

〈논 문〉

## LQR 제어기를 이용한 밀폐음장의 능동소음제어 Active Noise Control of Enclosed Sound Field Using LQR Controller

유 우 열\* · 김 우 영\*\* · 황 원 걸† · 이 유 엽\*\*\*

Woo-Yeol Yoo, Woo-Young Kim, Won-Gul Hwang and You-Yub, Lee

(2001년 7월 11일 접수 : 2001년 12월 17일 심사완료)

**Key Words** : Enclosed Sound Field(밀폐음장), State Space Model(상태공간모델), Mode Shape Function(모드형상함수), Active Noise Control(능동소음제어), LQR Controller(LQR제어기), Reduced Order Observer(축약관측기)

### ABSTRACT

To control the noise of an enclosed sound field, we built a state space model using the acoustic modal parameter description. Using the state space model, we can investigate the controllability and observability, and find an appropriate position of control speaker and microphone to control sound field of the enclosed space. We implemented LQR(linear quadratic regulator) controller and reduced order observer to reduce the first acoustic mode. Experiments showed satisfactory results of 4~10 dB reduction of magnitude of the first acoustic mode, and support the feasibility of the proposed scheme to lightly damped acoustic field.

### 1. 서 론

승용차나 선박, 중장비의 실내와 같은 3차원 공간의 소음을 제어하기 위해서는 공간을 음향학적으로 모델링하고, 음장해석 결과를 토대로 제어하고자 하는 음향모드를 선정하고, 이에 따라 센서의 위치 및 제어음원의 위치를 적절히 선정해야 한다. 밀폐음장의 경우 잔향과 반향에 따른 모드 중첩현상이 발생하여 특정 주파수의 제어성분이 다른 잔류 모드의 주파수성분을 가진시켜 공진이 발생하게 되어 시스템을 제어하기 어렵게 된다. 또한 음향모드의 절선에 제어음원이나 센서가 위치하게 되면 가제어성이나 가관측성이 저하되어 시스템의 음향특성을 측정하거나 제어하기 어렵

게 되므로 먼저 시스템의 음향특성에 관한 철저한 연구가 필요하다.

밀폐음장 해석에 관한 연구로서 Pierce<sup>(1)</sup>는 직사각형의 밀폐음장을 모드 형상함수, 벽면의 임피던스, 모드 지수 등을 이용하여 기술하였고, Lyon<sup>(2)</sup>은 직육면체 음장의 한 개면이 유연한 경우 소음 저감효과를 고찰하였다. 밀폐음장을 능동제어하기 위해 Elliot와 Nelson<sup>(3)</sup> 등은 다채널 filtered-X 알고리즘을 사용하였는데, 이 방법을 사용하면 밀폐음장의 특정위치에는 정숙영역을 형성시킬 수 있으나 전역제어는 힘들다. 음장 모드에 대한 제어방안으로써 Dohner<sup>(4)</sup> 등은 감쇠가 큰 밀폐음장을 모드 변수를 이용하여 상태공간으로 기술하여 제어를 수행하였으며, Lin<sup>(5)</sup> 등은 덕트 내 소음제어를 위한 LQG(linear quadratic Gaussian) 제어기 설계에 유전자 알고리즘을 적용하였고, Hong<sup>(6)</sup> 등은 덕트의 음향계환 규명을 통한 피드백 제어기를 제안하였다.

제어대상 플랜트를 상태방정식 형태로 변환하면 시스템이론의 풍부한 결과를 활용하여 시스템의 여러가

† 책임저자, 정회원, 전남대학교 기계시스템공학부

E-mail : wghwang@chonnam.ac.kr

Tel : (062) 530-1662, Fax : (062) 530-1689

\* 전남대학교 대학원

\*\* 조선대학교 항공조선공학부

\*\*\* 전남대학교 기계시스템공학부

지 특성을 고찰할 수 있다.<sup>(7)</sup> 본 연구에서는 밀폐음장의 가제어행렬과 가관측행렬의 구조를 살펴보고, 제어 음원 및 마이크로폰의 위치와 가제어 및 가관측인덱스의 관계를 고찰하였다. 또한 LQR(linear quadratic regulator) 제어기 계인의 변화를 제어 음원과 마이크로폰의 위치에 따라 고찰하였다. 스피커입력 전압과 마이크로폰 전압 사이의 주파수응답함수를 구하고 커브 피팅한 다음 유사변환 과정을 거쳐 플랜트의 상태행렬을 구하였다. 밀폐음장내에서 음향모드에 대한 LQR 제어기와 축약관측기를 이용하여 제어시스템을 구성한 능동제어기에 대해 시뮬레이션과 실험을 통해 확인하고, 감쇠비가 제어효과에 미치는 영향을 고찰하였다.

## 2. 밀폐음장의 제어기 설계

### 2.1 상태공간 모델링

밀폐음장 내의 위치  $\mathbf{x}_s$ 에 음원이 존재하는 경우 음장을 기술하는 파동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(\mathbf{x}, t) - \nabla^2 p(\mathbf{x}, t) \\ = -\rho \frac{\partial g(t)}{\partial t} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $c$ 는 음속,  $\rho$ 는 매질의 밀도,  $g(t)$ 는 음원의 체적 속도,  $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)$ 는 Dirac delta 함수이다. 식 (1)의 제차방정식 해  $p(\mathbf{x}, t)$ 는 모드 형상함수  $\psi_k(\mathbf{x})$ 와 복소진폭  $a_k(t)$ 의 무한개의 항으로 표현되고, 첫번째 모드부터  $N$ 번째 모드까지의 합으로 근사화하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^N a_k(t) \psi_k(\mathbf{x}) \quad (2)$$

식 (2)를 식 (1)에 대입하고, 비례 댐핑계수  $\zeta_k$ 를 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.<sup>(4)</sup>

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} + 2\zeta_k \omega_{nk} \frac{\partial a_k}{\partial t} + \omega_{nk}^2 a_k = -\rho c^2 \frac{\partial g(t)}{\partial t} \psi_k(\mathbf{x}), \quad k=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

여기서 하첨자  $k$ 는 모드의 차수를 의미하고  $\omega_n$ 은 고유진동수이다. 위 식은 다음과 같이 상태 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ p(\mathbf{x}_m, t) &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 상태변수  $\mathbf{x} = \left[ \frac{\partial a_1}{\partial t} \ a_1 \ \dots \ \frac{\partial a_N}{\partial t} \ a_N \right]^T$ , 입력  $u = -\rho \frac{\partial g(t)}{\partial t}$ , 출력은 마이크로폰에서 측정된 음압이고,  $\mathbf{x}_m$ 은 마이크로폰의 측정 위치이다. 식 (4)의 행렬은

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -2\zeta_1 \omega_{n1} & -\omega_{n1}^2 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & -2\zeta_N \omega_{nN} & -\omega_{nN}^2 \\ 0 & 0 & & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= [c^2 \psi_1(\mathbf{x}_s) \ 0 \ c^2 \psi_2(\mathbf{x}_s) \ 0 \ \dots \ c^2 \psi_N(\mathbf{x}_s) \ 0]^T \\ \mathbf{C} &= [0 \ \psi_1(\mathbf{x}_m) \ 0 \ \psi_2(\mathbf{x}_m) \ \dots \ 0 \ \psi_N(\mathbf{x}_m)] \end{aligned} \quad (5)$$

$\mathbf{A}$ 행렬의 고유값은  $2N$ 개의 복소근을 가지며, 모두 좌반평면(LHP)상에 존재하는 안정한 시스템이나, 경감쇠 밀폐음장의 경우  $\zeta_n$  값이 매우 작아 수렴시간이 긴 응답특성을 갖게 된다. 따라서 밀폐음장을 제어하기 위해서는 시스템의 극점보상을 통해 보다 안정되고 빠르게 수렴을 할 수 있도록 제어기를 구성하여야 한다.

### 2.2 가제어성 및 가관측성

시스템이 제어신호  $u(t)$ 에 의해 유한한 시간 내에 영향을 받거나 제어되면 가제어(controllable)하다고 한다. 또 시스템의 상태변수가 시스템 출력에 영향을 미치면 그 시스템을 가관측(observable)하다고 한다.<sup>(7)</sup> 밀폐음장의 경우 상태방정식에서 가제어행렬과 가관측행렬을 구하면 식 (6), (7)과 같이 된다.

가제어행렬은 고유주파수  $\omega_{ni}$ 와 가진음원의 위치에 따른 모드형상함수  $\psi_i(\mathbf{x}_s)$ 로 구성되고, 각 모드형상함수가 상이하면 가제어인덱스는  $2N$ 이 되고 최대가 된다. 시스템이 모든 상태 변수에 대하여 제어가능하기 위하여 가제어행렬의 계수가  $2N$ 이 되어야 하며, 그러기 위하여는 제어음원이 제어하고자 하는 주파수 영역의 음향모드의 절선으로부터 떨어져 위치해야 한다. 두 방향의 모드형상함수가 동일하거나, 제어음원이 음향모드의 절선에 위치하면  $\psi_i(\mathbf{x}_s) = 0$ 이 되어 행렬의 계수는 줄어들게 되고 가제어인덱스는 2만큼 감소하게 된다. 마찬가지로 가관측행렬 역시 마이크로폰의 측정 위치에 따른 모드 형상함수로 구성되므로, 마이크로폰을 제어주파수영역의 모드절점에서

$$C = [B \ AB \ A^2 B \ \dots \ A^{2N-1} B]$$

$$= \begin{bmatrix} c^2 \psi(x) & -2\zeta_1 a_1 c_{1,1} & -2\zeta_1 a_1 c_{2,1} - a_1^2 c_{2,2} & \dots & -2\zeta_1 a_1 c_{2N-1,1} - a_1^2 c_{2N-1,2} \\ 0 & c_{1,1} & c_{2,1} & \dots & c_{2N-1,1} \\ c^2 \psi_2(x) & -2\zeta_2 a_2 c_{1,3} & -2\zeta_2 a_2 c_{2,3} - a_2^2 c_{2,4} & \dots & -2\zeta_2 a_2 c_{2N-1,3} - a_2^2 c_{2N-1,4} \\ 0 & c_{1,3} & c_{2,3} & \dots & c_{2N-1,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c^2 \psi_N(x) & -2\zeta_N a_N c_{1,2N-1} & -2\zeta_N a_N c_{2,2N-1} - a_N^2 c_{2,2N} & \dots & -2\zeta_N a_N c_{2N-1,2N-1} - a_N^2 c_{2N-1,2N} \\ 0 & c_{1,2N-1} & c_{2,2N-1} & \dots & c_{2N-1,2N-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$O = [C \ CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{2N-1}]^T$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \psi(x_m) & \dots & 0 & \psi_N(x_m) \\ \psi(x_m) & 0 & \dots & \psi_N(x_m) & 0 \\ -2\zeta_1 a_1 \psi(x_m) & -a_1^2 \psi(x_m) & \dots & -2\zeta_N a_N \psi(x_m) & -a_N^2 \psi(x_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -2\zeta_1 a_1 a_{2N-1} + a_{2N-1}^2 & -a_{2N-1}^2 & \dots & -2\zeta_N a_N a_{2N-1} + a_{2N-1}^2 & -a_N^2 a_{2N-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

떨어진 곳에 설치하여야 한다. 즉 제어음원의 위치와 측정마이크로폰의 위치는 가제어성 행렬과 가관측행렬의 계수가 최대가 되는 위치를 선정해야 한다.

제어음원이 음향모드의 절선에 위치하면 이론적으로 가제어행렬식이 0인 특이행렬이 되나, 실제로는 모드절선에 제어음원이나 마이크로폰이 놓인 경우에도 모델에 포함된 수치에러에 의하여 특이행렬이 되지 않고 0에 가까운 행렬이 된다. 이와 같은 경우 제어불가능이라고 할 수는 없으나 제어효과가 감소하여 과도한 제어게인이 필요하게 된다. 따라서 제어음원과 마이크로폰의 위치를 조절하여 시스템의 가제어성 행렬과 가관측성의 행렬의 행렬식이 가능한 0보다 상당히 큰 값을 갖는 곳을 선정하여야 한다.

과는 무관한 백색잡음으로서 다음과 같은 특성을 갖는다고 하자.

$$E[w_1] = E[w_2] = 0, \quad E[w_1 w_2^T] = 0$$

$$E[w_1 w_1^T] = V_1 \geq 0, \quad E[w_2 w_2^T] = V_2 > 0 \quad (9)$$

여기서  $V_1, V_2$ 는 대각행렬로서, 각각 제어음원의 잡음과 마이크로폰의 측정잡음의 공분산이다. 본 연구에서는 소음원 스피커에 백색잡음을 입력하고 음장내에 설치한 마이크로폰을 통해 음장의 음압을 계측하여 공분산을 산출하였다.

LQR 제어기 설계는 성능지수를 최소화하는 계인을 선정하는 것이며, 식 (10)과 같이 성능지수를 정의하여 사용하였다.

$$IP = E \left[ \int_0^\infty (x^T Q x + s u^2) dt \right] \quad (10)$$

가중치행렬  $Q$ 와  $s$ 는 양의 행렬이다. 음향모드의 진폭  $a(t)$ 와 이의 미분치  $\frac{d}{dt} a(t)$ 를 상태변수로 선정하였으므로 성능지수는 계측지점에서의 음압에 의존함을 알 수 있다. 제어이론에서 성능지수를 최소화하는 최적의 해는  $u = -Kx = -s^{-1} B^T P x$ 으로 되고,  $P$ 는 다음과 같은 Riccati 방정식을 만족한다.

### 2.3 LQR 제어기

상태방정식 (4)에 시스템의 외란과 측정잡음을 포함시키면 밀폐음장의 상태방정식은 다음과 같이 된다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + w_1$$

$$p(x_m, t) = Cx + w_2 \quad (8)$$

여기서  $p(x_m, t)$ 는 마이크로폰 위치  $x_m$ 에서의 음압이다. 시스템 외란  $w_1$ 과 측정 잡음  $w_2$ 는 소음원

$$A^T P + PA + Q - PB S^{-1} B^T P = 0 \quad (11)$$

### 2.4 측정 관측기

상태방정식에 대한 관측기의 최적의 해는 제어기의 경우와 마찬가지로 다음과 같은 식의 해로서 주어진다.

$$AR + RA^T - RC^T V_2 CR + V_1^{-1} = 0 \quad (12)$$

관측기의 게인은

$$L = RC^T V_2^{-1} \quad (13)$$

이 된다. 계수(C) = m 이라고 가정하고, 행렬 P를 다음과 같이 정의하자.

$$P = \begin{bmatrix} C \\ R \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 R은 P가 비특이 행렬이 되는 임의의 (2N - m) × 2N 행렬이다.  $\bar{x} = Px$ 라 하면

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = P \dot{x} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u \\ y &= CP^{-1} \bar{x} = CQ\bar{x} = [I_m \ 0] \bar{x} = \bar{x}_1 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $\bar{x}_1$ 은  $\bar{x}$ 의 처음 m개의 성분이고,  $\bar{x}_2$ 는 나머지 성분이다. 만약 {A, C}가 측정가능하면 { $\bar{A}_{22}$ ,  $\bar{A}_{12}$ }가 측정 가능하다. 따라서  $\bar{x}_2$ 의 추정치를  $\hat{\bar{x}}_2$ 라 하면  $\bar{x}_2$ 의 추정기는 Fig. 1과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\bar{x}}}_2 &= (\bar{A}_{22} - \bar{L} \bar{A}_{12}) \hat{\bar{x}}_2 + \bar{L} (\dot{y} - \bar{A}_{11} y - \bar{B}_1 u) \\ &\quad + (\bar{A}_{21} y + \bar{B}_2 u) \end{aligned} \quad (16)$$

z를 다음과 같이 정의하면

$$z = \hat{\bar{x}}_2 - \bar{L} y \quad (17)$$

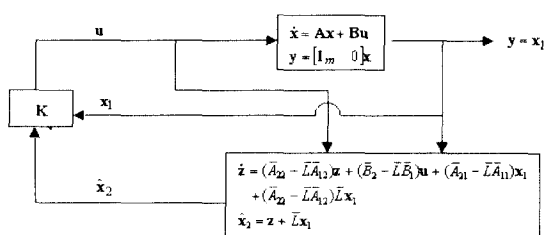


Fig. 1 System block diagram

다음과 같은 2N - m차 측정관측기의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= (\bar{A}_{22} - \bar{L} \bar{A}_{12}) z + [(\bar{A}_{22} - \bar{L} \bar{A}_{12}) \bar{L} + \\ &\quad (\bar{A}_{21} - \bar{L} \bar{A}_{11})] y + (\bar{B}_2 - \bar{L} \bar{B}_1) u \end{aligned} \quad (18)$$

위 식의  $\bar{L}$ 는 식 (13)에서 구한 L을 사용하였다. 제어기와 측정추정기를 결합한 제어시스템의 블록선도는 Fig. 1과 같다.

## 3. 제어 성능 고찰

### 3.1 음장 모델

Fig. 2와 같은 형태와 크기를 갖는 직육면체 음장에 대한 모드형상함수는 다음과 같다.<sup>(1)</sup>

$$\begin{aligned} \Psi_n(x) &= \sqrt{\epsilon_{n1} \epsilon_{n2} \epsilon_{n3}} \\ &\quad \cos \frac{n_1 \pi x}{l_x} \cos \frac{n_2 \pi x}{l_y} \cos \frac{n_3 \pi x}{l_z} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,  $\epsilon_{ni}$ 는 정규화인자,  $n = (n_1, n_2, n_3)$ 은 모드 인덱스이고,  $l_x, l_y, l_z$ 는 각 축방향길이이다. 각 모드의 고유진동수는  $\omega_n = c \sqrt{(n_1 \pi / l_x)^2 + (n_2 \pi / l_y)^2 + (n_3 \pi / l_z)^2}$  이고, Fig. 2의 음장의 경우 첫번째 (1,0,0) 모드는 101.18 Hz이다.

모드형상함수식 (19)에서 알 수 있는 바와 같이, 만약  $\frac{x}{l_x} = \frac{y}{l_y}$  이고 인덱스  $n_1 = n_2$ 인 경우 형상함수는 같게 되어 가제어행렬의 해당 행은 선형종속이 된다. 따라서 가제어인덱스는 2만큼 감소되어 가제어성을 상실하게 되고, 가관측성의 경우도 이와 유사하게 된

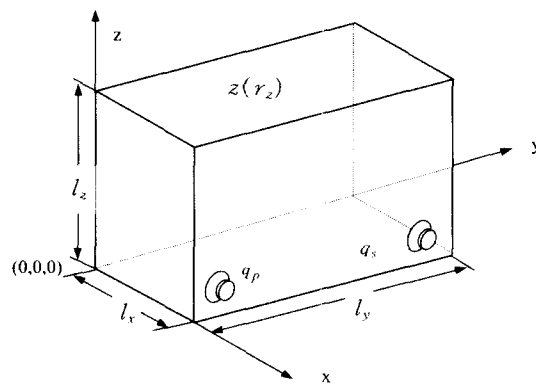


Fig. 2 Enclosed acoustic field model

다. 즉 제어음원과 마이크론이 제어하고자 하는 음향모드의 절선에 위치하는 경우나, 제어음원이나 마이크론의 위치와 변의 길이의 비가 두 방향으로 같으면 가제어성이나 가관측성을 상실할 수 있다. 또 세계의 조화함수 중 하나라도 0이 되는 경우 모드 정상함수는 0이 되고 가제어성 행렬 및 가관측성 행렬은 특이행렬이 된다. 그러나 실제적으로는 오차 때문에 가제어성 및 가관측성 행렬이 0으로 되는 경우는 생기지 않으나 특이행렬에 가깝게 되는 경우가 생기고, 이때는 제어게인이 극히 커지거나 센서의 측정오차가 커지거나 할 수 있다. 만약 감쇠비가 0이 되면 가제어성 행렬 및 가관측성 행렬의 요소중 절반이 0이 되어 특이행렬에 가깝게 되나, 실제로는 감쇠비가 정확히 0이 되는 경우는 없으므로 감쇠비는 제어성에 도움이 된다고 할 수 있다.

Fig. 2의 음장을 1차 모드만 사용하여 2차시스템으로 모델링하면 식 (20)과 같은 상태행렬을 얻을 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} -2\zeta \times 635.73 & -405156 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = [c^2 \Psi_1(x_s) \ 0]^T, \quad C = [0 \ \Psi_1(x_m)] \quad (20)$$

여기서 1차 모드의 모드지수는 (1,0,0)으로 하였으며, 이는 시뮬레이션과 실험을 위해 제작한 직육면체 형태의 밀폐음장에서 변의 길이가 가장 긴  $x$  축 방향에서 가장 먼저 나타나는 음향모드이기 때문이다. 감쇠비  $\zeta$ 를 추정하기 위하여 100 Hz의 정현파로 일정시간 가진하다가 멈춘 후 감쇠되는 음압신호를 측정하여 감쇠율을 산출하였다. 실험에서 사용한 아크릴 벽면으로 이루어진 음장의 경우 각 피크들의 대수감쇠비는 0.105~0.051의 범위이고, 대수감쇠율과 감쇠비와의 관계  $\delta = 2\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}$ 에서 감쇠비는 0.0081~0.01656 범위에 있다고 할 수 있으며, 따라서 시뮬레이션시  $\zeta=0.01$ 의 수치를 사용하였다.

### 3.2 제어기 게인 및 극점

음장 모드에 대한 제어성능을 고찰하기 위하여 1차 모드에 대해 제어음원과 마이크론의 위치 변화에 따른 개인변화를 살펴보았다. 제어음원의 위치가  $x_s = (x, 0.0, 0.165)$ 이고 마이크론의 위치가  $x_m = (0.05, 0.32, 0.2)$ 인 경우 제어음원의 위치  $x_s$ 의  $x$  좌표값이 변화할 때 LQR 최적게인은 Fig. 3과 같이 변화하였다.

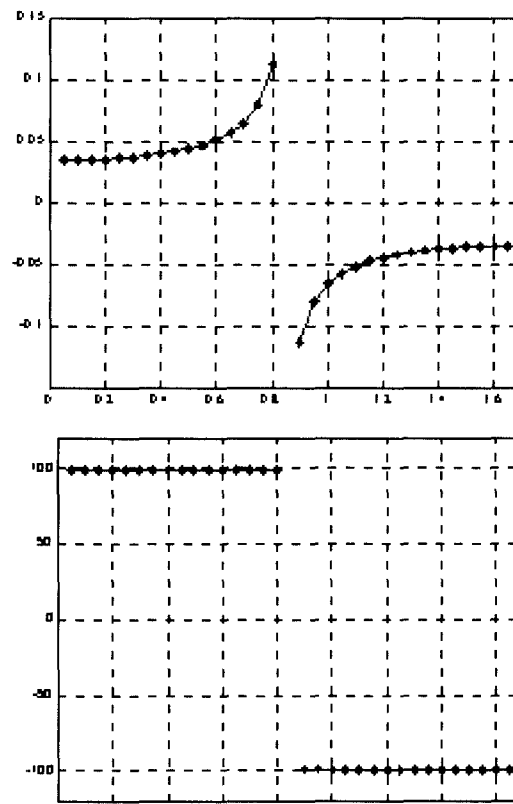


Fig. 3 Change of controller gain with respect to speaker position

음장의  $x$  방향중심에서 이득  $k_1$ 이 무한대로 되는 데, 이는 모드 절선에서는 이론적으로 제어가 가능하지 않거나 제어효과가 급속히 감소됨을 의미한다.

Fig. 4는 제어음원의 위치를 고정하고 마이크론의 위치  $x_m = (x, 0.32, 0.2)$ 의  $x$  좌표값에 따른 LQR 최적게인의 변화를 보인 것이다. 음장의 중심인 노드 점에서는 게인이 0이 되는 데, 이는 모드 절선에서는 음압이 0이고 따라서 제어할 필요가 없음을 의미한다.

앞에서 기술한 바와 같이 실험적인 방법으로 모델링한 상태행렬에는 오차 등이 포함되어 가제어성 행렬이나 가관측성 행렬의 계수만으로 시스템의 가제어성이나 가관측성을 판별하기가 힘들다. 따라서 가제어성 및 가관측성 행렬의 행렬식값을 검토하여 가제어성이나 가관측성에 대한 지표로 삼아야 할 것이다. Fig. 5는 Fig. 3의 경우와 마찬가지로 제어음원의 위치가  $x_s = (x, 0.0, 0.165)$ 인 경우에  $x$ 의 변화에 따른 가제어성 행렬의 행렬식값의 변화를 살펴본 것이

다. 모드의 절선에서 가제어성 행렬의 행렬식이 0으로 접근하는 특이성을 갖게 됨을 확인할 수 있다.

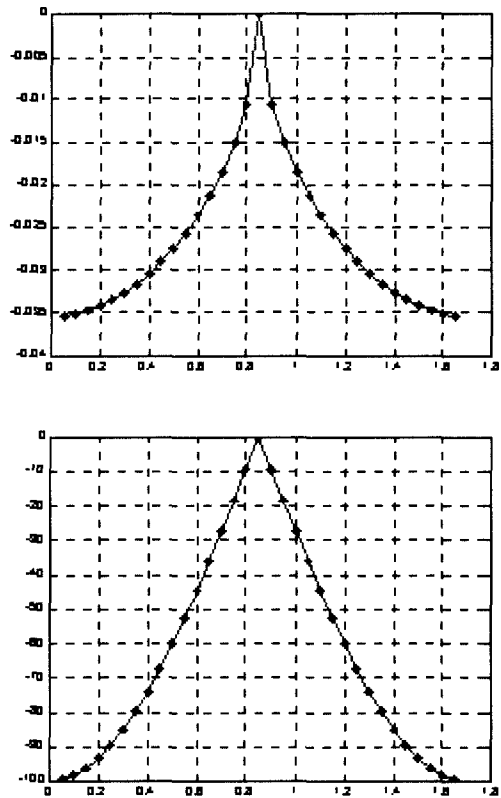


Fig. 4 Change of controller gain with respect to microphone position

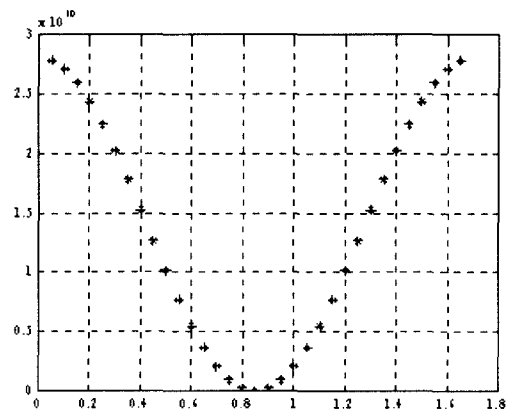


Fig. 5 Change of determinant of controllability matrix with respect to speaker position

#### 4. 실험 및 결과

##### 4.1 실험장치

실험장치는 Fig. 6과 같이 TMS320C3x 신호처리보드, 저역필터, 프리앰프, 마이크론, 스피커, 및 FFT 신호분석기로 구성하였다. 두께 10 mm의 아크릴 판을 사용하여 Fig. 2의 크기를 갖는 직육면체 형태로 밀폐음장을 제작하였다.

음원의 체적속도를 측정하는 방법은 여러가지가 있다. 본 연구에서는 백색잡음으로 스피커를 가진하고 Bently Nevada사의 근접센서(3300 proximity transducer)를 사용하여 스피커콘의 변위를 측정하여 스피커의 체적속도를 구하였다. 센서의 측정주파수 범위는 400 Hz까지 측정하였다.

##### 4.2 경감식 음장의 제어

음장을 제어하기 위하여 제어음원과 마이크론의 위치에 따른 플랜트의 상태방정식을 먼저 결정하여야 한다. 가진음원(스피커)에 입력되는 전압을 입력으로 하고 마이크론에서 계측되는 전압을 출력으로 하는 주파수응답함수를 구하였다. 그 후 주파수응답함수의 제어대상 음향모드에 대하여 2차 다항식으로 커브피팅한 다음 유사변환 과정을 거쳐 음장의 상태행렬을

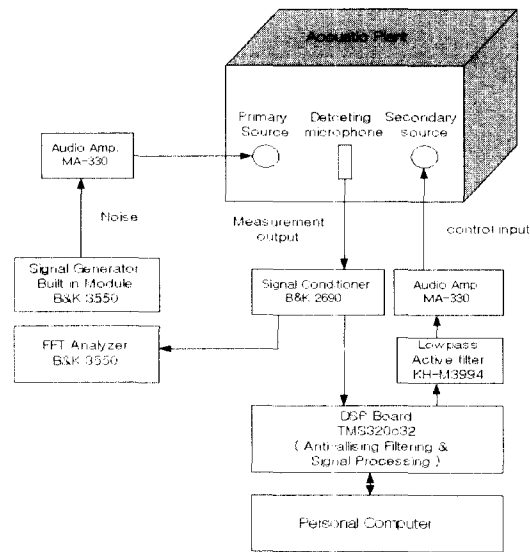


Fig. 6 Test setup

구하였다. 이 과정에서 해당 모드를 다항식으로 커브 피팅할 때 주파수대역폭에 따라 시스템의 파라미터가 달라지고, 이는 상태행렬에 영향을 미치고, 결과적으로 제어성능의 변화를 가져올 수 있다. 제어음원의 위치가  $\mathbf{x}_s = (1.535, 0, 0.165)$ 이고, 측정 마이크론의 위치가  $\mathbf{x}_m = (0.05, 0.32, 0.2)$ 일 때, 800라인 해상도와 0.5 Hz의 분해능을 갖는 주파수 응답함수를 사용하여 구한 상태행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -2.3364 & -12100 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.9337 \\ -0.14927 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= [-0.40138 \quad -78.075] \end{aligned} \quad (21)$$

$\mathbf{A}$ 행렬을 조사하면  $\omega_n = 110$  Hz이고,  $\zeta = 0.0106$ 로써 대수감쇠비로 구한 감쇠비의 범위에 있음을 알 수 있다.  $\mathbf{B}$ 의 두 번째 요소와  $\mathbf{C}$ 의 첫 번째 요소가 0이 아닌 값을 가지고 있음을 알 수 있다. LQG 제어기의 가중치는 시행 착오를 통해 다음과 같이 선정하였다.

$$\mathbf{Q} = 10 \mathbf{C}^T \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.611 & 313.4 \\ 313.4 & 60957 \end{bmatrix}, s = 0.001 \quad (22)$$

스피커에 백색잡음을 입력하여 플랜트의 소음원으로 하였으며, 음원에서 50 mm 떨어진 거리에서 50 mm 간격으로 배열된 2개의 마이크론을 설치하여 음압을 측정하였다. 이 데이터의 공분산(covariance)은 다음과 같이 얻어졌고

$$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} 0.53977 & 0 \\ 0 & 1.8642 \times 10^{-7} \end{bmatrix} \quad (23)$$

측정잡음의 공분산  $\mathbf{V}_2 = 0.001$ 로 선정하였다. 상태행렬 (21)로 가제어성 행렬의 행렬식값을 계산하면 -7917을 얻을 수 있다. 식 (11), (13)에 의해 제어기 및 추정기의 계인을 계산하였으며, 제어기 및 추정기 계인 보상에 의한 시스템의 극점은 -142.2338와 -378.7813의 두 개의 음의 실근을 갖는다. 이 시스템의 축약추정기는 다음과 같이 구성되고

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= (6.1717 + 17.7965 \bar{L})\mathbf{z} + [(-17.7965 \\ &\quad + 17.7965 \bar{L})\bar{L} + (654.1475 + 11.0732 \bar{L})]\mathbf{y} \\ &\quad + (2.4515 - 7.6558 \bar{L})\mathbf{u} \end{aligned} \quad (24)$$

상태의 추정치는 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{L} & 1 \\ -0.0565 - 0.001 \bar{L} & -0.001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (25)$$

구성한 제어기를 이용하여 제어를 수행한 결과는 Fig. 7과 같다. 그림에서 주파수 특성을 살펴보면 제어 대상인 (1, 0, 0)모드가 약 8 dB정도 감소되었음을 알 수 있다.

제어음원의 위치 변화에 따른 성능을 검토하기 위하여 제어음원의 위치  $\mathbf{x}_s = (0, 0.165, 0.165)$ , 마이크론의 위치  $\mathbf{x}_m = (1.65, 0.96, 0.2)$ 인 경우에 상태행렬은 다음과 같이 얻어졌다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -4.9015 & -11573 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2.4515 \\ -1.0003 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= [-0.016928 \quad -17.692] \end{aligned} \quad (26)$$

제어음원 위치가 변화하였으므로 공분산을 다시 측정하여 다음과 같은 값을 얻었다.

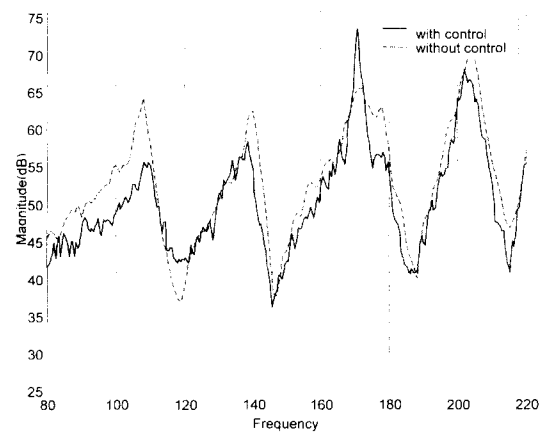


Fig. 7 Acoustic pressure spectrum ( $\mathbf{x}_s = (1.535, 0.0, 0.165)$ )

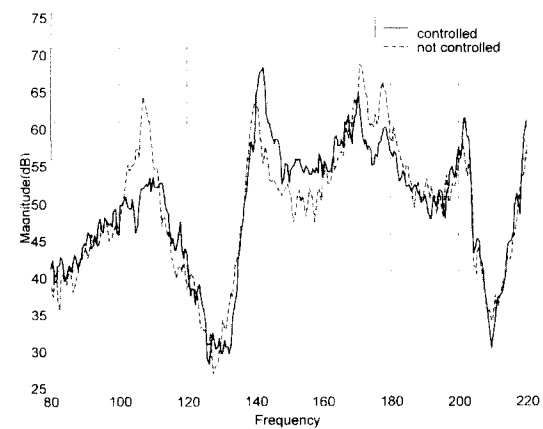


Fig. 8 Acoustic pressure spectrum ( $\mathbf{x}_s = (0, 0.165, 0.165)$ )

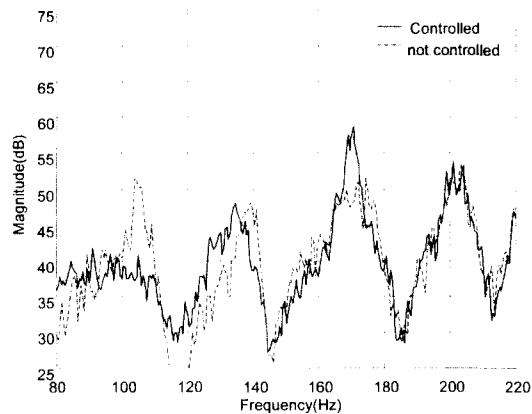


Fig. 9 Acoustic pressure spectrum for damped sound field

$$V_1 = \begin{bmatrix} 3.0561 & 0 \\ 0 & 8.141 \times 10^{-7} \end{bmatrix} \quad (27)$$

앞의 경우와 마찬가지로  $V_2 = 0.001$ 로 선정하였다. 이 경우 가제어성 행렬의 행렬식값을 계산하면  $-314.9$ 이었다. 구성된 제어기를 이용하여 제어를 수행한 결과는 Fig. 8과 같다. 그림에서 주파수 특성을 살펴보면 제어 대상 모드인 (1, 0, 0)모드의 피크치가 10 dB정도 저하되고 있음을 알 수 있다.

#### 4.3 불균일 경감쇠 음장의 제어

밀폐음장의 감쇠특성에 따른 제어효과를 고찰하기 위하여 6면체 벽면의 천정면을 제외한 5개 면에 두께 5 mm의 섬유재질의 흡음재를 부착하였다. 제어음원의 위치  $x_s = (1.535, 0, 0.165)$ , 측정 마이크로폰의 위치  $x_m = (0.05, 0.32, 0.2)$ 인 경우 전과 동일한 방법에 의하여 상태행렬을 구하면 다음과 같이 된다.

$$A = \begin{bmatrix} -4.6791 & -11437 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2.3403 \\ -1.0003 \end{bmatrix}, \\ C = [0.0451, \quad -4.1792] \quad (28)$$

$A$ 행렬에서 감쇠비는 0.0218임을 알 수 있으며, 벽면의 음향 임피던스가 바뀌어 아크릴판인 경우에 비해 큰 감쇠비를 갖게 되었음을 알 수 있다. 이 경우 가제어성 행렬의 행렬식값은 11438이었으며, 식 (21)의 경우의 7917보다 훨씬 더 큰 값을 갖는 것을 알 수 있다. 이 경우에 음장제어결과는 Fig. 9와 같으며, 제어대상 모드의 피크치가 12~14 dB정도 감소하고

있음을 알 수 있다. 앞의 경우와 비교하여 보았을 때, 감쇠가 시스템의 가제어성에 영향을 미쳐, 감쇠가 커지면 잔향시간이 짧아지고 제어에 유리함을 알 수 있다.

#### 5. 결론

제어대상 플랜트를 상태방정식 형태로 변환하면 시스템의 여러가지 특성을 시스템공학 측면에서 고찰할 수 있다는 장점이 있다. 밀폐음장내에서 음향 모드에 대한 LQR 제어기와 추약관측기를 이용하여 제어시스템을 구성한 능동제어기를 시뮬레이션과 실험을 통해 고찰하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 밀폐음장의 가제어성 행렬 및 가관측성 행렬의 구조를 고찰하여 제어음원 및 마이크로폰의 위치와 가제어 및 가관측 인덱스의 관계를 고찰하였다. 실제적으로는 오차 때문에 가제어성 행렬 및 가관측성 행렬이 0으로 되는 경우는 생기지 않으나 0에 가까워지는 경우 제어게인이 극히 커지거나 센서의 측정오차가 커지거나 할 수 있다. 따라서 제어음원이나 마이크로폰의 위치선정에 가제어성 행렬 및 가관측성 행렬의 행렬식을 위치선정척도로 삼을 수 있을 것이다.

(2) 제어음원 스피커 콘의 변위를 근접센서로 직접 측정된 신호로부터 체적속도를 산출하였으며 이러한 방법이 음장에 가진되는 체적속도를 검출하는 유용한 방법이 될 수 있음을 알 수 있다.

(3) 가진음원(스피커)에 입력되는 전압을 입력으로 하고 마이크로폰에서 계측되는 전압을 출력으로 하는 주파수응답함수를 구한 후에 제어대상 모드에 대하여 2차 다항식으로 커브피팅한 다음 유사변환 과정을 거쳐 음장의 상태행렬을 구하였다. 이 과정에서 다항식으로 커브피팅할 때 주파수대역폭에 따라 시스템의 파라미터가 달라지고 그 결과는 상태행렬에 영향을 미치고, 결과적으로 제어성능의 변화를 가져올 수 있으므로 주의해야 한다.

(4) 직육면체 경감쇠 음장과 흡음재를 부착한 밀폐음장을 이용하여 실험장치를 구성하였다. 2차원 상태방정식의 상태행렬을 구하고, 추약관측기 및 LQR 제어기로 구성된 제어시스템을 이용하여 소음저감 성능을 고찰하였다. 경감쇠 음장의 경우 제어대상인 첫 번째 모드에 대해서 6~10 dB의 소음저감성능을 확인하였다. 또한 흡음재를 부착한 경우에 대해서는 12~14



dB정도의 소음저감을 얻을 수 있었으며, 흡음재가 제어에도 유리함을 알 수 있었다.

섬유재 흡음재를 부착하여 벽면의 임피던스를 다르게 하여 모드 파라미터를 구할 때 감쇠비는 두 배 정도의 범위에 분포하여 커브피팅에 의하여 감쇠비를 추정하는 데 많은 어려움이 있었다. 감쇠비가 제어성능에 영향을 미치므로 감쇠비를 정확히 결정하도록 유의하여야 할 것이다. 또한 불균일한 흡음 특성을 갖는 음장에 대해 감쇠계수에 따른 제어방안 등 제반 연구가 지속되어야 할 것으로 사료된다.

### 후 기

이 논문은 2000년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음.

### 참 고 문 헌

(1) Pierce, A. D., 1981, Acoustics an Introduction to Its Physical Principles and Applications, McGraw Hill.  
(2) Lyon, R. H., 1963, "Noise Reduction of Rectangular Enclosure with One Flexible Wall," J. Acous. Soc. Am. Vol. 35, pp. 1792~1797.

(3) Elliott, S. J. and Nelson, P. A., 1992, Active Control of Sound, Academic press.

(4) Dohner, J. L., Shoureshi, R., 1989, "Modal Control of Acoustic Plants," Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Trans. ASME, Vol.111, pp. 326~330.

(5) Lin, J. Y., Sheu, H. Y. and Chao, S. C., 1999, "LQG/GA Design of Active Noise Controllers for a Collocated Acoustic Duct System," Journal of Sound and Vibration, Vol. 238(3), pp. 629~650.

(6) Hong, J., Akers, J. C., 1996, "Modeling, Identification, and Feedback Control of Noise in an Acoustic Duct," IEEE Trans. on Control System Technology, Vol. 4, No. 3, pp. 283~291.

(7) Franklin, G. F., Powell, J. D., 1994, Feedback Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley Pub. Co.

(8) 김양한, 강성우, 1995, "능동소음제어-제어음장의 물리적 성질 및 제어방법론," 한국소음진동공학회지 Vol. 5, pp. 440~452.

(9) 이태연, 1993, "적응알고리즘에 의한 3차원 음향계의 능동소음제어에 관한 연구," 박사학위논문, 한양대학교 대학원.