

# 렌즈왜곡효과를 보상하는 새로운 hand-eye 보정기법

정희범\*

## A New Hand-eye Calibration Technique to Compensate for the Lens Distortion Effect

Hoi Bum Chung\*

### ABSTRACT

In a robot/vision system, the vision sensor, typically a CCD array sensor, is mounted on the robot hand. The problem of determining the relationship between the camera frame and the robot hand frame is referred to as the hand-eye calibration. In the literature, various methods have been suggested to calibrate camera and for sensor registration. Recently, one-step approach which combines camera calibration and sensor registration is suggested by Horaud & Dornaika. In this approach, camera extrinsic parameters are not need to be determined at all configurations of robot.

In this paper, by modifying the camera model and including the lens distortion effect in the perspective transformation matrix, a new one-step approach is proposed in the hand-eye calibration.

**Key Words :** Calibartion(보정), Sensor registration(센서등록), Perspective transformation(원근변환),  
Lens distortion(렌즈왜곡), Image acquisition(영상획득)

### 1. 서론

시각적인 방법으로 현재위치로부터 목표위치로 이동할 수 있는 로봇/비전 시스템은 위치정밀도를 향상시키기 위해 높은 평면해상도를 가진 CCD 카메라가 사용된다. 통상적으로 시각센서는 로봇 핸드에 고정되며 카메라좌표계와 로봇핸드좌표계 사이의 좌표변환을 구하는 과정을 hand-eye 보정이라 부른다. 일반적으로 로봇/비전 시스템의 hand-eye 보정은 카메라보정과 센서등록의 두 단계로 이루어진다.

문헌에는 카메라보정을 위해 다양한 카메라모델

들이 제시되고 있으며<sup>[1]</sup>, 센서등록을 위한 다양한 접근방법들이 Shiu et al.<sup>[2]</sup>, Tsai et al.<sup>[3]</sup>, Chou et al.<sup>[4]</sup>, Wang<sup>[5]</sup> 등에 의해 제시되었다. 로봇의 각 위치에서 카메라보정을 수행하는 것은 시간이 많이 소요되고 수치적으로 불안정성을 내포하고 있다. 센서등록은 카메라보정과 별개로  $AX = XB$ 라는 동차변환 행렬방정식을 풀어서 이루어진다. 최근에는 카메라보정과 센서등록을 결합한 접근방법이 Horaud et al.<sup>[6]</sup>에 의해 제시되었다. 카메라보정과 센서등록이 분리된 접근방법<sup>[7,8]</sup>에서는 렌즈왜곡효과를 고려하였지만 Horaud의 접근방법에서는 펜홀(pinhole) 카메라모델을 사용하여 형상에 의존하는 렌즈왜곡효과를 무시하였다<sup>[9]</sup>.

1. 2001년 8월 14일 접수  
\* 순천대학교 기계·자동차공학부

Hand-eye 보정에 관한 국내문헌은 찾아볼 수 없으며 이 분야에 대한 연구가 국내에서는 거의 이루어지지 않고 있다.

본 연구에서는 Tsai의 카메라모델을 수정하여 렌즈왜곡효과를 보상할 수 있는 카메라모델을 제시하고 카메라보정과 센서동록을 결합한 새로운 hand-eye 보정기법에 적용하고자 한다.

## 2. 카메라모델

카메라보정은 영상좌표계와 보정좌표계 사이의 좌표변환을 원근변환행렬로부터 구하는 과정이다. 문헌에서 카메라모델은 복잡한 비선형모델, 선형화모델 등 다양한 모델들이 제시되었지만 정확도, 효율성, 적용성 등에서 Tsai의 두-평면 방법<sup>[8]</sup>이 전통적인 카메라모델로 가장 널리 사용되고 있다. 본 연구에서는 hand-eye 보정에서 렌즈왜곡효과를 보상하기 위한 방법으로 좌표변환의 단계를 재조합하여 새로운 카메라모델을 제시하였다. 렌즈왜곡단계와 영상획득단계의 순서를 뒤바꾸어서 형상에 의존하는 항과 형상에 무관한 항으로 분리시켜 렌즈왜곡효과를 보상할 수 있도록 Tsai의 카메라모델을 수정한 새로운 카메라모델을 제시하고 hand-eye 보정에 적용하였다.

### 2.1 Tsai의 카메라모델

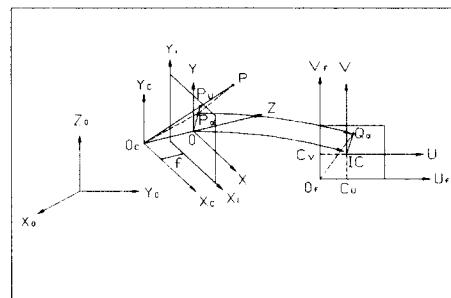
Tsai의 카메라모델에 사용된 기하학적 형태가 Fig.1(a)에 나타나 있다. 카메라좌표계로부터 실제 프레임좌표계로의 좌표변환은 다음 세 단계로 이루어진다.

#### (단계1) 원근변환(perspective transformation)

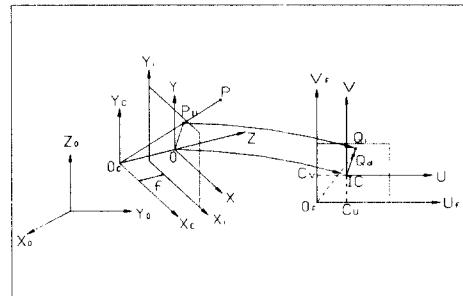
핀홀 기하학을 사용하여 투영변환으로 카메라좌표와 이상 영상좌표 사이의 관계인 원근변환행렬 C를 구할 수 있다.

$$\alpha \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

여기서 f는 렌즈의 유효촛점거리를 나타낸다.



(a) conventional camera model



(b) new camera model

Fig. 1 The basic geometry of the camera models

#### (단계2) 렌즈왜곡(lens distortion)

반경배열조건(radial alignment constraint)을 적용하여 반경방향 렌즈왜곡효과 만을 고려하면 이상 영상좌표와 실제 영상좌표사이의 관계인 렌즈왜곡행렬 D를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+k_1r_d^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+k_1r_d^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix}$$

여기서 \$k\_1\$은 렌즈의 반경방향 왜곡계수를 나타내고 \$r\_d^2 = x\_d^2 + y\_d^2\$은 영상중심점에서 실제투영점까지의 반경거리를 나타낸다.

## (단계3) 영상획득(image acquisition)

CCD 시각센서의 특징을 고려하여 실제 영상좌표와 실제 프레임좌표 사이의 관계인 영상획득행렬  $E$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u_d \\ v_d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s_f}{d_x} & 0 & C_u \\ 0 & \frac{1}{d_y} & C_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ 1 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ 1 \end{bmatrix}$$

여기서  $s_f$ 는 스케일인자의 불확실도를 나타내고  $d_x$ 와  $d_y$ 는 x와 y방향 픽셀의 길이를 나타낸다.

## 2.2 새로운 카메라 모델

렌즈왜곡효과를 보상하기 위해 제안된 새로운 카메라모델의 기하학적 형태가 Fig.1(b)에 나타나 있다. 새로운 카메라모델에서도 Tsai의 카메라모델과 동일하게 세 단계로 좌표변환이 이루어지지만 렌즈왜곡단계와 영상획득단계의 순서가 뒤바뀌어 좌표변환이 이루어진다.

## (단계1) 원근변환

Tsai의 카메라모델과 동일하게 카메라좌표와 이상 영상좌표 사이의 좌표변환이 이루어진다.

$$\alpha \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

## (단계2) 영상획득

Tsai의 카메라모델에서 정의된 매개변수를 사용하여 이상 영상좌표로부터 이상 프레임좌표 사이의 관계인 영상획득행렬  $E$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s_f}{d_x} & 0 & C_u \\ 0 & \frac{1}{d_y} & C_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ 1 \end{bmatrix}$$

## (단계 3) 렌즈왜곡

반경방향 렌즈왜곡효과 만을 고려하면 Tsai의 카메라모델과 동일하게 반경배열조건이 적용될 수 있다. 컴퓨터 프레임버퍼에서 렌즈왜곡효과에 의

한 이상 프레임좌표와 실제 프레임좌표 사이의 관계를 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} (u_i - C_u) &= (u_d - C_u) (1 + k_1 r_d^2) \\ (v_i - C_v) &= (v_d - C_v) (1 + k_1 r_d^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } r_d^2 &= x_d^2 + y_d^2 \\ &= \frac{1}{d_x^2} (u_d - C_u)^2 + \frac{1}{d_y^2} (v_d - C_v)^2 \end{aligned}$$

따라서 두 좌표 사이의 렌즈왜곡행렬  $\bar{D}$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u_d \\ v_d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+k_1 r_d^2} & 0 & \frac{k_1 r_d^2}{1+k_1 r_d^2} C_u \\ 0 & \frac{1}{1+k_1 r_d^2} & \frac{k_1 r_d^2}{1+k_1 r_d^2} C_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \bar{D} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

## 3. Hand-eye 보정기법

Hand-eye 보정이란 카메라좌표계와 로봇핸드좌표계 사이의 좌표변환(회전/병진)을 구하는 것으로 도식적으로 Fig.2(a)와 같이 나타낼 수 있다. 일반적으로 카메라는 로봇핸드에 고정되어 있으며 위치1과 위치2는 로봇의 두 가지 형상위치를 나타낸다. 로봇핸드좌표계의 첫번째 두 위치에서 좌표변환을  $A_1$ 으로 나타내고 카메라 좌표계의 두 위치에서 좌표변환을  $B_1$ 으로 나타낼 수 있다. 로봇핸드좌표계로부터 카메라좌표계로의 좌표변환행렬을  $X$ 라 할 때 다음 관계를 구할 수 있다.

$$B_1 \cdot X = X \cdot A_1 \quad (1)$$

이 행렬방정식을 풀기 위해 회전운동에 관련된 행렬방정식과 회전/병진운동에 관련된 벡터방정식으로 나타낼 수 있다.

$$R_B \cdot R_X = R_X \cdot R_A \quad (2)$$

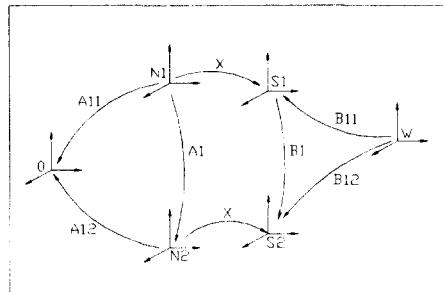
$$[R_B - I] \cdot p_X = R_X \cdot p_A - p_B$$

로봇/비전 시스템에서 고전적인 hand-eye 보정은 각 위치에서 카메라 보정과 로봇이동으로 부터

$A_1, B_1$ 이 결정되면 식(2)로 부터  $R_X$ 와  $p_X$ 가 계산되어 동차변환행렬  $X$ 를 구할 수 있다.

원근변환행렬  $M_1$ 을 내부매개변수와 외부매개변수로 분해하는 카메라보정은 시간이 많이 소요되

고 수치적으로 불안정한 과정이므로  $M_1$ 을 분해하지 않는 hand-eye 보정기법이 Horaud에 의해 제안되었다.



(a) conventional hand-eye calibration

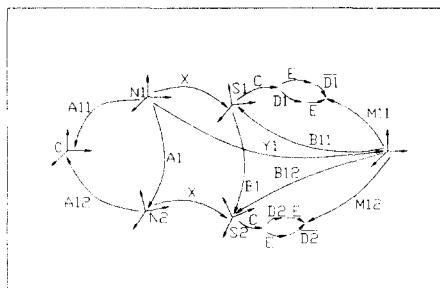


Fig. 2 The transformation graph for the two configurations of robot hand.

### 3.1 Horaud의 hand-eye 보정기법<sup>[6]</sup>

Horaud에 의해 제안된 카메라보정과 센서등록을 결합한 hand-eye 보정기법은 카메라모델을 hand-eye 보정에 포함시키며 도식적으로 Fig.2(b)와 같이 나타낼 수 있다. 로봇핸드좌표계로부터 보정좌표계로의 좌표변환을  $Y_1$ 으로 나타내면 식(1)은 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$B_{12} \cdot Y_1 = B_{11} \cdot Y_1 \cdot A_1$$

렌즈왜곡효과를 무시하고 카메라모델로 부터 주어지는 형상에 무관한 행렬 E와 C를 양변에 곱하여 정리하면 다음과 같다.

$$M_2 \cdot Y_1 = M_1 \cdot Y_1 \cdot A_1$$

그런데 렌즈왜곡행렬 D는 로봇/비전 시스템의 모든 형상위치에서 동일하지 않으므로 변환행렬  $M_1$ 과  $M_2$ 에서 렌즈왜곡효과를 무시하는 것은 적절하지 못하다. 따라서 렌즈왜곡효과를 보상하는 hand-eye 보정기법이 요구된다.

### 3.2 새로운 hand-eye 보정기법

렌즈왜곡효과는 행렬  $\bar{D}$ 에 포함되어 있으며 이 효과는 앞서 제안된 새로운 카메라모델로 부터 형상에 의존하는 항을 사용하여 보상될 수 있다.

Fig.2(b)의 좌표변환관계로 부터 변환행렬을 구하면 다음과 같다.

$$M_1 = \bar{D}_1 \cdot E \cdot C \cdot B_{11}$$

$$M_2 = \bar{D}_2 \cdot E \cdot C \cdot B_{12}$$

로봇/비전 시스템에서 형상에 의존하는 렌즈왜곡효과를 보상하여 새로운 변환행렬을 정의하면 다음과 같다.

$$\bar{M}_1 = (\bar{D}_1)^{-1} \cdot M_1 = E \cdot C \cdot B_{11}$$

$$\bar{M}_2 = (\bar{D}_2)^{-1} \cdot M_2 = E \cdot C \cdot B_{12}$$

여기서 렌즈왜곡행렬의 역행렬은 다음과 같이 간단한 형태로 주어진다.

$$\bar{D}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 + k_1 r_d^2 & 0 & -k_1 r_d^2 C_u \\ 0 & 1 + k_1 r_d^2 & -k_1 r_d^2 C_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Horaud의 접근방법과 동일한 유도과정으로 형상에 무관한 행렬 E와 C를 곱하여 hand-eye 보정을 정리하면 다음과 같다.

$$\bar{M}_2 \cdot Y_1 = \bar{M}_1 \cdot Y_1 \cdot A_1 \quad (3)$$

새롭게 정의된 행렬은  $Y_1 = (B_{11})^{-1} \cdot X$ 로 주어지고 변환행렬  $\bar{M}_1$ ,  $\bar{M}_2$ 는 형상에 의존하는 항들을 포함한다.

### 3.3 렌즈왜곡행렬의 계산

렌즈의 반경방향 왜곡현상을 도식적으로 나타내면 Fig.3과 같다. 렌즈왜곡이 없는 이상적인 경우에 렌즈의 확대율을 나타내면 다음과 같다.

$$m = \frac{f}{z_c} = \frac{r_u}{d_c} \quad (4)$$

여기서  $d_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}$ ,  $r_u = \sqrt{x_u^2 + y_u^2}$   
렌즈왜곡에 의한 실제투영점과 이상적인 투영점  
사이의 반경거리는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r_u = r_d (1 + k_1 r_d^2) = r_d + \Delta$$

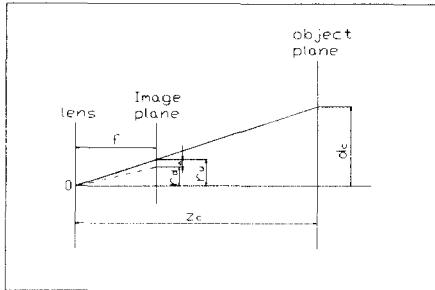


Fig. 3 Radial lens distortion effect

식(4)를 전개하면

$$\begin{aligned} f * d_c &= z_c * r_u = z_c * r_d * (1 + k_1 r_d^2) \\ k_1 r_d^2 &= \frac{fd_c}{z_c r_d} - 1 = \frac{r_u}{r_d} - 1 = \frac{\Delta}{r_d} \\ \frac{k_1 r_d^2}{1 + k_1 r_d^2} &= \frac{r_d}{r_u} * \frac{\Delta}{r_d} = \frac{\Delta}{r_u} \end{aligned}$$

렌즈왜곡행렬의 각 항들을 구할 수 있다.

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} \frac{r_d}{r_u} & 0 & \frac{\Delta}{r_u} C_u \\ 0 & \frac{r_d}{r_u} & \frac{\Delta}{r_u} C_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

반경방향 렌즈왜곡효과 만을 고려하면 렌즈왜곡 행렬  $\bar{D}$ 는 형상에 비례하는 항들 사이의 비로 표시되며 반경배열조건을 적용하면 형상에 무관한 값을 가진다. 따라서 hand-eye 보정을 위한 행렬방정식은 렌즈왜곡행렬을 보정하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{M}_2 \cdot Y_1 = \bar{M}_1 \cdot Y_1 \cdot A_1$$

#### 4. Hand-eye 보정의 수치적 계산방법

식(3)으로 부터 좌표변환행렬  $Y_1$ 을 구하는 다양한 방법들이 문헌에 제시되고 있다. 충분한 보정점에서 구한 데이터에 의해 쿼터니언(quaternion) 방법과 선형 또는 비선형 축차제곱방법에 의해 내부매개변수와 외부매개변수를 구하여 좌표변환행렬을 계산하는 일반적인 방법이 사용되고 있다. 보정점에서 구한 데이터에 포함된 잡음과 로봇운동의 부정확성에 의한 오차는 좌표사이의 기하학적 성질 때문에 해석을 어렵게 만들 수 있다. 본 연구에서는 Zhuang et al.<sup>[10]</sup>과 Batista et al.<sup>[11]</sup>에 의해 제안된 반복적 계산방법으로 좌표변환행렬  $Y_1$ 을 구하고자 한다.

##### 4.1 Hand-eye 보정의 변환

원근변환행렬  $\bar{M}_1$ ,  $\bar{M}_2$ 를 각각  $(3 \times 3)$ 행렬  $N_{11}$ ,  $N_{12}$ 와  $(3 \times 1)$ 벡터  $n_{11}$ ,  $n_{12}$ 로 구분하고 행렬  $N_1 = N_{11}^{-1} \cdot N_{12}$ 로 정의하면 식(3)은 다음과 같이 변경될 수 있다.

$$N_1 \cdot R_Y = R_Y \cdot R_A \quad (5)$$

$$[N_1 - I] \cdot p_Y = R_Y \cdot p_A - p_N$$

$$\text{여기서 } p_N = N_{11}^{-1} \cdot [n_{12} - n_{11}]$$

회전행렬  $N_1$ ,  $R_A$ ,  $R_Y$ 를 각각 회전축  $k_N$ ,  $k_A$ ,  $k_Y$ 와 회전각  $\theta$ ,  $\theta$ ,  $w$ 로 변환할 수 있다. 벡터  $z = \tan(\frac{\omega}{2}) \cdot k_Y$ 를 정의하면 식(5)는 다음과 같이 변경될 수 있다.

$$\Omega\{k_N + k_A\} \cdot z = k_A - k_N \quad (6)$$

$$\Omega\{u + p_A\} \cdot z = p_A - u$$

$$\text{여기서 } \Omega\{\alpha\} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_3 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & 0 & -\alpha_1 \\ -\alpha_2 & \alpha_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$u = [N_1 - I] \cdot p_Y + p_N$$

##### 4.2 확인자코비안(identification Jacobian)

반복적 계산방법으로 미지의 좌표변환행렬  $Y_1$ 을 계산하기 위해서는 측정잉여(residual)벡터와 오차벡터 사이의 관계를 나타내는 확인자코비안 행

렬을 구해야 한다. 식(6)으로 부터 비선형방정식  $f(z)$  과  $g(z, p_Y)$ 를 정의하면 다음과 같다.

$$f(z) = \Omega\{k_N + k_A\} \cdot z - k_A + k_N = 0 \quad (7)$$

$$g(z, p_Y) = \Omega\{u + p_A\} \cdot z - p_A + u = 0$$

초기해가 최적해에 근접하다 가정하고 Taylor 급수전개에서 1차항 만을 고려하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial z} & 0 \\ \frac{\partial g}{\partial z} & \frac{\partial g}{\partial p_Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dz \\ dp_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f(z_0) \\ -g(z_0, p_{Y0}) \end{bmatrix} \quad (8)$$

그런데 식(8)의 계수행렬은 특이(singular)하므로 6개의 미지변수벡터  $\rho\{dz, dp_Y\}$ 를 구할 수 없다. 따라서 적어도 두 개의 위치에서 얻은 비선형방정식들을 행렬/벡터의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$J \cdot d\rho = h \quad (9)$$

여기서  $J$  : 확인자코비안행렬

$h$  : 측정잉여벡터

$d\rho$ : 오차벡터

비선형 축차제곱방법으로 미지변수벡터  $\rho$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\rho^{k+1} = \rho^k + d\rho^k \quad (10)$$

여기서  $d\rho^k = J^+(\rho^k) \cdot h(\rho^k)$

$J^+$ : 확인자코비안의 유사(pseudo)역행렬

## 5. 컴퓨터 시뮬레이션

로봇/비전 시스템의 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하기 위하여 실험장치의 기본구성을 다음과 같이 가정하였다. 카메라좌표계에 대한 보정좌표계의 좌표변환은 구좌표를 사용하였고 카메라에 적용되는 각종 매개변수로는 Batista et al.<sup>[11]</sup>이 제시한 자료를 사용하였다. 컴퓨터 시뮬레이션에 사용된 카메라의 내부매개변수와 외부매개변수가 Table 1에 주어져 있다.

로봇핸드좌표계에 대한 카메라좌표계의 좌표변환 ( $X$ )과 로봇핸드좌표계의 두번의 위치이동에 대한 좌표변환( $A_1, A_2$ )을 일반적인 회전/병진 좌표계로

써 다음과 같이 가정하였다.

$$X = Rot\{[-1, 0, 0]^T, 12^\circ\}, Trans\{[0, -100, 100]^T\}$$

$$A_1 = Rot\{[0, -1, 0]^T, 3.95^\circ\}, Trans\{[100, 0, 50]^T\}$$

$$A_2 = Rot\{[-1, 0, 0]^T, 3.8^\circ\}, Trans\{[0, -100, 50]^T\}$$

Table 1 Camera's intrinsic and extrinsic parameters

intrinsic para.	extrinsic para.
$foc = 25.426478(\text{mm})$	
$k_t = 0.000432(1/\text{mm}^2)$	$\phi = -2.0^\circ$
$S_f = 1.011$	$\theta = 3.0^\circ$
$N_{fx} = 768$	$\varphi = -5.0^\circ$
$N_{cx} = 752$	$t_x = 0$
$d_x = 8.6(\mu\text{m})$	$t_y = 100(\text{mm})$
$d_y = 8.3(\mu\text{m})$	$t_z = 1500(\text{mm})$
$C_x = 256(\text{pixels})$	
$C_y = 256(\text{pixels})$	

렌즈왜곡행렬의 역행렬( $D^{-1}$ )에 사용되는 카메라 내부매개변수인 렌즈왜곡상수( $k_t$ )와 영상중심점의 프레임좌표( $C_u, C_v$ )는 별개의 방법<sup>[7,12]</sup>을 통하여 구할 수 있으며 각 매개변수들의 정확도가 hand-eye 보정에 미치는 영향은 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검토하였다. 새로운 보정기법에 의한 렌즈왜곡행렬은 형상에 무관하게 일정한 값을 가지므로 Horaud의 보정기법에 의한 행렬방정식을 한 점에서 구한 값을 사용하여 보상이 이루어질 수 있다. 렌즈왜곡효과를 보상한 경우와 렌즈왜곡효과를 보상하지 않은 경우에 대하여 반복계산에 의해 수렴된 미지변수벡터가 Table 2에 나타나 있다.

Table 2 Converged values of the computer simulation

	z(1)	z(2)	z(3)	$p_z(1)$	$p_z(2)$	$p_z(3)$
ideal	-7.5461	-7.1624	0.93582	100.776	-8.16418	1573.89
uncompensated	-7.5032	-7.1235	0.92420	100.554	-10.6338	1574.60
compensated	-7.5613	-7.1767	0.93580	99.8303	-8.01864	1573.75

계산된 결과를 검토해보면 두 가지 경우 모두에

서 미지변수벡터가 잘 수렴하고 있지만 렌즈왜곡효과를 보상한 경우가 이상적인 값에 더욱 근접하고 있다. 반복계산에 따른 미지변수벡터의 변화를 Fig.4에 나타내었다. 미지변수벡터  $\rho\{dz, dp\}$ 의 초기값으로 이상적인 값의 75%를 사용하였을 때 반복연산 결과는 3회 연산에 의해 이상적인 값에 근접했으며 5~6회 연산에서 정확도 한계치(벡터 노음 0.01) 내에 들었다. 렌즈왜곡효과를 보상한 경우와 보상하지 않는 경우 모두에서 유사한 변화를 나타내고 있지만 렌즈왜곡효과를 보상한 경우에 보정오차가 작은 값을 가진다.

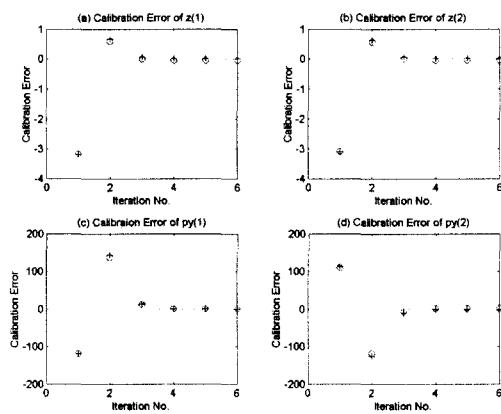


Fig. 4 Calibration errors of the rotation/translation vector when the initial values are 75% of the ideal values  
(+:compensated, o:uncompensated)

렌즈왜곡행렬( $D$ )에 사용된 매개변수들의 정확도가 hand-eye 보정에 미치는 영향을 검토하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였다. 렌즈왜곡상수와 영상중심점의 프레임좌표를 이상적인 값의 75%를 사용하였을 때 계산된 결과가 Fig.5에 나타나 있다. 정확한 미지변수벡터로 부터 오차값은 사용된 매개변수들의 정확도에 큰 영향을 받지 않고 있다. 렌즈왜곡효과를 보상한 경우와 보상하지 않는 경우 모두에서 유사한 변화를 나타내고 있지만 렌즈왜곡효과를 보상한 경우에 보정오차가 작은 값을 가진다.

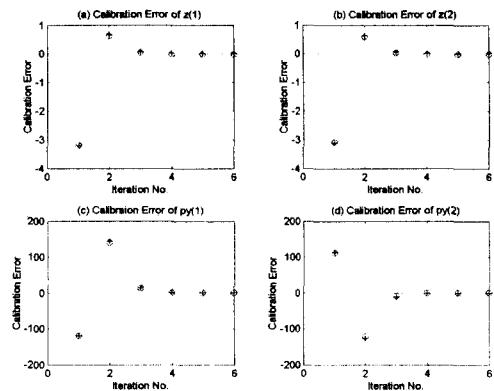


Fig. 5 Calibration errors of the rotation/translation vector when lens distortion coefficient and frame coordinate of image center are 75% of the ideal values  
(+:compensated, o:uncompensated)

카메라보정에서 사용되는 원근변환행렬( $M_{11}$ )의 정확도가 hand-eye 보정에 미치는 영향을 검토하기 위해 이상적인 값의 90%를 사용하였을 때 계산된 결과가 Fig.6에 나타나 있다.

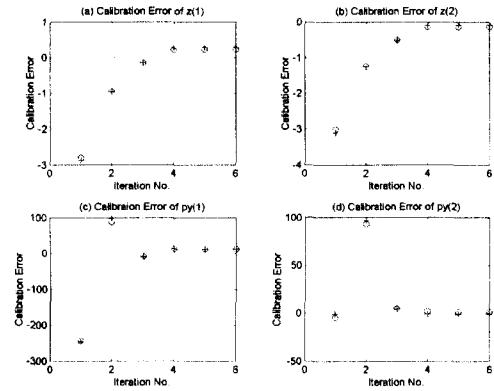


Fig. 6 Calibration errors of the rotation/translation vector when perspective transformation matrix are 90% of the ideal values  
(+:compensated, o:uncompensated)

앞서의 결과와 유사한 경향을 나타내고 있지만 실제 위치변화가 존재하기 때문에 정적오차가 존

재하고 있다. 렌즈왜곡효과를 보상한 경우가 보상하지 않는 경우 보다 보정오차가 작은 값을 가진다.

## 6. 결론

렌즈왜곡효과를 보상하는 새로운 hand-eye 보정기법에 관한 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 렌즈왜곡효과를 보상하기에 적절한 새로운 카메라모델을 제시하였으며 이것을 카메라보정과 센서등록이 결합된 hand-eye 보정기법에 적용하였다.
- (2) 반경방향 렌즈왜곡효과만을 고려하는 경우에 새로운 보정기법에 의한 렌즈왜곡행렬은 형상에 무관하게 일정한 값을 가진다. Horaud의 보정기법에 의한 행렬방정식에 한 점에서 구한 렌즈왜곡행렬을 사용하여 보상이 이루어질 수 있다.
- (3) 반복적인 계산방법을 사용하였을 때 두가지 hand-eye 보정기법은 빠른 수렴특성을 나타내었으며 사전에 결정될 매개변수들의 정확도에 큰 영향을 받지 않았다.

## 후기

본 논문은 2001년도 순천대학교 BK21지역대학 육성사업단에 의해 지원되었습니다.

## 참고문현

1. Ganapathy S., "Decomposition of transformation matrices for robot vision," Proc. IEEE Int. Conf. Robotics, pp. 130-139, 1984.
2. Shiu Y.C. and Ahmad S., "Calibration of wrist mounted robotic sensors by solving homogeneous transform equations of the form  $AX=XB$ ," IEEE J. Robot. Automation, Vol. 5, pp. 16-29, 1989.
3. Tsai R.Y. and Lenz R.K., "A new technique for fully autonomous and efficient 3D robotics hand/eye calibration," IEEE J. Robot. Automation, Vol. 5, pp. 345-358, 1989.
4. Chou J.C.K. and Kamel M., "Finding the position and orientation of a sensor on a robot manipulator using quaternions," Int. J. Robot. Res. Vol. 10, pp. 240-254, 1991.
5. Wang C.C., "Extrinsic calibration of a vision sensor mounted on a robot," IEEE Trans. Robot. and Automation, Vol. 8, pp. 161-175, 1992.
6. Horaud R. and Dornaika F., "Hand-eye calibration," Int. J. Robot. Res., Vol. 14, pp. 195-210, 1995.
7. Wei G.Q. and Ma S.D., "Implicit and explicit camera calibration: Theory and experiment," IEEE Trans. Patt. Anal. and Mach. Intell., Vol. 16, pp. 469-480, 1994.
8. Tsai R.Y., "A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses," IEEE J. Robot. and Automation, Vol. 3, pp. 323-344, 1987.
9. Zhuang H., "A Note on 'Hand-eye Calibration,'" Int. J. Robot. Res., Vol. 16, pp. 725-727, 1997.
10. Zhuang H. and Qu Z., "A New Identification Jacobian for Robotic Hand/Eye Calibration," IEEE Trans. on SMC, Vol. 24, pp. 1284-1287, 1994.
11. Batista J., Araujo H., and A.T.de Almada, "Iterative Multistep Explicit Camera Calibration," IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 15 pp. 897-917, 1999.
12. Lenz R.K. and Tsai R.Y., "Technique for Calibration of the Scale Factor and Image Center for High Accuracy 3D Machine Vision Metrology," ICRA pp. 68-75, 1987.