

# USART 방법에 의한 X선 영상으로부터의 삼차원 물체의 형상 복원

## Three Dimensional Volume Reconstruction of an Object from X-ray Images Using Uniform and Simultaneous ART

노영준, 조형석, 김형철, 김종형

(Young Jun Roh, Hyung Suck Cho, Hyoeng Cheol Kim, and Jong Hyung Kim)

**Abstract :** Inspection and shape measurement of three-dimensional objects are widely needed in industries for quality monitoring and control. A number of visual or optical technologies have been successfully applied to measure three-dimensional surfaces. However, those conventional visual or optical methods have inherent shortcomings such as occlusion and variant surface reflection. X-ray vision system can be a good solution to these conventional problems, since we can extract the volume information including both the surface geometry and the inner structure of any objects. In the x-ray system, the surface condition of an object, whether it is lambertian or specular, does not affect the inherent characteristics of its x-ray images. In this paper, we propose a three-dimensional x-ray imaging method to reconstruct a three dimensional structure of an object out of two dimensional x-ray image sets. To achieve this by the proposed method, two or more x-ray images projected from different views are needed. Once these images are acquired, the simultaneous algebraic reconstruction technique(SART) is usually utilized. Since the existing SART algorithms have several shortcomings such as low performance in convergence and different convergence within the reconstruction volume of interest, an advanced SART algorithm named as USART(uniform SART) is proposed to avoid such shortcomings and improve the reconstruction performance. Because, each voxel within the volume is equally weighted to update instantaneous value of its internal density, it can achieve uniform convergence property of the reconstructed volume. The algorithm is simulated on various shapes of objects such as a pyramid, a hemisphere and a BGA model. Based on simulation results, the performance of the proposed method is compared with that of the conventional SART method.

**Keywords :** X-ray imaging, visual inspection, ART(algebraic reconstruction technique), USART(uniform and simultaneous ART), 3D reconstruction

### I. 서론

최근 자동화 공정에서 제품의 품질 모니터링 및 제어를 위해 제품의 삼차원 형상을 측정할 필요성이 많아지고 있다. 일반적으로 삼차원 형상 측정은 측정 정밀도에 따라 모아레(Moire), 광간섭계(interferometer), 구조광(structured light) 등 광학적인 기법이 많이 사용되고 있다[1]. 그러나, 이를 광학적인 측정법들은 모두 외형이나 표면 특성을 측정하는 방법으로 가려진 부분 혹은 내부의 형상을 관측, 측정하는 것이 곤란하며, 특히, 표면의 반사 특성에 따라 측정 원리에 많은 제약이나 신뢰성 문제가 존재한다[1][2]. 일반적인 광측정 방식에 비하여 X선의 투과 특성을 사용하게 되면, 이러한 광측정 방식의 근본 문제점이나 단점을 해결할 수 있으므로 내부의 검사가 요구되는 전자 부품 검사나 제품의 치수를 CAD 데이터로 얻고자 하는 역공학 시스템으로 연구가 진행되고 있다. 특히 최근 고밀도 전자 회로기판에서 많이 사용되는 BGA(ball grid array) 칩이나 CSP(chip scale

package) 등 (그림 1 참조)의 경우, 납땜부가 부품의 아래쪽에 위치해 있으므로 납땜 상태를 검사하기 위해서는 X선 영상법이 사용된다. 특히, 납땜부의 형상을 관찰하기 위해서는 일반 X선 투사 영상법 대신 서로 다른 방향에서 투사한 X선 영상으로부터 특정 단면의 영상을 재구성하거나, 삼차원 형상을 복원하는 기법이 필요하다[3]-[7].

이상적으로 X선 영상으로부터 특정 단면, 혹은 삼차원 형상을 복원하기 위해서는 가능한 모든 방향에서 취득된 X선 투사 영상을 사용하는 것이 바람직하다. 그러나, 회로기판의 경우 한 면에 많은 수의 부품이 함께 존재하여 간섭이 존재하므로 X선 투사 영상의 조건이 제한된다. 전자 회로기판의 납땜부를 검사하기 위하여 사용되고 있는 X선 영상법은 라미노그라피나 디지털 영상 합성법으로서, 30 내의 제한된 투사각에서 얻은 영상들로부터 단면 형상을 구하고



그림 1. BGA 패키지의 실장 형태.

Fig. 1. Solder joints in a BGA package.

접수일자 : 2001. 5. 15., 수정완료 : 2001. 9. 8.

노영준, 조형석 : 한국과학기술원 기계공학과(arnold@lca.kaist.ac.kr/hscho@lca.kaist.ac.kr)

김형철, 김종형 : 삼성전자 생산기술센타(whitefay@samsung.co.kr/jhkimss@samsung.co.kr)

\* 본 연구는 2001년도 G7 첨단 생산 시스템 개발 과제의 일환으로 수행된 “전자 부품의 검사를 위한 X선 삼차원 영상 시스템 개발” 과제의 연구 결과입니다.

나, 이들 단면의 조합으로 삼차원을 구성하는 방식이다. 이러한 방법은 적은 수의 영상으로 매우 간단하게 단면을 구할 수 있으나, 제한된 투사각으로 인하여 형상에 따라 가림 현상(artifact)으로 구해진 단면에 큰 오차를 가지게 된다. 따라서, 빠른 속도의 검사에는 적합하나 형상을 정확하게 판별하거나 측정하기에는 부정확한 방법이다[8]-[10].

본 논문에서는 이와 같이 제한된 투사각 및 제한된 개수의 영상 조건 하에서 X선 영상으로부터의 물체의 삼차원 형상 복원 방법을 제안한다. 제한된 조건 하에서 물체의 삼차원 형상을 복원하기 위한 방법으로 반복적인 연산을 통하여 점차적으로 형상을 추정하는 방법인 ART(algebraic reconstruction technique) 및 SART(simultaneous ART) 방법이 일반적으로 사용되며 이들은 많은 메모리와 연산 시간을 필요로 한다[10]-[13]. 본 논문에서는 이들 알고리즘을 바탕으로 효율적이며 수렴성 높은 복원 알고리즘을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 다각도 X선 투사 영상은 단층 영상을 얻기 위한 방법 및 장치를 소개하며, 3장에서는 X선 투과 영상으로부터 3차원 형상 복원을 위하여 제안된 알고리즘에 대하여 정리한다. 그리고, 4장, 5장에서는 원뿔, 사각뿔 등 기본적 형상 및 BGA 형상에 대한 모의 실험으로 제안된 방법의 유용성을 보이며 모의 실험 결과에 대하여 분석하고, 결론을 제시한다.

## II. 다각도 투사 X선 영상 취득

일반적인 영상은 삼차원의 실제 환경이나 측정 영역이 이차원의 영상 평면으로 투영된 것이므로, 추가의 정보 없이 한 장의 영상으로부터 대상에 대한 삼차원 정보를 완전하게 알 수가 없다. 따라서, 대상 물체의 삼차원 형상 정보를 구하기 위해서는 적어도 두개 이상의 서로 다른 방향에서 얻은 영상이 필요하다. 특히 표면에 대한 삼차원 좌표 정보만을 추출하는 일반 영상법과 달리 X선 영상의 경우 내부 혹은 후면의 가려진 부분에 대한 삼차원 정보까지 포함하고 있으므로, 적절한 처리 과정을 통하여 내, 외부에 대한 삼차원 형상 정보를 구할 수 있게 된다. 대상 물체에 대하여 서로 다른 방향에서 X선 영상을 구하기 위해서는 X선원(X-ray source)과 X선 영상 소자의 대상물체에 대한 상대적인 위치를 그림 2에서와 같이 변화를 주거나, 또는 고정된 X선원과

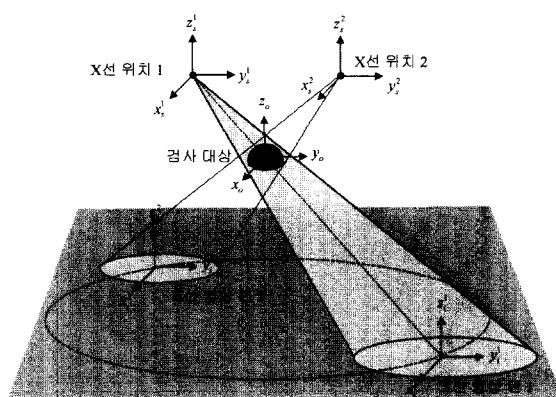


그림 2. 다각도 투사 X선 영상 획득.

Fig. 2. Multi-view x-ray image acquisition.

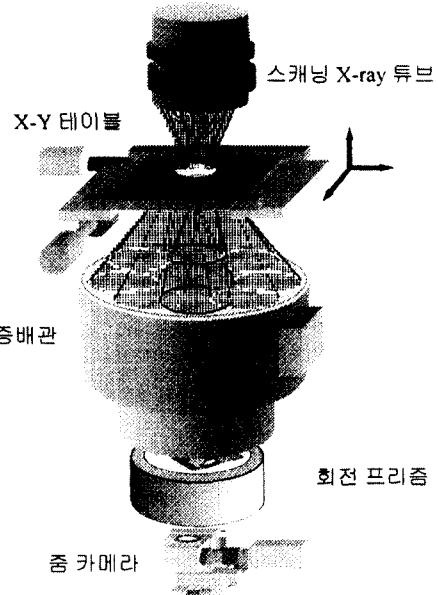


그림 3. 다각도 X선 투사 영상 시스템.

Fig. 3. X-ray system configuration.

영상 소자의 사이에서 대상 물체의 자세에 변화를 주는 방법이 가능하다[10].

본 연구에서 피검물에 대한 다각도 투사 X선 영상을 구하기 위한 장치는 다음 그림 3과 같이 구성된다.

그림 3은 디지털 영상 합성의 원리의 단층 영상을 얻기 위해 개발된 시스템으로 X의 위치를 달리하여 서로 다른 방향에서 대상 물체의 투사 영상을 취득 할 수 있도록 구성되었다. 시스템은 전기적으로 X선의 발생위치를 변경시킬 수 있는 주사 X선 투브, 피검물을 이송할 3축 테이블, X선 영상을 가시화 해주는 영상 증배판, 영상 증배판에서 가장자리에 차례로 맺히는 부분 영상을 취득하기 위한 회전 프리즘 및 줌 카메라로 구성되어 있다[6]-[9]. 영상 증배판의 아래부분에 위치한 회전 프리즘과 줌 카메라는 X선원의 위치에 따라 서로 다른 위치에 맺히는 영상을 취득하기 위한 장치이다[8]. 이러한 구성으로 8장 이상의 영상을 합성, 단층 영상이나 삼차원 영상으로의 재구성이 가능하다.

## III. ART 방법에 의한 3차원 복원 알고리즘

복원 대상 물체의 삼차원 형상을 표현하는 방법으로 여기서는 격자 요소(voxel)의 조합에 의한 표현법을 사용한다. 즉, 복원 공간을 등간격으로 나누고, 공간내의 격자 요소에 각각의 밀도값을 부여함으로써 임의의 매질을 가진 일반화된 삼차원 대상 물체를 모델할 수 있다. 삼차원 복원은 이들 격자 요소에 대한 각각의 밀도값을 찾는 문제로 생각할 수 있다. 이 때, 삼차원 형상의 표현 해상도는 격자 요소의 개수에 의하여 제한된다.

### 1. 격자 요소의 투사 영상 모델

일반적으로 X선이 물체를 투과할 때 감쇄되는 양은 매질의 밀도나, 매질의 투과 거리에 의하여 결정된다. 이러한 X선의 투과 특성으로부터 여러 개의 매질을 투과하는 X선의 감쇄량은 각각의 매질의 밀도와 투과거리의 선형 조합으로

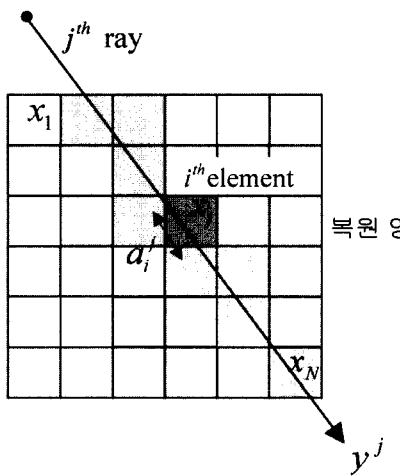


그림 4. X선 투사 모델.

Fig. 4. X-ray projection image model.

모델할 수 있으며, 격자화된 대상 물체에 대하여 X선의 투과 모델은 그림 4와 (1)으로 나타낼 수 있다[11].

$$y^j = \sum_{i=1}^N a_i^j \cdot x_i \quad (1)$$

그림에서 격자의 복원 공간을 투과하는  $j$ 번째 X선이 복원 공간의 요소 매질들을 투과하는 경우 매질에 대한 총 감쇄량  $y^j$ 를 정의한 것이다. 여기서,  $i$ 는 복원 영역의 복셀(voxel)에 대한 인덱스,  $j$ 는 X선에 대한 인덱스로써,  $a_i^j$ 는  $j$ 번째 X선이 복셀  $i$ 를 투과하는 거리, 는 복셀  $i$ 의 밀도값이다. (1)은 복원 공간을 지나는 한 개의 X선에 대한 수식으로, 이를 여러 투사 방향의 영상에 대하여 고려할 수 있는 모든 X선에 대한 수식으로 나타내면 다음과 같이 매트릭스 형태로 정리할 수 있다. (1)에서  $N$ 은 복원 공간의 복셀 수,  $M$ 은 복원에 고려되는 투과 X선의 개수이다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \cdots & a_N^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_N^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1^M & a_2^M & \cdots & a_N^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^1 \\ \mathbf{a}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}^M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^M, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}.$$

## 2. ART 방법에 의한 삼차원 형상 복원

X선 영상으로부터 삼차원 형상을 복원하는 것은 (2)로 정리된 X선 투사 영상 모델에 대한 해  $\mathbf{x}$ 를 구하는 문제가 된다. (2)와 같은 선형 방정식의 해를 구하기 위한 방법으로 일반적으로 근사 역행렬(pseudo-inverse matrix) 방법이나 최소자승법 등이 사용된다. 그러나, 본 연구의 경우 X선 영상과 복원 공간의 해상도에 따라 행렬  $\mathbf{A}$ 는 기하 급수적으로 커지게 되어 위와 같은 해석적인 방법의 적용이 연산 시간이나 메모리의 한계로 효과적이지 못하다. 이 경우 반복 연산(Iterative method)에 의하여 해를 구하는 방법인 ART(Algebraic reconstruction technique) 방법을 사용하여 해를 구할 수 있다[13].

ART 알고리즘은 (3)으로 정리되는 반복 계산식을 사용하게 되며, 이는 선형 방정식을 풀기 위한 S. Kaczmarz에 의하여 제안되었다. (3)은 한 개의 투사 X선  $j$ 에 대한 수식 (1)을 사용, 현재(연산 과정  $t$ )의 추정  $\mathbf{x}$ 를 해에 근접해 가도록 증분을 주는 식이다. 여기서  $a$ 값은 영상의 기하적 투사 조건에 의하여 사전에 계산되어지는 상수 값이며,  $\lambda$ 는 증분 이득값으로 수렴 속도에 영향을 주는 값이다.  $g^j$ ,  $y^j$ 는 각각  $j$  번째 X선에 대하여 영상에서 측정된 투과량과 (1)에 의하여 계산되어진 투과량이다[11]-[13].

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{x}(t) + \lambda \frac{g^j - y^j(t)}{\|\mathbf{a}^j\|^2} \mathbf{a}^j \quad (3)$$

$$j=1,2,\dots,M.$$

실적용에 있어, 각 투사 X선에 대하여 순차적으로 영상을 복원하는 방법보다는 각 투사선에 대한 복원 증분을 모아서 복셀  $x_i$ 값에 대한 변화를 한번에 주는 SART(Simulated ART) 방법이 복원 성능이 개선되는 것으로 연구되어 있으며, SART에 의한 복원은 (4)와 같다[14].

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \lambda \frac{\sum_{j=1}^M a_i^j \frac{g^j - y^j(t)}{\|\mathbf{a}^j\|^2}}{\left\| \sum_{j=1}^M a_i^j \right\|} \quad (4)$$

## 3. USART에 의한 삼차원 형상 복원

기존의 ART나 SART 방법에서  $\mathbf{x}$ 에 대한 복원은 복원 공간을 지나는 X선을 기준으로 이루어 진다. 이 때, X선 영상의 각 화소에 대응되는 X선으로부터 영상 모델 수식 (2)를 구성하게 되는데, 이 때 복원에 고려되는 영상의 해상도에 따라 복원 결과에 큰 영향을 미치게 된다. 특히 그림 5에서

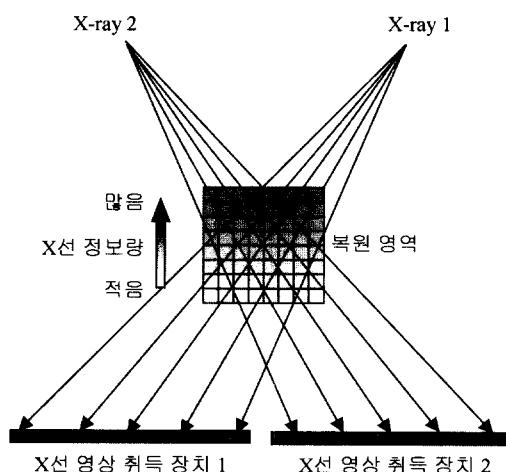


그림 5. 복원 영역에서의 불균일한 X선 정보량.

Fig. 5. Un-uniformly passing x-rays within the object.

와 같이 점광원인 X선의 경우 투사각이 제한된 상황에서는 복원공간에 대한 X선의 투사 조건이 위치에 따라 많은 차이가 발생한다. 이 경우 X선 광원에서 멀어질수록 고려되는 투사 X선이 상대적으로 적어지게 되며, 이에 따라 X선 광원에서 멀리 있는 지점의 복셀에 대한 복원 성능은 상대적으로 멀어지게 된다[15].

특히 X선 투사 영상의 해상도가 복원 영역의 해상도에 충분하지 못한 경우 광원에서 면 영역에 대한 복원에 심각한 문제가 발생한다. 따라서, 제한된 투사 영상의 해상도로부터 안정적인 수렴성을 얻기 위해서는, 복원 영상의 각 화소들에 대하여 X선의 투사 조건을 균일한 조건을 보장하는 것이 필요하다. 이를 위해, 측정값(투사 영상의 화소)을 기준으로 구성한 (2)를 복원에 직접 활용하는 대신, 복원 영역의 복셀을 중심으로 동일한 투과 X선을 고려하도록식을 재구성한 것이 USART(Uniform SART) 방법이다. USART 방법에서는 그림 6에서와 같이 복원 영역 내의 한 복셀에 대한 투과 X선 중 단지 해당 복셀의 중심을 지나는 X선만을 고려하게 된다. 즉, 모든 복셀에 대하여 각 투사 방향의 영상마다 한 개씩의 X선을 동일하게 부여하게 된다. 예를 들어 8방향의 투사 영상으로부터의 삼차원 형상을 복원하는 경우 각 복셀의 중심을 통과하는 각 방향에 대한 8개의 X선만을 고려하게 되므로 연산이 단순해지는 동시에 복원 공간내의 모든 복셀에 대하여 균일한 투과 X선을 부여할 수 있게 된다. 이때,  $v$ 번째 방향에서  $i$ 번째 복셀의 중심을 투과하는 X선에 대한 측정값  $\tilde{g}_i^v$  및 추정값  $\tilde{y}_i^v$ 는 각각  $v$ 번째 방향의 측정 영상  $\mathbf{g}_v$ 과 (1)의 영상 모델로 계산되는  $y_v = a_v \cdot x$  값들의 보간(interpolation)으로 구할 수 있다.

복원 영역의 밀도값  $x_i$ 를 구하기 위한 USART 알고리즘은 다음 (5)~(6)과 같다. (5), (6)에서  $d_i^v$ ,  $D_i^v$ 는 복셀  $i$ 의 중심을 지나는  $v$ 번째 투사 X선에 대한 복셀 및 전체 복원 영상 영역을 투사하는 거리이며,  $S_i$ 는  $V$ 개의 투사 X선에 대한 복셀  $i$ 의 투과 거리를 합한 것이다.

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \lambda \frac{\sum_{v=1}^V \frac{d_i^v}{D_i^v} (\tilde{g}_i^v - \tilde{y}_i^v)}{S_i} \quad (5)$$

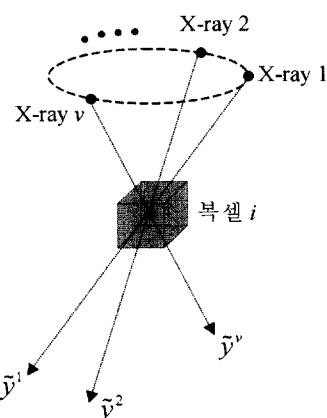


그림 6. 화소 기준의 균일한 투사 X선 생성.

Fig. 6. X-rays pass through the center of a voxel.

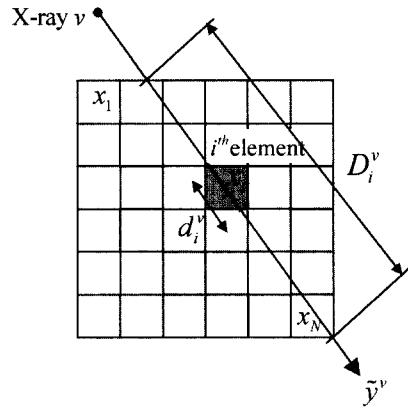


그림 7. USART에서의 변수의 기하적 의미.

Fig. 7. The geometric meaning of the variables in USART.

$$S_i = \sum_{v=1}^V d_i^v, \quad i=1,2,\dots,N. \quad (6)$$

#### 4. USART의 비선형 X선 투과 모델에의 적용

(1)에서 X선 투과 영상을 매질의 밀도 및 투과 거리의 곱에 대한 선형 관계로 정의하였으나, X선 영상을 다음 (7)과 같이 지수 함수의 형태로 표현하는 것이 실제의 물리적 현상에 가까운 모델이 된다.

$$y^j = y_0 \exp(-\sum_{i=1}^N a_i^j x_i) \quad (7)$$

여기서,  $y_0$ 는 X선의 초기 강도이며,  $y^j$ 는 투과 거리  $a_i^j$  및 투과 매질의 밀도  $x_i$ 의 곱에 의하여 지수적으로 감쇄된 X선 강도(영상의 밝기값)를 수학적으로 모델한 것이다. (7)의 영상 모델을 적용하는 경우 3차원 형상 복원에 대한 USART 알고리즘은 다음 (8)과 같이 측정값과 추정값 사이의 오차가 log함수의 관계로 바뀌게 된다.

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \lambda \frac{\sum_{v=1}^V \frac{d_i^v}{D_i^v} \ln \frac{\tilde{g}_i^v}{\tilde{y}_i^v}}{S_i} \quad i=1,2,\dots,N. \quad (8)$$

#### IV. 모의 실험

본 연구에서 제안한 USART 알고리즘을 검증, 평가하기 위하여 삼차원 복원에 대한 컴퓨터 모의 실험을 수행 하였다. 모의 실험은 몇 가지 삼차원 대상 물체에 대하여, X선 영상을 수학적 모델을 통하여 가상적으로 생성, 이를 영상으로부터 대상 형상을 복원하는 방법으로 수행되었다. 복원된 삼차원 형상은 대상의 수학적 모델과 비교 평가함으로써 복원의 정도를 평가할 수 있게 된다.

##### 1. 모의 실험 조건

모의 실험에서는 사용된 영상 조건들 및 복원을 위한 주요 변수들은 다음과 같다. 복원 공간은  $1 \times 1 \times 1 \text{ mm}$ 의 크기를 가로, 세로, 높이 각 40 등분으로 나누어진 격자로 나타내

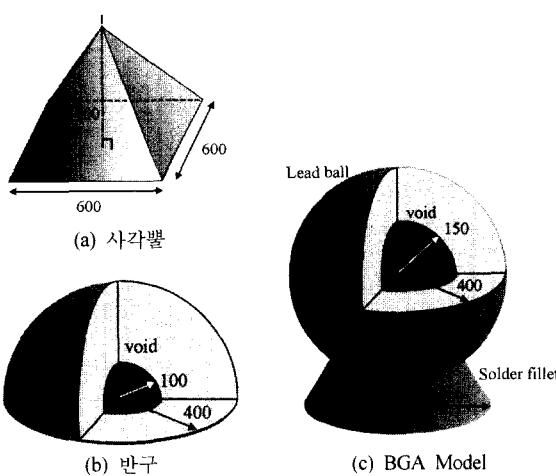


그림 8. 모의 실험에서 사용된 대상 형상.  
Fig. 8. Objects used in the simulations(unit : micrometers).

며, X선 투사 영상은 중심 축에 대하여 입사각 30°로 8 방향에서 투사하여 얻은 80×80 화소를 갖는 영상을 사용하였다.

모의 실험에서 사용된 대상 형상은 다음 그림 8에서 나타낸 바와 같이 사각뿔, 반구, BGA의 형상의 세가지 모델이다. 반구와 BGA 형상 모델은 특히 내부에 공동(void)을 갖도록 모델하였으며, BGA 형상은 리드볼과 납땜부를 구와 원뿔의 조합으로 근사화 한 것이다.

## 2. 복원 오차의 정의

복원 결과의 정량적인 평가를 위하여 복원 형상 오차를 다음 (9)의  $E_{volume}$ 으로 정의된다. 즉, 복원 오차는 대상 형상의 수학적 모델에 의해 생성된 복셀 값과 복원 결과로 얻어진 복셀 값  $x_i$  간의 오차 비(%)를 RMS 값으로 정의한다. 모델은 복원 영역을 복셀 구조로 나누고 그림 8의 대상 형상의 내부는 1로, 나머지 빈 공간은 0의 값을 갖도록 재구성 한 것이며,  $x_i$ 는 USART 알고리즘에 의하여 0~1의 밀도 값으로 복원 된 값이다. 즉,  $x_i$ 와  $o_i$ 의 비교로부터 복원 공간에 대한 복원 정확도를 종합적으로 평가할 수치이다.

$$E_{volume} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(o_i - x_i)^2}{o_i^2}} \times 100 (\%) \quad (9)$$

위의 복원 오차는 복원 결과에 대한 좋은 평가 지수를 제공하지만, 비교 기준이 되는  $o_i$ 를 사전에 알고 있는 모의 실험에서만 사용 가능한 지수이다. 일반적으로 X선 영상으로부터 삼차원 형상 복원의 경우 삼차원 모델  $o_i$ 는 미지의 값이 된다. 반복 연산을 통하여 해를 찾아가는 USART 방법에서 반복 연산 과정 중 수렴성을 평가하기 위한 오차가 필요하다. 이를 위하여 복원 오차 대신, 간접적으로 복원 결과를 평가하기 위한 영상 오차를 다음 (10)과 같이 정의한다. 영상 오차는 투사 영상(측정값)  $\mathbf{g}$ 와 영상 모델 (7)으로부터 구해지는 추정 영상  $\hat{\mathbf{y}}$  간의 오차를 RMS 값으로 정의한 것이다. (8)에서 알 수 있듯이 삼차원 형상 복원은 영상 오차가 줄어드는 방향으로 ( $\hat{\mathbf{g}}/\hat{\mathbf{y}}$ 가 1에 근접해 가도록) 진행되므로, 영상 오차를 통하여 복원 과정 중의 수렴 정도를 평가하고, 복

원 결과에 대한 오차를 간접적으로 평가할 수 있는 기준이 된다.

$$E_{img} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (g^j - y^j)^2} \quad (10)$$

(10)으로 정리된 영상 오차의 단위는 영상의 밝기 값(intensity)이다.

## 3. 모의 실험 결과

그림 9는 BGA 형상에 대한 복원 과정을 나타낸 것으로 반복 연산이 진행됨에 따라 모델된 형상으로 수렴해 감을 알 수 있다. 복원은 편의상 모의 실험에서 사용한 세가지 대상 형상 중 BGA에 대한 복원 과정만을 나타낸 것으로 60회의 반복 연산으로 수렴이 이루어 졌다. 사각뿔과 반구형의 형상은 보다 단순한 형상이므로 BGA의 경우보다 복원 과정이 빠르다. 디지털 영상 합성에 의하여 구성된 삼차원 복원 결과를 초기화( $t=0$ )로 사용하였으며, 이 경우 실제 모델과 많은 차이가 있으나 USART의 적용으로 모델 형상에 가깝게 복원이 진행되어 가는 것을 알 수 있다.

이때, 반복 복원 연산에 있어 충분 이득 값  $\lambda$ 에 따라 수렴 성능에 차이가 있게 되는데, BGA 형상의 경우  $\lambda$ 에 따른 복원 결과는 다음 표 1에서 나타내었다.

실험 결과  $\lambda$  가 클수록 빠른 수렴성을 보이는 반면, 일정 값(여기서는 3.0) 이상에서는 수렴하지 않고 발산하게 된다. 수렴 가능한 임계 이득값은 초기화에 따라 달라지는 것으로 알려져 있으며, 본 문제의 경우 디지털 단층 합성의 결과를 초기화로 사용하므로 대상물의 형상에 따라 서로 다른 임계 이득 값을 갖는다[13].

그림 10 (a)와 (b)는 USART의 복원 성능을 기준의 SART 방법과 비교하여 각각 복원 오차, 영상 오차에 대하여 나타낸 것으로 UART의 경우 SART에 비하여 빠른 수렴 성능을 보이는 동시에 최종 수렴 오차도 개선됨을 알 수 있다.

복원은 초기 디지털 영상 합성 방식으로 구성한 삼차원

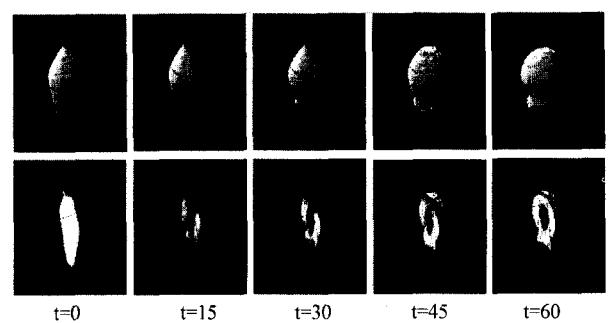


그림 9. USART 방법에 의한 BGA형상의 복원 과정.  
Fig. 9. The process of reconstructing the three dimensional volume of BGA model.

표 1. 충분 이득( $\lambda$ )에 따른 수렴 성능.

Table 1. Convergence with respect to the update gain  $\lambda$ .

$\lambda$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
연산 횟수	78	58	51	46	38	발산

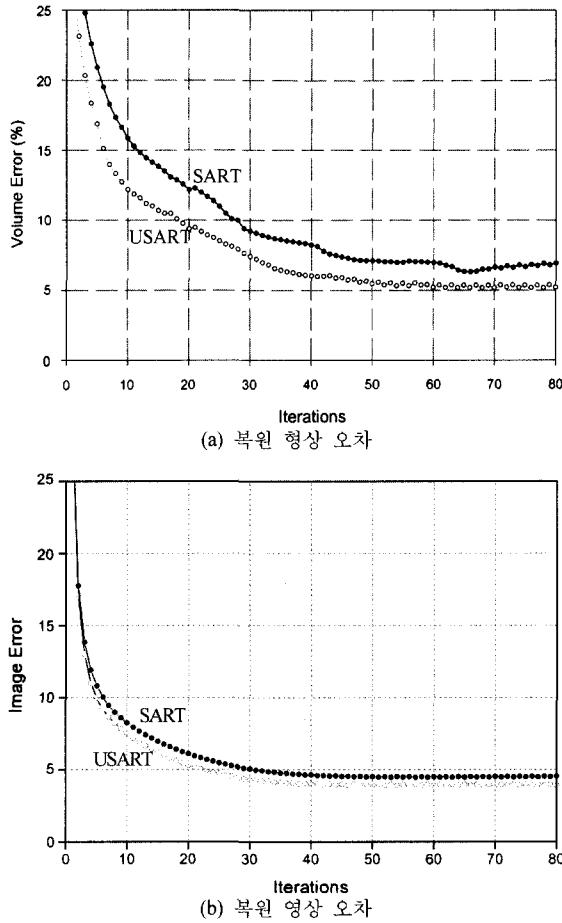


그림 10. USART와 SART의 수렴 성능 비교.  
Fig. 10. The error convergence of SART and USART.

형상이 30% 이상의 오차를 가진 반면, USART 알고리즘의 적용으로 BGA의 경우 7%, 사각뿔, 반구형의 경우 각각 3.5%

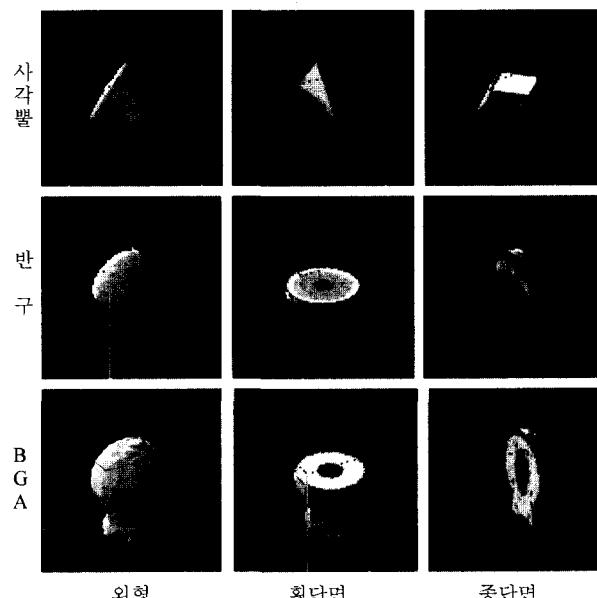


그림 11. USART 방법에 의한 삼차원 복원 결과.  
Fig. 11. 3D reconstruction results of USART.

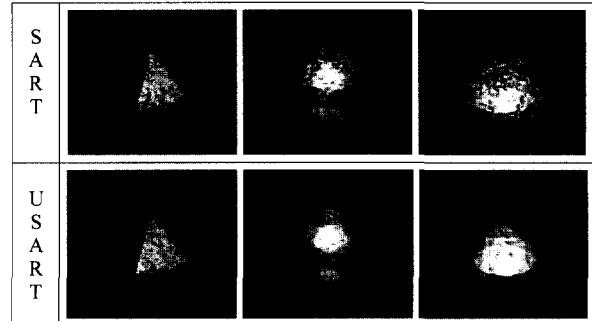


그림 12. 영상당  $40 \times 40$ 개의 X선을 사용한 경우에 대한 삼차원 형상 복원 결과.

Fig. 12. 3D reconstruction results using  $40 \times 40$  x-rays/image.

표 2. 투과 X선의 개수에 대한 복원 영상 오차.

Table 2. Reconstruction image error w.r.t. the number of x-rays.

X선 개수/영상	방법	사각뿔	BGA	반구
80×80(x-rays/ image)	SART	3.32	4.53	3.24
	USART	3.09	3.90	2.90
40×40(x-rays/ image)	SART	4.10	4.95	5.01
	USART	3.56	4.05	3.06

%, 5%의 형상 오차로 복원이 이루어졌다.

그럼 11은 모의 실험에서 사용된 세가지 형상에 대한 최종 복원 결과를 외형, 횡단면, 종단면으로 표현한 것으로 그림 8의 형상 모델에 가깝게 복원이 이루어 졌음을 볼 수 있다. 그림에서 복원 표면이나 경계부분이 다소 깔끔하지 못하게 나타나는데, 이는 영상과 복원 공간의 해상도의 제약 때문으로, 특히 경계 지점에서 양자화(quantization) 및 격자화로 인한 오차가 크게 된다.

그림 12와 표 2는 복원에 사용되는 투과 X선의 개수에 대한 영향을 보기 위하여 각 방향의 영상에 대하여  $40 \times 40$  화소에 대한 X선만을 고려하여 복원을 수행한 결과를 함께 나타내었다. 결과에서 알 수 있듯이, 투과 X선의 개수가  $1/4$ 로 줄어든 경우에 대해서도 USART 방법에 의한 결과와 비슷한 복원 성능을 보임에 반하여 SART에 의한 결과는 수렴 오차가 크며 노이즈 성분이 많이 남게 된다. 이는 앞서 3장에서 지적하였듯이 SART 방법에서는 영상의 해상도에 따라 복셀을 지나는 투과 X선이 충분하지 못한 경우 해당 복셀은 복원이 이루어지지 않기 때문이며, USART 방법에서는 이러한 제약점을 극복하고 있음을 알 수 있다.

## V. 결론

본 논문에서는 제한된 투사 방향, 개수의 X선 영상으로부터 대상 물체의 삼차원 형상을 복원을 위한 알고리즘을 제안하고, 모의 실험으로 알고리즘의 유용성을 보였다. 본 연구에서 삼차원 복원을 위하여 사용한 방법은 기본적으로 투사 영상을 바탕으로 반복적으로 대상 물체의 삼차원 형상을 구해가는 복원 방법(ART)을 적용하였으며, 기존의 ART나 SART의 문제점을 보완하여 보다 간략하고 수렴 효과가 좋은 USART 방법을 제안하였다. 제안된 USART 방법은 사

각뿔, 반구, BGA 형상으로 모델된 세가지 대상 형상에 대하여 모의 실험을 통하여 그 성능을 기존의 방법과 비교, 평가하였다. 모의 실험을 통하여 제한된 영상조건의 8방향의 영상으로부터 이들 세가지 형상은 각각 3.5, 5.0, 7.0%의 오차로 복원이 이루어 졌다. 기존의 SART 방법을 함께 적용, 비교한 결과 본 연구에서 제안된 USART 방법이 보다 수렴성능과 최종 복원 정확도가 개선됨을 보였다.

본 논문에서는 제안된 복원 방법을 모의 실험을 통하여 검증하였으나, 실제의 X선 시스템에 적용하기 위해서는 X선 영상 취득에 대한 기하학적 조건을 정확하게 구하는 것이 요구되며 이를 위한 X선 영상 시스템의 보정 방법이 연구되고 있다[16].

본 연구의 방법은 빠른 시간 내에 제한된 개수의 영상으로부터 대상 물체에 대한 내, 외부 형상을 구할 수 있는 방법으로 산업계의 효용성이 높을 것으로 기대된다. 특히, 소형 전자 부품과 같은 정밀 제품의 생산 공정에서의 품질 모니터링에 효과적으로 적용이 될 수 있으며, 복원 해상도를 높임으로써 제품의 내, 외부 형상 정보를 얻기 위한 역공학(reverse engineering) 시스템에의 적용이 가능할 것으로 기대된다.

#### 참고문헌

- [1] Y. K. Ryu and H. S. Cho, "New optical measuring system for solder joint inspection," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 26, no. 6, pp. 487-514, 1997.
- [2] J. H. Kim, H. S. Cho, and S. K. Kim, "Visual measurement of a 3-D plane pose by a cylindrical structured light," '93 *Intelligent Robots and Systems*, Yokohama, Japan, 1993.
- [3] Adams, "X-ray laminography analysis of ultra fine pitch solder connections on ultra-thin boards," *Integrated Circuit Metrology, Inspection, and Process Control V (SPIE)*, vol. 1464, pp. 484-497, 1991.
- [4] M. Rooks, B. Benhabib, and K. C. Smith, "Development of an inspection process for ball-grid-array technology using scanned beam x-ray laminography," *IEEE trans. on Components, Packing, and Manufacturing Technology - Part A*, vol. 18, no 4, pp. 851-861, December, 1995.
- [5] Y. J. Roh, H. S. Cho, H. C. Kim, and S. K. Kim, "Analysis of X-ray image qualities -accuracy of shape and clearness of image - using x-ray digital tomosynthesis," *Journal of the ICASE*, vol. 5, no. 5, pp. 558-567, 1999.
- [6] S. T. Kang, Y. U. Kim, and H. S. Cho, "A digital tomosynthesis method for evaluating the soldering states of ball-grid-array joints," *7th Annual Research Symposium of Transfer of Emerging NDE Technologies*, 1998.
- [7] Y. J. Roh, K. W. Ko, H. S. Cho, H. C. Kim, and H. N. Joo, "Inspection of BGA(Ball Grid Array) solder joints using x-ray cross-sectional images," *Intelligent Systems and Advanced Manufacturing(SPIE)*, vol. 3836, pp. 168-178, 1999.
- [8] S. T. Kang and H. S. Cho, "The quality evaluation and improvement for digital tomosynthesis images," *Materials Evaluation*, vol. 57. no. 8, pp. 841-845, 1999.
- [9] Y. J. Roh, Kuk Won Ko, H. S. Cho, H. C. Kim, and H. N. Joo, "The calibration of x-ray digital tomosynthesis system including the compensation of the image distortion," *Intelligent Systems and Advanced Manufacturing(SPIE)*, vol. 3528, pp. 248-259, 1998.
- [10] S. T. Kang, J. H. Jeong, H. G. Song, and H. S. Cho, "A new x-ray cross-sectional imaging system for arbitrary angle inspection of BGA package," *Proc. of NEPCON EAST '97*, pp. 109-120, 1997.
- [11] Rangarj Rangayyan and Atam Prakash Dhawan, "Algorithms for limited view computed tomography : an annotated bibliography and a challenge," *Applied Optics*, vol. 24, no. 23, pp. 4000-4012, 1999.
- [12] G. T. Herman, "Algebraic reconstruction techniques can be made computationally efficient," *IEEE tran. On medical imaging*, vol. 12, no. 3, pp. 600-609, sept., 1993.
- [13] Y. Censor, "Row-action methods for huge and sparse systems and their applications," *SIAM Review*, vol. 23, no. 4, Oct. pp. 444-466, 1981.
- [14] A. H. Andersen and A. C. Kak, "Simultaneous algebraic reconstruction technique(SART) : A superior implementation of the ART algorithm," *Ultrasonic Imaging*, vol. 6, pp. 81-94, 1984.
- [15] J. T. Marti, Zurich, "On the convergence of the discrete ART algorithm for the reconstruction of digital pictures from their projections," *Computing*, vol. 21, pp. 105-111, 1979.
- [16] 노영준, 김재완, 전형조, 조형석, "X선 3차원 영상 시스템에서의 영상 왜곡 및 영상 좌표계 보정," 자동제어학술회의, 용인, 2000.

#### 노영준

제어 · 자동화 · 시스템 공학 논문지, 제5권, 제5호, 참조.

#### 김형철

제어 · 자동화 · 시스템 공학 논문지, 제5권, 제5호, 참조.

#### 조형석

제어 · 자동화 · 시스템 공학 논문지, 제6권, 제 8호, 참조.

#### 김종형

제어 · 자동화 · 시스템 공학 논문지, 제6권, 제8호, 참조.