

결함 노드를 갖는 (n,k) -스타 그래프에서의 링 임베딩 (Ring Embedding in (n,k) -Star Graphs with Faulty Nodes)

장정환[†] 김진수^{††}
(Jung-Hwan Chang) (Jinsoo Kim)

요약 본 논문에서는 최근에 제안된 상호연결망 (n,k) -스타 그래프에서 결함 노드를 포함하는 경우의 링 임베딩 문제를 다룬다. 그래프 자체의 계층적 특성을 이용한 일련의 차원 확장 및 결함 노드의 분산 전략을 효율적으로 이용하여 $n-3$ 개 이하의 결함 노드만을 포함하고 $n-k \geq 2$ 를 만족하는 (n,k) -스타 그래프에서 고장 노드들만 제외시킨 최대 크기의 링을 임베딩할 수 있음을 보이고 해당 임베딩 알고리즘을 제시한다.

본 논문에서 다루고 있는 사이클 특성과 관련된 링 임베딩 연구는 병렬처리 분야에서의 멀티캐스팅 등과 같이 내재된 사이클 특성을 활용하는 분야에 응용이 가능하다.

키워드 : (n, k) -스타 그래프, 링, 임베딩, 결함

Abstract In this paper, we consider ring embedding problem in faulty (n,k) -star graphs which is recently proposed as an alternative interconnection network topology. By effectively utilizing such strategies as a series of dimension expansions and even distribution of faulty nodes into sub-stars in graph itself, we prove that it is possible to construct a maximal fault-free ring excluding only faulty nodes when the number of faults is no more than $n-3$ and $n-k \geq 2$, and also propose an algorithm which can embed the corresponding ring in (n,k) -star graphs. This result will be applied into the multicasting applications that use the underlying cycle properties on the multi-computer system.

Key words : (n, k) -Star graph, ring, embedding, fault

1. 서론

대규모 병렬처리시스템에서 다양한 응용분야의 알고리즘들을 효율적으로 수용하여 제 성능을 발휘할 수 있도록 하기 위해서는 시스템을 구성하고 있는 노드들의 연결 구조를 그래프 형태로 표현한 상호연결망(interconnection network) 위상의 역할이 매우 중요한데, 그 이유는 해당 그래프에 대한 이론적인 특성 분석을 통해 해당 병렬처리시스템의 성능에 대한 예측이 가능하기 때문이다. 일반적으로 상호연결망의 성능에 큰 영향을 미치는 그래프 이론적인 요소로는 지름(diameter), 연결도(connectivity), 고장 허용도(fault tolerance), 라우팅 알고리즘의 간결성 및 효율성 등이 중요하게 평가되고 있는데, 이러한 요소들을 비교 분석하여 보다 좋은 성능

의 상호연결망을 설계하려는 시도는 그래프 이론 및 병렬처리 분야에서 많은 관심을 받고 있다. 뿐만 아니라 알고리즘에 내재된 자료구조를 실제 구현된 시스템 구조에 효율적으로 매핑시키거나, 상호연결망 상호간 시뮬레이션을 위한 이론적인 기반으로써 그래프 임베딩(embedding) 문제가 대두하게 되었다[1,2].

지난 여러 해 동안 많은 관심을 받아 온 대표적인 상호연결망으로는 하이퍼큐브(hypercube 또는 (i) 진) n -큐브)가 잘 알려져 있지만[3], 보다 성능이 우수한 상호연결망을 찾으려는 다양한 시도의 일환으로 등장한 스타 그래프(star graph 또는 n -스타)가 제안된 후 많은 연구가 진행되어 오고 있다[4,5].

한편, 스타 그래프는 이러한 성능적인 요소에서의 우수함에도 불구하고 실질적인 응용분야에서 상호연결망으로 활용시 원하는 노드 개수를 지닌 적절한 차원을 결정하기가 어렵다는 단점이 지적되고 있다. 즉 n -차원 스타 그래프의 노드 수는 $n!$ 이라는 값에 의해 결정되기 때문에 n 값이 증가함에 따라 임질된 차원간의 차가 기

[†] 중신회원 : 부산외국어대학교 컴퓨터전자공학부 교수

jhchang@pufs.ac.kr

^{††} 정회원 : 건국대학교 컴퓨터·융합과학부 교수

jinsoo@kku.ac.kr

논문접수 : 2001년 2월 28일

심사완료 : 2001년 12월 27일

하급수적으로 커지게 되므로 다양한 노드 수를 갖는 그래프 형태를 제공하지 못하기 때문에 현실적으로 구현 하는데 있어서는 적당한 크기를 결정하기가 쉽지 않다는 것이다. 이러한 n -스타 그래프의 단점을 보완하기 위한 새로운 상호연결망으로서 (n,k) -스타 그래프가 등장하면서 새로운 가능성을 모색할 수 있게 되었다[6].

표 1 주요 상호연결망 그래프 특성 비교

위 상	노드 수	에지 수	분지 수	지름	특질성
n -큐브	2^n	$n2^{n-1}$	n	n	노드, 에지
n -스타	$n!$	$(n-1)n!/2$	$n-1$	$3(n-1)/2$	노드, 에지
(n,k) -스타	$n!/(n-k)!$	$(n-1)n!/2(n-k)!$	$n-1$	$2k-1, \text{ if } k \leq \lfloor n/2 \rfloor$ $\lfloor (n-1)/2 \rfloor + k, \text{ otherwise}$	노드

먼저 n -스타 그래프에서의 사이클 또는 링과 관련된 연구결과를 살펴보면, 결함이 없는 n -스타 그래프에서 모든 노드들을 포함하는 헤밀톤 사이클을 찾는 대표적인 연구 결과로써 [7,8]이 알려져 있다. 한편 결함 노드 또는 에지를 갖는 n -스타 그래프에 대한 연구결과로는 $n!$ 개의 노드를 갖는 n -스타 그래프에서 결함 노드와 에지의 수를 각각 fn 및 fe 라고 나타낼 때 결함의 합에 해당하는 $fn+fe$ 가 $n-3$ 이하라는 조건을 만족하는 경우에 길이 $n!-4 \times fn$ 의 링을 찾을 수 있음을 [9]에서 보였으나, 이후 [10]에서는 동일한 조건 하에서 $n!-2 \times fn$ 이라는 보다 개선된 길이의 링을 임베딩할 수 있음을 보이고 아울러 최악의 경우에 대해서 해당 결과가 최적임을 보였다.

링 이외에도 널리 알려진 상호연결망 모델의 일종인 완전 이진 트리(complete binary tree)를 n -스타에 임베딩한 연구 결과[11] 및 메쉬(mesh)를 n -스타 그래프에 임베딩한 연구 결과[12] 등이 알려져 있다.

한편 (n,k) -스타 그래프는 [6]의 정의에 의하면 n -스타 그래프를 포함하는 초-집합(super-set)에 해당하는 그래프로써 비교적 최근에 제안된 상호연결망인 관계로 다른 모델에 비해 연구 결과가 다양하지 못한 실정이다. 먼저, (n,k) -스타 그래프가 헤밀톤 사이클을 보유하고 있음을 밝힌 연구 결과로는 [14,15,16]이 알려져 있다. [14]에서는 헤밀톤 사이클을 구성 해 가는 방법이 상향식(bottom-up)인데 비해 [15]에서 제시하고 있는 방법에서는 하향식(top-down)으로 진행됨에 따라 보다 유연하게 링을 구성할 수 있을 뿐만 아니라 및 결함 에지를 갖는 경우에도 그 결함의 수가 $n-3$ 개 이하인 경우에는 헤밀톤 사이클을 항상 찾을 수 있음을 보였다. 또한

[16]에서는 (n,k) -스타 그래프가 최소 3 이상 최대 $n!/(n-k)!$ 이하의 다양한 크기의 사이클들을 보유하고 있음을 의미하는 범사이클(pan-cyclic) 특성을 밝히고 있다.

본 논문에서는 노드에 결함을 갖는 (n,k) -스타 그래프를 대상으로 한 링 임베딩 문제를 처음으로 다룬다. 분지수(degree) $n-1$ 의 정규(regular) 그래프 특성을 갖는 (n,k) -스타 그래프에서 최악의 경우에 고장 노드의 개수가 $n-3$ 개를 초과할 수 없다는 조건하에서 결함 노드를 제외시킨 최대 크기의 링을 찾는 문제로 귀결되는데 정상 노드들을 모두 연결시킨 최대 크기의 링을 찾을 수 있음을 보인다.

본 논문에서 임베딩의 대상이 되는 그래프로 고려하고 있는 사이클(혹은 링)은 대부분 알고리즘들의 수행에 필수적인 기본 구조일 뿐만 아니라 노드간의 라우팅 관련 분야에서 특별히 중요한 역할을 하고 있어 상호연결망 그래프에 대한 링 임베딩 특성은 상호연결망으로서 갖추어야 할 중요한 요소 중 하나로 평가받고 있다. 현대의 대규모 병렬컴퓨터(MPP; Massively Parallel Computers) 시스템에서는 내부 프로세서 상호간에 다양한 정보 교환을 통해 원하는 기능들을 고성능으로 처리하게 되는데 이러한 과정에서 필수적으로 요구되는 기능들 중에 하나가 멀티캐스팅(multicasting) 또는 브로드캐스팅(broadcasting)과 같은 다중 메시지 처리 능력이다. 하나의 송신지(source)로부터 출발한 메시지를 여러 개의 수신지(destination)로 빠른 시간에 전송하기 위한 기법으로 알려진 패스-기반[17] 또는 트립(trip)-기반[18]의 멀티캐스팅에서 모든 프로세서를 포함시키거나 또는 그 것이 불가능한 경우에 가능한 많은 프로세서들을 포함시켜 헤밀톤 사이클에 대응되는 링을 구성한 다음, 이 링을 따라 메시지를 이동시켜 가면서 목적지로 지정된 해당 프로세서에 메시지를 전달해 주는 방식으로 링을 한 바퀴 순회함으로써 다중 목적지로의 메시지 전달 기능을 수행하게 된다. 따라서 병렬 컴퓨터 시스템을 구성하고 있는 다양한 상호연결망을 모델로 한 링 임베딩 연구가 기본적으로 필요하게 된다.

또한 구성된 프로세서들의 수가 증가함에 따라 결함 발생 가능성 또한 커지게 되며, 일부 자원에서의 결함 발생 상황 하에서도 가능한 해당 결함 프로세서와 관련된 자원들만을 격리시킴으로써 시스템 내의 정상 동작 중인 다른 프로세서들로 구성된 새로운 형태의 상호연결망에서의 원활한 동작을 보장해 주기 위해 결함 허용 임베딩에 대한 고려가 반드시 필요함을 알 수 있다.

본 논문은 네 개의 절로 구성되며, 제2절에서는 본 논

문에서 주로 다루게 될 (n,k) -스타 그래프에 대한 정의 및 특성을 살펴보고 제3절에서는 그래프 자체의 특성을 효율적으로 이용하여 차원 확장이라는 일련의 과정을 거치면서 결합 노드들을 분산시킴으로써 정상 노드들만으로 구성된 최대 크기의 링을 임베딩할 수 있는 기법을 제시하며, 마지막 제4절에서 결론을 맺는다.

2. (n,k) -스타 그래프 특성

본 절에서는 (n,k) -스타 그래프에 대한 일반적인 성질 중에서 사이클 특성과 관련된 주요 성질들을 살펴보고자 한다. 본 논문에서 표현식 $\langle n \rangle$ 은 자연수의 집합 $\{1, 2, \dots, n\}$ 을 의미한다.

[정의 1] $1 \leq k < n$ 을 만족하는 주어진 두 정수 n 과 k 값에 의해 그 크기가 결정되는 노드의 집합 $V(S_{n,k})$ 와 에지의 집합 $E(S_{n,k})$ 에 의해 다음과 같이 (n,k) -스타 그래프 $S_{n,k}$ 를 정의한다.

- 1) $V(S_{n,k}) = \{p_1 p_2 \dots p_k \mid p_i \in \langle n \rangle, 1 \leq i \leq k\}$
 - 2) $E(S_{n,k}) = \cup_{1 \leq i \leq k} E_i(S_{n,k})$
 - ① $2 \leq i \leq k$ 에 해당하는 i -차원 에지;
 $E_i(S_{n,k}) = \{(p_1 p_2 \dots p_{i-1} p_{i+1} \dots p_k, p_i p_2 \dots p_{i-1} p_{i+1} \dots p_k)\}$
 - ② 1-차원 에지;
 $E_1(S_{n,k}) = \{(p_1 p_2 \dots p_i \dots p_k, x p_2 \dots p_i \dots p_k) \mid x \in \langle n \rangle \setminus \{p_i \mid 1 \leq j \leq k\}\}$
- 여기서 부호 '\('는 차집합을 의미한다.

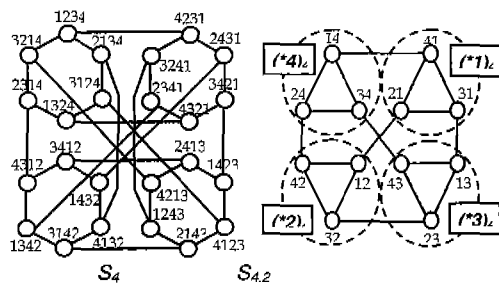


그림 1 4-스타 및 $(4,2)$ -스타 그래프

(그림 1)은 $(4,2)$ -스타 그래프의 예를 대응되는 4-스타 그래프와 비교하여 보여주고 있는데 4-스타 그래프에서는 2-차원, 3차원, 또는 4-차원 에지들만 존재하나 $(4,2)$ -스타 그래프에서는 노드 14와 인접된 에지들을 살펴보면 2-차원 에지로 연결된 노드 41 외에도 4-스타 그래프에서는 볼 수 없었던 1-차원 에지를 통해 연결된 노드 24 및 34가 있음을 알 수 있다.

이어서 (n,k) -스타 그래프 내에 존재하는 재귀적

(recursive) 부그래프(sub-graph)들에 해당하는 부스타-그래프(sub-star graph)들을 체계적으로 나타내기 위한 표현식을 정의하고자 한다.

[정의 2] 표현식 $S = (s_1 s_2 \dots s_k)_n$ 는 $n > k$ 를 만족하고 해당 범위 내의 각 i 에 대해서 $s_i \in \langle n \rangle \cup \{*\}$ 를 만족하는 길이 k 의 스트링 표현이라고 할 때 S 의 스트링 표현식 내에 $1 \leq l < k$ 를 만족하는 l 개의 '*'부호를 포함하고 있다면 S 는 $S_{n,k}$ 로부터 분할된 결과로 얻어진 $(n-k+l, l)$ -부스타 그래프로 정의한다. 여기서 특별한 부호인 '*'는 해당되는 차원이 미확장 상태임을 나타내며 집합 $\langle n \rangle \setminus \{ \cup_{1 \leq i \leq k} \{ s_j \mid s_j \neq '*' \} \}$ 에 해당되는 임의의 부호가 올 수 있다.

[정의 3] $S_{n,k}$ 내에서 $X = (x_1 \dots x_j \dots x_k)_n$ 를 $x_j = '*'$ 인 $(n-l, k-l)$ -부스타 그래프라고 할 때 X 상에 적용하는 j -차원 확장(j -dimensional expansion)이란 X 에 대해 차원 j 위치에 치환 가능한 모든 부호를 대입시키는 연산으로 정의하며, 이 연산을 통해서 X 를 $n-l$ 개의 $(n-l-1, k-l-1)$ -부스타 그래프들로 분할할 수 있다. 본 정의는 순서를 갖는 차원들의 집합으로 그 범위를 확장할 수도 있다. 즉 $m < k-l$ 인 m 에 대해 $D = (d_1, d_2, \dots, d_m)$ 라고 가정하면, D -확장은 d_1 -확장, d_2 -확장, ..., d_m -확장 순으로 m 번의 연속적인 확장을 차례로 적용함을 의미하게 되며, 적용 후에는 $(n-l)(n-l-1) \dots (n-l-m+1)$ 개의 $(n-l-m, k-l-m)$ -부스타 그래프들로 분할된다.

예를 들어 $X = (21 * 35)_8$ 는 $S_{8,5}$ 에 존재하는 $(5,2)$ -부스타 그래프를 나타낸다. 여기서 X 에 4-차원 확장을 적용하게 되면 $(21 * 35)_8$, $(21 * 45)_8$, $(21 * 65)_8$, $(21 * 75)_8$, 그리고 $(21 * 85)_8$ 의 5개 $(4,1)$ -부스타 그래프들로 분할할 수 있다.

차원에 대한 확장과정에서 첫 번째 차원인 1-차원은 특별하게 취급을 하게 되는데, 만일 1-차원 확장을 적용하게 되면 적용결과 생성되는 부스타 그래프들에서 더 이상 재귀적 성질을 기대할 수 없게 되어 위에서 언급된 성질들을 활용할 수 없게 되기 때문이다.

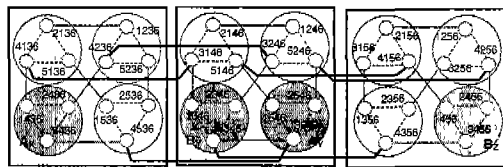
[정의 4] $S_{n,k}$ 에서 임의의 인접한 두 $(n-j, k-j)$ -부스타 그래프를 X, Y 라고 하자. 만일 X 와 Y 의 스트링 표기법에서 '*'를 제외한 부호들이 위치하고 있는 차원들 중에서 오직 하나의 차원에서만 대응되는 부호가 서로 다른 경우에 X 와 Y 의 관계는 상호 인접 관계(adjacent relation)라고 정의한다. 인접 관계의 두 $(n-j, k-j)$ -부스타 그래프 X 및 Y 에 대해서 X 로부터 Y 로의 차-부호(difference in symbol)란 X 를 구성하는 부호 중에서 Y 에는 존재하지 않는 부호를 의미하고,

$difS(X,Y)$ 로 표기한다. 여기서 $difS(X,Y) \neq difS(Y,X)$ 임을 유의하라.

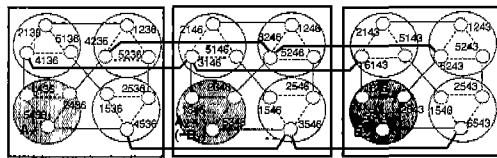
[성질 1] $(n,n-1)$ -스타 그래프 $S_{n,n-1}$ 은 n -스타 그래프 S_n 과 동형(isomorphic)이다[13]. □

[성질 2] $(m,1)$ -스타 그래프 $S_{m,1}$ 은 m 개의 노드를 갖는 완전그래프 K_m 과 동형(isomorphic)이다[15]. □

[정의 5] $S_{n,k}$ 로부터 파생된 임의의 연속된 $(n-j,k-j)$ -부스타 그래프들의 집합 $X = [X_0, X_1, \dots, X_{r-1}]$ 에서 각 X_i 가 전후에 위치한 두 개의 $(n-j,k-j)$ -부스타 그래프들 $X_{(i-1) \bmod r}$ 과 $X_{(i+1) \bmod r}$ 상호간에 인접(adjacent) 관계를 만족하는 경우에 X 를 길이 r 의 $(n-j,k-j)$ -부스타-링으로 정의하고, $R_{n-j,k-j}^r$ 로 표기한다. 여기서 각 X_i 를 $(n-j, k-j)$ -부스타-노드로, X_i 와 인접 $(n-j,k-j)$ -부스타-노드와의 연결에 참여하고 있는 에지들의 집합을 $(n-j,k-j)$ -부스타-에지로 정의한다.



$X = (**36)_6$, $Y = (**46)_6$, $Z = (**56)_6$
(a) $difS(X,Y) \neq difS(Z,Y)$ 인 경우



$X = (**36)_6$, $Y = (**46)_6$, $Z = (**43)_6$
(b) $difS(X,Y) = difS(Z,Y)$ 인 경우

그림 2 인접한 부스타-노드간 상호관계

$(n-j,k-j)$ -부스타-링 내의 인접한 두 $(n-j,k-j)$ -부스타-노드를 각각 $X = (x_1x_2 \dots x_k)_n$ 와 $Y = (y_1y_2 \dots y_k)_n$ 라고 가정하고 임의의 l -차원 $(2 \leq l \leq k)$ 에서의 해당되는 부호가 $x_l = y_l = '*'$ 라고 할 때, X 와 Y 에 각각 l -차원 확장을 적용함으로써 각각으로부터 $n-j$ 개의 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드들을 얻게 되는데 이들 상호간에 유지되는 성질의 특성을 살펴보고자 한다.

[성질 3] X 로부터 확장되어 생산된 각 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드들은 인접관계의 측면에서 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-에지에 의해 서로 완전 연결(completely connected) 구조를 이루고 있으며, Y 에서도 성립한다. 뿐만 아니라 X 내의 특정한 한 개의 $(n-j-1, k-j-1)$ -부

스타-노드(특별히 A_X 로 정의함, (그림 2) 참조)를 제외한 $n-j-1$ 개의 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드들은 각각 Y 내의 대응되는 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드와 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-에지에 의해 일대일 방식으로 서로 연결되어 있다(물론 Y 내에도 X 의 대응되는 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드와 연결될 수 없는 특별한 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드가 하나 존재하며 이를 B_Y 로 정의함(그림 2) 참조).

여기서 상호간에 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-에지로 연결이 될 수 없는 특별한 두 개의 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드 A_X 와 B_Y 에 해당하는 스트링 표현식에서 확장된 차원인 차원 l 의 부호로 아래와 같은 특별한 값을 갖는 경우에 해당하게 된다.

$$A_X = (x_1x_2 \dots x_{l-1} difS(Y,X)x_{l+1} \dots x_k)_n$$

$$B_Y = (y_1y_2 \dots y_{l-1} difS(X,Y)y_{l+1} \dots y_k)_n \quad \square$$

(성질 3)으로부터 유추해 보면 인접된 3개의 $(n-j,k-j)$ -부스타-노드 X, Y, Z 중에서 Y 내의 분할된 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드들의 인접관계를 살펴보면, $difS(X,Y) = difS(Z,Y)$ 인 경우에는 하나의 동일한 $(n-j-1, k-j-1)$ -부스타-노드가 X 및 Z 와 동시에 연결될 수 없게 됨을 알 수 있다(그림 2) (b) 참조).

본 논문에서 언급될 임의의 부스타-링 $R = [X_0, X_1, \dots, X_{r-1}]$ 에서 각 X_i 의 인덱스를 나타내는 j 의 표기 상에서 " $j+1$ " 또는 " $j-1$ "은 링 또는 사이클의 구조적 특성상 특별한 언급이 없는 한 각각 " $(j+1) \bmod r$ " 또는 " $(j-1) \bmod r$ "을 의미한다.

3. 링 임베딩 기법

본 절에서는 (n,k) -스타 그래프에서의 재귀적 특성을 이용하여 노드에서의 결합을 갖는 그래프에서의 링 임베딩을 위한 특성을 분석하고 결합 노드들을 배제시킨 최대 크기의 사이클을 찾을 수 있는 알고리즘을 제시한다.

3.1 재귀적 특성

앞에서 살펴본 바와 같이 (n,k) -스타 그래프는 n -스타 그래프를 포함하는 초집합에 해당하는 포괄적인 그래프 부류에 속하면서 동시에 n -스타 그래프와 마찬가지로 재귀적(recursive) 특성을 보유하고 있음이 알려져 있는데[15], 이러한 바람직한 성질을 활용함으로써 결합 노드를 갖는 경우에도 활용할 수 있음을 보이고자 한다.

[보조정리 1] $S_{n,k}$ 내에서 $n-k \geq 3$ 및 $l \geq 2$ 를 만족하는 임의의 $(n-k+l, l)$ -부스타-링 $R = [X_0, X_1, \dots, X_{r-1}]$ 에서 각 X_i 의 미확장 차원들은 모두 위치가 같고, l -차원을 반드시 포함하는 조건을 만족하면, 주어진 R 로부터 다음의 조건을 만족하는 길이 $r(n-k+l)$ 의 $(n-k+$

$l-1, l-1$ -부스타-링 $R' = [Y_0, Y_1, \dots, Y_{r(n-k+l-1)}]$ 을 항상 만들 수 있다.

(a) 각 인덱스 i 에 대해서 $\text{difS}(Y_{i-1}, Y_i) \neq \text{difS}(Y_{i+1}, Y_i)$ 가 성립한다.

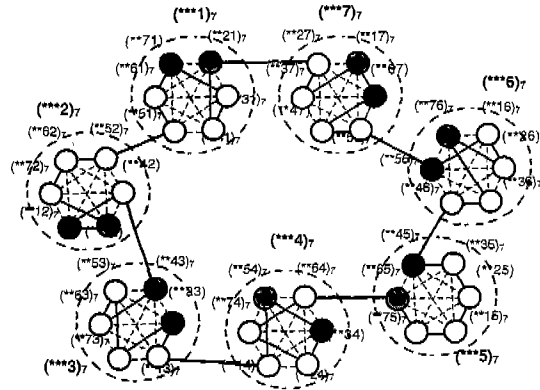


그림 3 (6,3)-부스타-링으로부터 (5,2)-부스타-링 구성 예

[증명] R 로부터 실제 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-링을 만드는 일련의 과정을 통해 증명하고자 한다.

먼저, 미확장 차원들 중에서 첫 번째 차원이 아닌 임의의 한 차원을 선택하여 해당 차원에 차원 확장을 적용하면 각 X_j 로부터 $n-k+l$ 개의 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드들을 연계 되어 전체적으로 R 내에 $r(n-k+l)$ 개의 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드들을 연계 된다. R 내의 첫 번째 $(n-k+l, l)$ -부스타-노드인 X_0 내에 존재하는 $n-k+l$ 개의 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드들중 X_{r-1} 내의 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드들과 연결된 $n-k+l-1$ 개 중에서 임의의 한 개 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드를 S 로 두고 S 와 연결된 X_{r-1} 내의 해당 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드를 T 라 두면 S 로부터 시작하여 R 의 링을 따라 각 $(n-k+l, l)$ -부스타-노드들을 차례로 방문하면서 그 내부에 존재하는 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드들을 연결시켜 패스를 구성하고 최종적으로 X_{r-1} 를 방문하여 X_{r-1} 내의 T 를 최종적으로 방문함으로써 T 와 S 를 연결시키게 되어 궁극적으로 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-링을 만들고자 한다. 각 X_j 들을 순차적으로 방문하되 다음과 같은 규칙(본 논문에서는 NKTR (Traversing Rules for (n, k) -star graphs)이라 정의함)을 준수하면서 진행한다.

NKS-1: X_j 내부로 일단 들어오면 X_j 를 떠나 다음 차례의 X_{j+1} 로 진행하기 전에 X_j 내에 존재하는 모든 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드들의 방문을 완료한다.

NKS-2: X_j 내에 존재하는 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노

드들 중에서 X_{j-1} 내에 존재하는 어떤 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드와도 연결되지 않는 특정 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드를 X_j 내에서 특별히 마지막 또는 마지막 바로 전 차례에 해당하는 $(n-j)$ -번째 또는 $(n-j-1)$ -번째에는 각각 방문되지 않도록 한다.

NKS-3: X_j 내에 존재하는 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드들 중에서 X_{j-1} 내에 존재하는 어떤 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드와도 연결되지 않는 특정 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드를 X_j 내에서 특별히 첫 번째 또는 두 번째 차례에는 방문되지 않도록 한다.

본 NKTR 법칙의 마지막 두 법칙 준수를 통해 결과적으로 생성될 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-링에서 요구되는 조건 (a)가 만족시키게 되는데, 주어진 조건 $n-k+l \geq 5$ 로부터 각 X_j 에는 적어도 다섯 개 이상의 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드가 존재함을 알 수 있고, 비록 주어진 R 의 인접 $(n-k+l, l)$ -부스타-노드 상호간에 조건 $\text{difS}(X_{j-1}, X_j) = \text{difS}(X_{j+1}, X_j)$ 가 성립되어 (그림 2)의 (b)에서 보는 바와 같이 X_j 내의 특정한 하나의 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드가 동시에 X_{j-1} 및 X_{j+1} 내의 어떤 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드와도 연결되지 않는 경우가 발생되더라도 해당 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드를 X_j 내에서 세 번째 차례에 방문함으로써 NKTR 법칙 중 NKS-2 및 NKS-3을 동시에 만족시킬 수 있게 된다.

따라서 이러한 체계적인 기법을 통해 주어진 R 로부터 길이 $r(n-k+l)$ 인 한 차원 낮은 새로운 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-링 R' 을 조건 (a)가 만족되도록 만들 수 있음을 보였다. □

(보조정리 1)의 경우에는 주어진 조건에서 $n-k+l \geq 5$ 이므로 R 내의 각 X_j 로부터 차원 확장을 통해 만들어 지는 부스타-노드의 개수가 최소한 다섯 개 이상이 되지만 $n-k+l=4$ 인 경우는 특별히 추가 조건이 요구됨을 다음의 보조정리가 말해주고 있다.

[보조정리 2] $S_{n,k}$ 내에서 $n-k=2$ 및 $l=2$ 를 만족하는 임의의 $(n-k+l, l)$ -부스타-링 $R = [X_0, X_1, \dots, X_{r-1}]$ 에서 각 X_i 의 미확장 차원들은 모두 위치가 같고 l -차원을 반드시 포함하고 있으며 임의의 인덱스 i 에 대해 조건 $\text{difS}(X_{i-1}, X_i) \neq \text{difS}(X_{i+1}, X_i)$ 이 만족되면, 주어진 R 로부터 다음의 조건을 만족하는 길이 $r(n-k+l)$ 의 새로운 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-링 $R' = [Y_0, Y_1, \dots, Y_{r(n-k+l-1)}]$ 을 항상 만들 수 있다.

(a) 각 인덱스 j 에 대해서 $\text{difS}(Y_{j-1}, Y_j) \neq \text{difS}(Y_{j+1}, Y_j)$ 가 성립한다.

[증명] (보조정리 1)과 유사하게 증명이 가능하며, 단지 주어진 조건에서 $n-k+l=4$ 이므로 각 X_j 에는 각각

네 개씩의 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드가 존재함을 의미하며, 이 경우에는 (그림 2)의 (b)에서 보는 바와 같이 X_i 내의 특정한 하나의 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드가 동시에 X_{i-1} 및 X_{i+1} 내의 어떤 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드와도 연결되지 않는 경우에는 해당 $(n-k+l-1, l-1)$ -부스타-노드를 NKTR-2 및 NKTR-3을 동시에 만족시킬 수 없게 됨을 알 수 있다.

그러나 주어진 조건에 의하면 R 내의 인접 $(n-k+l, l)$ -부스타-노드 상호간에 조건 $difS(X_{i-1}, X_i) \neq difS(X_i, X_{i+1})$ 가 성립되어 (그림 2)의 (b)에서 보는 바와 같은 경우는 발생하지 않음을 보장하고 있어 이 경우에는 최종적으로 만들어지는 $(n-k+l, l-1)$ -부스타-링 R' 에서 조건 (a)가 만족되기 위해 필요한 NKTR 법칙 중 NKS-2 및 NKS-3을 준수하는데 문제가 없으므로 보조정리가 성립함을 알 수 있다. □

(보조정리 1) 및 (보조정리 2)는 주어진 $S_{n,k}$ 로부터 $S_{n-1, k-1}$ 을 만든 다음 $S_{n-1, k-1}, S_{n-2, k-2}, \dots, S_{n-k+1, 3}$ 까지 분할시키는 일련의 과정들을 그래프 자체의 재귀적 성질을 이용하여 연속적으로 만들 수 있음을 의미하고 있다.

그러나 결합 노드들을 제외시킨 정상 노드들만으로 구성된 사이클을 구성해 주기 위해서는 추가적인 전제 조건이 요구됨을 암시하고 있다.

한편 본 논문에서는 결합 노드들을 효율적으로 처리하기 위해 일련의 차원 확장 과정에서 결합 노드들을 생성되는 부스타-노드들로 분산시키는 전략을 이용하고 있는데 다음의 보조정리가 이러한 전략의 가능성을 말해주고 있다.

[보조정리 3] $n-k \geq 2$ 를 만족하는 주어진 $S_{n,k}$ 가 $n-3$ 이내의 결합 노드를 포함하고 있다면, $1 \leq l < k$ 및 $|D|=l$ 를 만족하는 D -확장의 결과 생성된 $n(n-1)\dots(n-l+1)$ 개의 $(n-l, k-l)$ -부스타-노드들이 각각 $n-l-3$ 개 이내의 결합 노드만을 포함하도록 해주는 그런 차원 확장 집합 D 를 항상 찾을 수 있다.

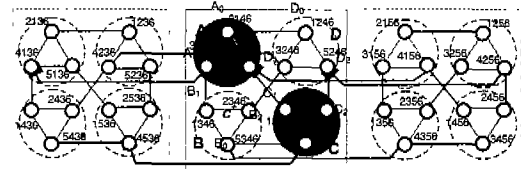
[증명] $S_{n,k}$ 내에 $n-3$ 개 이내의 결합 노드를 포함하고 있는 경우에 하나의 차원 확장을 통해 확장 후 생성되는 한 차원 낮은 부스타-노드들 중 하나의 특정 부스타-노드로 몰리지 않고 최소한 두 개 이상의 부스타-노드들로 결합 노드들이 분산될 수 있도록 해 주는 그러한 확장 대상 차원을 쉽게 찾을 수 있다.

따라서 결합 노드들의 분포를 고려하여 미확장 차원들에 대한 차원 확장을 l 번 연속적으로 반복함으로써 결과적으로 생성되는 부스타-노드들에 포함된 결합 노드들의 수는 적어도 l 개 이상 줄어들어 최대 $n-l-3$ 개 이내만 남아 있도록 해 줄 수 있는 그러한 확장 대상 차

원들을 쉽게 찾을 수 있다. □

3.2 n-k=2인 경우

이 경우에는 연속적인 $k-2$ 회에 걸친 차원 확장과정을 거쳐서 $(4,2)$ -부스타-링을 얻게 되고, 해당 부스타-링을 구성하고 있는 각 $(4,2)$ -부스타-노드들은 각각 한 개 이하의 결합노드를 갖게 됨을 알 수 있다. 여기서 유의할 점은 최종적으로 우리가 원하는 형태의 링을 임베딩하기 위해서는 그 전 단계에 해당하는 $(4,2)$ -부스타-링이 특별한 조건을 요구함을 의미하고 있는데 다음의 보조정리가 이를 언급하고 있다.



$$X_{p-1} = (* * 36)_6 \quad X_p = (* * 46)_6 \quad X_{p+1} = (* * 56)_6$$

그림 4 $(4,2)$ -부스타-링에서의 무결함 사이클 구성 예

[보조정리 4] $n-k=2$ 를 만족하는 $S_{n,k}$ 내에서 다음의 조건들을 만족하는 임의의 $(4,2)$ -부스타-링 $R = [X_0, X_1, \dots, X_{r-1}]$ 이 주어지면, 주어진 R 로부터 길이 $12r-f$ 의 링을 항상 만들 수 있다.

- ① $0 \leq i < r$ 을 만족하는 임의의 인덱스 i 에 대해 X_i 에는 한 개 이내의 결합 노드를 포함하고, R 내의 전체 결합 노드의 수 f 는 $\lfloor 4lr(n-3)/n! \rfloor$ 개 이하이며,
- ② 두 개의 연속된 $(4,2)$ -부스타-노드 X_i 및 X_{i+1} 이 동시에 결합 노드를 포함할 수 없으며,
- ③ $difS(X_{i-1}, X_i) \neq difS(X_i, X_{i+1})$ 가 성립한다.

[증명] $1 < p \leq k$ 을 만족하는 임의의 정수 p 에 대해서 X_p 가 한 개의 결합 노드를 내포하고 있는 $(4,2)$ -부스타-노드라고 가정하면, 주어진 조건 ②로부터 X_{p-1} 및 X_{p+1} 내에는 결합이 있을 수 없다는 것을 의미한다.

여기서 c^- 와 c^+ 를 각각 X_{p+1} 및 X_{p-1} 내의 어떤 $(3,1)$ -부스타-노드와도 연결되지 않는 해당 $(3,1)$ -부스타-노드라고 가정하자.

그러면 앞의 (보조정리 1) 또는 (보조정리 2)의 증명 과정에서와 유사하게 X_{p-1} 내에서 차원 확장으로 생성된 네 개의 $(3,1)$ -부스타-노드들을 방문하면서 패스를 구성한 다음 X_p 로 진입하는 시점에서의 진입(incoming) $(3,1)$ -부스타-노드가 어떤 것인가에 따라서 다음과 같은 두 가지 경우로 나누어 고려하고자 한다.

- (1) 진입되는 부스타-노드가 c^- 도 아니고 c^+ 도 아닌

경우에는 다시 X_p 내에서 결함 (3,1)-부스타-노드가 어떤 노드인가에 따라 (그림 4)에서 볼 수 있는 바와 같이 보다 세부적으로 나누어 고려한다(그래프의 대칭성으로 인해 일반화가 가능하다).

a) (그림 4)에서 (3,1)-부스타-노드 A가 결함을 포함하는 경우는 A 내에서의 결함 노드 분포에 따라 다음과 같이 X_p 내에서 패스 구성이 가능함을 확인할 수 있다.

-노드 A0이 결함인 경우:

$$A_1-A_2-C_1-C_2-C_0-B_0-B_1-B_2-D_1-D_0-D_2$$

-노드 A1이 결함인 경우(이 경우에는 바로 전 (4,2)-부스타-노드에 해당하는 X_{p-1} 에서의 재조정을 통해 A로의 진입 부스타-노드의 조정(re-route)이 필요함):

$$C_0-C_2-C_1-A_2-A_0-D_0-D_2-D_1-B_2-B_1-B_0$$

-노드 A2가 결함인 경우:

$$A_1-A_0-D_0-D_1-B_2-B_1-B_0-C_0-C_1-C_2-D_2$$

b) (그림 4)에서 B가 결함을 포함하는 경우에도 유사하게 확인할 수 있다.

-노드 B0이 결함인 경우:

$$A_1-B_1-B_2-D_1-D_0-A_0-A_2-C_1-C_0-C_2-D_2$$

-노드 B1이 결함인 경우:

$$A_1-A_0-A_2-C_1-C_0-C_2-D_2-D_0-D_1-B_2-B_0$$

-노드 B2가 결함인 경우:

$$A_1-B_1-B_0-C_0-C_1-C_2-D_2-D_1-D_0-A_0-A_2$$

c) (그림 4)에서 C가 결함을 포함하는 경우에도 역시 유사하게 확인이 가능하다.

-노드 C0이 결함인 경우:

$$A_1-A_0-A_2-C_1-C_2-D_2-D_0-D_1-B_2-B_1-B_0$$

-노드 C1이 결함인 경우:

$$A_1-B_1-B_2-B_0-C_0-C_2-D_2-D_1-D_0-A_0-A_2$$

-노드 C2가 결함인 경우:

$$A_1-A_0-D_0-D_2-D_1-B_2-B_1-B_0-C_0-C_1-A_2$$

d) (그림 4)의 D가 결함을 포함하는 경우에도 역시 유사하게 확인이 가능하다.

-노드 D0이 결함인 경우:

$$A_1-A_0-A_2-C_1-C_2-C_0-B_0-B_1-B_2-D_1-D_2$$

-노드 D1이 결함인 경우:

$$A_1-B_1-B_2-B_0-C_0-C_1-C_2-D_2-D_0-A_0-A_2$$

-노드 D2가 결함인 경우:

$$A_1-A_0-D_0-D_1-B_2-B_1-B_0-C_0-C_2-C_1-A_2$$

(2) 진입되는 부스타-노드가 c^- 에 해당하는 (3,1)-부스타-노드인 경우에는 다시 X_p 내에서의 결함 (3,1)-부스타-노드가 어떤 노드인가에 따라 (그림 4)에서 볼 수 있는 바와 같이 보다 세부적으로 나누어 고려한다.

a) (그림 4)에서 (3,1)-부스타-노드 A가 결함을 포함

하는 경우는 A 내에서의 결함 노드 분포에 따라 다음과 같이 X_p 내에서 패스 구성이 가능하다.

-노드 A0이 결함인 경우:

$$C_0-C_1-C_2-D_2-D_0-D_1-B_2-B_0-B_1-A_1-A_2$$

-노드 A1이 결함인 경우:

$$C_0-C_2-C_1-A_2-A_0-A_0-D_0-D_2-D_1-B_2-B_1-B_0$$

-노드 A2가 결함인 경우:

$$C_0-C_1-C_2-D_2-D_1-D_0-A_0-A_1-B_1-B_2-B_0$$

b) (그림 4)에서 B가 결함을 포함하는 경우에도 유사하게 확인이 가능하다.

-노드 B0이 결함인 경우:

$$C_0-C_2-C_1-A_2-A_0-A_1-B_1-B_2-D_1-D_0-D_2$$

-노드 B1이 결함인 경우:

$$C_0-C_2-C_1-A_2-A_1-A_0-D_0-D_2-D_1-B_2-B_0$$

-노드 B2가 결함인 경우:

$$C_0-B_0-B_1-A_1-A_0-D_0-D_1-D_2-C_2-C_1-A_2$$

c) (그림 4)에서 C가 결함을 포함하는 경우에도 유사하게 확인이 가능하다.

-노드 C0이 결함인 경우(이 경우에는 바로 전 (4,2)-부스타-노드에 해당하는 X_{p-1} 에서의 재조정을 통해 A로의 진입 부스타-노드의 조정이 필요함):

$$A_1-A_0-A_2-C_1-C_2-D_2-D_0-D_1-B_2-B_1-B_0$$

-노드 C1이 결함인 경우:

$$C_0-C_2-D_2-D_1-D_0-A_0-A_2-A_1-B_1-B_2-B_0$$

-노드 C2가 결함인 경우:

$$C_0-C_1-A_2-A_1-A_0-D_0-D_2-D_1-B_2-B_1-B_0$$

d) (그림 4)에서 D가 결함을 포함하는 경우에도 역시 유사한 방법으로 확인이 가능하다.

-노드 D0이 결함인 경우:

$$C_0-C_1-C_2-D_2-D_1-B_2-B_0-B_1-A_1-A_0-A_2$$

-노드 D1이 결함인 경우:

$$C_0-C_1-C_2-D_2-D_0-A_0-A_2-A_1-B_1-B_2-B_0$$

-노드 D2가 결함인 경우:

$$C_0-C_2-C_1-A_2-A_1-A_0-D_0-D_1-B_2-B_1-B_0$$

위에서 언급된 경우 중 진입노드에 발생된 결함으로 인해 불가피하게 진입 노드의 변경이 필요한 두 가지 경우에는 이미 방문을 마친 X_{p-1} 에서의 진출 노드를 변경해 주기 위한 패스의 재구성성이 요구되지만 이미 언급한 바와 같이 X_{p-1} 내에는 결함 노드는 없으며 내부 노드 상호간에는 완전 연결 구조로 연결되어 있으므로 X_{p-1} 내에서의 진출 노드의 재조정을 통해 X_p 에서의 진입 노드 조정에는 전혀 문제가 없다. 따라서 본 보조정리가 성립됨을 알 수 있다. □

위의 (보조정리 4)에서는 원하는 링을 구성해 주기

위해서 요구되는 $(4,2)$ -부스타-링에서의 전제 조건을 제시하고 있는데 이러한 조건들을 만족하는 링을 구성하기 위한 방법을 다음의 보조정리를 통해 알아보고자 한다.

[보조정리 5] $n-k=2$ 를 만족하는 $S_{n,k}$ 내에서 주어진 $(5,3)$ -부스타-링 $R = [X_0, X_1, \dots, X_{r-1}]$ 내의 각 X_i 가 각각 최대 두 개 이내의 결합 노드만을 포함하고 있다면, 주어진 R 로부터 길이 $5r$ 의 $(4,2)$ -부스타-링 $R' = [Y_0, Y_1, \dots, Y_{5r-1}]$ 을 항상 만들 수 있다.

① $0 \leq j < 5r$ 을 만족하는 임의의 인덱스 j 에 대해 Y_j 에는 최대 한 개 이내의 결합 노드를 포함하며,

② 두 개의 연속된 $(4,2)$ -부스타-노드 Y_j 및 Y_{j+1} 이 동시에 결합 노드를 포함할 수 없으며,

③ $\text{diff}(Y_{j-1}, Y_j) \neq \text{diff}(Y_{j+1}, Y_j)$ 가 성립한다.

[증명] 앞에서와 유사한 방법에 의해 구성과정을 보임으로써 증명을 유도하고자 한다.

먼저 차원 확장을 실행할 대상이 되는 차원을 선정하여야 하는데 확장의 결과 생성되는 각 $(4,2)$ -부스타-노드들이 각각 한 개 이하의 결합 노드들을 포함하도록 해 주는 그러한 차원을 선택한다((보조정리 3) 참조).

선택된 차원을 따라 차원 확장 과정을 통해 각 X_i 로부터 각각 다섯 개씩의 $(4,2)$ -부스타-노드들을 얻을 수 있게 된다.

따라서 주어진 R 내의 각 X_i 들을 하나씩 방문하면서 해당 $(5,3)$ -부스타-노드 내의 각 $(4,2)$ -부스타-노드들을 빠짐없이 패스로 연결시켜 나감으로써 최종적으로 원하는 형태의 $(4,2)$ -부스타-링으로 구성하고자 한다.

주어진 R 내에 존재하는 결합 노드의 수가 링 내의 전체 노드 수에 비해 상대적으로 작기 때문에 X_i 중에서 결합을 포함하지 않는 $(5,3)$ -부스타-노드가 반드시 하나 이상 존재한다는 사실을 알 수 있으며, X_{i-1} 이 그러한 성질을 만족한다고 가정하자(주어진 R 내에서 레이블을 재조정하게 되면 항상 X_{i-1} 이 성질을 만족하도록 재배열이 가능하다).

그러면 R 내의 첫 번째 $(5,3)$ -부스타-노드에 해당하는 X_0 로부터 출발하여 순서대로 방문하면서 각 X_i 내의 $(4,2)$ -부스타-노드들을 패스로 연결시켜 나가 최종적으로 링을 구성하고자 한다. 여기서 최종적으로 연계 될 $(4,2)$ -부스타-링에서 처음과 마지막 $(4,2)$ -부스타-노드에 해당하는 부스타-노드를 각각 S 와 E 라고 표기하자. 그리고 R 내에서 마지막으로 방문하게 될 $(5,3)$ -부스타-노드로 선정된 X_{r-1} 내에 확장되어 생성된 다섯 개의 $(4,2)$ -부스타-노드들 중에서 X_{r-2} 내의 어떤 $(4,2)$ -부스타-노드와도 연결되지 않는 유일한 $(4,2)$ -부스타-노드

를 E 로 뚫으로써 X_{r-2} 방문후 X_{r-1} 로 진입되는 $(4,2)$ -부스타-노드와 E 가 동일하게 될 수 없도록 유도한다. 따라서 E 와 연결된 X_0 내의 해당 $(4,2)$ -부스타-노드가 자동적으로 S 로 되어 $(4,2)$ -부스타-링의 구성을 시작하게 된다.

X_0 으로부터 출발하여 각 X_i 내의 다섯 개 $(4,2)$ -부스타-노드들을 패스로 연결시켜 나가는 과정에서는 앞의 (보조정리 1)에서 언급한 바 있는 NKTR 법칙들을 준수하면서 방문하여야만 결과적으로 생성되는 $(4,2)$ -부스타-링에서 인접 부스타-노드 상호간에 요구되는 조건을 만족시켜 줄 수 있게 된다. 여기서 조건이 만족되도록 방문 순서를 결정함에 있어 예상될 수 있는 최악의 경우를 분석하기 위해 다음과 같은 시나리오를 가정하자.

임의의 j -번째 스텝에 해당하는 과정으로써 X_{j-2} 까지의 방문을 완료하여 성공적으로 패스를 구성한 상태에서 X_{j-1} 로 진입하는 시점에서 예상 가능한 경우들을 분석하고자 한다. 분석과정에서의 편의를 위해 몇 가지 표기를 도입하자. 분석 대상 $(5,3)$ -부스타-노드인 X_{j-1} 내에서 첫 번째 방문되는 $(4,2)$ -부스타-노드를 I 라고 하고, X_{j-1} 의 전방 또는 후방 부스타-노드에 해당하는 X_{j-2} 및 X_j 내의 어떤 $(4,2)$ -부스타-노드와도 연결되지 않는 X_{j-1} 내의 $(4,2)$ -부스타-노드를 각각 c' 및 c'' 라고 하자.

X_{j-1} 에서의 결합 노드 분포가 최악의 경우라고 가정하면 X_{j-1} 내에 존재하는 다섯 개의 $(4,2)$ -부스타-노드 중 두 개의 부스타-노드가 결합 노드를 포함할 수 있다고 보고 이 경우에도 결과적으로 생성될 $(4,2)$ -부스타-링에서의 연속된 두 $(4,2)$ -부스타-노드가 동시에 결합을 포함하지 않도록 배치할 수 있는 패스 구성 전략이 가능함을 보이고자 한다.

진입 부스타-노드인 I 가 결합 노드를 포함하고 있는지 여부에 따라 다음과 같이 두 가지 경우로 나누어 분석한다.

(1) 부스타-노드 I 가 결합 노드를 포함하고 있는 경우에는 나머지 남은 하나의 결합 부스타-노드를 NKTR 법칙들을 위배하지 않으면서 배치할 수 있는 방법으로 다음과 같이 제안한다.

a) 해당 결합 부스타-노드를 세 번째 또는 네 번째 방문 순서에 배치되도록 패스를 구성한다.

b) 다만, c'' 에 해당하는 $(4,2)$ -부스타-노드가 결합을 갖는 경우에는 해당 결합 부스타-노드를 반드시 세 번째 방문 순서가 되도록 패스를 구성시켜 주어야 한다.

(2) 부스타-노드 I 가 결합이 아닌 경우에는 남아있는 두 개의 결합 부스타-노드들을 각각 두 번째와 네 번째 순서에 방문될 수 있도록 패스로 연결시켜 준다.

위에서 살펴본 두 가지 경우 모두 다 주어진 조건을 만족시키기 위한 NKTR 법칙을 위배하지 않는 범위 내에서 부스타-노드들의 배치가 가능함을 알 수 있다.

따라서 S로부터 출발하여 각 X_i 내의 (4,2)-부스타-노드들을 조건이 만족되도록 연결시켜 패스 구성을 확장해 나가 최종적으로 X_{r-1} 과 X_0 사이에 (4,2)-부스타-노드 E와 S를 연결시켜줌으로써 조건을 만족하는 (4,2)-부스타-링으로 만들 수 있게 됨을 알 수 있다. □

3.3 $n \geq 3$ 인 경우

(n,k)-스타 그래프에서 $n-k$ 값이 커질수록 그래프 내부에 보유하고 있는 완전그래프의 크기가 커지게 되므로 그만큼 우회 경로에 대한 선택의 폭이 커지게 되어 결국 결함에 대해서 보다 덜 민감해지게 됨을 예측할 수 있다.

[보조정리 6] $n-k \geq 3$ 을 만족하는 S_{nk} 내에서 주어진 $(n-k, 2, 2)$ -부스타-링 $R = [X_0, X_1, \dots, X_{r-1}]$ 이 다음의 조건들을 만족하면, 주어진 R로부터 길이 $r(n-k+1) - (n-k+2)$ -f의 링을 항상 만들 수 있다.

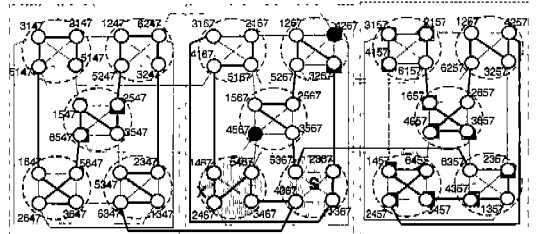
- ① $0 \leq i < r$ 을 만족하는 임의의 인덱스 i 에 대해 X_i 에는 $n-k-1$ 개 이하의 결함 노드를 포함하고, R 내의 전체 결함 노드의 수 f 는 $\lfloor r(n-3)(n-k+2)/n! \rfloor$ 개 이하이며,
- ② 특정 $(n-k+2, 2)$ -부스타-노드 X_i 가 $n-k-1$ 개의 결함 노드를 갖는 경우에 인접된 두 부스타-노드 X_{i-1} 및 X_{i+1} 는 결함 노드를 포함할 수 없으며,
- ③ $difs(X_{i-1}, X_i) \neq difs(X_{i+1}, X_i)$ 가 성립한다.

[증명] 앞에서의 방법과 유사하게 링을 구성해 가는 과정을 통해 증명을 하고자 한다. R 내의 각 X_i 내에는 차원 확장 과정을 통해 각각 $n-k-2$ 개씩의 $(n-k+1, 1)$ -부스타-노드들을 얻게 되고, 생성된 부스타-노드들을 일정한 법칙에 따라 연결시켜 차례대로 패스를 확장해 나가는 일련의 과정을 통해 궁극적으로는 결함 노드들만 제외시킨 최대 크기의 링을 구성해나가고자 한다.

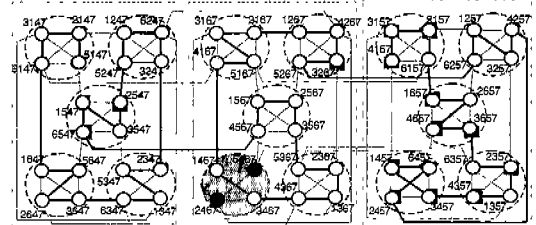
결함 노드들의 분포에 따라서 다음과 같이 두 가지 경우로 나누어 고려한다.

(1) 결함 노드들이 두 개 이상의 $(n-k+1, 1)$ -부스타-노드들로 분산되어 있는 경우에는 앞에서 (성질 3)을 통해 살펴본 바와 같이 부스타-노드 내부 및 인접한 부스타-노드 상호간에 완전 혹은 완전이 가까운 형태의 연결 구조를 갖고 있을 뿐만 아니라 각 $(n-k+1, 1)$ -부스타-노드 내부에는 최대 $n-k-2$ 개 이하의 결함 노드만 가질 수 있으므로 각 노드는 적어도 두 개 이상의 정상 에지를 통해 외부와 연결되어 있기 때문에 주어진 조건 하의 어떤 결함 노드 분포에 대해서도 정상 노드들만을

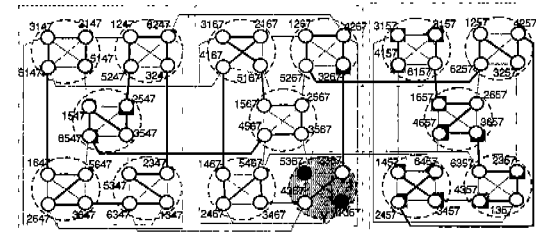
이용한 패스 구성이 가능함을 알 수 있다. 또한 최악의 경우에 X_i 내에 존재하는 $n-k+2$ 개의 $(n-k+1, 1)$ -부스타-노드 중 특정한 하나의 $(n-k+1, 1)$ -부스타-노드 주위에 인접된 $n-k-1$ 개 $(n-k+1, 1)$ -부스타-노드로의 진입 노드들이 모두 결함 노드인 경우((그림 5) (a)에서 X 참조)에도 최소 두 개 이상의 정상 노드는 존재하므로 이 두 개 노드를 해당 $(n-k+1, 1)$ -부스타-노드의 진입 및 진출 노드로 하는 패스 구성이 가능하다.



$X_{i-1} = (* * 47)_7$, $X_i = (* * 67)_7$, $X_{i+1} = (* * 57)_7$
 (a) 결함이 특정 노드 주위로 에워싼 경우



$X_{i-1} = (* * 47)_7$, $X_i = (* * 67)_7$, $X_{i+1} = (* * 57)_7$
 (b) 결함이 특정 부스타-노드로 집중된 경우-타입 I



$X_{i-1} = (* * 47)_7$, $X_i = (* * 67)_7$, $X_{i+1} = (* * 57)_7$
 (c) 결함이 특정 부스타-노드로 집중된 경우-타입 II

그림 5 (보조정리 6) 증명 과정의 사이를 구성 예

(2) 모든 결함 노드들이 특정한 하나의 $(n-k+1, 1)$ -부스타-노드에 집중 분포되어 있는 경우((그림 5) (b)에서 부스타-노드 Y 참조)에는 해당 부스타-노드 내의 정상 노드와 인접된 외부 노드로의 유일한 연결 통로가 되는 하나의 에지만 남아 있게 되므로 이 에지는 필수적으로

사용되어야 함을 의미한다.

이 경우에 결함 부스타-노드 Y 의 종류에 따라 다음과 같이 세부적으로 분류하여 고려한다(여기서, X_i 내에서 X_{i-1} 및 X_{i+1} 내의 어떤 노드와도 예지로 연결되지 않은 특정한 $(n-k+1,1)$ -부스타-노드를 각각 C^+ 와 C^- 라고 하자(그림 5) 참조).

(a) Y 가 C^+ 에 해당하는 경우: (그림 5) (b)에서 부스타-노드 Y 내의 노드들과 인접한 노드들이 모두 X_{i-1} 내의 대응되는 노드들과 일대일로 예지를 통해 연결된 사실을 알 수 있다. 즉, X_{i-1} 로부터 X_i 로의 진입 노드 역할을 하고 있다. 따라서 이 경우에 X_{i-1} 로부터 X_i 로의 진입 예지로 존재하는 $n-k+1$ 개의 예지들 중에서 결함 부스타-노드 내의 정상 노드 두 개와 인접되어 있는 두 개의 노드들로 진입시 NKTR 법칙 중 NKS-1을 준수할 수 없게 되어 진입노드로서의 역할을 더 이상 수행할 수 없다는 의미가 된다. 또한 X_{i-2} 로부터 X_{i-1} 로의 진입 $(n-k+1,1)$ -부스타-노드가 s 라고 하면 s 와 연결된 X_i 내의 해당 $(n-k+1,1)$ -부스타-노드는 NKTR 법칙의 NKS-1 법칙 준수를 위해 불가피하게 X_i 로의 진입 노드로서 역할을 할 수 없다는 사실도 알 수 있다. 따라서 이 모든 노드들이 진입 노드로서 역할을 할 수 없게 되는 최악의 경우에도 적어도 $n-k-2$ 개의 $(n-k+1,1)$ 부스타-노드는 남게 되는 셈이며, 주어진 조건에서 $n-k \geq 3$ 가 성립하므로 적어도 하나 이상의 $(n-k+1,1)$ -부스타-노드는 남게 된다. 따라서 해당 부스타-노드(들) 중 하나를 진입노드로 환당하면 앞서와 같이 NKTR 법칙에 따라 각 정상 노드를 방문하면서 패스로 연결시켜 나가는 데 문제가 없다(C^+ 에 해당하는 경우는 X_{i+1} 로 진출시 동일하게 고려해 주어야 할 사항임).

(b) 그 외의 경우: 앞의 (a)의 경우보다는 특정 부스타-노드 주변으로 인접된 노드들로 결함이 집중되는 정도가 비교적 약하기 때문에 패스 구성시 보다 많은 용통성을 발휘할 수 있어 전혀 문제가 없다(그림 5) (c) 참조).

위에서 X_i 로의 진입 부스타-노드를 임의로 조정할 수 있게 된 근거는 결함을 포함하고 있는 해당 $(n-k+1,1)$ -부스타-노드를 제외하고는 해당 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드 내부에 결함 노드가 더 이상 존재하지 않으며, 부스타링 내의 연속된 앞 및 뒤의 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드들에는 결함이 없음이 조건에서 보장되고 있기 때문에 가능한 것이다.

따라서 고려했던 모든 경우에서 정상 노드들이 모두 참여한 최대 크기의 링을 구성할 수 있게 된다. □

[보조정리 7] $n-k \geq 3$ 을 만족하는 $S_{n,k}$ 내에서 주어진

$(n-k+3,3)$ -부스타-링 $R = [X_0, X_1, \dots, X_{r-1}]$ 에서 각 X_i 가 최대 $n-k$ 개 이하의 결함 노드를 갖는다면, 주어진 R 로부터 다음의 조건들을 만족하는 길이 $r(n-k+3)$ 의 $(n-k+2,2)$ -부스타-링 $R' = [Y_0, Y_1, \dots, Y_{r(n-k+3)-1}]$ 을 항상 만들 수 있다.

① $0 \leq j < 5r$ 을 만족하는 임의의 인덱스 j 에 대해 Y_j 에는 최대 $n-k-1$ 개 이내의 결함 노드를 포함하며,

② 특정 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드 Y_i 가 $n-k-1$ 개의 결함 노드를 갖는 경우에 인접된 두 부스타-노드 Y_{i-1} 및 Y_{i+1} 은 결함 노드를 포함할 수 없으며,

③ $\text{difS}(Y_{i-1}, Y_j) \neq \text{difS}(Y_{j+1}, Y_i)$ 가 성립한다.

[증명] 앞서의 방법과 유사하게 차원 확장 결과 생성되는 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드들을 부스타-링으로 구성해 가는 과정을 통해 증명이 가능하다.

여기서의 유의할 점은 주어진 조건 ②를 만족되도록 구성해 주기 위한 부분을 특별히 고려해야 하는데, 이 경우는 R 내의 X_i 에 존재하던 $n-k$ 개의 결함 노드들이 1 개와 $n-k-1$ 개의 두 개 그룹으로 나누어져 X_i 로부터 파생되는 $n-k+3$ 개의 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드들 중 두 개의 부스타-노드에 포함되는 경우로써 특별히 $n-k-1$ 개의 결함 노드를 포함하는 해당 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드 전후에 결함이 없는 노드들을 배치시키면 된다. 주어진 조건에서 $n-k \geq 3$ 이 성립하므로 적어도 여섯 개 이상 존재하는 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드들 중에서 결함을 포함하는 두 개의 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드들을 NKTR 법칙을 준수하면서 방문가능한지 여부를 확인하면 된다.

여기서도 분석과정에서의 편의를 위해 몇 가지 표기를 도입하자. 분석 대상인 $(n-k+3,3)$ -부스타-노드인 X_i 내에서 첫 번째 방문되는 진입 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드를 I 라고 하고, X_i 의 전방 또는 후방 부스타-노드에 해당하는 X_{i-1} 및 X_{i+1} 내의 어떤 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드와도 연결되지 않는 X_i 내의 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드를 각각 c^+ 및 c^- 라고 하자.

그러면 진입 부스타-노드인 I 가 결함 노드를 포함하고 있는지 여부에 따라 다음과 같이 두 가지 경우로 나누어 분석한다.

(1) 부스타-노드 I 가 결함 노드를 포함하고 있는 경우에는 나머지 남은 하나의 결함 부스타-노드를 NKTR 법칙들을 위배하지 않으면서 배치할 수 있는 방법으로 다음과 같이 제안한다.

a) 해당 결함 부스타-노드를 세 번째 이후의 임의의 방문 순서에 배치되도록 패스를 구성한다.

b) 다만, c^- 에 해당하는 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드가 결함을 갖는 경우에는 해당 결함 부스타-노드를 마지막

두 차례에 해당하는 $n-k+2$ 번째 또는 $n-k+3$ 번째 방문 순서가 되지 않도록 패스를 구성시켜 주어야 한다.

c) 만일 I 가 $n-k-1$ 개의 결합 노드를 갖는 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드인 경우에도 R 내에서 바로 앞 $(n-k+3,3)$ -부스타-노드에 해당하는 X_{i-1} 에서 마지막 방문한 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드가 항상 결합을 포함하지 않는 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드였다고 가정하면 $(n-k+2,2)$ -부스타-링에서 요구되는 조건 ②는 항상 성립한다.

(2) 부스타-노드 I 가 결합이 아닌 경우에는 남아있는 두 개의 결합 부스타-노드들을 각각 짝수 번째 차례에 방문될 수 있도록 패스로 연결시켜준다.

위에서 살펴본 두 가지 경우 모두 다 주어진 조건을 만족시키기 위한 NKTR 법칙을 위배하지 않는 범위 내에서 부스타-노드들의 배치 가 가능함을 알 수 있다.

여기서 다음과 같은 주장(claim)이 참이면 본 보조정리가 성립된다.

주장 : 주어진 R 내의 각 X_i 에서 마지막 차례에 방문되는 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드는 결합 노드를 포함하지 않는다.

증명 : 본 증명에서는 최악의 경우에 성립함을 보임으로써 그 밖의 다른 경우에도 항상 성립함을 보이고자 한다. X_i 내에 존재할 수 있는 최대 결합 노드의 수 $n-k$ 가 차원 확장 결과 생성된 $n-k+3$ 개의 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드들에 하나씩 포함됨으로써 최대 $n-k$ 개의 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드가 결합 노드를 포함하는 경우가 최악의 경우가 되는데, 이 경우에는 오직 3개의 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드만이 정상 부스타-노드로 남게 된다. 따라서 NKTR 법칙에 따라 마지막 차례에 올 수 없는 제약 갖는 특정 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드를 포함하더라도 남아있는 두 개의 $(n-k+2,2)$ -부스타-노드들 중에 하나는 마지막 차례에 할당이 가능하다.

따라서 본 주장의 성립을 통해 증명과정에서의 가정이 참임을 확인할 수 있다. □

3.4 임베딩 알고리즘

앞 절에서 언급한 여러 보조정리들의 증명과정에서 설명된 기법들을 체계적으로 정리하면 (그림 6)에 주어진 알고리즘으로 요약할 수 있게 된다.

제시된 알고리즘의 수행과정을 간략히 설명하면, 먼저 주어진 $(6,3)$ -스타 그래프가 결합 노드들의 집합 { 643, 514, 624}를 갖는다면, 먼저 결합 노드들을 분산시킬 수 있는 확장 대상 차원들의 순서 집합 $D=(3)$ 를 선정하고 (Step.1), 먼저 3-차원 확장을 수행함으로써 $(5,2)$ -부스타-링 $[(* * 1)_6, (* * 2)_6, (* * 3)_6, (* * 5)_6, (* * 6)_6, (* * 4)_6]$ 을 구성하면 결합 노드들이 부스타-노드 $(**3)_6$

과 $(**4)_6$ 에 각각 2개 및 1개로 양분되고(Step.2 및 Step.4), 이어서 마지막 단계로써 부스타-노드 내의 정상 노드들을 모두 연결시킨 사이클 구성과정(Step.5)을 거쳐 (그림 7)에서 굵은 선으로 표시된 길이 117의 사이클을 최종적으로 얻을 수 있다.

알고리즘 FNKS:

Step 1: S_{i+1} 에 차원 확장을 적용하기 위한 연속된 차원들의 집합 $D=(d_1, d_2, \dots, d_k)$ 를 구한다(보조정리 3) 참조.

Step 2: S_{i+1} 에 d_k -확장을 적용한 후 길이 n 의 $(n-1, k-1)$ -부스타-링을 구성한다($n-k=2$ 및 $k=2$ 인 경우는 (보조정리 2)를, 그 외의 경우는 (보조정리 1) 참조)

Step 3: for $j := k-1$ downto 4 do
 step 3.1: 주어진 길이 $n(n-1) \dots (n-k+j+1)$ 의 $(n-k+j)$ -부스타-링에 d_j -확장을 적용한다.
 step 3.2: 적용 후 생성된 $n(n-1) \dots (n-k+j+1)(n-k+j)$ 개의 $(n-k+j-1, j-1)$ -부스타-노드들을 연결시켜 $(n-k+j-1, j-1)$ -부스타-링을 만든다(보조정리 1) 또는 (보조정리 2) 참조)

Step 4: 주어진 길이 $n(n-1) \dots (n-k+4)$ 의 $(n-k+3, 3)$ -부스타-링에 d_3 -확장을 적용시켜 생성된 $n(n-1) \dots (n-k+3)$ 개의 $(n-k+2, 2)$ -부스타-노드들을 연결시켜 $(n-k+2, 2)$ -부스타-링을 만든다($n-k=2$ 인 경우는 (보조정리 5)를, 그리고 $n-k \geq 3$ 인 경우는 (보조정리 7)을 참조).

Step 5: 주어진 길이 $n(n-1) \dots (n-k+3)$ 의 $(n-k+2, 2)$ -부스타-링의 각 $(n-k+2, 2)$ -부스타-노드 내부에 존재하는 노드들 중 정상 노드들을 연결시켜 사이클을 구성한다($n-k=2$ 인 경우는 (보조정리 4)를, 그리고 $n-k \geq 3$ 인 경우는 (보조정리 6)을 참조).

그림 6 결합 허용 링 임베딩 알고리즘

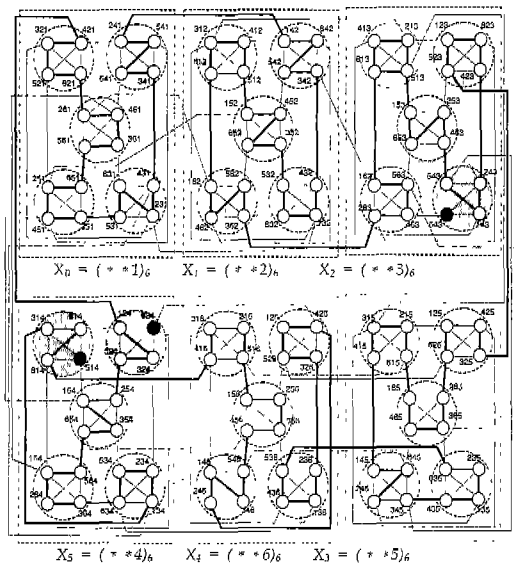


그림 7 링 임베딩 알고리즘 실행 예

알고리즘의 시간 복잡도(time complexity)는 각 스텝에서 다루게 될 부스타-링들의 길이에 의존적임을 알 수 있는데 이러한 링들의 길이의 합은 결국 $n+n(n-1) + n(n-1)(n-2) + \dots + n(n-1)(n-2) \dots (n-k-1) = O(n!/(n-k)!)$

로 되어 주어진 (n,k) -스타 그래프의 노드 수에 대한 1차 함수(linear function) 형태의 복잡도로 나타낼 수 있다. 아울러, 알고리즘의 정확성(correctness)은 지금까지 언급했던 보조정리들의 증명과정을 통해 밝힌 사실들로 대신한다.

따라서 다음과 같은 사실이 성립함을 알 수 있다.

[정리 1] $n-k \geq 2$ 를 만족하는 임의의 (n,k) -스타 그래프 내에 존재하는 결합 노드의 수 f 가 최대 $n-3$ 개 이내인 경우에 길이 $n!/(n-k)!-f$ 의 정상 노드들로 구성된 링을 항상 찾을 수 있다. □

(n,k) -스타 그래프의 분지수가 $n-1$ 이기 때문에 결합 노드 수의 합이 최악의 경우에 $n-3$ 개를 초과할 수는 없는 점을 고려할 때 특별한 제약조건이 없는 일반적인 조건하에서는 본 논문이 결과가 최적의 결과임을 의미하고 있다.

4. 결론

본 논문에서는 병렬처리 분야의 응용과 관련하여 최근 많은 관심을 받고 있는 상호연결망 그래프 중의 하나인 (n,k) -스타 그래프에서 노드에 결합을 갖는 경우의 결합 허용 링 임베딩 문제를 다루었다.

(n,k) -스타 그래프의 재귀적 성질을 이용하여 그래프를 체계적으로 차원 분할해 가는 일련의 과정에서 결합 노드들을 분산시키는 전략을 통해 모든 정상 노드들을 연결시킨 링을 찾을 수 있음을 보였으며, 해당 링을 찾을 수 있는 알고리즘을 제시하였다.

이러한 연구결과는 (n,k) -스타 그래프에 대한 결합 허용 임베딩 특성을 밝힌 연구 결과로써, 병렬처리 분야에서 사이클을 기반으로 하는 멀티캐스팅 등의 분야에 활용이 가능하다.

향후 (n,k) -스타 그래프에 대한 보다 많은 연구가 진행되어 링 이외에도 이진 트리(binary tree)나 메쉬(mesh) 등 다양한 그래프에 대한 임베딩 연구가 진행되어야 할 것으로 생각되며, 결합 허용 관련 연구에 있어서도 결합 노드의 수가 $n-3$ 개를 초과하는 경우에도 임베딩이 가능한 특정 조건 분석 등의 다양한 연구가 필요할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

[1] F. Berman and L. Snyder, "On mapping parallel algorithms into parallel architectures," *J. of Parallel and Distrib. Comput.*, Vol.4, pp.439-458, 1987.
 [2] B. Monien and H. Sudborough, "Embedding one

interconnection network in another," *Computing Supplement*, Vol.7, pp.257-282, 1990.
 [3] Y. Saad and M. H. Schultz, "Topological properties of hypercubes," *IEEE Trans. on Comput.*, Vol.37, pp.867-872, 1988.
 [4] S. B. Akers, D. Harel, and B. Krishnamurthy, "The star graph: An attractive alternative to the n -cube," *Proc. of the Int'l Conf. on Parallel Processing*, pp.393-400, 1987.
 [5] K. Day and A. Tripathi, "A comparative study of topological properties of hypercubes and star graphs," *IEEE Trans. on Paral. and Distrib. Sys.*, Vol.5, No.1, pp.31-38, 1994.
 [6] W. K. Chiang and R. J. Chen, "The (n,k) -star graph: A generalized star graph," *Inf. Process. Lett.*, Vol.56, pp.259-264, 1995.
 [7] J. S. Jwo, S. Lakshminarayanan, and S. K. Dhall, "Embedding of cycles and grids in star graphs," *Proc. of the Symp. on Parallel and Distrib. Processing*, pp.540-547, 1990.
 [8] M. Nigam, S. Sahni, and B. Krishnamurthy, "Embedding hamiltonians and hypercubes in star interconnection graphs," *Proc. of the Int'l Conf. on Parallel Processing*, pp.340-343, 1990.
 [9] Y. -C. Tseng, S. -H. Chang, and J. -P. Sheu, "Fault-Tolerant Ring Embedding in a Star Graph with Both Link and Node Failures," *IEEE Trans. on Paral. and Distrib. Sys.*, Vol. 8, No. 12, pp.1185-1195, 1997.
 [10] J. -H. Chang, C. -S. Shin, and K. -Y. Chwa, "Ring Embedding in Faulty Star Graphs," *IEICE Trans. on Fundamentals.*, Vol.E82-A, No.9, pp.1953-1964, 1999.
 [11] A. Bouabdallah, M. C. Heydemann, and J. Opatrný, "Embedding complete binary trees into star networks," *Proc. of the Int'l Conf. on Mathematical Foundation of Computer Sci.*, pp. 266-275, 1994.
 [12] S. Ranka, J. C. Wang, and N. Yeh, "Embedding meshes on the star graph," *J. of Parallel and Distrib. Comput.*, Vol.19, pp.131-135, 1993.
 [13] W. K. Chiang and R. J. Chen, "Topological properties of the (n,k) -star graph," *accepted and to appear in Int'l J. of Foundations of Computer Sci.*
 [14] 박전용, 장지현, " (n,k) -스타 그래프상의 헤밀토니안 임베딩," *한국정보과학회 논문지(A)*, Vol.25, No.12, pp.1384-1391, 1998.
 [15] 장정환, 좌경룡, " (n,k) -스타 그래프에서의 새로운 링 임베딩 및 결합 허용 임베딩으로의 응용," *한국정보과학회 논문지: 시스템 및 이론*, Vol.27, No.3, pp.1384-1391, 2000.

- [16] 장정환, " (n,k) -스타 그래프의 사이클 특성," 한국정보처리학회 논문지, Vol.7, No.5, pp.1464-1473, 2000.
- [17] T. -S. Chen, N. -C. Wang, and C. -P. Chu, "Path-based multicast communication in wormhole-routed star graph multicomputers," *Proc. of Int'l Conf. on Paral. and Distrib. Sys.*, pp.350-357, 1998.
- [18] Y. C. Tseng, D. K. Panda, and T. H. Lai, "A trip-based multicasting model in wormhole-routed networks with virtual channels," *IEEE Trans. on Paral. and Distrib. Sys.*, Vol.7, No.2, pp.138-150, 1996.



장 정 환

1979년 3월 ~ 1983년 2월 경북대학교 전자공학과(학사). 1983년 3월 ~ 1985년 2월 KAIST 전산학과(석사). 1993년 3월 ~ 1998년 8월 KAIST 전산학과(박사). 1985년 4월 ~ 2000년 8월 한국전기통신공사 선임연구원. 2000년 9월 ~ 현재

부산외국어대학교 컴퓨터전자공학부 전임강사. 관심분야는 상호연결망 및 그래프 응용, 초고속통신망, 통신망 보안



김 진 수

1979년 3월 ~ 1983년 2월 서울대학교 컴퓨터공학과(학사). 1983년 3월 ~ 1985년 2월 KAIST 전산학과(석사). 1993년 3월 ~ 1998년 8월 KAIST 전산학과(박사). 1985년 4월 ~ 2000년 2월 한국전기통신공사 선임연구원. 2000년 3월 ~ 현재

전국대학교 컴퓨터·응용과학부 조교수. 관심분야는 상호연결망, 병렬 처리, 초고속 네트워크, 네트워크 보안