

비대칭형 보강재 간격에 따른 주기구조물의 SPL모드 해석

김택현*, 김종태**

Modal Analysis on SPL of the Periodic Structure depend on Unsymmetrical Beam Space

Tack-Hyun Kim*, Joung-Tye Kim**

Abstract

The purpose of this research is to study the vibration and acoustic pressure radiation from a thin isotropic flat plate stiffened by a rectangular array of beams, and excited by a time harmonic point force. These constructions on aircraft and ship structures are often subjected to frequency dependent pressure fluctuations and forces. Forces from the these excitations induce structural vibrations in a wide range of frequencies, which may cause such things as acoustic fatigue and internal cabin noise in the aircraft. It is thus important that the response characteristics and vibration modes of such periodic structures be known. From this theoretical model, the sound pressure levels(SPL) in a semi-infinite fluid(water) bounded by the plate with the variation in the locations of an external time harmonic point force on the plate can be calculated efficiently using three numerical tools such as the Gauss-Jordan method, the LU decomposition method and the IMSL numerical package.

Key Words : Line Force(선 힘), Line Moment(선 모멘트), SPL(음압레벨), Space Harmonic Coefficient(공간조화계수), Stationary Phase Method(고정위상법)

1. 서론

항공기의 동체나 선박의 선체에 사용되는 판구조물은 일정한 간격의 보에 의해 보강된 주기 구조물의 형태, 즉 길이방향의 종재(stringer)와 원통 방향의 프레임(frame)위에 표피를 씌워서 지지한 2차원 주기구조물로 이상화시킬 수 있다. 이러한 구조물은 종속적인 압력 변동이나 불평형으로

인한 진동을 받게 된다. 예를 들어 항공기 동체 설계시 정하중 외에도 동체 주위의 불규칙한 음향방사압력과 엔진 작동시 불균형력에 의한 진동현상은 새로운 설계변수로 고려되어야 한다. 이러한 진동현상은 광범위한 주파수 대역폭을 갖고 있어 해석의 난이성을 내포하고 있다. 주기구조물의 진동에 관한 연구는 많은 과학자에 의해 수행되어 왔다. 그 중 1970년 Mead^(1,2)는 등간격으로 지지된 무한보의 파동

* 조선대학교 기계공학부
(김택현 thkim@mail.chosun.ac.kr)

** 조선대학교 대학원

현상을 연구하는 과정에서 전파상수(propagation constant)를 정의하였고, 또한 1978년 주기적으로 평행하게 보강된 평판의 음향방사 문제를 연구하였다. 1975년 Rumerman⁽³⁾은 동일한 크기의 리브(rib)에 의해 한 방향으로 보강된 무한 평판의 강제진동시 파의 전파현상에 관해 연구하였다. 선박의 선실 구조물의 압력방사 문제는 Greenspon⁽⁴⁾에 의해 연구되었고, 그리고 Greenspon의 해석과정의 오류는 나중에 Mace에 의해 수정되었다. 또한 Mace^(5,6,7)는 두 쌍의 평행한 보강재에 의해 지지된 무한평판의 음향방사문제를 연구하였는데 이 보강재는 선실 격벽의 기밀을 유지하도록 중간 프레임 역할을 하도록 만들었다. Mace는 격벽과 프레임이 외력의 영향만 받는다는 가정하에서 음향방사거동을 연구하였다. 또한 Mace는 원거리장 압력(far field pressure)하에서 격벽과 링(ring)모양 보강재의 상대적인 운동관계를 규명하였다. 그러나 직각격자형 보강재에 지지된 평판의 음향방사로 인한 진동현상과 주파수에 따른 음압레벨의 모드 해석은 미진한 상태이다.

본 연구에 사용된 보강재는 비틀림과 굽힘모멘트를 동시에 받는 보로서 2차 개방형 단면을 갖고 있으며, 또한 이들 보강재는 평판에 고정된 상태에서 선 힘(line force)과 선 모멘트(line moment)를 받으며, 회전관성과 전단뒤틀림의 영향을 무시한 상태에서 Euler-Bernoulli 이론을 적용해서 모델링 한다.

비대칭 단면을 갖는 보와 보 사이의 간격을 변화시켜가며, 하중이 베이(bay)의 한 중앙에 작용했을 때 주파수 100~10,000Hz범위내에서 음압레벨(SPL)의 형상변화를 고찰하기로 한다.

2. 주기구조물의 운동방정식

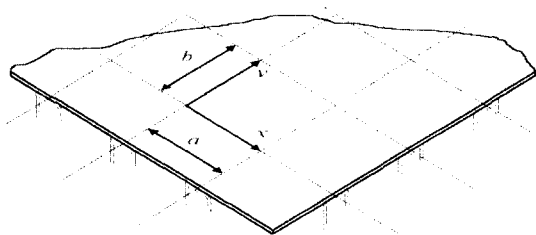


Fig. 1 The structure of the isotropic plates stiffened by rectangular grid networks

2.1 형상과 하중조건

Fig.1은 등간격 비대칭형 보에 지지된 판구조물의 일부분을 그린 것이다. x, y축 방향에 대한 보와 보사이의 간격은 a와 b이다. 또한 평판은 x축과 y축방향으로 무한히 펼쳐져 있다고 가정한다.

보의 재질은 알루미늄으로서 전단중심점을 통과하는 선을 따라 등간격으로 배열하였고, 그 위에 알루미늄판을 부착하였다. 이와 같은 판 구조물은 표면 위에 전달되는 음향방사하중과 유체압력을 받게 된다. 따라서 이때 작용된 평판하중은 식(1)과 같이 쓸 수 있다.

$$P(x, y, t) = P_0 \exp[i(\omega t - \alpha_0 x - \beta_0 y)] \quad (1)$$

여기서, α_0 와 β_0 는 대류파수(convection wave number)이다. 식(1)은 일반적인 조화현상을 중첩시킨 다음, 감축한 식이다.

2.2 해석을 위한 모델링

2.2.1 주기 구조물의 운동방정식

Fig.2(a)와 같이 보는 개방형 비대칭 단면을 갖고 있으며 y, z축에 대한 굽힘진동과 x축에 대한 비틀림진동을 한다. 이때 보는 Fig.2(b)와 같이 점S를 통과하는 선을 따라 선 힘 $F(x,t)$, $H(x,t)$ 와 선 모멘트 $M(x,t)$ 을 받는다. 여기서 점O는 전단중심이고, 점C는 도심이다. Fig.2(c)는 보의 회전변위와 병진변위를 나타낸 것이다. 이 경우에 대한 보의 굽힘과 비틀림 운동방정식을 유도한다. z축과 y축방향에 대한 점S의 변위는 각각 $w(x,y,t)$ 와 $v(x,y,t)$ 이고, 미소한 변위라고 가정하면 $v \approx 0$ 이다. z축과 y축방향에 대한 전단중심 O의 변위는 각각 $w_0(x,y,t)$ 와 $v_0(x,y,t)$ 이고, 도심의 변위는 $w_c(x,y,t)$ 와 $v_c(x,y,t)$ 이다. 보의 회전변위 $\phi(x,y,t)$ 는 아주 작다고 가정하면 보의 경계조건은 다음과 같다.

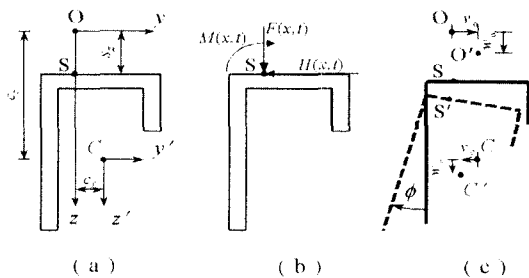


Fig.2 Beam cross-sections

$$w_c = w \quad (2a)$$

$$v_c = -(c_z - s_z)\phi \quad (2b)$$

$$v_0 = s_z\phi \quad (2c)$$

$$w_0 \approx w \quad (2d)$$

여기서 c_z 는 전단중심점O로부터 보의 도심C까지의 거리이고, s_z 는 전단중심점O로부터 하중점S까지의 거리이다. 따라서 x 축에 대한 보의 비틀림 운동방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$EC_w \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -I_c \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - m_b c_y \frac{\partial^2 w_c}{\partial t^2} + Hs_z + m_b c_z \frac{\partial^2 v_c}{\partial t^2} + M \quad (3)$$

위의 식에서 우변의 두 번째항과 네 번째항은 점O에 대한 관성모멘트이다.

그리고 z 축과 y 축에 대한 굽힘 운동방정식은 각각 다음과 같다.

$$EI_y \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + EI_{y'z'} \frac{\partial^4 v_0}{\partial x^4} = -m_b \frac{\partial^2 w_c}{\partial t^2} + F \quad (4)$$

$$EI_z \frac{\partial^4 v_0}{\partial x^4} + EI_{y'z'} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = -m_b \frac{\partial^2 v_c}{\partial t^2} - H \quad (5)$$

식(2a~2d)의 경계조건을 고려하고, 식(5)을 식(3)에 대입하면 선 힘 $H(x,t)$ 는 소거되므로 식(3)과 식(4)는 다음과 같이 정의된다.

$$EC_{ws} \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - GJ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \rho I_s \omega^2 \phi + EI_{y'z'} s_z \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - m_b c_y \omega^2 w = M \quad (6)$$

$$EI_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - m_b \omega^2 w + EI_{y'z'} s_z \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - m_b \omega^2 s_y \phi = F \quad (7)$$

여기서, $\phi(x, t) = \phi(x) \exp(i\omega t)$ 이고, 점S에 대한 비틀림상수는 $C_{ws} = C_{wc} + s_z^2 I_z$ 이며, 점S에 대한 극관성모멘트는 $I_s = I_c + A[c_y^2 + (c_z - s_z)^2]$ 이다. 따라서 식(6)과 식(7)은 Fig.2와 같은 비대칭 단면을 갖는 보의 운동방정식이 된다.

평판의 $x=ma$ 인 곳에서 발생되는 선 힘 $F_m(y)$ 과 선 모멘트 $M_m(y)$ 를 수식화시키면 다음과 같다.

$$F_m(y) = F_0(y) \exp(-i\alpha_0 a m) \quad (8)$$

$$M_m(y) = M_0(y) \exp(-i\alpha_0 a m) \quad (9)$$

여기서, $F_0(y)$ 와 $M_0(y)$ 는 $x=0$ 인 선 힘과 선 모멘트이고, 다음과 같은 공간조화급수의 형태로 표현된다.

$$F_0(y) = \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (10)$$

$$M_0(y) = \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (11)$$

또한, $y=nb$ 인 선 힘과 선 모멘트는 다음과 같다.

$$G_n(x) = G_0(x) \exp(-i\beta_0 n b) \quad (12)$$

$$N_n(x) = N_0(x) \exp(-i\beta_0 n b) \quad (13)$$

그리고,

$$G_0(x) = \sum_r G_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \quad (14)$$

$$N_0(x) = \sum_r N_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \quad (15)$$

따라서 평판의 운동방정식은 다음의 식(16)과 같이 쓸 수 있다.

$$[D\nabla^4 - m_p \omega^2]W = P_0 \exp[-i\alpha_0 x - i\beta_0 y] - P_f - \sum_m F_m(y) \delta(x - ma) + \sum_m M_m(y) \frac{d[\delta(x - ma)]}{dx} - \sum_n G_n(x) \delta(y - nb) + \sum_n N_n(x) \frac{d[\delta(y - nb)]}{dy} \quad (16)$$

여기서, 우변의 첫 번째 항은 음향방사로 인한 대류파형태의 가진력이고, P_f 는 유체의 압력을 나타낸다. 식(16)을 푸리에 변환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[D\nabla^4 - m_p \omega^2]W = P_0 \exp[-i\alpha_0 x - i\beta_0 y] - P_f - \sum_m \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y]$$

$$\begin{aligned}
 & \exp[-i\alpha_0 am]\delta(x-ma) \\
 & + \sum_m \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \\
 & \quad \exp[-i\alpha_0 am] \frac{d[\delta(x-ma)]}{dx} \\
 & - \sum_n \sum_r G_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \\
 & \quad \exp[-i\beta_0 nb]\delta(y-nb) \\
 & + \sum_n \sum_r N_r \exp[-i(\alpha_0 + 2\pi r/a)x] \\
 & \quad \exp[-i\beta_0 nb] \frac{d[\delta(y-nb)]}{dy} \quad (17)
 \end{aligned}$$

여기서, α_0 와 β_0 는 변환 대류파수이다. 그리고, 유압의 변환 변위는 다음과 같다.

$$\bar{P}_f(\alpha, \beta) = -i\rho_f \omega^2 \bar{W}(\alpha, \beta) / (k^2 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2} \quad (18)$$

그리고, $\alpha_{0m} = \alpha_0 + 2\pi m/a$, $\beta_{0s} = \beta_0 + 2\pi s/b$ 로 정 의한 후, S_{ms} 를 표현하면 다음과 같다.

$$S_{ms} = \left\{ D(\alpha_{0m}^2 + \beta_{0s}^2)^2 - m_p \omega^2 - \frac{i\rho_f \omega^2}{(k^2 - \alpha_{0m}^2 - \beta_{0s}^2)^{1/2}} \right\}^{-1} \quad (19)$$

따라서, 총 변환변위는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}
 \bar{W}(\alpha, \beta) &= (2\pi)^2 P_0 \delta(\alpha - \alpha_0) \delta(\beta - \beta_0) S_{00} \\
 & - \frac{(2\pi)^2}{a} \sum_m \sum_s F_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \\
 & - i \frac{(2\pi)^2}{a} \sum_m \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_0) \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \\
 & - \frac{(2\pi)^2}{b} \sum_n \sum_r G_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \delta(\alpha - \alpha_{0n}) \\
 & - i \frac{(2\pi)^2}{b} \sum_n \sum_r \beta_{0n} N_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \delta(\alpha - \alpha_{0n}) \quad (20)
 \end{aligned}$$

윗 식은 α 와 β 에 대해서 푸리에 역변환된 것이고, 조화 계수 F_s, M_s, G_r, N_r 는 미지수이다. 이런 계수들을 결정하기 위해서 보와 평판의 경계선에서 변위와 기울기는 연속성을 갖는 것으로 가정한다. 이를 효과적으로 수행하기 위하여 $x=0$ 인 지점을 선택하면 식(20)는 다음과 같이 간결해 진다.

$$\begin{aligned}
 \bar{W}^*(0, \beta) &= 2\pi P_0 S_{00} \delta(\beta - \beta_0) \\
 & - \frac{2\pi}{a} \sum_m \sum_s F_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \\
 & - i \frac{2\pi}{a} \sum_m \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \delta(\beta - \beta_{0s}) \\
 & - \frac{2\pi}{b} \sum_n \sum_r G_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \\
 & - i \frac{2\pi}{b} \sum_n \sum_r \beta_{0n} N_r S_{rn} \delta(\beta - \beta_{0r}) \quad (21)
 \end{aligned}$$

여기서, $\bar{W}^*(0, \beta)$ 는 보강재의 변환변위를 나타낸다. 또 한 $x=0$ 인 곳의 기울기는 다음과 같다.

$$\phi(x, y)|_{x=0} = \frac{\partial W(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (22)$$

그러므로,

$$\bar{\phi}(0, \beta) = (-ia) \bar{W}^*(0, \beta) \quad (23)$$

이다. 식(6)과 식(7)의 모멘트와 힘의 항 M, F 대신 식(8)~ 식(11)의 관계를 대입하면 다음과 같은 형태로 된다.

$$\begin{aligned}
 (EC_{ns})_y \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} - (GJ)_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - (\rho_b I_s)_y \omega^2 \phi \\
 + (EI_{yz})_y \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \sum_s M_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (EI_{yz})_y \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} - (m_b)_y \omega^2 W + (EI_{yz})_y \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} \\
 = \sum_s F_s \exp[-i(\beta_0 + 2\pi s/b)y] \quad (25)
 \end{aligned}$$

결국, 식(24)과 식(25)은 $x=0$ 인 곳의 변위 W 와 기울기 ϕ 를 나타내고, 윗 식을 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 K_R(\beta) \bar{\phi}(0, \beta) + K_{TK}(\beta) \bar{W}^*(0, \beta) \\
 = 2\pi \sum_s M_s \delta(\beta - \beta_{0s}) \quad (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_T(\beta) \bar{W}^*(0, \beta) + K_{TK}(\beta) \bar{\phi}(0, \beta) \\
 = 2\pi \sum_s F_s \delta(\beta - \beta_{0s}) \quad (27)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$K_T(\beta) = (EI_y)_y \beta^4 - (m_b)_y \omega^2 \quad (28a)$$

$$K_R(\beta) = (EC_{us})_y \beta^4 + (GJ)_y \beta^2 - (\rho_b I_s)_y \omega^2 \quad (28b)$$

$$K_{TR}(\beta) = (EI_{y'z'} S_z)_y \beta^4 \quad (28c)$$

이고, 식(28a), (28b)와 (28c)는 보의 병진운동, 회전운동 및 이들을 연성한 평면운동에 대한 각각의 동적강성이다. 식(21)과 식(23)의 $\bar{W}^*(0, \beta)$ 와 $\bar{\phi}(0, \beta)$ 을 식(26)과 식(27)에 대입한 후 정리하면 다음의 식(29)과 식(30)로 된다.

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{K_{Ts}} + \frac{1}{a} \sum_m S_{ms} - \frac{i}{a} R_{Ts} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} \right] F_s \\ & + \left[\frac{1}{b} \sum_j G_j S_{js} - \frac{i}{b} R_{Ts} \sum_j \alpha_{0j} G_j S_{js} \right] \\ & + \left[\frac{i}{a} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} + \frac{1}{a} R_{Ts} \sum_m (\alpha_{0m})^2 S_{ms} \right] M_s \\ & + \left[\frac{i}{b} \sum_j \beta_{0s} N_j S_{js} + \frac{1}{b} \sum_j \beta_{0s} \alpha_{0j} N_j S_{js} \right] R_{Ts} \\ & = P_0 S_{00} \delta_{0s} - i \alpha_0 P_0 S_{00} R_{Ts} \delta_{0s} \\ & \left[-\frac{i}{a} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} + \frac{1}{a} R_{Rs} \sum_m S_{ms} \right] F_s \\ & + \left[-\frac{i}{b} \sum_j \alpha_{0j} G_j S_{js} + \frac{1}{b} R_{Rs} \sum_j G_j S_{js} \right] \\ & + \left[\frac{1}{K_{Rs}} + \frac{1}{a} \sum_m (\alpha_{0m})^2 S_{ms} + \frac{i}{a} R_{Rs} \sum_m \alpha_{0m} S_{ms} \right] M_s \\ & + \left[\frac{1}{b} \sum_j \beta_{0s} \alpha_{0j} N_j S_{js} + \frac{i}{b} R_{Rs} \sum_j \beta_{0s} N_j S_{js} \right] \\ & = -i \alpha_0 P_0 S_{00} \delta_{0s} + P_0 S_{00} R_{Rs} \delta_{0s} \end{aligned} \quad (29)$$

식(29)과 식(30)에서 $s = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 이고,
 $K_{Ts} = K_T(\beta_{0s}), K_{Rs} = K_R(\beta_{0s}), K_{TRs} = K_{TR}(\beta_{0s})$
 $R_{Ts} = K_{TRs}/K_{Ts}, R_{Rs} = K_{TRs}/K_{Rs}$ 이다.
 $y=0$ 인 지점을 선택하여 보의 등 주파수 임피던스를 정의하면 다음과 같다.

$$Q_T(\alpha) = (EI_y)_x \alpha^4 - (m_b)_x \omega^2 \quad (31a)$$

$$Q_R(\alpha) = (EC_{us})_x \alpha^4 + (GJ)_x \alpha^2 - (\rho_b I_s)_x \omega^2 \quad (31b)$$

$$Q_{TR}(\alpha) = (EI_{y'z'} S_z)_x \alpha^4 \quad (31c)$$

식(31a)~식(31c)의 관계를 식(26)과 식(27)에 대입하면 다음의 두 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{a} \sum_s F_s S_{ms} - \frac{i}{a} J_{Tm} \sum_s \beta_{0s} F_s S_{ms} \right] \\ & + \left[\frac{1}{Q_{Tm}} + \frac{1}{b} \sum_s S_{ms} - \frac{i}{b} J_{Tm} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} \right] G_m \\ & + \left[\frac{i}{a} \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} + \frac{1}{a} J_{Tm} \sum_s \alpha_{0m} \beta_{0s} M_s S_{ms} \right] \\ & + \left[\frac{i}{b} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} + \frac{1}{b} J_{Tm} \sum_s (\beta_{0s})^2 S_{ms} \right] N_m \\ & = P_0 S_{00} \delta_{0m} - i \beta_0 J_{Tm} S_{00} \delta_{0m} \end{aligned} \quad (32)$$

또한,

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{i}{a} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} F_s + \frac{1}{a} J_{Rm} \sum_s F_s S_{ms} \right] \\ & + \left[-\frac{i}{b} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} + \frac{1}{b} J_{Rm} \sum_s S_{ms} \right] G_m \\ & + \left[\frac{1}{a} \sum_s \alpha_{0m} \beta_{0s} M_s S_{ms} + \frac{i}{a} J_{Rm} \sum_s \alpha_{0m} M_s S_{ms} \right] \\ & + \left[\frac{1}{Q_{Rm}} + \frac{1}{b} \sum_s (\beta_{0s})^2 S_{ms} + \frac{i}{b} J_{Rm} \sum_s \beta_{0s} S_{ms} \right] N_m \\ & = -i \beta_0 P_0 S_{00} \delta_{0m} + P_0 S_{00} J_{Rm} \delta_{0m} \end{aligned} \quad (33)$$

식(32)와 식(33)에서 $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 이고

$$Q_{Tm} = Q_T(\alpha_{0m}), Q_{Rm} = Q_R(\alpha_{0m}),$$

$$Q_{TRm} = Q_{TR}(\alpha_{0m}), J_{Tm} = Q_{TRm}/Q_{Tm},$$

$$J_{Rm} = Q_{TRm}/Q_{Rm} \text{ 이다.}$$

식(29)과 식(30), 식(32)와 식(33)는 계수 F_s, M_s, G_m, N_m 을 구할 수 있는 무한 선형 연립방정식이다. 또한 주어진 조건에서 $s = \pm k, m = \pm k$ 번째까지 계산하고 이들 방정식은 미지의 계수와 같은 개수 $4(2k+1)$ 의 식으로 유도된다. k 는 오차가 적도록 결정하고, 일단 계수들이 결정되면 방사압력은 계산되어 진다.

2.2.2 주기 구조물의 변환응답

보강재에 고정된 등방성평판의 변환응답을 결정하기 위해 변위를 공간조화함수로 표현하면 다음과 같다.

$$W(x, y) = \sum_m \sum_n W_{mn} \exp[-i \alpha_{0m} x - i \beta_{0n} y] \quad (34)$$

여기서, 변위조화계수 W_{mn} 은 다음과 같이 주어진다.

$$W_{mn} = \left(\frac{1}{ab}\right) \int_0^a \int_0^b W(x, y) \exp[i\alpha_{0m}x + i\beta_{0n}y] dx dy \quad (35)$$

그리고, 평판의 변위는 역 변환식(14)에 의해 얻어진다.

$$W(x, y) = P_0 T_{00} - \frac{1}{a} \sum_m \sum_n T_{mn} F_n - \frac{1}{b} \sum_r \sum_t T_{rt} G_r - \frac{i}{a} \sum_m \sum_n \alpha_{0m} T_{mn} M_n - \frac{i}{b} \sum_r \sum_t \beta_{0t} T_{rt} N_r \quad (36)$$

여기서, $T_{mn} = S_{mn} \exp[-i(\alpha_{0m}x + \beta_{0n}y)]$ 이다. 또한 식(36)을 식(35)에 대입하면 모든 지수의 항은 소거되고, 변위계수와 힘과 모멘트계수가 주어지면 적분은 쉽게 구해진다.

$$W_{mn} = P_0 S_{00} \delta_{0m} \delta_{0n} - S_{mn} \left[\frac{F_n}{a} + i\alpha_{0n} \frac{M_n}{a} + \frac{G_m}{b} + i\beta_{0m} \frac{N_m}{b} \right] \quad (37)$$

식(34)~식(35)을 역순으로 대입해서 정리하면 결국, 판 구조물의 변환변위식이 얻어진다.

$$\bar{W}(\alpha, \beta) = 4\pi^2 \sum_m \sum_n W_{mn}(\alpha_0, \beta_0) \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \delta(\beta - \beta_{0n}) \quad (38)$$

여기서, $W_{mn}(\alpha_0, \beta_0)$ 는 식(37)에서 구할 수 있고, W_{mn} 은 α_0 와 β_0 에 의존하며 식(38)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\bar{W}(\alpha, \beta) = 4\pi^2 \sum_m \sum_n U_{mn} \delta(\alpha - \alpha_{0m}) \delta(\beta - \beta_{0n}) P_0(\alpha_0, \beta_0) \quad (39)$$

여기서, U_{mn} 은 식(29)~식(30), 식(32)~식(33)에서 $P_0 = 1$ 일 때 단위진폭에 상응하는 변위조화계수이다.

2.2.3 원거리장(far field)의 방사압력

일반적으로 원거리장의 방사압력을 고정위상법(stationary-phase method)에 의해 다음과 같이 나타낸다⁽⁸⁾.

$$P(R, \theta, \phi) = -\frac{\rho_f \omega^2}{2\pi R} e^{-ikR} \bar{W}(\alpha', \beta') \quad (39)$$

여기서, α' 와 β' 은 고정위상파수이고, $\alpha' = k \sin \theta \cos \phi$, $\beta' = k \sin \theta \sin \phi$ 이다.

$x = x_0$, $y = y_0$ 인 곳의 점하중은 다음과 같다.

$$\bar{F}(\alpha, \beta) = F_0 \exp(-i\alpha x_0 - i\beta y_0)$$

원거리장 압력을 데시벨 값으로 나타내기 위해서는 기준 압력이 필요하다. 기준압력은 고정되지 않는 평판이 고주파의 비동기 음압(asymptotic sound pressure)을 받을 경우이며 다음과 같다.

$$\bar{W}_r(\alpha, \beta) = \frac{F_0}{\left[D(\alpha^2 + \beta^2)^2 - m_p \omega^2 - \frac{i\rho_f \omega^2}{(k^2 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2}} \right]}$$

$\theta=0$ 인 축 위의 방사압력은 다음과 같다.

$$P_r(R, 0, 0) = -\frac{\rho_f \omega^2}{2\pi R} e^{-ikR} \frac{F_0}{\left(-m_p \omega^2 - \frac{i\rho_f \omega^2}{k} \right)}$$

$k = \omega/c$ 이므로 $\omega \rightarrow \infty$ 이다.

$$P_r(R, 0, 0) = +\rho_f F_0 \frac{e^{-ikR}}{2\pi R m_p}$$

축 위의 방사압력은 식(34)에서 $\alpha' = \beta' = 0$ 로 놓음으로써 구해지고, 데시벨 값은 다음과 같은 음압레벨(Sound Pressure Level, SPL)로 표현된다.

$$SPL = 20 \log_{10} \left| \left[\frac{P(R, 0, 0)}{P_r(R, 0, 0)} \right] \right|$$

따라서 $x = x_0$, $y = y_0$ 인 곳에 작용하는 점하중이므로 위 식은 식(35)으로 표현될 수 있다.

$$SPL = 20 \log_{10} \left| -m_p \omega^2 \sum_m \sum_n U_{mn} \exp \left[-i \left(\frac{2\pi x_0}{a} + \frac{2\pi y_0}{b} \right) \right] \right| \quad (40)$$

3. 수치해석 절차

수치해석 프로그램은 Fig. 3와 같은 알고리즘에 의해 구성하였다. 구조물의 단면성질 및 물성치, 경계조건과 하중 조건 등을 고려해서 주파수를 100Hz에서 10,000Hz까지 50Hz씩 증가시켜 가며 힘의 조화계수와 모멘트의 조화계수를 먼저 계산한 다음, 점 조화력 가진에 대한 spectral 응답을 구하고, 하중점이 베이의 정 중앙에 작용했을 때 주파수 변화에 따른 음압레벨(SPL)을 계산하였다. 또한 보의 간격을 0.04m 간격으로 바꾸어 가며, 하중이 x, y축 방향의 정 중앙에 작용했을 때 주파수함수와 음압레벨(SPL)의 관계를 조사할 수 있도록 프로그램을 구성하였다.

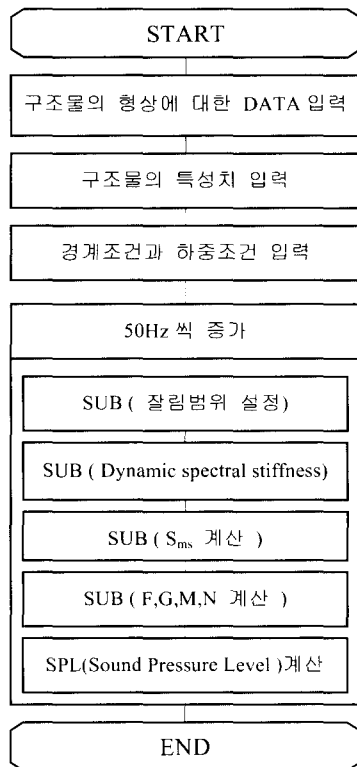


Fig. 3 Flow chart of the algorithm

4. 결과 및 고찰

Fig. 4에 보의 단면형상을 나타내었고, 평판의 강성, 단위 면적당 질량 및 감쇠계수는 각각 $D=2326.0\text{N/m}$, $m_p=39.1\text{kg/m}^2$ 그리고 $\eta=0.02$ 이다. 보의 밀도, Young계수, 횡단

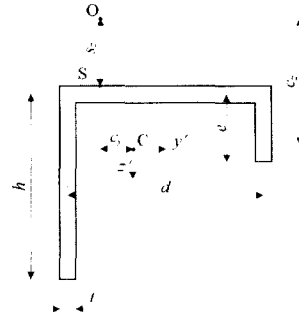


Fig. 4 Geometric properties of the unsymmetrical beam

성계수 그리고 감쇠계수는 각각 7700.0kg/m^3 , $1.95 \times 10^{11}\text{N/m}^2$, $8.1 \times 10^{10}\text{N/m}^2$ 그리고 0.02이다. 매체는 물로서 밀도는 1000.0kg/m^3 이고, 수중에서 소리의 속도는 1500.0m/s 이다. 보와 보사이의 간격은 x와 y방향으로 등간격($L_x=L_y$)이고 주기성을 갖는다. Table 1에 주파수 100Hz일 때 공간 조화계수(F, G, M, N)의 값을 나타냈다.

보의 $L_x=L_y$ 이므로 힘 계수인 F와 G 그리고 모멘트 계수인 $L_x=L_y$ 이므로 힘 계수인 F와 G 그리고 모멘트 계수인 M과 N은 동일한 값으로 계산되었다.

Table 1 Harmonic force and moment coefficients at 100Hz
F,G [N] M,N [Nm]

m,n	RE (F)	IM (F)	RE (G)	IM (G)
-3	-3.0651E-07	-1.5889E-05	-3.0651E-07	-1.5889E-05
-2	-7.4895E-07	-3.8579E-05	-7.4895E-07	-3.8579E-05
-1	-2.2155E-06	-1.1267E-04	-2.2155E-06	-1.1267E-04
0	6.0984E-06	3.1238E-04	6.0984E-06	3.1238E-04
1	-2.2155E-06	-1.1267E-04	-2.2155E-06	-1.1267E-04
2	-7.4895E-07	-3.8579E-05	-7.4895E-07	-3.8579E-05
3	-3.0651E-07	-1.5889E-05	-3.0651E-07	-1.5889E-05
m,n	RE (M)	IM (M)	RE (N)	IM (N)
-3	-1.0953E-14	3.2361E-16	-1.0953E-14	3.2361E-16
-2	-3.9253E-14	9.5009E-17	-3.9253E-14	9.5009E-17
-1	-1.3265E-14	1.0156E-16	-1.3265E-14	1.0156E-16
0	1.7746E-17	-1.5529E-18	1.7746E-17	-1.5529E-18
1	-1.3265E-14	1.0156E-16	-1.3265E-14	1.0156E-16
2	-3.9253E-14	9.5009E-17	-3.9253E-14	9.5009E-17
3	-1.0953E-14	3.2361E-16	-1.0953E-14	3.2361E-16

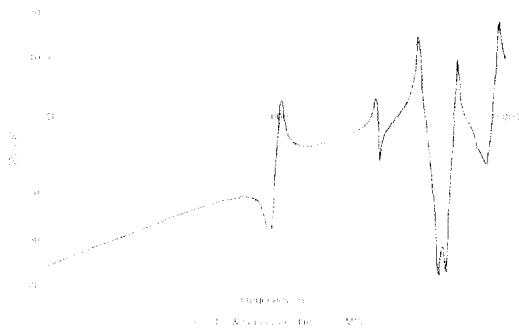


Fig. 5 SPL vs. Frequency at the loading point (Lx/2, Ly/2) in case of bay spacing 0.2m

Fig. 5은 $x=0.1, y=0.1$ 인 곳에 하중이 작용했을 때 주파수에 대한 음압레벨의 관계를 Gauss-Jordan법과 LU분해법을 이용해서 개발한 본 연구의 알고리즘에 의한 계산결과를

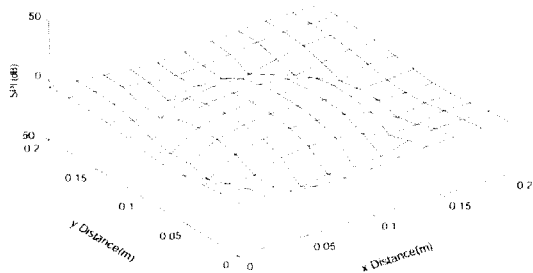


Fig. 6 SPL mode shape at 1050Hz in case of bay spacing 0.2m

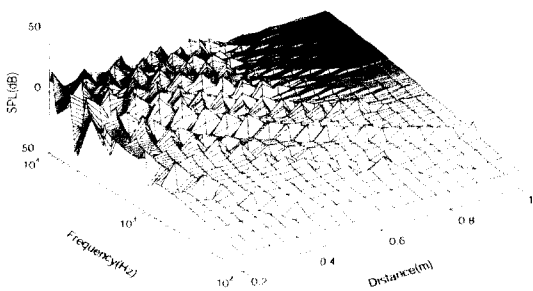


Fig. 8 SPL vs. Frequency at the loading point (Lx/2, Ly/2) in case of bay spacing (LU-Decomposition)

IMSL패키지에 의한 계산치와 비교 검토한 결과를 그린 것으로 각 모드별로 뚜렷한 3개의 피크 값을 갖고 있지만 고주파에서는 각 모드가 근접해 있어 피크값들을 분별해 내기가 어려웠으며, Gauss-Jordan법과 LU분해법을 이용한 계산결과와 IMSL패키지에 의한 계산결과가 매우 잘 일치함을 보여주고 있다.

Fig. 6는 베이 간격이 0.2m이고, 점조화하중이 베이의 (0,0)지점에 작용했을 때 첫 번째 피크가 발생한 주파수 1050Hz일 때 베이의 $x-y$ 평면위에 음압레벨의 모드형상을 그린 것으로서 보강재의 단면이 비대칭이므로 $x-y$ 평면의 한 쪽으로 편향된 경향을 보였다.

Fig. 7~Fig. 9은 Gauss-Jordan법과 LU분해법 및 IMSL패키지를 이용하여 비대칭 단면의 보강재 간격을 0.2m에서 1m까지 변화시키며 주파수변화에 따른 SPL모드를 그린 것이다. 그림에 나타난 바와 같이 보강재 간격이 점차 증가함에 따라 첫 번째 피크점이 발생하는 주파수 값이 낮아질

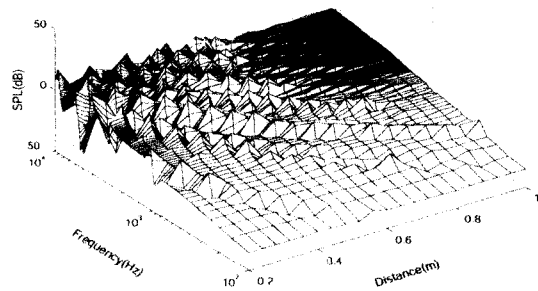


Fig. 7 SPL vs. Frequency at the loading point (Lx/2, Ly/2) in case of bay spacing (Gauss-Jordan Method)

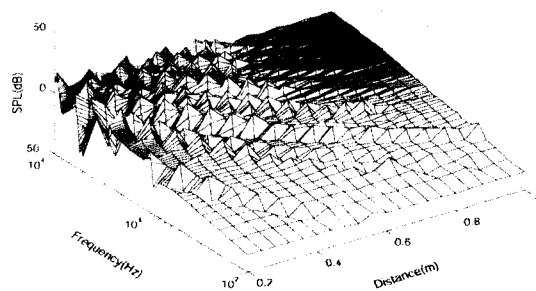


Fig. 9 SPL vs. Frequency at the loading point (Lx/2, Ly/2) in case of bay spacing (IMSL Package)

뿐만 아니라 피크값의 절대치가 작아지는 현상을 알 수 있었다.

5. 결론

본 연구에서는 비대칭형 보강재에 의해 지지된 등방성 평판에 시간에 따른 점조화 하중을 가하면서 발생한 음향방사로 생긴 SPL 응답 특성을 고찰하였다.

이러한 해석결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 본 연구에서는 판의 두께, 판의 재질, 매질의 종류, 보강재의 형상 등의 조건에 따른 음향방사 거동을 파악할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.
- (2) 보강재의 간격이 증가함에 따라 피크점들의 주파수가 낮은 쪽으로 이동했으며, 피크의 절대치는 줄어들었다.
- (3) 비대칭단면의 보강재를 사용한 경우 SPL모드 배열은 x - y 평면의 한쪽으로 뚜렷하게 편향된 경향을 보였다.
- (4) x , y 방향의 보 간격이 같으므로 각각의 힘계수 F , G 와 모멘트계수 M , N 은 동일 값으로 계산되었다.

후 기

본 연구는 조선대학교 교비학술연구비지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

- (1) Mead, D. J., "Free Wave Propagation in Periodically Supported by Infinite Beams", *J. Sound & Vib.*, Vol.11, No. 2, pp. 181~197, 1970.
- (2) Mead, D. T. and Mallik, A. K., "An Approximate Theory for the Sound Radiated from a Periodic Line-Supported Plate", *J. Sound & Vib.*, Vol. 61, No. 3, pp. 315~326, 1978.
- (3) Rumerman, M. L., "Vibration and Wave Propagation in Ribbed Plates", *J. of Acoustics Soc. Am.*, Vol. 57, No. 2, pp. 370~373, 1974.
- (4) Greenspon, J. E., "Sound Radiation from and Orthotropic Plate Supported by a Double Set of Stiffeners", *J. G. Engineering Research Associate*, Baltimore, MD, Report No.0-75-1, 1975.

- (5) Mace, B. R., "Sound Radiation from a Plate Reinforced by Two Sets of Parallel Stiffeners", *J. Sound & Vib.*, Vol. 71, No. 3, pp. 435~441, 1980.
- (6) Mace, B. R., "Periodically Stiffened Fluid-Loaded Plates(I)", *J. Sound & Vib.*, Vol. 73, No. 4, pp. 473~486, 1980.
- (7) Mace, B. R., "Sound Radiation form Fluid-Loaded Orthogonally Stiffened Plates," *J. Sound & Vib.*, Vol. 79, No. 3, pp. 439~452, 1981.
- (8) Harris, C. M., "Shock and Vibration Handbook", McGRAW-HILL, pp. 21.1~21.74, 1997.
- (9) 한상보, "구조물-가진기 상호작용에 의한 공진주파수 변동에 대한 해석", *대한기계학회 논문집 Arnjs*, 제20권, 제7호, pp. 2108~2117, 1996.