m_{teq} = \frac{J_o}{R^2} \quad (3)$$

$$c_{teq} = \frac{c_t}{R^2} \quad (4)$$

위 식에서  $R$ 은 피벗점  $O$ 와 베어링의 기하학적 중심사이의 편심거리이다

Fig. 3(b)의 접선방향 등가 병진운동 모델에 대한 운동방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$m_{teq} \ddot{x}_t(t) + c_{teq} \dot{x}_t(t) + k_{teq} x_t(t) = F_t(t) \quad (5)$$

작용력  $F_t(t)$ 에 대하여 살펴보면, 먼저 Fig. 2의 (b)에서 ABTU의 동적 벨트 장력이  $F_{bd}(t) = F_{b0} \cos \omega t$ 인 조화력으로 가정하면, 벨트 동적 장력의 합력  $F_{rd}(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} F_{rd}(t) &= 2F_{bd}(t) \sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) \\ &= 2F_{b0} \sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) \cos \omega t = F_{r0} \cos \omega t \quad (6) \end{aligned}$$

위 식에서  $F_{r0} = 2F_{b0} \sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)$ 이고,  $F_{b0}$ 는 동적 벨트 장력의 크기이며,  $\omega$ 는 가진력 진동수,  $\alpha_0$ 는 랩 각도로서 벨트가 ABTU를 감싼 각도이다.

Fig. 3에서 작용력  $F_t(t)$ 는 동적 벨트 장력의 합력(Resultant dynamic belt force)인  $F_{rd}(t)$ 의 접선방향 성분이고,  $F_{rd}(t)$ 는 반경방향인  $\overline{OG_0}$ 에 대하여 각도  $\beta_0$ 만큼 기울어져 있으므로,  $F_t(t)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} F_t(t) &= F_{rd}(t) \sin \beta_0 \\ &= (F_{r0} \sin \beta_0) \cos \omega t \quad (7) \\ &= F_{r0} \cos \omega t \end{aligned}$$

여기서,  $\beta_0$ 는 S.E.P.선과  $F_{rd}(t)$ 가 이루는 각도이고,  $F_t(t)$ 의 크기  $F_{r0}$ 는 위에서  $F_{r0} \sin \beta_0$ 이다.

식(5)의 접선방향 운동방정식의 전체 해는 다음과 같다.<sup>(5)</sup>

$$\begin{aligned} x_t(t) &= e^{-\zeta \omega_n t} \{A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t\} \\ &\quad + X \cos(\omega t - \phi) \quad (8) \end{aligned}$$

위의 식(8)에서  $A$ 와  $B$ 는 초기조건에서 결정되는

상수이고,  $\omega_n = \sqrt{\frac{k_{teq}}{m_{teq}}}$ ,  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ 이다.

그리고 정상상태 조화진동의 진폭비  $\frac{X}{\delta_{st}}$ 와 위상각  $\phi$ 는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (9)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right) \quad (10)$$

여기서  $\delta_{st} = \frac{F_{t0}}{k_{teq}}$ ,  $r = \frac{\omega}{\omega_n}$ ,  $\zeta = \frac{c_{teq}}{2m_{teq}\omega_n}$ 이며,  $\omega_n$ ,  $\omega_d$ 는 각각 비감쇠 및 감쇠 고유진동수이고,  $r$ ,  $\zeta$ 는 각각 진동수 비와 감쇠비이다.

### 3. 해석결과 및 검토

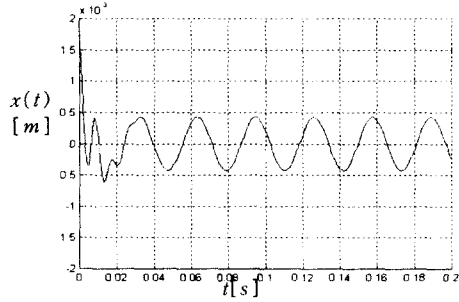
진술한 접선방향 등가 병진운동 모델에 대한 진동해석 이론에 따라 ABTU의 진동해석용 컴퓨터 프로그램을 작성한 다음 국내외에서 생산되고 있는 BEBTS형 ABTU의 진동해석을 수행하였다. 해석에 사용된 등가 병진모델의 모델링 파라미터 및 입력 파라미터 값은 Table 1과 같다.

Table 1 Modelling data of the ABTUs

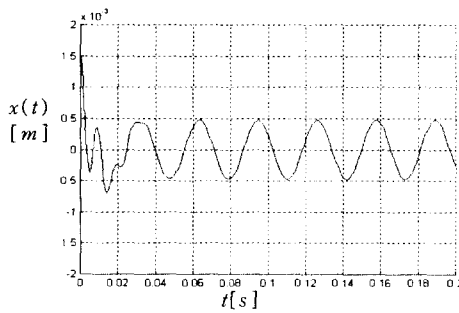
Parameter [units]	$m_{teq}$ [kg]	$k_{teq}$ [kN/m]	$\zeta$ [none]	$R$ [m]	$\alpha_0$ [rad]
H-ABTU	0.210	115	0.147	0.0025	1.571
S-ABTU	0.220	105	0.147	0.0025	1.571
L-ABTU	0.210	80	0.147	0.0030	1.571

국산(H-ABTU)과 외국산(S-ABTU, L-ABTU) 제품에 대해서 벨트장력 변동에 의한 BEBTS형 ABTU의 변위응답의 시간이력과 주파수 응답함수(진폭비)를 해석하였다. ABTU의 변위응답 시간이력 해석에 작용된 조화 가진력의 크기는  $F_{r0} = 45.68N$ 이고, 가진 주파수는  $\omega = 200rad/s$ 으로서 자

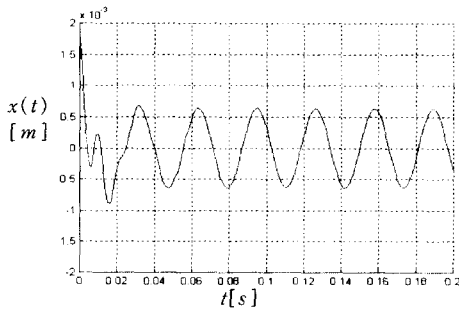
동차 엔진이 약 1900rpm으로 회전할 때의 벨트 변 동하중 주파수를 고려한 것이다. 그리고 과도응답 특성을 보기 위하여 초기변위를 1.0mm, 초기속도를 0으로 하였다. Fig. 4는 변위응답의 시간이력을 나타내고, Fig. 5는 조화응답의 진폭비를 나타낸다.



(a) H-ABTU

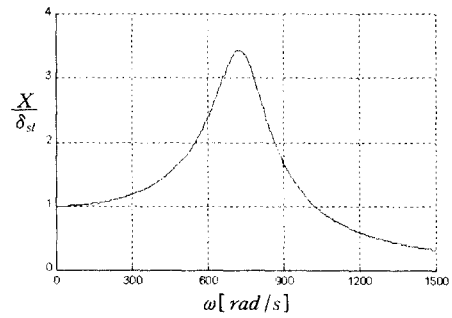


(b) S-ABTU

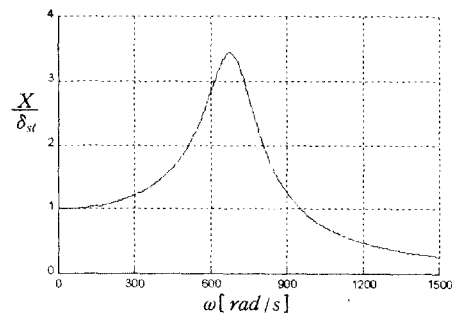


(c) L-ABTU

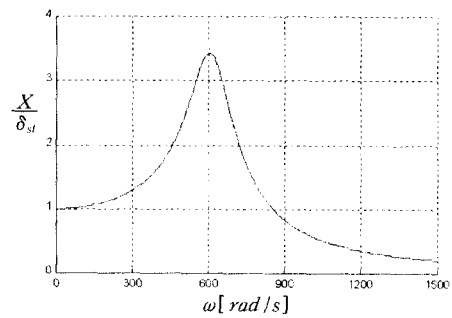
Fig. 4 Computed vibrations of ABTUs due to harmonic force of 45.68N ( $\omega = 200\text{rad/s}$ ) and initial displacement of 1mm



(a) H-ABTU



(a) S-ABTU



(a) L-ABTU

Fig. 5 Computed harmonic frequency response functions of ABTUs

그리고, Fig. 4와 Fig. 5에 나타난 응답의 구체적인 응답 값의 수치를 Table 2에 정리하였다. Table 2로부터 이 해석에 적용된 제품들을 정상상태 진폭과 과도응답 정착시간에 대해서 비교해 보면, H-ABTU, S-ABTU, L-ABTU의 순으로 작게 나왔고, 고유진동수는 H-ABTU, S-ABTU, L-ABTU의 순으로

높게 나왔다. 그러나 최대 진폭비는 진동수비  $r=1$  인 조건에서 계산되는데, 해석에 적용된 제품의 감쇠비가 모두 동일하므로 최대진폭비도 모두 같게 나타났다. 만일 감쇠비가 다르다면 최대진폭비는 다르게 나타날 것이다.

Table 2 Computed tangential vibrations of the ABTUs

Time history response (harmonic force of 45.68N at 200rad/s)	Steady state amplitude [mm]	H-ABTU	0.4270
		S-ABTU	0.4728
		L-ABTU	0.6343
	Settling time* [s]	H-ABTU	0.0460
		S-ABTU	0.0492
		L-ABTU	0.0551
Frequency response function	Amplitude ratio at resonance [none]	H-ABTU	3.439
		S-ABTU	3.439
		L-ABTU	3.439
	Resonance frequency [rad/s]	H-ABTU	740.0
		S-ABTU	690.8
		L-ABTU	617.2
	Half power points [rad/s]	H-ABTU	654.0
			826.0
		S-ABTU	610.7
			771.0
L-ABTU	545.4		
	689.0		

Note) \* settling time is equal to  $5 \times$  time constant

이러한 해석결과는 ABTU의 공진 대역이 주파수 대역으로부터 천이된 정도라든가, 정상상태 진동변위 응답의 허용치 초과여부, 과도응답의 정착 시간 등과 같은 ABTU 설계 및 작동에 필요한 중요한 정보를 제공해 준다. 다만 벨트 장력 제어의 관점에서는 무시된 반경방향의 ABTU 진동변위가 벨트 장력에 어느 정도 영향을 미칠지를 검토해 볼 필요가 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 회전(비틀림)운동을 하는 편심 베어링-비틀림 스프링 내장(BEBTS)형 ABTU의 진동 해석을 위하여, 미소 각운동의 가정하에 접선방향 1

자유도 등가 병진운동계 모델을 제안하였다.

BEBTS형 ABTU를 회전운동계로 해석하는 경우에는 가진력 모멘트가 계의 응답과 연성되어 있어서 해석이 어려우나, 제안된 등가 병진운동계 모델에서는 가진 모멘트 아암(Moment arm)과 응답의 연성이 제거되고 벨트장력 변동이 가진력으로 직접 작용되므로 운동방정식의 해석이 용이하게 되었다.

제안된 해석모델을 이용하여 국내외에서 생산되고 있는 ABTU 제품들의 진동특성을 성공적으로 해석하여 비교할 수 있었다.

본 연구에서 제안된 ABTU 등가 모델링과 진동 해석 방법은 ABTU의 동특성 해석이나 동적설계시 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

#### 후기

본 연구를 위하여 필요한 관련 기술자료와 조언을 해주신 FAG한화베어링(주) 김창효 박사님과 이대용 부장님께 감사드립니다.

#### 참고문헌

1. 김창효, "Performance of Automatic Belt Tension Unit By Using A Computer Simulated Model," 한화기계(주)연구소(학.연.산.합동.학술.심포지움), 1997.
2. T. Watanabe, H. Suzuki and W. Grace, "Multi-Disc Viscous Auto-Tensioner for Timing Belts," SAE Paper 930623.
3. N. Mizun, H. Inagaki, T. Nakakubo and M. Nakada, "Analysis of Synchronous Belt Vibration in Automotive Valve Train," SAE Paper 880077.
4. Watanabe, H. Suzuki and W. Grace, "Multi-Disc Viscous Auto-Tensioner for Timing Belts," SAE Paper 930623.
5. 권순오, 신기현, 한영호, 김효섭, "이송중인 웹과 롤러간의 마찰 특성에 관한 실험적 연구," 한국정밀공학회지, 제18권, 제5호, pp. 165-170, 2001.
6. S. S. Rao, "Mechanical Vibrations," Addison-Wesley Publishing Co., 3rd Ed., 1995.
7. 최영휴, 안영덕, "자동차용 자동벨트 긴장장치(ABTU)의 진동해석," 한국정밀공학회 춘계학술대회논문집 pp. 638-642, 1999.