

큰 압력 진폭에 의해 구동되는 기포진동체의 비선형 거동 특성

김 동 혁*

Nonlinear Behaviors of a Gas-filled Bubble Oscillator with Large Amplitude of Excitation

D-H. Kim*

Key words : bubble(기포), nonlinear oscillation(비선형 진동), acoustic cavitation(음향 공동 현상), 주파수 응답(frequency response), jump phenomenon(점프 현상), hysteresis(히스테리시스)

Abstract

The bubble model by Keller and Prosperetti is adapted to solve the nonlinear oscillation of a gas bubble. This formulation leads to accurate results since it introduces the energy equation instead of the polytropic assumption for the bubble interior. The numerical method used in this study is stable enough to handle large amplitude of bubble oscillation. The numerical results show some interesting nonlinear phenomena for the bubble oscillator. The excitation changes the natural frequency of the bubble and makes some harmonic resonances at $f/f_0=1/2, 1/3$, and so on. The natural frequency of a bubble oscillator decreases compared with the linear case result, which means that the nonlinear bubble oscillation system is a "softening" system. In addition, the frequency response curve jumps up or down at a certain frequency. It is also found that there exist multi-valued regions in the frequency response curve depending on the initial conditions of bubble. The dependency of the bubble motion on the initial condition can generate extremely large pressure and temperature which might be the cause of the acoustic cavitation and the sonoluminescence.

1. 서 론

기포에 관한 연구는 매우 오래 전부터 계속되어 왔다. 기포는 유체 내부에서의 압력급변에 의해 발생하는 공동현상(cavitation) 과 비등(boiling), 그

리고 유체 표면을 관통하는 물체에 의해 들어와 형성되는 기포(entrained gas bubble) 등이 있다. 기포가 포함된 액체 중에서 압력의 변동이 발생하면 그 속에 포함된 기포들이 진동하게 된다. 압력의 진동폭이 커지면 기포는 비선형 진동을 하며 이에

* 한국해양대학교 기계·정보공학부

따르는 여러 가지 현상들이 발생한다. 이러한 비선형 진동현상을 볼 수 있는 예로서 음향 공동현상(acoustic cavitation)을 들 수가 있는데 이 경우에는 특정한 원인에 의해 액체 중에 순간적으로 매우 낮은 압력이 형성되어 기포가 생성되고 짧은 순간 동안 격렬한 진동을 하게 된다. 수 사이클의 격렬한 진동을 한 기포는 압축되면서 파괴되는데 이 때 기포는 수천 기압의 압력과 수천 도의 온도를 가지고 있다. 이 상태에서 기포가 소멸될 때 고온이 되면서 빛을 발하는 소노루미네스스(sonoluminescence) 현상을 유발하기도 한다.

Rayleigh에 의해 제안된 기포의 운동 방정식은 다음과 같은데 보는 바와 같이 강한 비선형 방정식의 형태를 가지고 있다.

$$R \frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{p(R) - p_\infty}{\rho_L} \quad (1)$$

여기서 ρ_L 은 액체의 밀도, p_∞ 는 기포로부터 매우 먼 곳의 액체 압력, 그리고 $p(R)$ 은 기포 표면에서의 액체 압력을 말한다. 이 방정식은 최초의 기포 운동방정식으로서 액체의 점도와 표면장력 및 압축성을 무시한 모델인데 Keller 와 Miksis는 이들을 보완한 방정식을 제안했으며 현재까지는 가장 정확한 방정식으로 알려지고 있다.¹¹⁾

여기서 주목해야 할 점은 기포의 운동방정식을 풀기 위해서 기포 내부의 압력이 필요하다는 것이다. 이러한 기포내부의 압력은 기포 반경의 함수인데 기포내부의 기체가 폴리트로프 변화를 따른다고 가정해 왔다. 이러한 폴리트로프 관계식은 Minneart¹²⁾가 처음으로 사용한 후 Noltink and Neppiras, Flynn, Apfel, 및 Lauterborn 등이 이 관계식을 사용하여 기포의 운동방정식을 풀어왔으며¹³⁻¹⁶⁾ 비교적 작은 진폭의 진동에서는 폴리트로프 지수 n 대신에 비열비 γ 를 사용하면 잘 맞는 것으로 알려져 있다. 그러나, 기포의 진동 폭이 점점 커짐에 따라 이러한 폴리트로프 관계식은 부정확해지기 시작했다. 실제로 폴리트로프 변화는 단열변화($n=k$)와 등온변화($n=1$) 사이의 변화를 말할 수 있는데 이 사이에서 폴리트로프 지수 n 의 값을 결정하기가 힘들다는 취약점을 가지고 있다. 비교

적 작은 진폭으로 기포가 진동할 때에는 기포 내부의 온도 변화폭도 그리 크지 않고 진동 속도 또한 빠르기 때문에 기포경계를 통한 열의 교환을 무시할 수 있는 단열변화를 가정함이 매우 타당하다. 그러나 기포의 진동 폭이 커지게 되면 기포 내부의 온도 변화 폭이 매우 커지게 되어 기포 경계면을 통한 열전달을 무시할 수 없게 된다.

이는 단열변화가 아니고 1과 γ 사이의 지수 값을 가지는 폴리트로프 변화라고 볼 수 있다. 이러한 문제점을 해결할 수 있는 방법은 연속방정식, 운동방정식에 추가하여 에너지 방정식을 도입하는 것이다. 이렇게 함으로써 온도장과 압력 등을 포함한 기포내부의 상태를 정확하게 계산해 낼 수 있고 이를 바탕으로 기포에 관한 운동방정식의 해를 구할 수가 있게 된다. Prosperetti 등¹⁷⁾은 이를 이용한 새로운 알고리즘을 도입하여 상대적으로 큰 진폭의 기포진동을 해석할 수 있는 방법을 개발하였다. Kim 등은 이 알고리즘을 이용하여 기포의 비선형 진동에 의한 주파수 응답에서의 특이점들에 관한 기초적인 연구를 수행한 바 있고¹⁸⁾ 또한 비선형 진동으로 인한 기포의 chaotic 거동에 대해서도 연구하였다.¹⁴⁾ 비슷한 시기에 Kamath¹⁵⁾ 등은 여러 가지의 수치적분 기법을 사용하여 기포 진동의 혼돈(chaotic) 거동에 대한 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 Prosperetti의 기포 모델을 이용하여 큰 진폭의 압력변동에 의한 기포의 비선형적 거동 특성에 관해 연구함으로써 캐비테이션 현상^{14,8,9)} 및 소노루미네스스 현상^{10,12)} 등의 매카니즘에 대한 이론적 해석에 도움이 되도록 하고자 한다.

2. 비선형 기포 모델

2.1 기포의 운동역학

서론에서 언급하였듯이 아직까지 가장 정확히 묘사된 기포의 운동방정식은 Keller에 의한 식이다. 본 연구에서는 Keller의 운동방정식과 기포 내부에 대한 에너지 방정식을 수치해석을 위한 기본적인 지배방정식으로 하였다. 식(2)는 Keller의 운동방정식이다.

$$\left(1 - \frac{1}{c} \frac{dR}{dt}\right) R \frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3c} \frac{dR}{dt}\right) \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \left(1 + \frac{1}{c} \frac{dR}{dt}\right) \frac{1}{\rho_L} [p_B(t) - p_s(t) + \frac{R}{c} - p_\infty] + \frac{R}{\rho_L c} \frac{dp_B(t)}{dt} \quad (2)$$

여기서 c 는 액체 속에서의 음속이고 $p_B(t)$ 는 기포 외벽의 액체압력을 나타낸다. 이 압력 $p_B(t)$ 와 기포의 내부압력 $p(t)$ 는 표면장력 σ 와 액체의 점성계수 μ 를 고려하면 다음과 같은 관계를 가진다.

$$p(t) = p_B(R,t) + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\mu_L}{R} \frac{dR}{dt} \quad (3)$$

식(2)에서 보는 바와 같이 기포의 운동방정식은 매우 심한 비선형성을 가지고 있다. 아직까지 이 비선형 편미분 방정식에 대한 해석적인 해는 작은 진폭의 진동에 대해서 perturbation 법으로 근사해를 구할 수 있을 뿐이다.

참고문헌 [7]에 따르면 내부 압력 p 에 관한 상미분 방정식은 다음과 같이 이상기체에 대한 질량 및 에너지 보존방정식을 결합함으로써 얻어진다.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{3}{R} \left((\gamma - 1) K \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_R - \gamma p \frac{dR}{dt} \right) \quad (4)$$

여기서 γ 는 기체의 비열비이다. 기포 표면에서의 온도 구배는 다음과 같은 에너지 방정식으로부터 구할 수 있다.

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{dp}{dt} = \frac{\partial}{\partial r} \left(K \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (5)$$

여기서 ρ, C_p, K 는 각각 내부 기체의 밀도, 정압비열 및 열전도도를 나타낸다. 기포표면에서의 경계조건은 $T(R,t) = T_\infty$ 이다.

식(2)의 운동방정식에서 $p_s(t)$ 는 기포로부터 멀리 떨어진 곳의 변동압력 성분을 나타내는데 일반적으로 $p_s(t)$ 는 다음과 같이 설정한다.

$$p_s(t) = \epsilon p_\infty \cos \omega t, \quad (6)$$

여기서 ω 는 각주파수, ϵ 는 압력변동의 무차원화

된 진폭을 나타낸다.

2.2 기포 진동의 정도

기포 진동의 정도를 나타내는 방법에는 여러 가지가 있을 수 있다. 이 중 하나는 정상상태로 진동하는 기포의 한 사이클 동안 최대 반경과 최소반경의 비를 취하는 방법이다. 기포의 반경 대신에 기포 내부의 압력을 사용하여 나타내는 방법도 있을 수 있다. 본 연구에서는 정상 진동 중에 있는 기포의 한 사이클 동안 기포에 의해 흡수된 평균에너지의 양을 취하는 방법을 택하기로 한다. 단위시간당 흡수된 에너지 즉 흡수동력(absorbed power)은 기포의 진동에 의해 외부에 행해진 정미일률과 동일하다. 이 방법은 기포의 진동 중에 흡수된 평균 동력이 기포 진동의 정도에 비례하는 의미 있는 물리량이 될 수 있다는 사실을 바탕으로 하고 있다. 기포 진동의 한 사이클 동안 기포에 의해 흡수되는 평균 동력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\chi = \frac{\omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega} 4\pi R^2 \frac{dR}{dt} p_s(t) dt \quad (7)$$

이 적분은 사다리꼴(quadrature) 공식을 이용하여 수치해석으로 값을 구한다. 평균 동력은 평형상태에서의 기포반경 R_0 를 사용하여 다음 식과 같이 무차원화 한다.

$$\chi_* = \frac{\chi}{4\pi R_0^3 \omega p_\infty \epsilon^2} \quad (8)$$

여기서 분모에 해당되는 부분은 $4\pi R_0^3$ 에 해당하는 기포 표면적이 $\epsilon R_0 \omega$ 의 속도와 ϵp_∞ 의 압력변동에 의해 흡수하는 동력의 양이며 따라서 이 문제에 있어서 물리적으로 의미 있는 기준동력 값이 될 수 있다.

압력변동의 폭이 미소할 때에는 기포의 운동이 선형으로 간주될 수 있으며 선형화 이론을 도입하여 해석 해를 구할 수 있다. 해석 해에 의한 무차원화 흡수 동력은 다음과 같다.^[16]

$$\chi_* = \frac{p_\infty}{\rho_L \omega^2 R_0^2} \frac{b_*}{(\omega_0^2 - 1)^2 + 4b_*^2} \quad (9)$$

여기서, $\omega_{0*} = \omega_0/\omega$, $b_* = b/\omega$ 이며 ω_0 는 기포의 고유진동수, b 는 유효 감쇠(effective damping)를 나타낸다.

3. 수치해석 결과 및 해석

앞 절에서 유도한 기포의 운동방정식을 무차원화 된 방정식으로 변환한 후 수치 해석으로 해를 구하게 된다. 기포 벽의 운동방정식과 기포 내부의 에너지 방정식을 결합하면 내부 압력에 관한 하나의 비선형 상미분 방정식과 기포 내부의 온도장을 지배하는 하나의 비선형 편미분 방정식을 얻을 수 있게 된다. 상미분 방정식은 Runge-Kutta법을 이용하여 해를 구하게 되나 편미분 방정식은 predictor-corrector법을 이용하여 해를 구한다. 이 방법은 기포의 운동역학에서와 같이 비선형도가 매우 강한 방정식의 해를 구하는데 적합하다. 자세한 사항은 참고문헌을 참조 바란다.^[7]

비선형시스템에서의 해는 초기조건에 의해 큰 영향을 받는다. 기포시스템이 강한 비선형운동을 하게 되면 비선형 시스템에서만 볼 수 있는 여러 가지의 거동 특성을 보여준다. 이러한 비선형 거동 특성은 가진 주파수(exciting frequency)에 따르는 흡수 동력의 크기를 살펴봄으로써 설명할 수 있다. 일반적으로 비선형 시스템의 주파수 응답선도를 보면 고유진동수의 변화, 복수해(multiple solutions), 히스테리시스 현상 등이 나타난다. 특히 시스템의

초기 조건에 따라 서로 다른 해에 수렴하는 현상이 나타난다. 기포는 매우 강한 비선형도를 가진 시스템이므로 이러한 일반적인 현상이 나타남을 기대할 수 있으며 수치해석을 통해 확인하였다.

수치해석에 의한 주파수 응답곡선은 다음과 같이 구한다. 우선 기포의 고유진동 주파수 f_0 에 의해 가진주파수 f 를 무차원화 한 무차원 가진주파수 (dimensionless exciting frequency, f/f_0)로 기포를 구동하여 정상상태에 도달할 때 흡수 동력을 취한 후 무차원 주파수를 0.001 변화시킨다. 다음 단계의 초기조건은 직전 정상상태에서의 조건이며 이 조건하에서 다시 정상상태에 도달했을 때의 흡수동력 값을 취하는 과정을 계속하면 원하는 주파수 응답 곡선을 구할 수 있다. 전 단계의 최종 조건이 다음 단계의 초기 조건이 되므로 무차원 주파수를 증가시키면서 해를 구할 때와 감소시키면서 해를 구할 때 서로 다른 값을 가지는, 즉 고유의 경로의존(path-dependent) 함수를 기대할 수 있다. 본 연구에서는 0.2에서 1.2까지의 무차원 주파수 대역에 대해 다양한 기포반경 및 가진 진폭을 적용하여 광범위한 수치해석을 수행하였다. 무차원 주파수변화폭 0.001은 기포의 비선형특성 연구를 위해 충분히 작은값이다. Fig.1은 여러 크기의 기포가 매우 작은 진폭($\epsilon=0.001$)으로 진동할 때의 주파수 응답곡선인데 이 곡선은 식(9)의 선형화 이론에 의한 해와 동일하다. 횡축은 무차원 주파수, 종축은 무차원 흡수동력을 표시하고 있으며 고유진동수

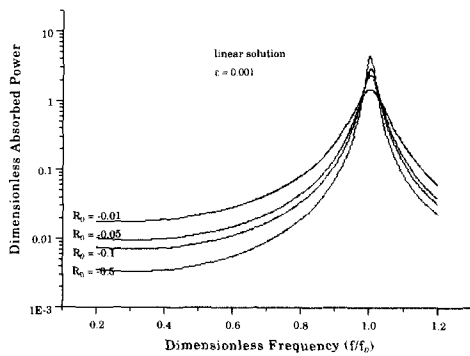


Fig.1 Frequency response of bubble oscillation with various bubble sizes - linearized solution

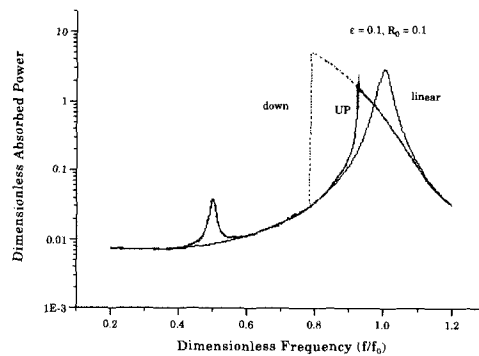


Fig.2 Frequency response of the bubble oscillation with $R_0=0.1\text{cm}$, $\epsilon=0.1$.

에서 최대의 동력을 보여주고 있다. 또한 기포의 크기가 커질수록 고유진동수에서 흡수되는 동력의 비율이 높아짐을 알 수 있다. Fig.2는 반경 0.1cm인 기포에 대한 주파수 응답곡선인데 가는 실선은 선형화 이론에 의한 곡선이며 굵은 실선은 $f/f_0=0.2$ 로부터 주파수를 증가시키면서 얻은 곡선인데 무차원 진폭(dimensionless exciting pressure amplitude)은 0.1이다. 주파수 0.33 및 0.5 부근에서 흡수 동력의 값이 커지는데 이는 1/2 및 1/3 조화공진(harmonic resonance)이다. 고유진동은 $f/f_0=1$ 에서 발생하지 않고 0.9근처로 작아진 것을 알 수 있다. 쇄선은 무차원 주파수 1.2로부터 감소시켜가면서 얻은 곡선으로서 주파수를 증가시키면서 얻은 값과 감소시키면서 얻은 값이 서로 다른 영역이 존재한다는 것을 보여주고 있는데 이는 Duffing 방정식과 같은 비선형 방정식의 해에서 볼 수 있는 히스테리시스 현상이다.^[16] Fig.3은 같은 조건에서 ϵ 을 0.3으로 증가시켜 얻은 결과이다.

이 그림에서 보듯이 흡수동력이 최대가 되는 주파수가 $\epsilon=0.1$ 인 경우에 비해서 더욱 더 작아지는 것을 알 수 있다. 이는 주파수를 증가시킬 때나 감소시킬 때 모두에 있어서 같이 적용된다. ϵ 이 커짐에 따라 나타나는 또 하나의 현상은 1/2, 1/3 조화공진 외에 1/4 조화공진이 강해진다는 것이다. 또한 1/2 조화공진이 $f/f_0=0.5$ 에서 발생하지 않고 더 작은 값에서 발생하고 있다. 이 것으로부터 추론할

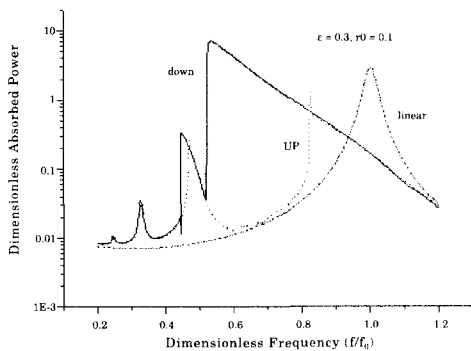


Fig.3 Frequency response of the bubble oscillation with $R_0=0.1\text{cm}$, $\epsilon=0.3$.

수 있는 것은 ϵ 이 더욱 커지면 1/3 조화공진도 무차원 주파수 1/3보다 작은 값에서 발생할 것이라는 것이다. Fig.4는 이와 같은 추론을 증명해주고 있다. 이 그림에서는 기포반경 0.1cm, 가진폭(ϵ) 0.1부터 0.5까지에 대해 주파수를 증가시키면서 얻은 결과를 보여주고 있다. 여기서 볼 때 고유진동에 해당하는 주파수에서의 흡수 동력은 이 커질수록 점차로 작아지는 반면 1/2, 1/3 및 1/4 조화공진에서의 흡수 동력은 점점 더 커진다는 것을 알 수 있다. 여기서는 1/2, 1/3 조화공진 주파수도 각각 1/2 및 1/3보다 작아짐을 보여준다. 또한 1/5 조화공진도 나타나고 있다.

Fig.5는 위와 동일한 조건에서 주파수를 점차로

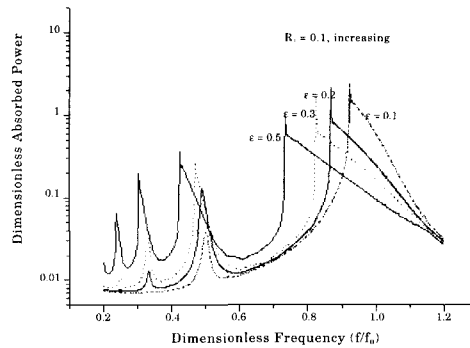


Fig.4 Frequency response of bubble oscillation with $R_0=0.1\text{cm}$. The exciting frequency is slowly increasing with its amplitude $\epsilon=0.1-0.3$.

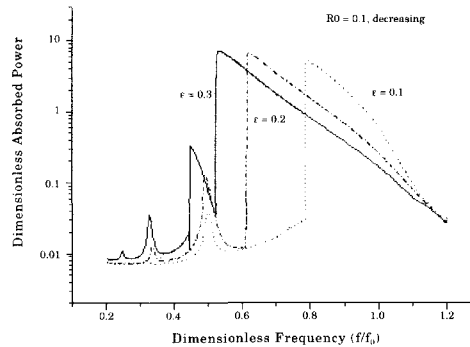


Fig.5 Frequency response of bubble oscillation with $R_0=0.1\text{cm}$. The exciting frequency is slowly decreasing with its amplitude $\epsilon=0.1-0.3$.

감소시켜가면서 얻은 곡선이다. 사용된 ϵ 은 0.1, 0.2 및 0.3 이며 이 그림에서 특기할 사항은 ϵ 이 커짐에 따라 고유진동에 의한 흡수 동력의 최대점이 나타나는 무차원 주파수가 점점 작아져서 ϵ 이 0.3 일 때에는 그 값이 0.5에 근접하여 마치 1/2 조화공진에 의한 것처럼 보인다는 것이다. 그러나 1/2 조화공진에 의한 것은 이 보다 더 낮은 0.44 부근에서 나타나고 있음을 알 수 있다. Fig.6-7은 기포의 크기에 따르는 주파수 응답곡선을 보여주고 있다. ϵ 은 0.1이며 Fig.6에서는 주파수를 증가시키가면서, Fig.7에서는 주파수를 감소시키가면서 얻은 그래프이다. 주파수를 증가시키가면서 얻은 그래프

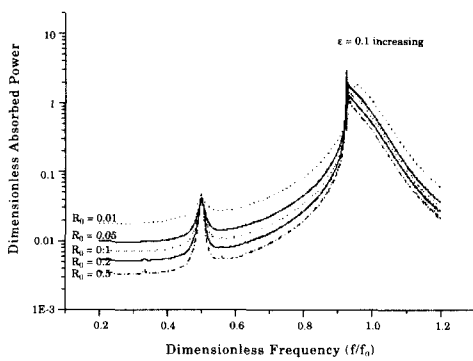


Fig.6 Frequency response of bubble oscillation for various bubble sizes. The exciting frequency is slowly increasing with its amplitude $\epsilon=0.1$.

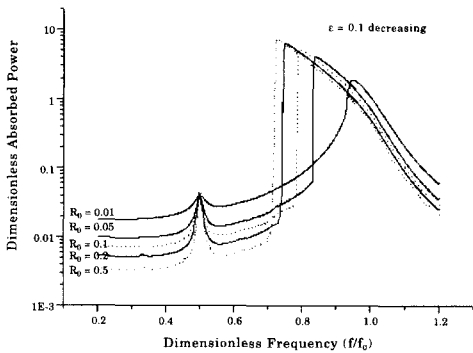


Fig.7 Frequency response of bubble oscillation for various bubble sizes. The exciting frequency is slowly decreasing with its amplitude $\epsilon=0.1$.

인 Fig.6에서 볼 때 기포의 크기가 커질수록 고유진동에 의한 peak는 왼쪽으로 이동하고 또한 약간씩 작아지는 반면 1/2 조화공진에 의한 peak는 약간씩 커지고 또한 점점 첨예해지는 것을 알 수 있다. Fig.7을 살펴보면 이러한 경향을 좀 더 잘 알 수 있는데 고유진동에 의한 peak가 주파수를 증가시킬 때 보다 더 저주파 쪽으로 이동하고 있다. Fig.6과 다른 점은 고유진동에 의한 peak 값이 기포가 커짐에 따라 더 커지고 있다는 것이다.

이상에서 특기할 사항은 주파수를 증가시키면서 구한 해와 감소시키면서 구한 해가 특정영역에서 다르다는 것이다. 앞서 설명한 바와 같이 이는 초기 조건에 따라 두 개 이상의 해를 가질 수 있다는 비선형 방정식의 특성 때문이다. 기포반경 0.1cm, $\epsilon=0.1$ 에 대한 주파수 응답선도인 Fig.2에서 두 개의 해를 가지는 영역인 $f/f_0 = 0.85$ 에 대해 초기조건에 따른 두 개의 해를 Fig.8에 도시했다. 초기의 기포벽속도 u_0 (즉 dR_0/dt)를 0으로부터 변화시켜가면서 매 사이클 시작 때의 흡수동력을 평형상태에 도달할 때까지 기록한 결과이다.

u_0 가 0.7405까지는 흡수동력이 0.03정도에 수렴하나 u_0 가 0.741이 되면 약 3정도에 수렴한다. 여기서 초기 벽속도의 변화는 0.0005에 불과하고 이 차이가 서로 다른 해로 수렴하도록 하는 것이다. 이로 미루어 볼 때 saddle point는 분명히 u_0 값이 0.7405와 0.741 사이에 존재함을 알 수 있으나 이러한 saddle point는 매우 불안정하므로 수치해석

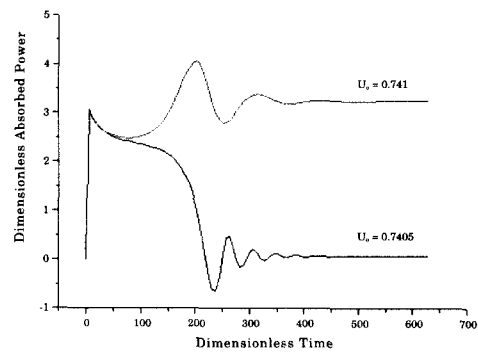


Fig.8 Trace of the bubble oscillation on the phase plane after each cycle of oscillation with $f/f_0=0.85$, $\epsilon=0.1$, $u_0=0.7405$ and 0.741

을 통해 이를 찾기란 불가능하다. 서로 다른 두 값 중 절대값이 큰 곳의 해를 고진폭 정상해(high

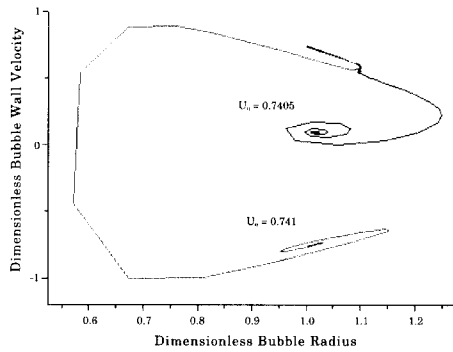


Fig.9 Trace of the bubble oscillation on the phase plane after each cycle of oscillation with $f/f_0=0.85$, $\epsilon=0.1$, $u_0=0.7405$ and 0.741

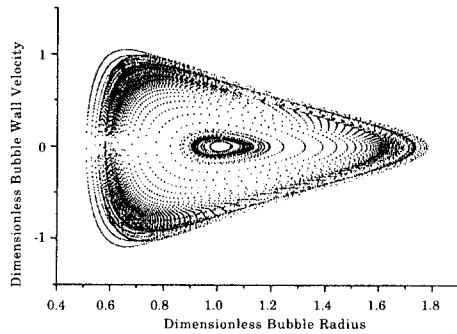


Fig.10 Trace of the bubble oscillation on the phase plane with $f/f_0=0.85$, $\epsilon=0.1$, $u_0=0.0$ and 0.741

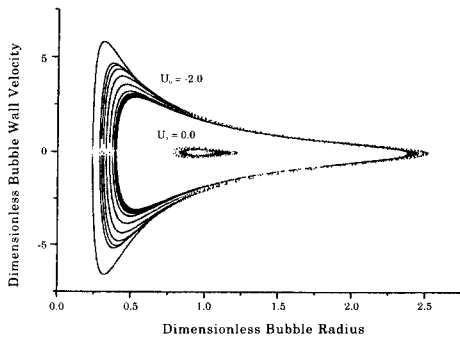


Fig.11 Trace of the bubble oscillation on the phase plane with $f/f_0=0.7$, $\epsilon=0.3$ and $u_0=-2.0$, 0.0

amplitude solution), 작은 곳의 해를 저진폭 정상해(low amplitude solution)라 부르기로 한다.

Fig.9는 기포반경에 대한 기포벽속도를 나타낸 위상 평면(phase plane)으로서 초기조건에 따라 두 개의 서로 다른 해에 수렴하는 것을 보여주고 있다. 이들 값은 매 진동사이클이 시작될 때마다의 값을 취한 것이다. 이 경우에 있어서의 궤적을 그린 것이 Fig.10으로서 두 개의 해를 뚜렷이 보여주고 있다. 바깥에 검게 수렴된 부분이 고진폭 정상해로서 정상상태에 도달할 때까지의 반경과 속도 관계를 궤적으로 나타내고 있다. 안쪽에 검게 수렴된 부분은 저진폭 정상해이다.

이상과 같은 위상 평면을 ϵ 이 0.3일 때 그려보았다. 초기 벽속도 u_0 는 각각 0와 -2, 무차원주파수 0.7로 하여 계산한 결과가 Fig.11 및 12에 나타나

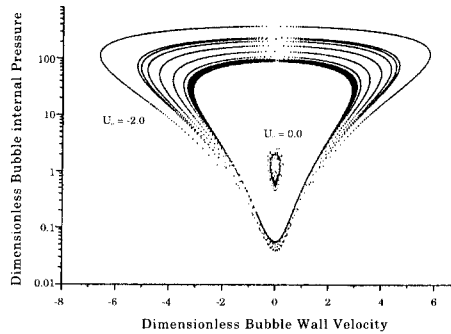


Fig.12 Trace of the bubble oscillation on the phase plane with $f/f_0=0.7$, $\epsilon=0.3$ and $u_0=0, -2.0$

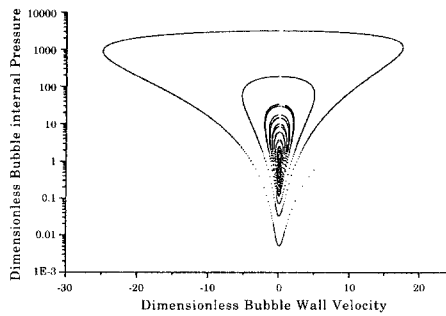


Fig.13 Trace of the bubble oscillation on the phase plane with $f/f_0=0.6$, $\epsilon=0.3$ and $u_0=6.0$

있다. Fig.12에서 무차원 압력(p/p_∞)은 100을 넘고 있으며 초기 조건에서 u_0 를 6으로 하면 이 무차원 압력은 무려 3200이 됨을 Fig.13에서 볼 수 있다. 이는 캐비테이션 현상의 이해에 큰 도움을 줄 수 있는 것으로서 기포 진동에 있어 불안정한 초기 진동 시에는 매우 큰 내부 압력을 유발할 수 있음을 보여주고 있다. 이러한 큰 내부 압력은 음향 공동현상 발생 시에 존재할 수 있으며 급격한 압력변화에 따르는 외부유체의 관성력을 유발하여 강력한 제트를 생성해내게 된다.¹⁴⁾

4. 결론 및 제언

본 연구에서는 기포의 비선형 진동에 따르는 거동을 수치해석을 통하여 살펴보았다. 일반적으로 다른 비선형 시스템의 진동에서 나타나는 현상들을 기포의 진동에서 볼 수 있었고 이러한 비선형 거동 특성은 음향 공동현상과 소노루미네스스의 메카니즘을 이해하는데 큰 도움이 될 것으로 보인다. 기포 진동의 주파수 응답선도를 통해 초기조건에 따라 다른 해에 도달하는 것을 알 수 있었고 점프현상, 히스테리시스현상, 고유진동수의 변화 및 조화진동의 발생 등을 관찰할 수 있었다. 주파수 증가방향에 따라 다른 해를 가지는 영역에서 서로 다른 초기조건을 이용하여 두 개의 해, 즉 고진폭 정상해 및 저진폭 정상해를 구할 수 있었으며 $\epsilon=0.3$ 의 경우 1기압하의 액체 속에서 기포가 진동할 때 초기조건에 따라 내부압력이 약 3200기압까지 상승할 수도 있다는 것을 관찰할 수 있었다. 이러한 격렬한 압력변화에 이은 기포의 소멸이 외부 액체에 의한 강한 제트를 유발하게 되고 또한 내부 온도는 수천도까지 이르게 되어 화학작용에 의한 발광 즉 소노루미네스스가 발생하는 것이라고 판단할 수 있다.

이 논문은 2001년도 두뇌한국21 사업에 의하여 일부 지원되었음.

참 고 문 헌

- [1] J.B.Keller and M.J.Miksis, "Bubble oscillations in large amplitude," J. Acoust. Soc. Am., vol.68, pp.628-633, 1980
- [2] M.Minnaert, Phil. Mag. vol.16, pp.235-248, 1933
- [3] B.E.Noltingk and E.A.Neppiras, "Cavitation produced by ultrasonics," Proc. Phys. Soc. London. Sect. B63, pp.674-685, 1950
- [4] H.G.Flynn, "Physics of acoustic cavitation in liquids," Physical Acoustics, edited by W.P.Mason, Academic Press, vol.1, part B, pp.57-172, 1964
- [5] R.E.Apfel, "Acoustic cavitation prediction," J. Acoust. Soc. Am., vol.69, pp.1624-1633, 1981
- [6] W.Lauterborn, "Numerical investigation of nonlinear oscillations of gas bubbles in liquids," J. Acoust. Soc. Am., vol.59, pp.283-293, 1976
- [7] A.Prospertti, L.A.Crum and K.W. Commander, "Nonlinear bubble dynamics," J. Acoust. Soc. Am., vol.83(2), pp.502-514, 1988
- [8] R.E.Apfel, "Sonic effervescence: A tutorial on acoustic cavitation," J. Acoust. Soc. Am., vol.101, pp.1227-1237, 1997
- [9] M.S.Plesset and A.Prospertti, "Bubble dynamics and cavitation," Ann. Rev. Fluid Mech., pp.145-185, 1977
- [10] T.Lepoint, D.D.Pauw, F.Lepoint-Mullie, M.Goldman, and A.Goldman, "Sonoluminescence: An alternative 'electrohydrodynamic' hypothesis," J. Acoust. Soc. Am., vol.101, pp.2012-2030, 1997
- [11] F.B.Seeley, "Effects of higher-order modes and harmonics in single-bubble sonoluminescence," J. Acoust. Soc. Am., vol.105, pp.2236-2242, 1999
- [12] J.A.Ketterling and R.E.Apfel, "Using phase space diagrams to interpret multiple frequency drive sonoluminescence," J. Acoust. Soc. Am., vol.107, pp.819-826, 2000
- [13] D.H.Kim, J.T.Kim, Y.B.Lee, "Nonlinear aspects of the frequency response of a gas-filled bubble oscillator," J. Acoust. Soc. Korea, vol.10, pp.12-19, 1990
- [14] 김동혁, 임병덕, 최병천, 은희준, "강한 가진을 받는 기포진동에서의 Chaotic 거동," 응용물리, vol.4, pp.328-334, 1991

기포진동에서의 Chaotic 거동," 응용물리, vol.4, pp.328-334, 1991

[15] V.Kamath and A.Prosperetti, "Numerical integration methods in gas-bubble dynamics," J. Acoust. Soc. Am., vol.85(4), pp.1538-1548, 1989

[16] A.H.Nayfeh and D.T.Mook, Nonlinear oscillations, John Wiley & Sons, New York, 1979

저 자 소 개



김동혁(金東赫)

1953년 9월생. 1976년 서울대학교 기계공학과 졸업. 1976년-1982년 국방과학연구소 근무. 1985년 New Jersey Inst. Tech. (미국) 졸업(공학석사). 1988년 The Johns Hopkins Univ. (미국) 졸업(공학박사). 1988년~1992년 한국표준과학연구원 근무. 1992년-현재 한국해양대학교 기계정보공학부 부교수.