회전하는 정사각 단면 U자형 곡관 내부의 유동 발달에 관한 수치적 연구 (I)

- 층류 유동 -

이 공 희* · 백 제 현†

(2001년 7월 27일 접수, 2001년 11월 19일 심사완료)

A Numerical Study on the Flow Development around a Rotating Square-Sectioned U-Bend (I)

- Laminar Flow -

Gonghee Lee and Jehyun Baek

Key Words: Secondary Flow(2차 유동), Coriolis Force(코리올리력), Centrifugal Force(원심력), Duct Flow(덕트 유동), Laminar Flow(층류 유동), Developing Flow(발달 유동)

Abstract

The present study investigates in detail the combined effects of the Coriolis and centrifugal force on the development of laminar flows in a square-sectioned U-bend rotating about an axis parallel to the center of bend curvature. When a viscous fluid flows through a rotating curved region, two types of secondary flow occur. One is caused by the Coriolis force due to the rotation of U-bend and the other by the centrifugal force due to the curvature of U-bend. When the values of Rossby number and curvature ratio are large, the flow field in a rotating U-bend can be represented by two dimensionless parameters : the Dean number $K_{LC}=Re/\sqrt{\lambda}$ and a body force ratio $F=\lambda/Ro$. For positive rotation, where the rotation is in the same direction as that of the main flow, both the Coriolis force and the centrifugal force act radially outwards, the directions of the two secondary flows are the same. Therefore, the flow structure is qualitatively similar to that observed in a stationary curved duct with a larger K_{LC}. On the other hand, in case of negative rotation, where two forces act in opposite direction, more complex flow fields can be observed depending on the relative magnitudes of the forces.

기호설명

d : 수력 지름

F : 체적력 비 $=\lambda/Ro$

f : Fanning 관마찰계수

f_0 : 정지한 정사각 직관에서 관마찰계수 $=14.23/Re$

K_{LR} : 회전 직관에서의 지배 무차원 변수 $=Re/\sqrt{Ro}$

K_{LC} : 정지 곡관에서의 지배 무차원 변수 또는 Dean수 $=Re/\sqrt{\lambda}$

$\hat{p}$: 단면내의 압력

$\overline{p}$: 단면 평균 압력

p^* : 원심력이 포함된 수정 압력 $=p-\frac{1}{2}\rho\Omega^2(x^2+z^2)$

R : 유로의 곡률반경

Re : Reynolds 수 $=w_m d/\nu$

* 회원, 포항공과대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 포항공과대학교 기계공학과

E-mail : jhbaek@postech.ac.kr

TEL : (054)279-2168 FAX : (054)279-3199

Ro : Rossby 수 $= w_m/\Omega d$
u, v, w : x, y, z 각 방향의 속도 성분
V_s : 2차 유동 속도 $=\sqrt{u^2+v^2}$
w_m : 평균 속도

그리스문자

ρ : 유체의 밀도
ν : 유체의 점도
λ : 곡률비 $= R/d$
Ω : 회전각속도

상첨자

$-$: 평균값
$\sim$: 무차원변수

1. 서 론

가스 터빈의 고성능, 고효율 및 경량화에 대한 요구가 지속적으로 증가하면서 고온에서 작동하는 가스 터빈 내부의 냉각 시스템에 대한 많은 연구가 진행되고 있다. 가스 터빈 내부의 냉각은 압축기를 통과한 상대적으로 차가운 공기가 터빈 블레이드 내부의 냉각 유로를 따라 순환하면서 블레이드의 작동 온도를 안정한 수준으로 유지시키면서 이루어진다. 최소량의 냉각수로 필요한 냉각율을 얻을 수 있는 효과적인 냉각 시스템을 개발하기 위해서 설계자는 냉각 유로 내부의 유동 및 열거동 특성을 명확하게 이해할 필요가 있다. 터빈 블레이드의 냉각수 유로로 사용되는 U자형 곡관은 주유동 방향에 수직한 축을 중심으로 일정한 각속도로 회전하는 직관과 이에 연결된 곡관으로 구성된다. 먼저 직관부의 경우, 회전에 의한 코리올리력의 영향으로 관 내부에서는 정지한 곡관 유동에서 볼 수 있는 것과 유사한 형태의 2차 유동이 형성된다. Speziale[1] 및 Kheshgi와 Scriven[2]은 회전각속도 증가시 반경 방향 압력 구배와 코리올리력 사이의 불균형으로 인해 발생한 '유동 불안정성'(flow instabilities)의 영향으로 기존의 대칭적인 형태의 와류 이외에 압력면 부근에서 부가적인 비대칭 형태의 와류가 발생하는 것을 밝혔다. 다음으로 곡관부에서는 곡률에 의한 원심력 작용 및 곡관 회전시 발생하는 코리올리력의 영향으로 주유동 방향에 수직한 2차 유동이 발생하게 된다. 이와 관련된 연구의 대부분이 완전 발달 유동에 대해서 수행되었는데, Piesche 와 Felsch[3]는 실험을 통해서 정지한 직관 유동과 비교시 상당한 압력 감소가 회전하는 곡관에서 발생하는 것을 발견하였다. Selmi 등[4]은 회전하는 곡관 내부에서 일어나는 유동의 bifurcation 구조를 수치적으로 조사하였다.

가스 터빈 내부의 효과적인 냉각 시스템 설계를 위해 U자형 곡관 내부의 유동 발달 및 열전달 특성에 관한 지속적인 연구가 수행되어 왔는데, 이들 중에 수치적 방법으로 접근한 기존 연구들[5-8] 대부분은 유동의 물리적인 특성을 파악하기 보다는 정확한 곡관 내부 유동을 예측하기 위한 난류 모델 개발에 치중하고 있는 실정이다. 한편 저자는 실험 측정상의 어려움으로 상대적으로 이해가 부족했던 회전하는 직관 내부의 유동 발달 특성을 정지한 곡관 유동으로부터 유추하기 위해서 수직축을 중심으로 회전하는 정사각 단면 직관과 정지한 곡관 내부 유동 사이의 정량적인 유사성 성립에 관한 선행 연구[9~11]를 통해서 적절한 무차원 변수 도입 및 수치 기법의 정확성을 확인하였으며, 이를 토대로 본 연구에서는 회전 방향의 변화에 따른 정사각 단면 U자형 곡관 내부의 층류 유동의 발달 특성을 명확히 규명하고자 한다.

2. 지배방정식 및 수치해법

2.1 지배방정식

곡관의 곡률 중심에 평행한 Y축을 일정한 각속도로 회전하는 정사각 단면 U자형 곡관 내부의 유동을 해석하기 위해 사용된 계산 모델의 개략도 및 좌표계를 Fig. 1에 표시하였다. 계산 모델은 2개의 직관부와 곡률비 $\lambda=20$인 180° 곡관부로 구성되어 있으며, 비압축성, 층류 유동인 경우에 각 부분에서 연속방정식 및 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

2.1.1 직관 부분

주유동에 수직한 축을 중심으로 회전하는 정사각 단면 직관 유동에 대한 무차원화된 지배 방정식의 유도는 저자의 선행 연구[11]에서 자세히 설명되어 있으므로 여기서는 결과식만을 제시하기로 한다.

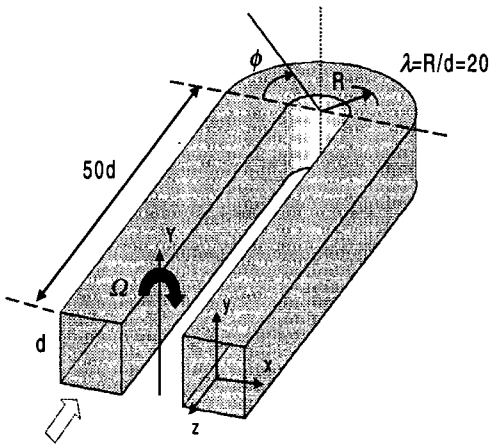


Fig. 1 Coordinate system for flow analysis in a rotating square-sectioned U-bend

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}}+\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}}+\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}}+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}}+\tilde{w}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}}=-\frac{\partial \tilde{\hat{p}}^*}{\partial \tilde{x}}+\frac{1}{K_{LR}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2}\right]+2\tilde{w} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}}+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}}+\tilde{w}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}}=-\frac{\partial \tilde{\hat{p}}^*}{\partial \tilde{y}}+\frac{1}{K_{LR}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2}\right] \tag{3}$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{t}}+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{y}}+\tilde{w}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}}=-\frac{\partial \tilde{\bar{p}}^*}{\partial \tilde{z}}+\frac{1}{K_{LR}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^2}\right]-\frac{2}{Ro}\tilde{u} \tag{4}$$

여기서 p^*은 수정된 압력을 나타내며,

$$\begin{aligned} p^*(x,y,z) &= p-\frac{1}{2}\rho\Omega^2(x^2+z^2) \\ &= \bar{p}^*(z)+\hat{p}^*(x,y) \end{aligned} \tag{5}$$

로 주어진다. 또한 $Ro=w_m/\Omega d$는 코리올리력에 대한 관성력의 비를, $K_{LR}=Re/\sqrt{Ro}$은 회전하는 직관 내부의 2차 유동의 대표 속도 크기 $U_{SR}=w_m/\sqrt{Ro}$에 기초한 Re를 나타낸다. 이와 같이 주유동 방향에 수직한 축을 중심으로 회전하는 직관 내부의 유동은 특성 무차원 변수 Ro와 K_{LR}에 의해서 나타낼 수 있다.

2.1.2 곡관 부분

반경 방향, 높이 방향 및 곡관 중심축 방향을 각각 나타내는 좌표계 $(x, y, z=R\phi)$를 사용해서 곡률 반경이 R인 회전하는 곡관부에서의 지배 방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{R}{R+x}\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{u}{R+x}=0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{R}{R+x}w\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{w^2}{R+x}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \hat{p}^*}{\partial x}+\nu\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{1}{R+x}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{u}{(R+x)^2}\right]+2\Omega w \tag{7}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{R}{R+x}w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \hat{p}^*}{\partial y}+\nu\left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{1}{R+x}\frac{\partial v}{\partial x}\right] \tag{8}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{R}{R+x}w\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{uw}{R+x}=-\frac{R}{R+x}\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial z}-2\Omega u+\nu\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{1}{R+x}\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{w}{(R+x)^2}\right] \tag{9}$$

식 (7)에서 관성력항과 원심력항을 포함하는 곡관 내부의 2차 유동의 대표 속도 크기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.[9]

$$U_{SC}=w_m\sqrt{d/R}=w_m/\sqrt{\lambda} \tag{10}$$

2차 유동 속도성분 u, v와 단면내의 압력 $\hat{p}^*$은 U_{SC}에 의해서, 축방향 속도성분 w와 단면 평균 압력 $\bar{p}^*$은 평균 속도 w_m에 의해서 무차원화된다. 무차원화된 변수는 다음과 같다.

$$\tilde{u}=\frac{u}{w_m}\sqrt{\lambda} \quad \tilde{v}=\frac{v}{w_m}\sqrt{\lambda} \quad \tilde{w}=\frac{w}{w_m}$$
$$\tilde{\hat{p}}^*=\frac{\hat{p}^*}{\rho w_m^2}\lambda \quad \tilde{\bar{p}}^*=\frac{\bar{p}^*}{\rho w_m^2} \quad \tilde{t}=\frac{w_m}{d\sqrt{\lambda}}t$$
$$\tilde{x}=\frac{x}{d} \quad \tilde{y}=\frac{y}{d} \quad \tilde{z}=\frac{z}{d\sqrt{\lambda}} \tag{11}$$

식 (11)의 무차원 변수들에 기초해서 지배방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}}+\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}}+\frac{\lambda}{\lambda+\tilde{x}}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}}+\frac{\tilde{u}}{\lambda+\tilde{x}}=0 \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}}&+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}}+\frac{\lambda}{\lambda+\tilde{x}}\tilde{w}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}}-\frac{\lambda}{\lambda+\tilde{x}}\tilde{w}^2\\&=-\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{x}}+\frac{1}{K_{LC}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2}+\frac{1}{\lambda+\tilde{x}}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}}-\frac{\tilde{u}}{(\lambda+\tilde{x})^2}\right]+2F\tilde{w}\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}}&+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}}+\frac{\lambda}{\lambda+\tilde{x}}\tilde{w}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}}=-\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{y}}\\&+\frac{1}{K_{LC}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2}+\frac{1}{\lambda+\tilde{x}}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}}\right]\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{t}}&+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{y}}+\frac{\lambda}{\lambda+\tilde{x}}\tilde{w}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}}+\frac{\tilde{u}\tilde{w}}{\lambda+\tilde{x}}\\&=-\frac{\lambda}{\lambda+\tilde{x}}\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{z}}-\frac{2}{Ro}\tilde{u}+\frac{1}{K_{LC}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2}\right.\\&\left.+\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^2}+\frac{1}{\lambda+\tilde{x}}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}}-\frac{\tilde{w}}{(\lambda+\tilde{x})^2}\right]\end{aligned} \tag{15}$$

여기서 $K_{LC}=Re/\sqrt{\lambda}$는 곡관 유동에서 중요한 변수중의 하나인 Dean수를 나타내며, 정지한 직관 유동에서 Re와 동일한 역할을 한다. 곡률비 $\lambda=R/d$는 원심력에 대한 관성력의 비를 나타낸다. 또한 $F=\lambda/Ro$는 원심력에 대한 코리올리력의 비를 나타낸다. 저자는 선행 연구[9~11]를 통해서 Ro, $\lambda>8$인 경우에 K_{LR}과 K_{LC}는 각각 회전하는 직관과 정지한 곡관 유동에서 유일한 지배변수가 되며, 유동 특성들은 이들 무차원 변수들에 대해 '점근적인 불변특성'(Asymptotic invariance property)을 나타내는 것을 밝힌 바 있으며, 이러한 사실은 Ito[12] 및 Austin과 Seader[13]의 연구 결과에 의해서도 이미 입증된 바 있다. 또한 $K_{LC}=K_{LR}/\sqrt{\lambda/|Ro|}$의 관계가 성립되므로, 회전하는 곡관 내부의 유동 특성을 나타내는 지배 방정식은 무차원 변수 K_{LC}와 체적력비 F에 의해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}}+\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}}+\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}}=0 \tag{16}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}}&+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}}+\tilde{w}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}}-\tilde{w}^2\\&=-\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{x}}+2F\tilde{w}+\frac{1}{K_{LC}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2}\right]\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}}&+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}}+\tilde{w}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}}\\&=-\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{y}}+\frac{1}{K_{LC}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2}\right]\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{t}}&+\tilde{u}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}}+\tilde{v}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{y}}+w\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}}\\&=-\frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{z}}+\frac{1}{K_{LC}}\left[\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2}+\frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{y}^2}\right]\end{aligned} \tag{19}$$

한편, '점근적인 불변특성'에 기초해서 앞서 직관부에 대한 운동방정식 (4)에서 Ro를 포함한 항은 무시할 수 있다.

2.2 격자계와 경계 조건

대칭적 형태의 유동 구조를 고려하여 관 단면의 절반 부분만을 계산 영역으로 정하였으며, 축방향, 반경 방향 및 높이 방향으로 각각 159×35×18개의 격자를 사용하였다. 벽 근처에서는 경계층의 영향으로 주유동과 2차 유동의 급격한 구배가 존재하므로 격자의 간격을 조밀하게 배열하였다. 본 연구에서 사용된 격자수 및 격자 배열은 선행 연구[9~11]에서 계산된 평균 마찰계수를 실험값과 비교한 후 최적화된 것이다. 계산에 적용된 경계조건은 다음과 같다.

- 입구 조건 ; 완전 발달 유동
- 출구 조건 ; 2차 정확도를 가진 외삽법
- 점착 조건 ;

$$u=v=w=0 \quad at\ wall \tag{20}$$

- 대칭 조건 ;

$$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial w}{\partial y}=v=0 \quad at \quad y=0 \tag{21}$$

2.3 수치해법

Fractional-step 방법을 사용해서 회전하는 U자형 곡관 내부의 층류 유동을 해석하였다. 먼저 운동 방정식에서 ADI 방법을 이용하여 가상 시간(pseudo-time)을 진행하면서 속도장을 구하고, 다음 시간 단계에서 연속방정식이 만족되도록 ADI 방법을 이용해서 압력에 대한 Poisson 방정식을 계산하였다. 대류항 차분시 계산의 안정성

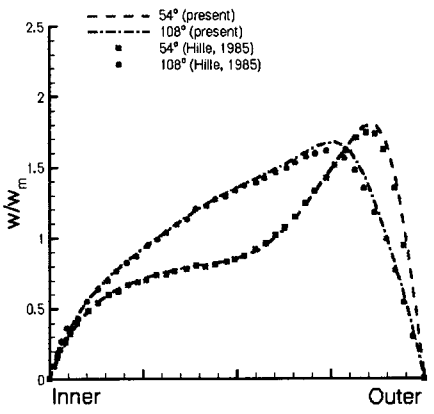


Fig. 2 Axial velocity profiles along the horizontal centerline of the stationary U-bend for $\lambda=$ 6.45 and $K_{LC}=226$

을 위해 사용되었던 1차의 정확도를 가지는 풍상 차분법은 격자 간격에 비례해서 계산 오차를 발생하게 되어서 조밀한 격자의 사용이 불가피하며, 이로 인해 과다한 기억 장소를 요구하게 된다. 본 연구에서는 2차 상류 차분법을 이용하여 대류항을 차분화함으로써 계산 시간 절감 및 해의 정확성 향상을 도모하는 동시에 운동 방정식에서 인위적인 소산(artificial dissipation)의 필요성을 제거하였다. 한편 점성항과 압력항은 2차 중앙차분법을 이용해서 차분화하였다. 수렴 가속화 기법의 하나인 국부시간단계(local time step) 방법을 사용해서 수렴성 향상을 도모하였다. 비엇갈림 격자계의 사용을 통하여 경계조건의 부가를 용이하게 하였고, 각각의 변수값 저장시 발생하는 부가적인 기억장소의 필요를 감소시켰다.

2.4 코드 정확성 검증

회전 및 곡률의 영향이 고려된 정사각 단면 관 유동에 대해서 본 해석 코드의 정확성은 이미 입증된 바 있으며,[9~11] 본 연구에서 계산 모델로 선정된 U자형 곡관에 대해서도 정확한 결과를 얻을 수 있는지 확인하기 위해서 Hille 등[14]의 실험 결과와 비교하였다. 실험에 사용된 U자형 곡관은 λ=6.45이고, $K_{LC}=226$에서 측정이 수행되었다. Fig. 2는 곡관부의 대칭면에서 축방향 속도의 수평 방향 분포를 나타내며, 실험 결과와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

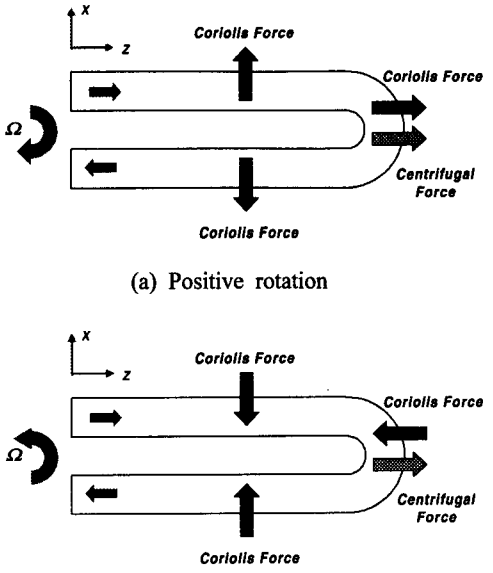


Fig. 3 Representation of the primary force components related with the secondary flows in a rotating U-bend with the direction of rotation

3. 결 과

3.1 일반적인 유동 형태

Fig. 3은 회전하는 U자형 곡관 내부에서 2차 유동 발생과 관련된 주요한 힘 성분들이 회전 방향의 변화에 따라 어떻게 작용하는지를 보여준다. 정회전(positive rotation)인 경우, 곡관 부분에서 축방향 유동의 방향이 회전 방향과 동일하게 되며, 코리올리력과 원심력은 모두 바깥쪽벽으로 작용한다. 반면에, 역회전(negative rotation)인 경우는 곡관의 회전 방향이 주유동의 방향과 반대가 되면서 코리올리력과 원심력은 서로 반대 방향으로 작용한다.

한편 정지한 곡관의 경우, K_{LC}값이 임계값 이상으로 커지면 반경 방향 압력 구배와 원심력 사이의 불균형으로 인해 곡관의 바깥쪽벽에서 부가적인 와류가 발생하게 되는데, 이러한 '유동 불안정성'은 회전하는 직관의 경우에서도 압력 구배와 코리올리력 사이의 균형이 깨어지면서 유사한 형태로 발생하게 된다. 저자는 회전하는 직관 및 정지한 곡관 내부의 완전 발달된 층류 유동에서

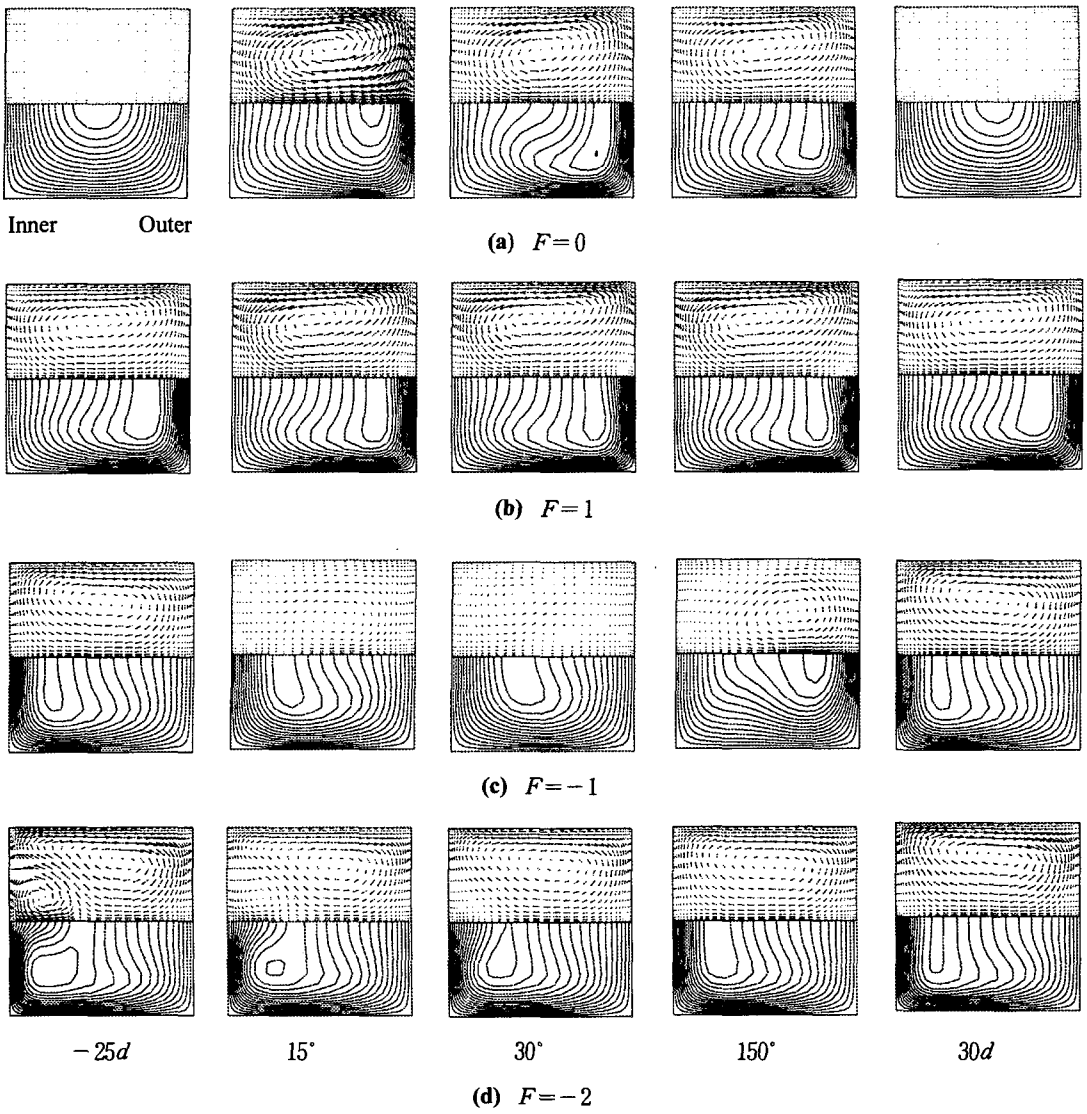


Fig. 4 Secondary velocity vectors (upper) and axial velocity contours (lower) for $\lambda=20$ and $K_{LC}=120$

이러한 '유동 불안정성'이 발생하는 임계값을 계산한 결과 Ro, $\lambda>8$ 인 범위에서 회전하는 직관의 경우 $K_{LR_{cri}}\approx 154$, 정지한 곡관의 경우 $K_{LC_{cri}}\approx 136$임을 밝힌 바 있다.[9,10] 따라서, 이러한 유동 불안정성이 U자형 곡관 내부 유동에 미치는 영향을 파악하기 위해 본 연구에서는 곡률비 $\lambda=20$인 경우에 $K_{LC}=120$과 $K_{LC}=250$에 대해서 계산을 수행하였다.

3.1.1 $K_{LC}=120$인 경우

Fig. 4는 U자형 곡관 각 단면에서의 무차원화된 축방향 속도 (w/w_m) 및 2차 유동 속도 벡터를 나타낸다. 여기서 $-25d$와 $30d$는 각각 곡관부의 유입구와 유출구를 기준으로 측정된 거리에 위치한 단면을 표시한다. 먼저 정지한 경우, 곡률에 의한 원심력의 작용으로 곡관 중심의 유속이 빠르고, 비점성 특성을 가지는 유동이 바깥쪽벽으로 이동한 후 유출 직관부 ($30d$)에서 완전 발

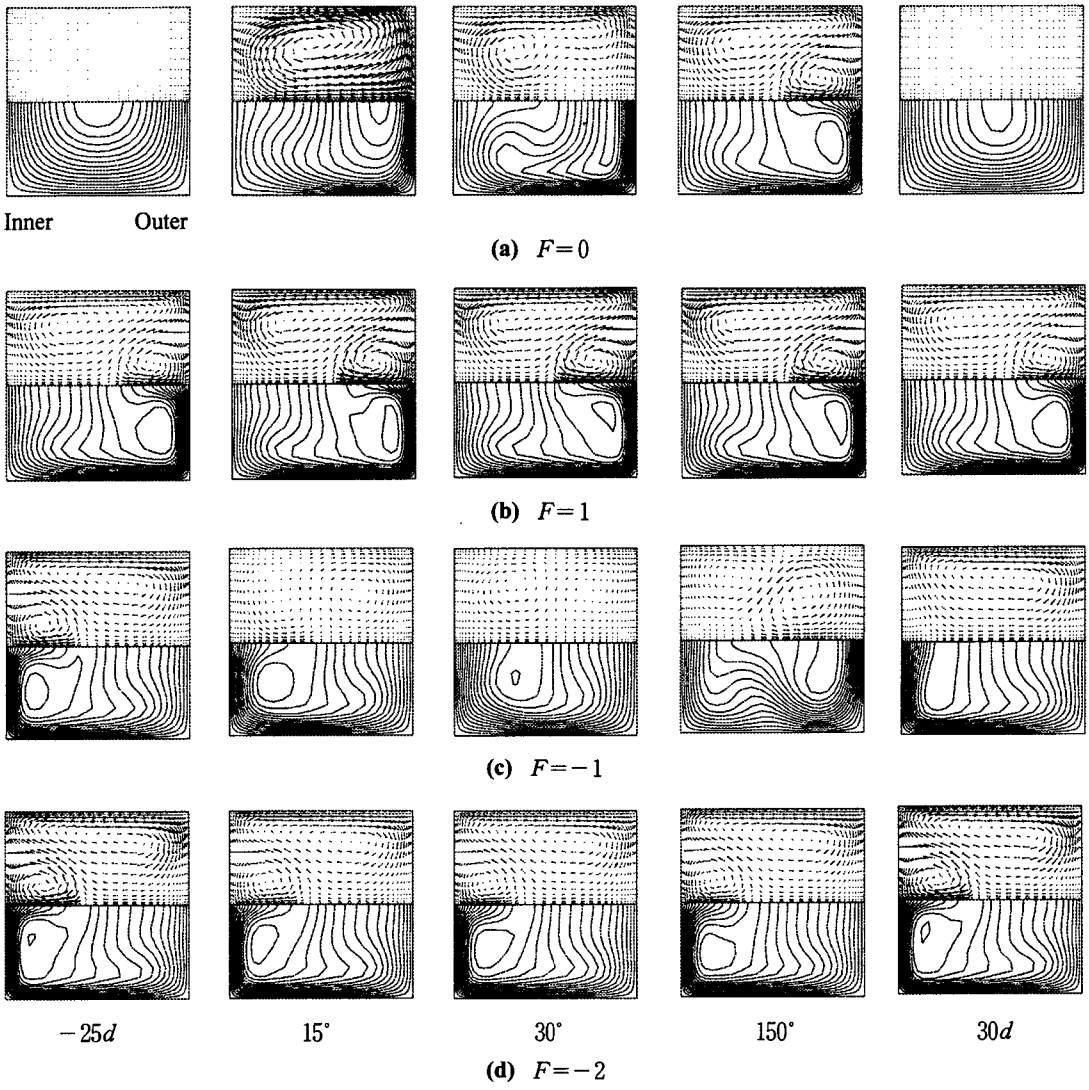


Fig. 5 Secondary velocity vectors (upper) and axial velocity contours (lower) for $\lambda=20$ and $K_{LC}=250$

달된 Poiseuille 유동 형태로 다시 회복되고 있는 것을 볼 수 있다 (Fig. 4(a)). 정회전하는 $F=1$인 경우에는, 유입 직관부 $(-25d)$에서 회전에 의한 코리올리력의 영향으로 유속이 빠른 유동이 직관의 바깥쪽벽으로 이동하면서 서로 상반된 방향으로 회전하는 2개의 와류가 발생하는 것을 볼 수 있으며, 이러한 2차 유동은 곡관부로 유입되면서 곡률에 의한 원심력의 작용이 더해지면서 더욱 강화된다. 한편, 유출 직관부에서는 강도는 약화되지만 이러한 2차 유동 형태가 그대로 유지된다 (Fig. 4(b)).

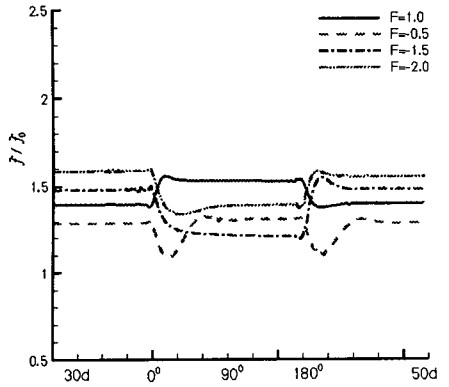
다음으로 역회전하는 $F=-1$인 경우를 살펴보면, 유입 직관부에서는 정회전하는 경우와 반대 방향으로 2차 유동이 형성되며, 곡관부에서는 코리올리력과 원심력이 서로 반대 방향으로 작용하므로 2차 유동은 방향이 바뀌면서 더욱 복잡한 형태를 띄게 되지만, 출구쪽으로 갈수록 유동이 점차 회복되는 것을 볼 수 있다(Fig. 4(c)). $F=-2$인 경우, 강화된 코리올리력의 영향으로 유입 직관부에서는 대칭면에 위치한 안쪽벽에서

부가적인 와류가 형성되며, 곡관부에서는 원심력의 영향이 상대적으로 약화되어 축방향 속도의 최대값은 안쪽벽 근처에 위치하게 되고, 부가적인 2차 유동은 사라지게 된다 (Fig. 4(d)).

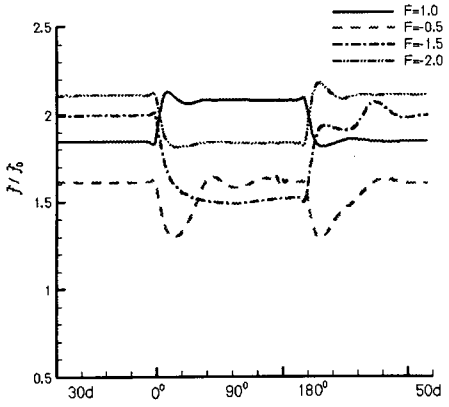
3.1.2 $K_{LC}=250$인 경우

Fig. 5는 앞서 Fig. 4에서 살펴본 동일한 단면 위치에서 무차원화된 축방향 속도 및 2차 유동 속도 벡터를 표시한다.

회전이 없는 $F=0$인 경우, '유동 불안정성' 발생으로 곡관의 바깥쪽벽에서 부가적인 와류가 형성되는 것을 볼 수 있다 (Fig. 5(a)). 정회전하는 $F=1$인 경우에는, 유입 직관부에서 이미 부가적인 2차 유동이 형성되고, 이와 유사한 형태의 유동이 U자형 곡관 전체에 걸쳐 나타나게 된다 (Fig. 5(b)). 반면에 역회전하는 $F=-1$인 경우에 유입 직관부의 대칭면 부근의 안쪽벽에서 부가적인 와류가 발생하게 되며, 곡관부에서는 앞서 $K_{LC}=120$인 경우에서 살펴본 바와 같이 서로 반대 방향으로 작용하는 코리올리력과 원심력으로 인해 2차 유동의 방향이 바뀌면서 상당히 복잡한 형태의 유동장이 형성되는 것을 볼 수 있다. 원심력의 영향으로 축방향 속도의 최대 부분이 바깥쪽벽으로 이동하게 되지만 반대 방향으로 작용하는 코리올리력의 영향으로 정지한 경우와 비교해서 느리게 진행하는 것을 볼 수 있다 (Fig. 5(c)). $F=-2$에서는 유입 직관부에서 들어오는 2차 유동의 형태가 정성적으로 유사하게 유지되는 것을 볼 수 있다. 다만, $K_{LC}=120$인 경우와 비교시 대칭면에서 부가적인 2차 유동이 곡관 내부 전체에 그대로 존재하는 것이 구별되는 점이다 (Fig. 5(d)).



(a) $K_{LC}=120$



(b) $K_{LC}=250$

Fig. 6 Variation of friction factor ratio

3.2 마찰 계수

관 유동해석에서 마찰계수를 정확히 구하는 것은 압력 손실 계산을 위해 꼭 필요한 작업이다. Fig. 6은 평균 마찰계수의 비를 나타내며, 여기서 f_0는 정지한 정사각 단면 직관 내부의 완전 발달된 유동에 대한 평균 마찰계수이다. 먼저 $K_{LC}=120$인 경우를 살펴보면, 정회전하는 $F=1$에서는 주유동 방향과 곡관의 회전방향이 동일하기 때문에 곡관부 입구 근처에서 벽전단 응력의 증가로 인해 마찰 계수가 증가한 후 일정한 값을 유지하다가 곡률에 의한 원심력의 영향이 사라지는 유출 직관부에서 다시 감소하는 것을 볼 수 있다. 주유동 방향과 U자형 곡관의 회전 방향이 상반되는 $F=-0.5$인 경우에는 곡관 입구에서 유동이 원심력에 의해서 바깥쪽벽으로 이동하는 것을 코리올리력이 제어하게 되어 벽전단 응력의 감소로 마찰 계수는 줄어들지만, 곡관 후반부로 진행하면서 원심력이 유동장에 더욱 크게 영향을 미치게 되어 결과적으로 마찰계수의 크기는 다시 회복되어 일정한 값을 유지하게 된다. $F=-1.5$ 및 $F=-2$인 경우에는 곡관부에서 코리올리력이 원심력에 비해서 우세하게 작용하므로 감소된 마찰계수는 일정한 값을 유지하다가 유출 직관부에서 증가하는 형태를 보여준다.

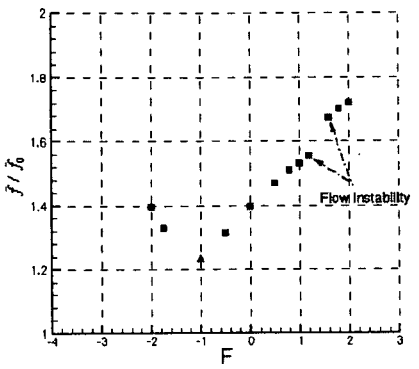
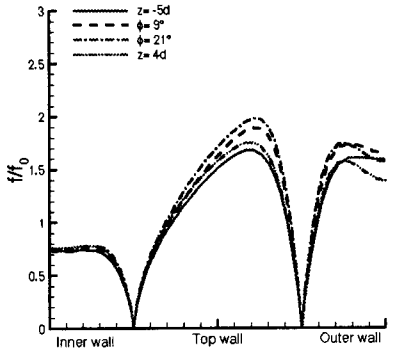


Fig. 7 Variation of friction factor ratio with F in the fully developed region for $\lambda=20$ and $K_{LC}=120$

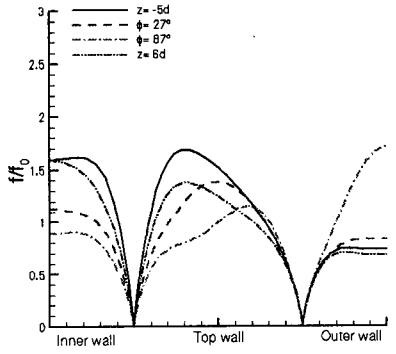
$K_{LC}=250$에서는 $K_{LC}=120$인 경우와 비교시 마찰 계수 크기 자체의 증가를 제외하고는 유사한 변화 형태를 볼 수 있다.

한가지 흥미로운 점은 곡관부에서 유동이 완전 발달한 경우, 마찰계수의 크기는 Fig. 7에 표시된 것처럼 코리올리력과 원심력이 동일한 크기를 가지면서 서로 반대 방향으로 작용하는 $F=-1$을 기준으로 대칭적인 형태를 나타낸다는 것이다. 이와 같은 사실은 회전하는 곡관 내부의 완전 발달된 유동에 대한 Piesche와 Felsch[3]의 실험에서도 입증된 바 있다. 한편, $F\approx1.4$ 부근에서 마찰계수의 불연속적인 증가는 '유동 불안정성'에 의한 부가적인 와류 발생에서 기인된다.

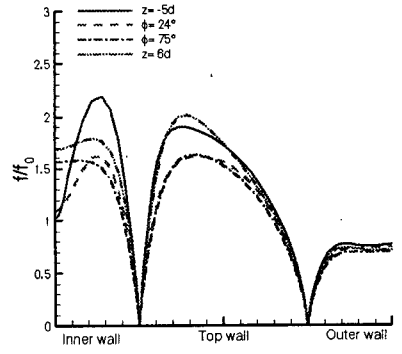
마찰계수의 변화 형태를 보다 자세히 알아보기 위해서 벽에서의 국부적인 마찰계수의 분포를 Fig. 8 및 9에서 표시하였다. 먼저 $K_{LC}=120$인 경우를 살펴보면, 정회전하는 $F=1$에서는 곡관부로 유입된 유동은 원심력의 영향이 더해지면서 상부벽 및 바깥쪽벽에서 마찰 계수가 다소 증가하지만 형태는 일정하게 유지된다. 역회전하는 $F=-1$에서는 곡관부에서 유동이 진행하면서 마찰계수의 크기가 안쪽벽에서는 감소하는 반면에 바깥쪽벽에서는 증가하게 된다. 또한 상부벽에서는 마찰계수의 최대값이 바깥쪽벽쪽으로 이동하는 것을 볼 수 있다. $F=-2$에서는 '유동 불안정성'에 의한 부가적인 와류 발생의 영향으로 유입 직관부의 대칭면에 위치한 안쪽벽에서 마찰계수의 값이 상대적으로 작은 크기를 나타내



(a) $F=1$



(b) $F=-1$

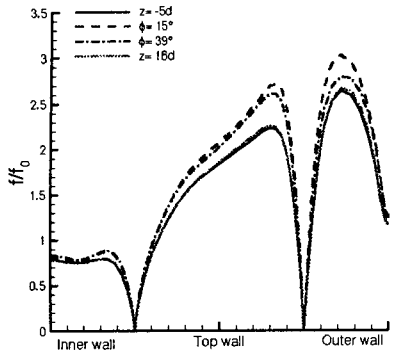


(c) $F=-2$

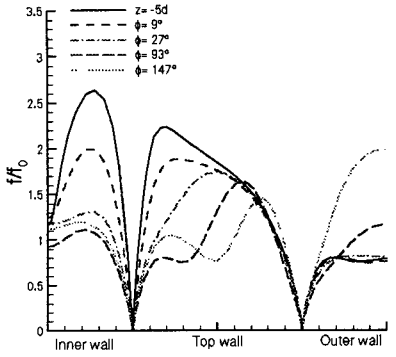
Fig. 8 Distribution of the local normalized friction factor for $K_{LC}=120$

다가 곡관으로 유동이 진행하면서 '유동 불안정성'이 사라지게 되어 마찰 계수의 크기는 점차적으로 증가하는 모습을 나타낸다.

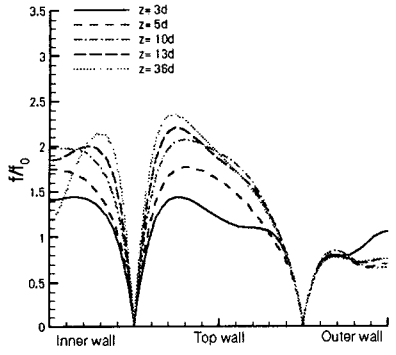
다음으로 $K_{LC}=250$인 경우를 살펴보면, 먼저



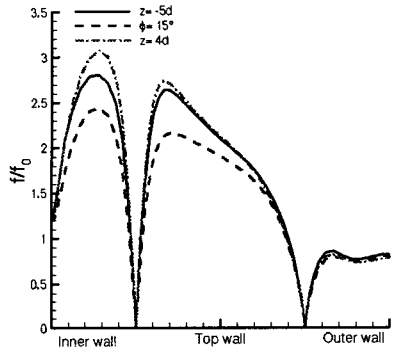
(a) $F=1$



(b) $F=-1$



(c) $F=-1$ (continued)



(d) $F=-2$

Fig. 9 Distribution of the local normalized friction factor for $K_{LC}=250$

정회전하는 $F=1$에서는 앞서 살펴본 $K_{LC}=120$와 비교시 대칭면에 위치한 바깥쪽벽에서 '유동 불안정성'에 의한 마찰 계수의 국부적인 감소 및 마찰 계수의 최대값이 상부벽이 아닌 바깥쪽벽에 위치하는 것이 구별되는 점이다. 역회전하는 $F=-1$에서는 곡관부 상부벽에서 마찰계수의 최대값이 원심력의 작용으로 바깥쪽벽으로 이동하다가 유동이 직관으로 진행하면서 코리올리력이 우세하게 작용하면서 다시 안쪽벽으로 이동하는 것을 볼 수 있다. $F=-2$의 경우, U자형 곡관 전체에 걸쳐서 대칭면에 위치한 안쪽벽에서 마찰계수의 값이 상대적으로 작은 크기를 유지하는 것을 볼 수 있는데, 이를 통해서 '유동 불안정성'에 의한 부가적인 와류가 $K_{LC}=120$인 경우와는 달리 사라지지 않고 계속 존재한다는 사실을 뒷받침 해준다.

4. 결 론

회전하는 정사각 단면 U자형 곡관 내부의 층류 유동의 발달 특성을 파악하기 위해 물리적으로 타당한 상사변수와 고차의 정확도를 가진 수치 해법을 이용하여 계산한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) Ro와 λ가 충분히 큰 값을 가지는 경우 ($Ro,\ \lambda>8$), 회전하는 U자형 곡관 내부의 유동 특성은 Dean수 K_{LC} 및 체적력 비 F에 의해서 표현이 가능하였다.

(2) 회전 방향이 축방향 유동과 동일한 경우(정회전), 유동 형태는 정지한 곡관 유동에서 볼 수 있는 것과 정성적으로 동일한 형태를 유지한 반면 회전 방향이 축방향 유동과 반대 방향인 경우

(역회전), 유동장은 곡관부에 작용하는 코리올리력 및 원심력의 상대적인 크기비를 나타내는 $|F|$의 크기에 따라 다른 형태를 나타내었다.

(3) 동일한 크기의 코리올리력과 원심력이 서로 반대방향으로 작용하는 $F\approx -1$에서는 2차 유동의 방향이 바뀌면서 상당히 복잡한 유동장 형태를 나타내었다. 또한 곡관부의 완전 발달된 유동 영역에서 평균마찰계수는 $F\approx -1$을 기준으로 대칭적인 형태를 나타내었다 .

후 기

본 연구는 BK21 지원 사업의 일부로 수행되었으며, 日韓産業技術協力財團 및 과학재단이 지원하는 "理工係靑少年交流事業"의 일환으로 日本航空宇宙硏究所 방문시 많은 기술적 조언을 해주신 Dr. Ishigaki께 감사의 말씀을 드립니다.

참고문헌

(1) Speziale, C. G., 1983, "Numerical Study of Viscous Flow in Rotating Rectangular Ducts," *J. Fluid Mech.*, Vol. 122, pp. 251~271.

(2) Kheshgi, H. S. and Scriven, L. E., 1985, Viscous Flow through a Rotating Square Channel," *Phys. Fluids*, Vol. 28, pp. 2968~2979.

(3) Piesche, M. and Felsch, K. O., 1980, "Experimental Investigation of Pressure Loss in Rotating Curved Rectangular Channels," *Arch. Mech.*, Vol. 32, pp. 747~756.

(4) Semi, M., Nandakumar, K. and Finlay, W. H., 1994, "A Bifurcation Study of Viscous Flow through a Rotating Curved Duct," *J. Fluid Mech.*, Vol. 262, pp. 353~375.

(5) Choi, Y. D., Iacovides, H. and Launder, B. E., 1989, "Numerical Computation of Turbulent Flow in a Square-Sectioned 180 Deg Bend," *J. Fluids Eng.*, Vol. 111, pp. 59~68.

(6) Iacovides, H., Launder, B. E. and Li, H-Y., 1996, "Second-Moment Computations of Flow and Heat Transfer through U-Bends of Moderate Curvature," *Eng. Turbulence Modelling & Experiments*, Vol. 3, pp. 19~27.

(7) Stephens, M. A. and Shih, T. I-P., 1999, "Flow and Heat Transfer in a Smooth U-Duct with and without Rotation," *J. Prop. & Power*, Vol. 15, pp. 272~279.

(8) Song, B. and Amano, R. S., 2000, "Application of Non-Linear k-ω model to the Turbulent Flow inside a Sharp U-Bend," *ASME 2000-GT-225.*

(9) 이공희, 백제현, 2000, "수직축을 중심으로 회전하는 직관과 정지한 곡관내에서의 층류 유동의 유사성 비교," 대한기계학회논문집(B), 제24권 12호, pp. 1683~1691.

(10) Lee, G. H. and Baek, J. H., 2001, "Similarity Comparison of Laminar Flows between in Orthogonally Rotating Square Duct and Stationary Curved Square Duct," to be issued on *Int. J. Rotating Machinery.*

(11) 이공희, 백제현, 2001, ""수직축을 중심으로 회전하는 직관과 정지한 곡관 내부의 발달하는 층류 유동의 유사성에 관한 수치적 연구,"" 한국 전산유체공학회지, 제6권 제1호, pp. 21~30.

(12) Ito, H., 1959, "Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes," *J. Basic Eng.*, Vol. 81, pp. 123~134.

(13) Austin, L. R. and Seader, J. D., 1973, "Fully Developed Viscous Flow in Coiled Circular Pipes ," *AIChE J.*, Vol. 19, pp. 85~94.

(14) Hille, P., Vehrenkamp, R. and Schulz-Dubois, E. O., 1985, "The Development and Structure of Primary and Secondary Flow in a Curved Square Duct," *J. Fluid Mech.*, Vol. 151, pp. 219~241.