

Time-to-Go 추정기를 이용한 목표점 지향 유도 법칙 설계

Target Pointing Guidance Design Using Time-to-Go Estimator

황 익 호

(Ick Ho Whang)

Abstract : In this paper, a new target pointing guidance algorithm is proposed by combining the optimal target pointing solution and a simple time-to-Go estimator. Also investigated are some properties of the guidance algorithm which include a relation to conventional PNG, convergence region, and convergence trajectories of error states according to the time-to-go estimator gain. Some guidelines for designing the pointing guidance law are commented based on the convergence properties. A design example in the case of large initial heading errors is presented and its performance is investigated by simulations.

Keywords : pointing guidance, convergence, time-to-go estimator, optimal control

I. 개요

목표점 지향유도의 목적은 목표점과의 거리가 R_s 인 지점에서 유도하고자 하는 무인 비행체의 속도벡터가 목표점을 지향하도록 만드는 것이다. 이러한 목표점 지향유도는 무인 비행체를 이용하여 목표점 부근을 탐색하게 하거나 목표점을 향하여 자탄 등을 발사하도록 하기 위하여 적절한 거리에서 비행체의 진행방향이 목표점을 향하도록 유도하는데 이용될 수 있다. 목표점 지향유도와 일반적인 호밍유도와의 가장 큰 차이점은 호밍유도는 목표와의 거리를 0으로 만들기 위한 유도인 반면에 목표점 지향유도는 유도종료시 목표점과의 거리가 R_s 가 되어야 하며, 동시에 비행체의 비행방향이 목표점을 향하는 시선(vehicle to aimpoint line of sight) 벡터방향이여야 한다는 것이다. 또한 일반적인 방향전환 유도방식 또는 pursuit 유도 등과 다른 점은 이러한 유도법칙들은 목표점과의 거리를 고려하지 않는 반면에 목표점 지향유도는 방향각 오차를 0으로 만들어야 한다는 조건뿐만 아니라 유도종료거리가 R_s 라는 조건을 동시에 고려하여야 한다는 점이다.

이러한 목표점 지향유도를 설계하기 위한 한 방법으로 최적최적화기법을 이용할 수 있다. 즉, 주어진 초기조건에서 비행체의 비행방향과 유도종료시의 거리를 동시에 고려한 최적최적화 문제의 해를 이용하여 목표점 지향유도를 구성한다면 상당히 효과적인 목표점 지향유도법칙을 구성할 수도 있을 것이다. 그러나 기본적으로 최적 최적화 기법은 해를 얻기까지 많은 계산량 및 인위적인 tuning을 요구하며 얻어진 해의 형태도 대체로 open-loop 형태로 주어지므로 이를 직접 유도 알고리즘 설계에 적용하기 위해서는 많은 문제점을 해결하여야 한다. 특히, 비행체가 목표점 부근에 도착하였을 때 data link를 통하여 목표점의 위치를 전송받는 경우 등과 같이 목표점 지향 유도 초기의 상황에 대한 변화가 심하여 on-line으로 목표점 지향 유도 문제를 구성하여

야 하는 경우에는 제적 최적화 기법을 이용한 유도 알고리즘 설계가 어려워질 수 있다.

본 논문에서는 선형화한 운동방정식을 이용하여 구성된 최적제어문제의 해와 간단한 형태의 time-to-go 추정기를 결합하여 목표점 지향유도 명령의 형태를 결정하고 그 특성들을 검토함으로써, time-to-go 추정기 파라미터를 적절히 조절하여 유도 성능을 고려할 수 있고 on-line으로 간단히 구현할 수 있는 목표점 지향유도 알고리즘을 제안하였다.

목표점 지향 유도의 목적을 달성하기 위한 최적제어 문제는 참고문헌[1]에 처음으로 소개되었는데, 수평면에서의 목표점에 대한 비행체의 상대운동을 미분방정식으로 모델링하고 이를 선형화한 시변 선형 미분 방정식의 해를 구함으로써 목표점 지향유도법칙을 유도하였다. 이 방법은 유도종료시 비행체의 속도벡터와 비행체를 향하는 방향과의 헤딩오차를 효과적으로 0으로 줄일 수 있는 장점이 있으나, 헤딩오차의 변화율 및 유도명령의 크기가 유도 종료시에도 0으로 수렴하지 않는 단점이 있다[1][2]. 본 논문에서는 이와 같은 문제점을 극복하기 위하여 참고문헌[1]에서 제시한 최적 유도명령에 적절한 time-to-go 추정기를 결합한 형태로 유도명령을 구성하고, 그 특성을 검토하여 유도종료시 헤딩오차 및 헤딩오차의 변화율, 유도명령의 크기를 효과적으로 0으로 만들 수 있는 유도 법칙을 제안하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 목표점 지향 유도를 위한 최적제어 문제 및 그 해를 다시 소개하고, 여기에 간단한 형태의 time-to-go 추정기를 결합함으로써 새로운 목표점 지향유도 법칙을 제안하였다. 또한 time-to-go 추정기의 계수에 따른 목표점 지향유도법칙의 특성을 검토하였으며, III장에서는 이와 같은 특성을 고려하여 목표점 지향 유도법칙을 설계한 예를 제시하고 시뮬레이션을 통하여 그 성능을 살펴보았다. IV장에서는 이 결과를 요약하고 결론을 맺었다.

II. 목표점 지향 유도법칙

본 장에서는 참고문헌[1]에서 제시한 비행체의 운동 모델 및 목표점 지향 유도를 위한 최적제어 문제 및 그 해를 간

략히 소개하고, 이 최적해와 간단한 time-to-go 추정기를 결합한 형태의 유도법칙을 제안하였다. 또한 제안된 유도법칙의 성질들을 소개하여 이와 같이 구성된 유도명령을 이용하여 보다 효과적으로 목표점 지향 유도 알고리즘을 설계할 수 있도록 하였다.

1. 목표점 지향 유도법칙의 유도

그림 1은 목표점에 대한 비행체의 수평면 운동을 도시한 것이다. 그림에서 목표점은 원점에 있는 것으로 가정하였으며, 목표점과 비행체를 잇는 시선각(Line-Of-Sight angle, LOS angle)을 λ , 비행체의 비행방향(속도벡터 방향)을 표시하는 각을 $\bar{\psi}$ 로 도시하였다.

고려대상인 비행체가 엔진 등을 장착하여 일정한 순항속도를 유지할 수 있고 옆미끄럼각(side slip angle)이 매우 작다고 가정하면, 비행체의 속력 V 가 일정하고 기동가속도 u 는 속도벡터에 수직으로 주어진다고 생각할 수 있다. 이 경우 그림 1에서 기본적인 kinematics를 이용하면 (1a)-(1b)를 얻을 수 있다[3].

$$\dot{\bar{\psi}} = -\frac{u}{V} \tag{1a}$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{1}{r} V \sin \theta \tag{1b}$$

이제 heading error θ 를 $\theta \equiv \bar{\psi} - \lambda$ 로 정의하면, 위의 성질로부터 다음과 같은 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{V} u + \frac{1}{r} V \sin \theta \tag{2a}$$

$$\dot{r} = -V \cos \theta \tag{2b}$$

여기서, r 는 비행체와 목표점간의 상대거리이다.

이제 θ 가 매우 작다고 가정하고 (2)의 운동방정식을 근사시키면, 다음과 같은 선형 시변 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\theta} = \frac{\theta}{t_s + t_f - t} - \frac{1}{V} u \tag{3}$$

여기서, t 는 현재시간이고, t_f 는 비행체와 목표점과의 거리가 R_s 가 되었을 때의 시간이며, t_s 는 $t_s \equiv \frac{R_s}{V}$ 로 정의된 시간이다.

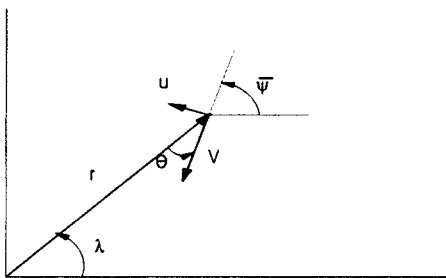


그림 1. 목표점과 비행체의 운동과의 관계.
Fig. 1. Relation between target point & vehicle motion.

한편, 목표점 지향 유도법칙의 목적은 목표점과의 거리 R_s 인 지점에서 목표점을 향하는 비행방향을 가지게 하는 것이므로 (3)은 $\bar{\psi}(t_f) = \lambda(t_f)$ 의 종말조건을 만족해야 한다. 그러므로 목표점 지향 유도는 (3)과 같은 시스템에 대하여 (4)의 종말조건을 만족하며, (5)의 비용함수 J 를 최소화하는 입력 u 를 찾는 문제라 할 수 있다.

$$\theta(t_f) = 0 \quad (\text{즉, } \bar{\psi}(t_f) = \lambda(t_f)) \tag{4}$$

$$J = \int_0^{t_f} u^2 dt \tag{5}$$

이와 같은 목표점 지향 유도문제에 Pontryagin의 minimum principle을 적용하여 해를 구하면, 다음과 같이 time-to-go의 함수로 주어지는 페루우프 최적 입력을 얻을 수 있다[1][4].

$$u^*(t_{go}) = 3V \frac{(t_s + t_{go})^2}{(t_s + t_{go})^3 - t_s^3} \theta(t) \tag{6}$$

여기서, time-to-go t_{go} 는 현재부터 유도가 종료되기까지 소요되는 시간으로서 $t_{go} = t_f - t$ 로 정의된다.

본 논문에서는 (6)의 유도명령의 형태를 유지하되 time-to-go를 적절한 추정치 \hat{t}_{go} 로 대체함으로써 다음과 같은 목표점 지향 유도 법칙을 제안하였다.

$$u(\hat{t}_{go}) = 3V \frac{(t_s + \hat{t}_{go})^2}{(t_s + \hat{t}_{go})^3 - t_s^3} \theta(t) \tag{7}$$

(7)에서 time-to-go 추정치 \hat{t}_{go} 는 (8)과 같이 주어진다.

$$\hat{t}_{go} = M(t) \bar{t}_{go} \tag{8}$$

여기서, $\bar{t}_{go} = \frac{r - R_s}{V}$ 이며, 시변 가중함수 $M(\cdot)$ 는 (9)와 같이 정의된다.

$$M(t) = M_i \quad \text{If } t \in I_i \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{9}$$

여기서, $0 < M_i \leq 3$, $I_i = \{x; x_{i-1} \leq x < x_i, x_0 = 0, x_n = t_f\}$ 이다. 즉, 현재 시간부터 유도 종료까지의 시간을 유한개의 유한 시구간 I_i 로 나누었을 때, 가중함수 $M(t)$ 는 각각의 시구간 I_i 에서 0과 3 사이의 값을 가지는 piecewise constant 함수이다.

2. 제안된 유도법칙의 성질

본 절에서는 (7)-(9)로 주어지는 유도명령을 이용한 목표점 지향 유도에 대한 특성들을 소개하였다. 다음에 소개하는 성질 [P1]은 대표적인 호밍 유도법칙의 하나인 비례항법 유도(Proportional Navigation Guidance)와 제안된 유도법칙과의 관계에 대한 것이다.

[P1] θ 가 매우 작을 경우, $R_s = 0$ 일 때의 목표점 지향 유도법칙은 비례항법유도로 근사화할 수 있다.

증명 : (1b)를 θ 에 대하여 미소각근사(small angle approx-

imation)하면, 시선변화율 λ 는 $\lambda = -\frac{V}{r} \sin \theta \cong -\frac{V}{r} \theta$ 와 같이 구할 수 있다. 그런데, $R_s=0$ 일 때 $\overline{t_{go}} = \frac{r}{V}$ 이므로 $\lambda = -\frac{\theta}{\overline{t_{go}}}$ 이다. 이 결과를 (7)에 대입하면 (10)을 얻을 수 있으며, 이는 유효항법계수(effective navigation ratio)가 $\frac{3}{M(t)}$ 인 비례항법 유도명령과 같은 형태이다.

$$u = 3 \frac{V}{\overline{t_{go}}} \theta(t) = -\frac{3}{M(t)} V \lambda \quad (10)$$

특히 $M(t) \equiv 1$ 인 경우, 즉 $\overline{t_{go}} = \overline{t_{go}}$ 인 경우의 유효항법계수는 3이 되어 최소에너지 호밍유도문제의 해가 된다[4][5]. ■

두 번째 성질은 제안된 유도 법칙의 수렴성에 대한 것으로서 대단히 광범위한 초기 조건에 대한 수렴성을 보장한다.

[P2] 비행체는 (2a)-(2b)의 비선형 운동방정식에 따라 운동하며, 거리 및 heading에 대한 초기치를 $r_0 = r(0)$, $\theta_0 = \theta(0)$ 라 하자. 이때 $r_0 > R_s > 0$, $-\pi < \theta_0 \leq \pi$ 이면 (7)-(9)의 유도명령을 인가하였을 때 $\overline{t_{go}}$ 가 0으로 접근하면(즉, $t \rightarrow t_f$) r 과 θ 는 R_s 와 0으로 수렴한다. 즉, $\lim_{t \rightarrow 0} r = R_s$, $\lim_{t \rightarrow 0} \theta = 0$ 이다.

증명 : $|\theta|$ (θ 의 크기)의 수렴성을 검토하기 위하여 다음의 함수를 생각하자.

$$L = \frac{1}{2} \theta^2 \quad (11)$$

각각의 시구간 I_i 에서 L 을 시간에 대하여 미분하여 (2)와 (7)을 대입하면, L 의 미분 \dot{L} 은 시구간 I_i 에서 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \frac{dL}{dt} = \theta \dot{\theta} \\ &= \frac{\theta \sin \theta}{\overline{t_{go}} + t_s} - \frac{3(t_s + \overline{t_{go}})^2}{(t_s + \overline{t_{go}})^3 - t_s^3} \theta^2 \end{aligned} \quad (12)$$

for $t \in I_i$

이제 어떤 시간 t_c 에서 θ 가 0이 되는 경우와 그렇지 않은 경우에 대하여 각각 유도법칙의 수렴성을 검토해 보기로 하자.

i) $\theta(t_c) = 0$ 인 경우, (12)의 우변은 0이므로, L 은 일단 $\theta = 0$ 이 되면 그 이후 시간에는 항상 $\theta = 0$ 임을 알 수 있으며, 이 경우 (2)의 운동 방정식에서 상대거리 r 는 $-V$ 의 속도로 감소하여 R_s 가 됨을 알 수 있다. 따라서 성질[P2]는 성립한다.

ii) $\theta \neq 0$ 인 경우, $\frac{\sin \theta}{\theta} < 1$ 인 사실을 이용하여 (12)를 정리하면 (13)을 얻을 수 있다.

$$\dot{L} < -p_i \theta^2 \quad \text{for } t \in I_i \quad (13a)$$

여기서,

$$p_i = \frac{t_s^3 + (t_s + M_i \overline{t_{go}})^2 (2t_s + (3 - M_i) \overline{t_{go}})}{(\overline{t_{go}} + t_s) [(t_s + M_i \overline{t_{go}})^3 - t_s^3]} \quad (13b)$$

그런데, $t_s > 0$, $0 < M_i \leq 3$, $\overline{t_{go}} > 0$ 이므로 (13.b)에서 항상 $p_i > 0$ 임을 알 수 있으며, 따라서 $\theta = 0$ 이 아닌 경우, L 은 모든 시구간 I_i 에서 단조감소함수(monotonically strictly decreasing function)라 할 수 있다. 따라서 마지막 시구간 I_n 내에서 다음의 성질을 만족하는 시간 t^i 를 선택할 수 있다.

$$-\frac{\pi}{2} < \theta(t^i) < \frac{\pi}{2} \quad r(t^i) > R_s \quad \text{at } t^i \in I_n \quad (14)$$

이제 I_f 를 시간 t^i 에서 유도종료시까지의 시구간, 즉 $I_f = \{x; t^i \leq x < t_f\}$ 로 정의하면, L 이 단조감소함수이므로 (15)가 성립한다.

$$-\frac{\pi}{2} < \theta(t) < \frac{\pi}{2} \quad \text{for all } t \in I_f \quad (15)$$

그러므로, 이제 성질[P2]의 수렴성에 대한 증명은 $\theta \neq 0$ 이고 (14)를 만족하는 초기조건에 대하여 연속적인 시구간 (I_f 는 연속구간임) 내에서의 수렴성을 보이면 완료된다고 할 수 있다.

우선 r 의 변화를 생각해 보면, (15)의 조건을 고려하면 시구간 I_f 에서 항상 $\dot{r} < 0$ 라 할 수 있으며, 따라서 r 는 점차 감소하여 R_s 에 도달할 것이고 이 때의 시각을 t_r 라 할 수 있다.

θ 의 수렴성, 즉 $\lim_{t \rightarrow 0} \theta = 0$ 을 검토하기 위하여 $\bar{t} = (\overline{t_{go}})^{-1}$ 라 정의하고, $\overline{t_{go}} = \frac{r - R_s}{V}$ 임과 (2b)를 이용하여, 시구간 I_f 에서 \bar{t} 에 대하여 L 을 미분하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} L' &= \frac{dL}{d\bar{t}} = \theta \dot{\theta} \left[\frac{d\bar{t}}{d(1/\overline{t_{go}})} \right] \\ &= \theta \dot{\theta} \frac{\overline{t_{go}}^2}{\cos \theta} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ 이다. 시구간 I_f 내에서 $\frac{\sin \theta}{\theta} < 1$, $0 < \cos \theta < 1$ 인 사실을 이용하여 (13)에서와 유사한 방법으로 (16)을 정리하면 다음과 같다.

$$L' < -\bar{p} \theta^2 \quad \text{at } t \in I_f \quad (17a)$$

여기서,

$$\bar{p} = \frac{[t_s^3 + (t_s + M_n \overline{t_{go}})^2 (2t_s + (3 - M_n) \overline{t_{go}})] \overline{t_{go}}^2}{(\overline{t_{go}} + t_s) [(t_s + M_n \overline{t_{go}})^3 - t_s^3]} \quad (17b)$$

한편, 분모를 인수분해하고, 분모와 분자가 모두 양수인 경우 분자가 크거나 분모가 작은 분수가 더 큰 값을 가진다는 사실을 이용하여 (17b)의 부등식을 정리하면 (18)을 얻을

수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{[t_s^2 + (t_s + M_n \bar{t}_{go})^2 (2t_s + (3 - M_n) \bar{t}_{go})] \bar{t}_{go}^2}{(\bar{t}_{go} + t_s) [(t_s + M_n \bar{t}_{go})^2 + (t_s + M_n \bar{t}_{go}) t_s + t_s^2] M_n \bar{t}_{go}} \\ &> \frac{\bar{t}_{go}}{M_n} \frac{(t_s + M_n \bar{t}_{go})^2 2t_s}{(\bar{t}_{go} + t_s)(t_s + M_n \bar{t}_{go})^2 \left[1 + \frac{t_s}{(t_s + M_n \bar{t}_{go})} + \frac{t_s^2}{(t_s + M_n \bar{t}_{go})^2} \right]} \quad (18) \\ &> \frac{2t_s \bar{t}_{go}}{3M_n(\bar{t}_{go} + t_s)} \end{aligned}$$

(17a)와 (18)을 결합하면 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$L' < -\frac{4t_s}{3M_n(1+t_s \bar{t})} L \quad \text{at } t \in I_f \quad (19)$$

변수분리법(separation of variables)을 이용하여 (19)를 풀어 정리하면, 시구간 I_f 내에서 L 의 변화는 (20)으로 주어짐을 알 수 있다.

$$\ln L(\bar{t}) - \ln L(\bar{t}^i) < \frac{4}{3M_n} [\ln(t_s \bar{t}^i + 1) - \ln(t_s \bar{t} + 1)] \quad (20)$$

여기서, \bar{t}^i 는 시간 t^i 에서 \bar{t} 의 값이다. (20)의 우변은 $\bar{t} \rightarrow \infty$ (즉 $\bar{t}_{go} \rightarrow 0$)에 따라 $-\infty$ 로 발산하므로, $\lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} L = 0$ 라 할 수 있으며, 이것은 $\lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \theta = 0$ 임을 의미한다. ■

마지막으로 소개하는 성질[P3]은 $\bar{t}_{go} \approx 0$ 인 경우에 대한 θ 의 점근적 특성(asymptotic property)으로서, (9)의 time-to-go 추정기를 이용하여 유도법칙을 설계할 때 유도 종료점 부근에서의 유도명령 및 θ 의 형태를 결정하기 위하여 이용되는 성질이다.

[P3] \bar{t}_{go} 가 0으로 접근함에 따라(또는 $t_{go} \rightarrow 0$, 또는 $r \rightarrow R_S$) 다음의 성질이 성립한다.

$$\lim_{\bar{t}_{go} \rightarrow 0} \theta = \begin{cases} 0 & \text{if } 0 < M_n < 1 \\ -3C_\theta t_s & \text{if } M_n = 1 \\ \text{diverge} & \text{if } 1 < M_n \leq 3 \end{cases} \quad (21)$$

증명 : 성질 [P2]에 의하여 \bar{t}_{go} (또는 t_{go})가 매우 작으면 θ 도 매우 작으므로, 미소각근사법에 의하여 (2)를 근사시키면 다음과 같다.

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{t_s + t_{go}} - \frac{1}{V} u(\widehat{t}_{go}) \quad (22)$$

성질[P3]은 t_{go} 가 매우 작은 구간이므로 이 구간에서 time-to-go 추정 가중치는 $M(t) = M_n$ 이라 놓을 수 있고, (7)-(8) 및 (22)에 의하여 다음 식을 얻는다.

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \left(\frac{1}{t_{go} + t_s} - \frac{3(t_s + M_n t_{go})^2}{(t_s + M_n t_{go})^3 - t_s^3} \right) \theta \quad (23)$$

변수분리법으로 (23)의 해를 구하면 다음과 같다.

$$\theta = C_\theta \frac{[(t_s + M_n t_{go})^3 - t_s^3]^{\frac{1}{M_n}}}{t_s + t_{go}} \quad (24)$$

여기서, C_θ 는 적분상수이다. 이제 (24)를 (23)에 대입하면 $\dot{\theta} = 0$ 부근에서의 θ 의 움직임은 (25)로 근사할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= -C_\theta \frac{(t_s + M_n t_{go})^2 (2t_s + (3 - M_n) t_{go}) + t_s^3}{(t_s + t_{go})^2} \frac{1}{M_n} \\ &\quad \times [(t_s + M_n t_{go})^3 - t_s^3]^{M_n - 1} \end{aligned} \quad (25)$$

(21)은 (25)로부터 쉽게 얻을 수 있다. ■

성질[P3]을 유도법칙 설계에 충분히 이용하기 위하여 두 가지 사실을 추가로 언급한다. 첫째는 $\dot{\theta}$ 와 유도명령의 크기에 관련된 것이다. t_s 에 비하여 $|\theta|$ 이 매우 작은 경우에 (2)는 (26)과 같이 근사할 수 있으며, 이로부터 유도명령의 점근적 특성은 θ 의 점근적 특성과 마찬가지로 될 것이라 결론 지을 수 있다.

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{V} u(\widehat{t}_{go}). \quad (26)$$

따라서 유도명령은 $1 < M_n \leq 3$ 인 경우에 발산할 것이라고 할 수 있다.

두 번째는 M_n 의 선정에 대한 것이다. 유도법칙의 성질 [P3]에서 언급되었듯이 $1 \leq M_n \leq 3$ 이면 유도가 종료되는 순간의 $\dot{\theta}(t_f)$ 는 0이 아닌 값을 가지게 된다. 따라서 비록 유도 종료시 유도탄의 헤딩은 목표점을 지향하고 있었다고 하더라도, $\dot{\theta}(t_f)$ 의 영향으로 인하여 유도가 종료된 후의 비행체의 헤딩은 목표점을 지향하는 방향을 유지하지 못하고 다른 방향으로 벗어나게 된다. 그러므로 유도 종료시의 $\dot{\theta}(t_f)$ 를 0으로 만들어 주도록 M_n 을 0과 1 사이의 값으로 선정하는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

보다 좋은 M_n 의 선정을 위하여 유도 종료점 부근에서의 θ 의 수렴특성을 좀 더 자세히 알아보자. (25)를 $t_s \gg t_{go}$ 라는 가정하에 $t_{go} = 0$ 근방에서 다시 한번 근사화하면 (27)을 얻을 수 있다.

$$\dot{\theta} \approx \left[-3C_\theta t_s (3M_n t_s^2)^{\frac{1}{M_n} - 1} \right] t_{go}^{\frac{1}{M_n} - 1} \quad (27)$$

(27)을 살펴보면 유도 종료점 부근에서 $\dot{\theta}$ 는 $t_{go}^{\frac{1}{M_n} - 1}$ 에 비례하여 0으로 수렴한다고 할 수 있다. 따라서 $0.5 < M_n < 1$ 인 경우 $t_{go} = 0$ 근방에서 $\dot{\theta}$ 의 기울기는 무한히 커진다고 할 수 있으며, 이를 다시 설명하면 $0.5 < M_n < 1$ 인 유도명령을 이용하면 유도 종료점에 아주 가까이 근접한 후에야 비로서 비행체를 급격하게 회전시켜 $\dot{\theta}$ 를 0으로 만든다고 할 수 있다. 따라서 이 경우에 무인 비행체의 가속도 autopilot에 시간지연이 있다면 $\dot{\theta}$ 를 충분히 0으로 만들지 못할 수 있

고, 이에 따라 유도명령이 급격히 증가된 상황에서 유도가 종료될 수도 있다. 그러므로 θ 을 안정적으로 0으로 수렴시키기 위해서는 $0 < M_n \leq 0.5$ 로 선정하는 것이 보다 바람직하다고 할 수 있다.

III. 목표점 지향 유도법칙의 설계 예

본 장에서는 시뮬레이션을 통하여 II장에서 소개한 목표점 지향 유도법칙의 성질을 확인하고, 이를 이용한 목표점 지향유도법칙의 설계 예를 소개하였다. 시뮬레이션 조건은 그림 1에 도시한 상황을 고려하였으며, 여기에 사용된 수치는 표 1과 같다. 시뮬레이션시 모든 센서 측정치는 참값을 측정한다고 가정하였으며, 비행체의 운동은 속도벡터에 대하여 수직으로 가속도 입력이 인가되는 등속도(constant speed) 운동을 하는 질점으로 가정하였다.

우선 성질[P3]을 확인하기 위하여 $M(t)$ 를 0.5, 1.0, 1.5의 세 가지로 선정한 유도법칙을 구성하고 초기 heading오차 $\theta_0 = 30$ 도인 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 2는 시뮬레이션시 나타난 비행궤적, heading오차 및 유도명령의 크기를 도시한 것이다. 그림을 살펴보면 세가지 $M(t)$ 에 대하여 모두 성공적으로 heading오차를 0으로 줄인 것을 알 수 있다. 그러나 유도명령의 궤적을 살펴보면, $M(t)$ 가 클수록 초기에 인가되는 유도명령의 크기가 줄어드는 반면에 유도 종료시점에서의 유도명령의 크기는 커짐을 알 수 있다. 특히 $M(t)$ 가 1.5 및 1.0인 경우는 각각 유도명령이 발산하거나 상수로 수렴함을 볼 수 있으며, 이는 성질[P3]에서 제시한 결과와 일치한다. 즉, 유도명령의 크기 및 형태는 $M(t)$ 에 따라 변화함을 알 수 있다.

일반적으로 바람직한 유도 명령은 유도목적에 효과적으로 만족시키면서도 크기가 지나치게 크지 않아서 비행체가 성취할 수 있는 크기 내에 있어야 하며, 유도 종료 시점 부근의 불확실성에 대한 대처능력 확보 등을 위하여 종료시 가속도의 크기가 충분히 작아져야 한다고 할 수 있다. 따라서 이러한 목적을 달성하기 위하여 $M(t)$ 를 적절히 선정하여야 한다.

이와 같은 목적을 만족하는 유도법칙 설계에 이용할 수 있는 $M(t)$ 의 성질을 요약하면 다음과 같다. 우선, 목표점 지향유도의 성질[P2]에서 보였듯이, 유도 법칙의 수렴성 확보를 위한 $M(t)$ 의 범위는 (9)와 같다. 즉, $0 < M(t) \leq 3$ 로 유계된 (bounded) piecewise constant 함수이다. 또 II.2절의 마지막 부분에서 언급하였듯이 유도 종료시 heading오차의 변화율 $\dot{\theta}$ 를 안정적으로 0으로 보내기 위해서는 마지막 시구간에서의 $M(t)$ 의 값을 $0 < M_n \leq 0.5$ 로 한정시키는 것이 바람직하다. 마지막으로 그림 2에서 볼 수 있듯이 $M(t)$ 의 크기에 따라 유도의 초기 및 종료시의 가속도의 크기가 변화한다. 이러한 세 가지 사항을 염두에 두고 과도한 크기의 유도명령을 발생시키지 않도록 time-to-go 추정기 가중치 $M(t)$ 를 선정한다면, 전체 유도 구간에서 적절한 크기의 유도명령을 가지는 유도법칙을 설계할 수 있다.

이상의 성질을 이용하여 유도법칙을 선정하는 방법은 다음과 같다. 우선 $M(t)$ 가 상수를 가지는 시구간 $\{I_i, i = 1, \dots, n\}$

를 매우 작은 시간간격을 가지도록 선정한다. 이렇게 하면 $M(t)$ 가 마치 어떤 가상의 연속신호(analog signal) $M_a(t)$ 를 sampling한 후 zero-order-hold한 것과 같은 형태가 되며, 이렇게 함으로써 $M(t)$ 의 결정은 적절한 연속함수 $M_a(t)$ 를 결정하는 문제처럼 바꾸어 생각할 수 있다. 여기서 유의할 것은 실제로 발생하는 유도상황은 time-to-go가 유한하다는 것이며, 따라서 아무리 많은 구간으로 나누더라도 시구간 $\{I_i, i = 1, \dots, n\}$ 들의 전체 개수는 항상 유한하게 유지되어 (9)의 시구간 개수의 유한성 조건에 위배되지 않는다는 것이다. 이와 같은 방법을 이용한다면 $0 < M_a(t) \leq 3$ 인 거의 대부분의 함수를 이용할 수 있으므로 $M(t)$ 선정시 상당한 융통성을 확보할 수 있다.

이제 과도한 유도입력의 발생을 억제하고 θ 를 안정적으로 0으로 보내기 위한 $M(t)$ 의 선정방법에 대하여 생각해 보자. 유도초기에 과도한 유도 명령이 발생하는 것을 방지하기 위하여, 수렴성이 확보된 $M(t)$ 의 범위 중 가장 큰 값인 3을 지정한다. 유도가 점차 진행되면서 유도명령의 크기를 적절하게 유지할 수 있도록 $M(t)$ 의 값을 점차로 감소시킨다. 마지막으로 heading오차의 변화율 $\dot{\theta}$ 를 안정적으로 0으로 보내기 위해서 유도 종료점 부근에서 $M(t)$ 의 값을 $0 < M(t) \leq 0.5$ 로 한정시킨다.

(28)은 초기 heading오차 $\theta_0 = 150$ 도인 경우에 대한 설계 예로서, $M(t)$ 는 (28)의 $M_a(t)$ 를 0.05초 간격으로 sample and zero-order-hold한 형태로 구성된다.

$$M_a(t) = \begin{cases} 0.5 & , \text{if } |\theta| \leq 20^\circ \\ 0.5 + 2.5 \frac{|\theta| - 20^\circ}{100^\circ} & , \text{if } 20^\circ < |\theta| \leq 120^\circ \\ 3.0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.28)$$

(28)을 살펴보면 heading오차 θ 가 120도가 될 때까지는 $M(t)$ 를 3으로 유지하여 초기 유도명령의 크기를 억제하고 있으며, θ 가 20도 이내가 되면 $M(t)$ 를 0.5로 지정하여 말기 유도명령의 크기를 제한함과 동시에 heading오차의 변화율 $\dot{\theta}$ 를 안정적으로 0으로 보내도록 하였음을 알 수 있다.

그림 3은 이와 같이 설계한 유도법칙에 대한 시뮬레이션 결과를 도시한 것이다. 그림을 살펴보면, 비행체의 초기 heading이 목표점과 반대방향이였음에도 불구하고, 설계된 유도법칙에 의하여 양호한 성능으로 heading오차 및 그 변화율이 0으로 수렴하였으며, 이때 이용된 유도명령의 크기도 적절한 크기로 제한되었음을 알 수 있다.

표 1. 시뮬레이션 조건.
Table 1. Simulation conditions.

목표점의 위치	원점
비행체의 속도	$V=250\text{m/sec}$
목표점과의 초기 거리	$r_0 = 8\text{Km}$
목표점과간의 초기 시선각	$\lambda_0 = 0\text{deg.}$
목표점 지향 거리	$R_s = 5\text{Km}$

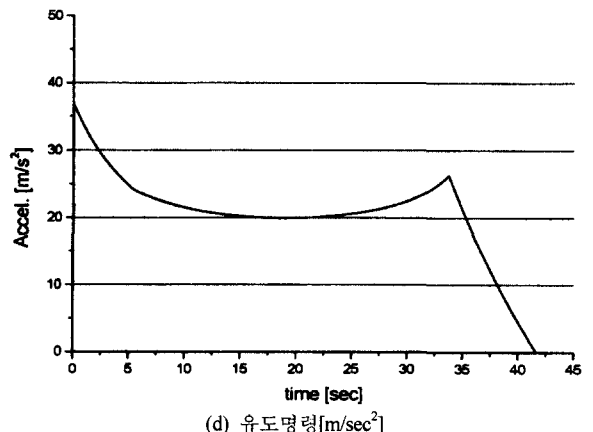
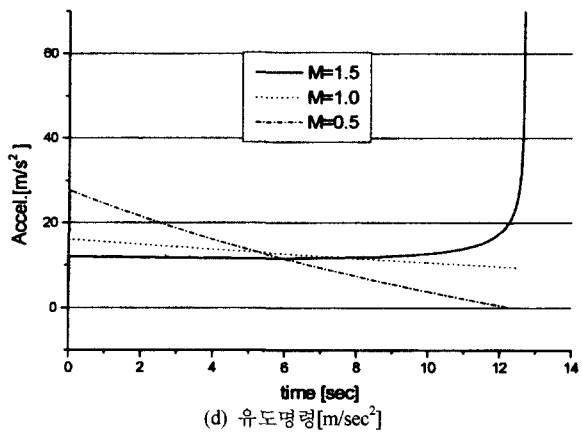
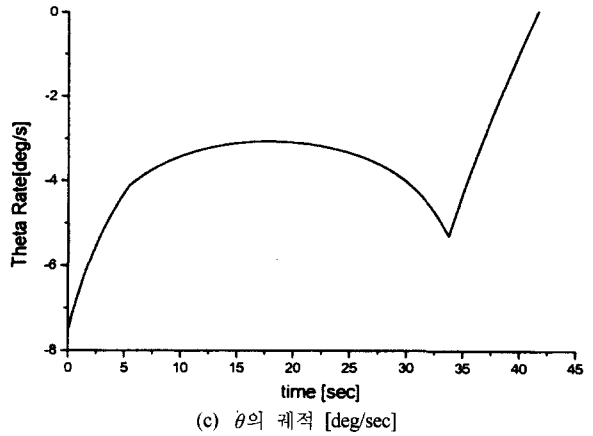
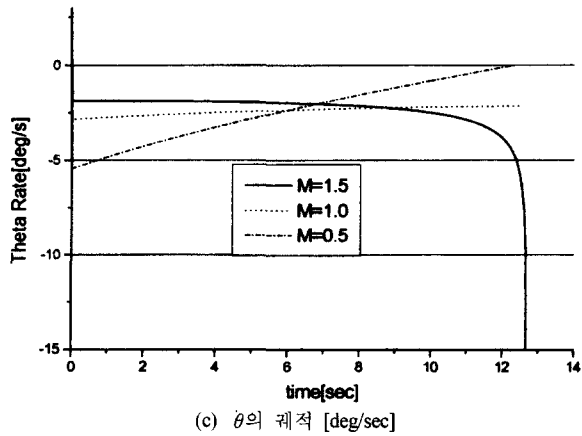
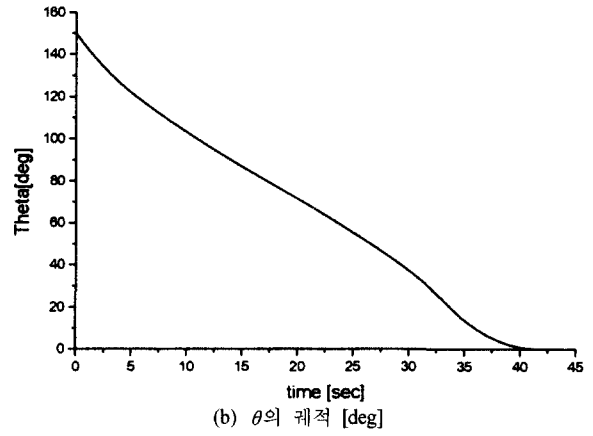
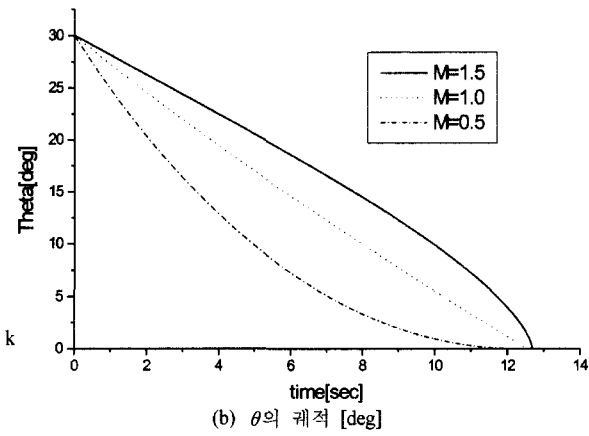
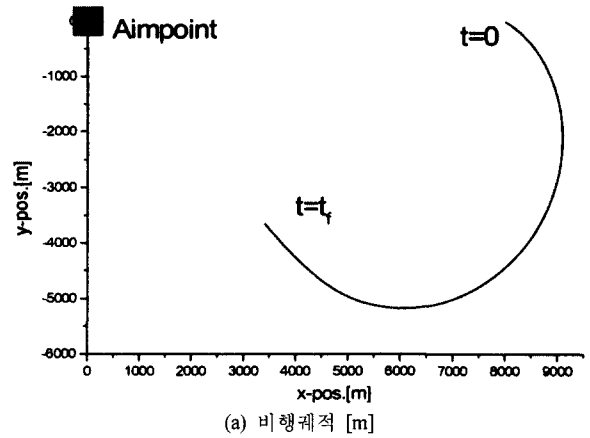
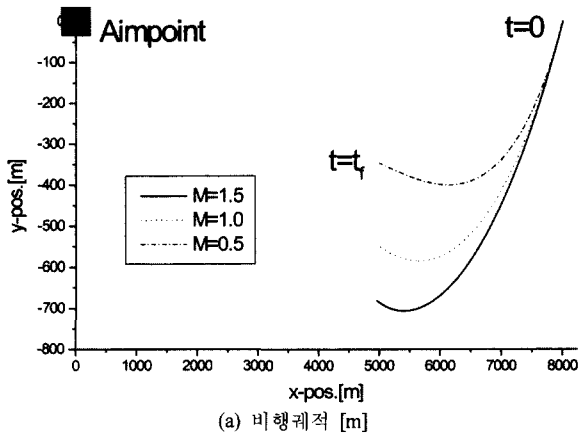


그림 2. $M(t)$ 에 따른 유도 성능.
Fig. 2. Guidance Performances according to $M(t)$.

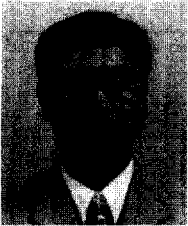
그림 3. 설계 예로 제시된 유도법칙의 성능.
Fig. 3. Guidance performances for the design example.

IV. 결론

본 논문에서는 참고문헌[1]의 최적해에 간단한 time-to-go 추정기를 결합함으로써 실제적이고 효율적인 목표점 지향 유도 법칙을 제안하였다. 이와 같이 제안된 유도법칙의 특성에 대한 검토를 통하여 실제 유도 알고리즘 설계에 도움이 될 수 있는 여러 가지 성질들을 소개하였다. 제안된 알고리즘은 대단히 광범위한 초기조건에 대하여 유도 목적을 달성시킬 수 있음을 증명하였으며, 유도 종료점 부근에서의 오차들의 수렴 특성이 time-to-go 추정기의 파라미터에 의하여 변화함을 보였다. 또한 이와 같은 성질을 이용한 목표점 지향 유도법칙의 설계방법에 대하여 설계 예를 통하여 설명하였으며, 시뮬레이션을 통하여 초기 heading 오차가 매우 큰 경우에도 양호하게 동작하는 유도 알고리즘을 설계할 수 있음을 보였다. 제안된 유도 알고리즘 및 그 특성은 실제로 목표점 지향유도 법칙을 설계하는데 매우 유용하게 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] 황익호, "최적제어를 이용한 목표점 지향 유도," 전기학회 논문지, 대한전기학회, 7, 1999.
- [2] 황익호, "자동조종장치 시간지연을 고려한 목표점 지향 유도법칙," 1998 학술 발표회 논문집, 제어 자동화 시스템 공학회 충청 대전지부, 12, 1998.
- [3] J. L. Meriam & L. G. Kraige, Engineering Mechanics Volume 2 Dynamics, 2nd Ed., John Wiley and Sons, 1986.
- [4] A. E. Bryson, Jr. & Yu-Chi Ho, Applied Optimal Control, John Wiley & Sons, 1975.
- [5] P. Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance, 2nd ed., Progress in Astronautics and Aeronautics, vol. 157, A Volume in the AIAA Tactical Missile Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1994.
- [6] Derrick and Grossman, Elementary Differential Equations with Applications, 2nd Ed., Addison-Wesley Publishing Company, 1981.



황 익 호

1964년 8월 18일생. 1988년 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 동대학원 석사(1990). 동대학 박사(1995). 1995년~현재 국방과학연구소 유도조종기법팀 선임연구원.