

경계부 형상이 타원형인 복층 래티스 돔의 좌굴 특성에 관한 연구

A Study on the Buckling Characteristics of Double-Layer Latticed Domes whose Boundary Configuration are Elliptical

서 영 일* 권 익 노** 권 택 진***
Seo, Young-III Kwun, Ik-No Kwun, Taek-Jin

Abstract

The purpose of this paper is to study the buckling characteristics of elliptical latticed domes under conservative loading conditions. The latticed domes are usually designed in geometrically spherical shape. For this type of latticed domes, many researchers have researched and even the simplified estimation codes for the buckling load level have been available. However, geometrically elliptical latticed domes have been often constructed, and show different buckling characteristics following with geometrical parameters as rise-to-span ratio and so on. Therefore, it is necessary to investigate the general tendency of buckling characteristics of the elliptical latticed domes.

In this paper, to find out some buckling characteristics of elliptical latticed domes, height, boundary configuration and gap are used as the shape coefficients. For each model with different parameters, the eigen values and the buckling loads are evaluated.

keywords : Elliptical latticed domes, Boundary configuration, Buckling characteristics

1. 서 론

대공간 구조물은 전국 여러 곳에서 지어지고 있는 월드컵 경기장을 계기로 관심이 더욱 더 증대되고 있는 실정이며, 앞으로도 구조물의 경량화라는 우수성 때문에 많은 분야에 이용될 것이라고 본다.¹⁾ 그러다 보면 정방형으로 구성되는 구형 돔 뿐만 아니라 장방형 평면을 가지는 타원형 돔과 같은 비축대칭 구조물도 필요하게 된다. 지금까지는 많은 연구자들이 경계형상이 정형화된 구형 돔에 관해서는 연구해왔으나 타원형 돔에 관한 불안정 거동에 관해서는 연구결과가 거의 없다. 따라서 타원형의 돔에 관한 여러 가지 조건하에서의 타원형 래티스 돔의

불안정 거동을 파악하는 것이 필요하다고 사료되며, 좌굴하중의 변화를 파악하여 경계형상에 따른 타원형 래티스 돔의 거동을 어느 정도 미리 파악할 필요가 있다. 이러한 불안정 거동에 관한 문제는 유한요소 강성방정식의 탄젠트강성 매트릭스의 행렬값 및 고유치 해석을 수행하여 파악될 수 있다.^{2,3,7)}

본 논문에서는, 불안정 거동파악을 위해 타원형 래티스 돔을 다음과 같은 방법으로 나타내고 있다. 먼저 구형 래티스 돔을 높이에 따라 모델 A, B, C로 구분하고, 개구부 직경(Gap)의 변화와 평면형상을 결정하는 계수 α 를 이 모델들에 대해 각각 다르게 적용해서 타원형 래티스 돔을 생성한다. 이러한 돔들의 해석 결과를 바탕으로 타원형 래티스 돔의 불안정 거동이 구형 래티스 돔에 비해 좌굴하중이 어떻게 달라지는지를 파악하려고 한다. 즉, 타원형 래티스 돔의 형상변화에 따른 불안정 거동의 일반적

* 정회원 · 성균관대 석사과정

** 정회원 · 성균관대 건축학과, 공학박사

*** 정회원 · 성균관대 건축학과 교수, 공학박사

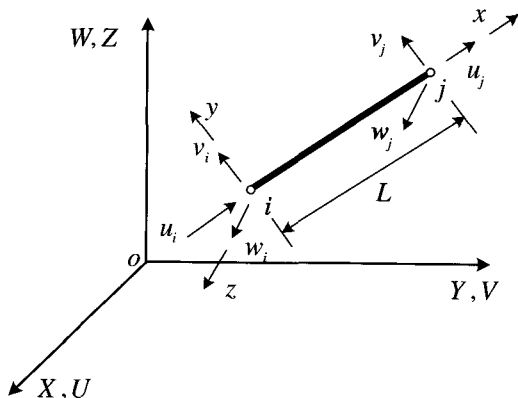
경향을 어느 정도 미리 파악해 두어 구조 설계에 반영되는 것을 연구의 목적으로 한다.

그리고, 본 논문에서는 비선형 이론을 전개하기 위해 다음과 같은 기본 가정을 한다.

1. 재료는 탄성영역에서만 해당되고 등질·등방성이다.
2. 하중은 절점에만 작용하는 것으로 가정하고 보 존재 하중만을 받는 것으로 한다.
3. 모든 절점은 편접합이다.

2. 기하학적 비선형

선형 탄성해석은 하중전달능력에 대한 평가만을 수행하므로 식(1)과 같이 변형도변위 관계식에서 2차항을 고려한 비선형 이론을 도입하여야 한다.



〈그림 1〉 트러스 요소의 좌표계

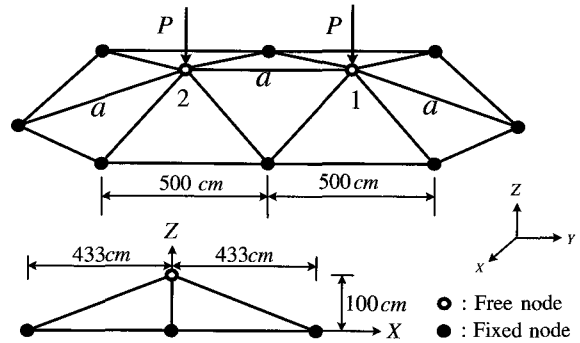
$$\epsilon = u_{,x} + \frac{1}{2} \{ (u_{,x})^2 + (v_{,x})^2 + (w_{,x})^2 \} \quad (1)$$

여기서, u, v, w 는 각각 국부좌표계 x, y, z 방향의 변위를 나타낸다. 축방향의 변형이 미소하다는 가정에 의해 $1/2(u_{,x})^2$ 항을 무시할 수 있고, 이 변형률-변위 관계식을 에너지법에 적용한다.

기하학적 비선형을 이용한 유한요소해석법의 일반적인 기법은 먼저 에너지 원리에 의해 전체 포텐셜 에너지를 구하고, 다음은 평형방정식을 얻기 위해서 최소 포텐셜 에너지 원리를 이용한다. 그리고, 그 평형방정식에서 선형의 증분 평형방정식을 유도하는 것이다. 이 평형방정식의 해는 극한점 이후의

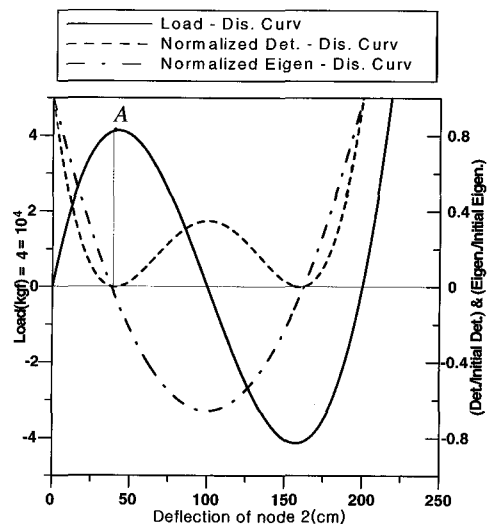
하중-변위 곡선 추적이 가능한 호장법을⁴⁶⁾ 이용하여 해석한다.

3. 불안정 거동



〈그림 2〉 스페이스 트러스 모델

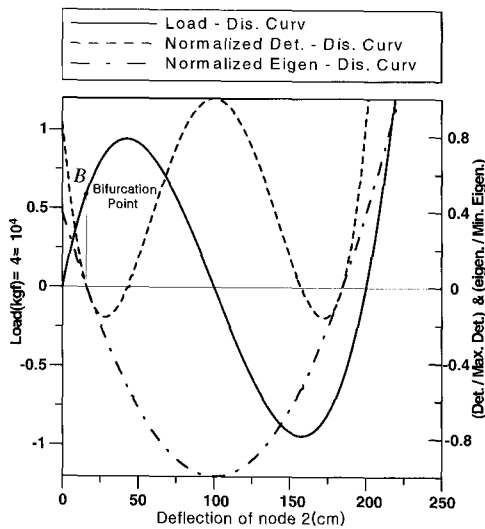
〈그림 2〉는 수치해석 검증 모델로써 불안정 거동을 설명하기 위하여, 구조물의 형상은 동일하지만 부재 단면을 각각 달리하는 2개의 모델로 구분한 것이다. 하중조건은 1, 2번 절점에 동일한 수직하중이 작용하고, 탄성계수 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 로써 같으며, 모델 A(뿔좌굴 모델)의 단면적은 전 부재가 11.2 cm^2 이고, 모델 B(분기좌굴 모델)의 단면적은 a 부재의 경우 단면적 11.2 cm^2 , 타 부재는 1.12 cm^2 이다.



〈그림 3〉 모델 A의 해석결과

〈그림 3〉은 모델 A의 해석결과로써, 실선은 절점 2의 하중-변위 곡선을 나타낸 것이다. 점선과 일점

쇄선은 각 증분의 일반화된 탄젠트 강성매트릭스의 행렬식과 일반화된 1차 고유치(최소고유치)를 각각 나타낸다. 각 증분의 일반화된 탄젠트 강성매트릭스의 행렬식과 1차 고유치의 곡선이 극한점 부근(A)에서 0의 값을 지나고 있으므로 모델 A는 하중변위 곡선의 극한값 부근에서 불안정 거동을 나타내며, 뒤틀좌굴 현상에 의한 불안정 거동을 함을 보여주고 있다. 따라서 극한하중이 좌굴하중이 된다.



〈그림 4〉 모델 B의 해석결과

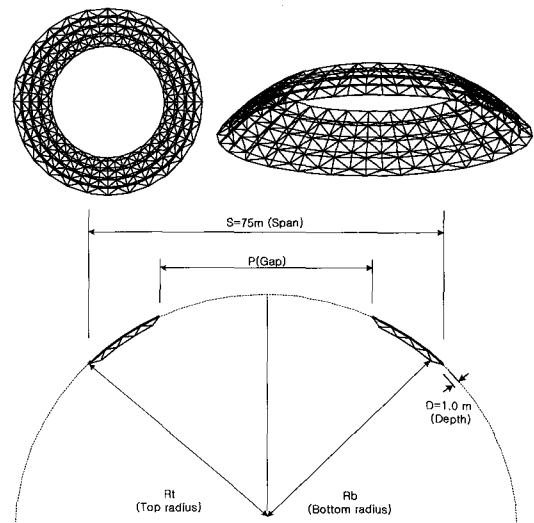
〈그림 4〉는 모델 B의 해석결과로써, 탄젠트 강성 매트릭스의 행렬식과 1차 고유치의 곡선이 극한점에 이르기 전에 0의 값을 가진다. 즉, 축강성의 차이로 인한 분기현상에 의해 불안정 거동을 함을 알 수 있다. 이 분기점(B)이 좌굴하중이 된다. 그리고 행렬식이 0이 되는 점은 각각 첫 번째 분기점, 첫 번째 극한점, 두 번째 극한점, 두 번째 분기점을 나타낸다. 위의 수치 해석결과는 참고문헌 7의 해석결과와 거의 일치함을 알 수 있다. 이 결과로써 본 논문에서 사용된 수치해석 프로그램은 정확성에 있어서 그 신뢰성이 입증되었으며 이후에 제시되는 다른 결과들의 타당성을 증명하기에 충분하다고 사료된다. 그리고 위의 결과에서 탄젠트 강성매트릭스의 행렬식은 모든 특이점에서 0이 되고, 1차 고유치는 첫 번째 특이점에서 0의 값을 가짐을 알 수 있다. 따라서, 모든 좌굴하중은 각 증분의 1차 고유치의 곡선에 의해 파악될 수 있으므로, 행렬식은 생략하고 본 연구에서는

1차 고유치의 곡선을 이용해 좌굴하중을 찾아낸다.

4. 수치해석

4.1 수치해석 모델

아래의 〈그림 5〉는 본 논문에서 채택된 구형 복층 래티스 돔 모델로써, 절점수 252, 부재수 896, 스패ن(Span) 75m, 폭(Depth) 1m 인 트러스 모델이다. 부재 단면적은 상·하현재 A=60cm², 경사부재 A=30cm²이고, 탄성계수 E=2.1×10⁶kgf/cm² 이다.



〈그림 5〉 구형 복층 래티스 돔

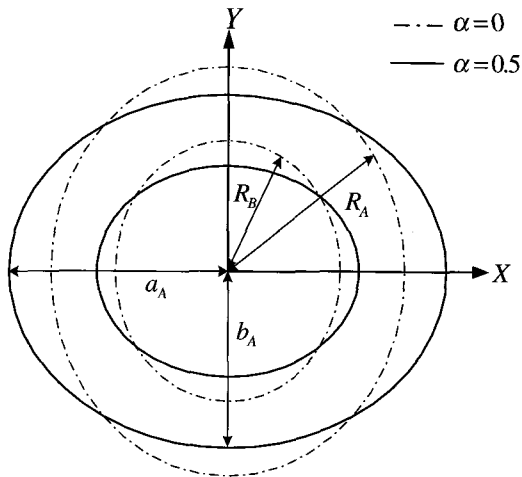
이 구형 래티스 돔을 형상계수 α 를 이용한 식(2)에 의해 타원형 래티스 돔의 평면 형상을 정의할 수 있다.⁸⁾

$$a_A = R_A + (R_A - R_B) \cdot \alpha \tag{2}$$

$$b_A = R_A \cdot \frac{R_A}{a_A}$$

여기서, a_A, b_A 는 각각 타원형 래티스 돔의 장축, 단축의 반경을 나타내고, R_A, R_B 는 각각 구형 래티스 돔의 외부반경, 내부반경을 나타낸다. 또한 식(2)는 형상계수에 따른 타원형 래티스 돔의 부재량을 일정하게 유지시켜 주는 조건식이다.

예로써, 〈그림 6〉은 식(2)의 형상계수 α 에 의한 래티스 돔의 형상변화를 보여주는 것이다.



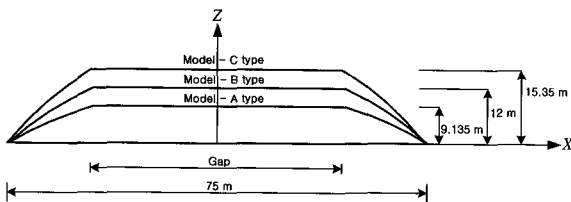
<그림 6> 형상계수 α 에 의한 래티스 돔의 형상변화

일점쇄선은 $\alpha=0$ 일 때의 구형 래티스 돔을 나타내는 것이며, 실선은 $\alpha=0.5$ 일 때의 타원형 래티스 돔을 나타낸다. 즉, α 가 작을수록 구형 래티스 돔에 가까워지고, α 가 클수록 장축과 단축 반경의 차이가 커지는 형상이 된다.

4.2 수치해석결과

수치해석은 구형 래티스 돔과 타원형 래티스 돔의 불안정 거동 변화 파악을 위해 다음과 같은 세 종류의 변수를 적용하였다.

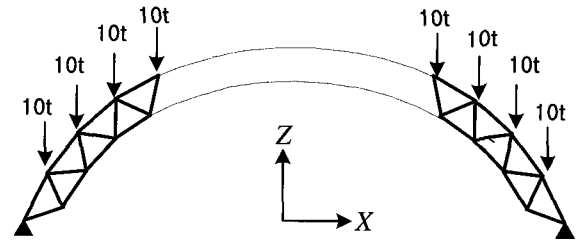
- 1) 구조물의 높이에 따른 불안정 거동변화 비교
- 2) 개구부의 직경(Gap)에 따른 불안정 거동변화 비교
- 3) 형상계수 α 에 따른 불안정 거동변화 비교



<그림 7> 높이와 Gap에 따른 래티스 돔의 구분

즉, <그림 7>에서 보여지는 것처럼 구조물의 높이에 따라 A, B, C type으로 구분하였고, 개구부의 직경(Gap)이 45m, 50m인 모델로 구분하였다. 그리고 이 모델들에 대해 각각 형상계수 α 의 값이 0.25, 0.5,

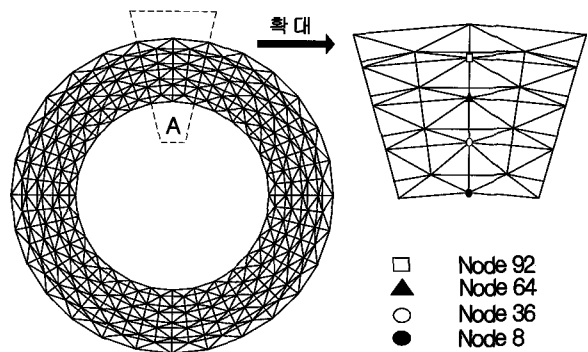
0.75일 때를 적용하여 해석하였다.



<그림 8> 하중조건 및 경계조건

하중조건은 <그림 8>에서 보여지는 것처럼 경계 지점을 제외한 모든 상현재의 절점에 하중 10t을 주어 해석하였고, 경계조건은 힌지이며, 모든 모델에 대해 하중조건과 경계조건은 동일하다.

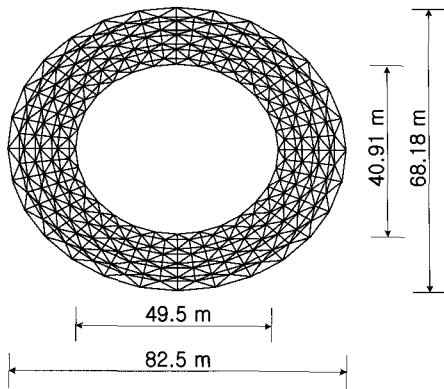
<그림 9>는 해석모델의 단축선상에 있는 A부분을 확대시킨 것으로써, 해석모델에서 동일한 높이를 가지는 절점들 중 최대 처짐이 발생하는 절점들을 나타낸 것이다. 구형 래티스 돔에서는 동일 높이에서 똑같은 처짐이 발생하지만 타원형 래티스 돔에서는 단축선상에 있는 절점들에서 최대 처짐이 발생하고, 장축선상에 있는 절점들에서 최소 처짐이 발생한다. 따라서, 최대처짐이 발생하는 절점8, 절점36, 절점64, 절점92에 대한 하중-변위 곡선을 이용하여 구조물의 불안정 거동을 파악하였다.



<그림 9> A부분의 확대 및 절점번호

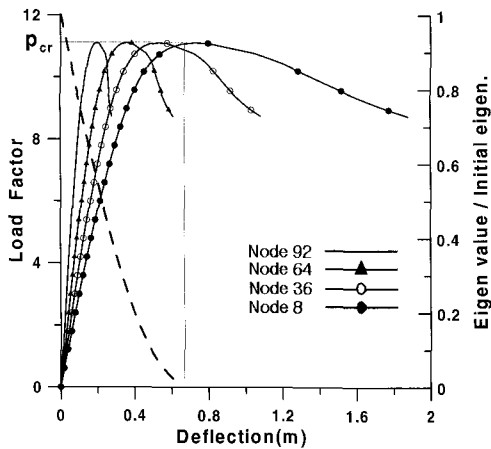
(1) 구형 돔의 개구부 직경이 45m인 경우

<그림 10>은 $\alpha = 0.25$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상이다.



〈그림 10〉 $\alpha=0.25$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상

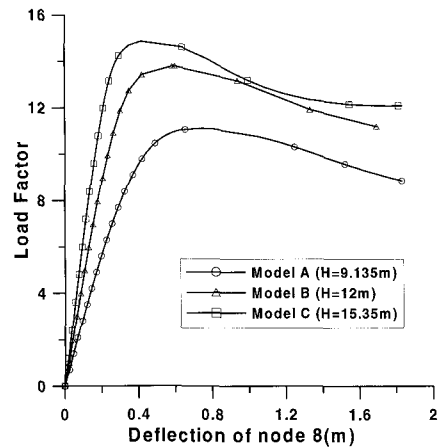
〈그림 11〉은 $\alpha=0.25$ 일 때의 모델 A에 대한 하중-변위 곡선을 나타낸 것이다. 점선은 절점 8에 대한 탄젠트 강성 매트릭스의 일반화된 1차 고유치를 나타낸 것으로 앞에서 언급한 것처럼 0을 지나는 곳의 하중이 좌굴하중이 된다.



〈그림 11〉 모델 A(H=9.135m)의 하중-변위 곡선

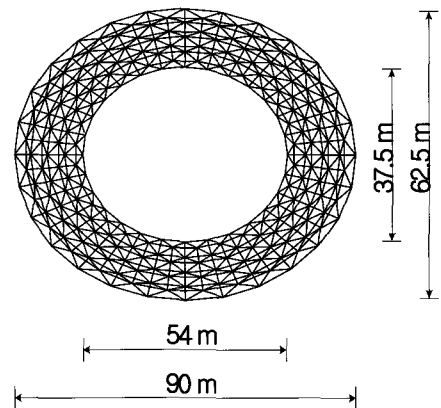
위의 그림에서 절점 8의 변위, 즉 래티스 돔의 최상부에서 최대 처짐이 발생한다는 것을 알 수 있다. 따라서 이하의 하중-변위 곡선은 수치해석 결과 중에서 절점 8에 대한 하중-변위 곡선만을 나타내도록 한다.

〈그림 12〉는 모델 A, B, C에 대한 하중-변위 곡선을 〈그림 11〉과 같은 방법으로 구한 뒤 절점 8에 대한 하중-변위 곡선만을 나타낸 것이다.

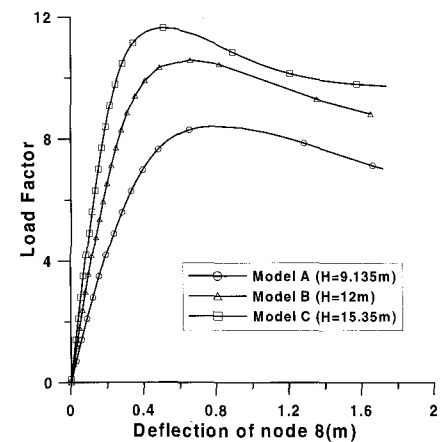


〈그림 12〉 $\alpha=0.25$ 일 때의 모델 A, B, C의 하중-변위 곡선

다음은 $\alpha=0.5$ 일 때의 기하학적 형상 및 해석결과이다.



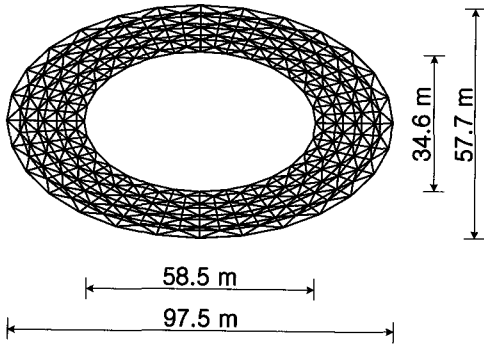
〈그림 13〉 $\alpha=0.5$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상



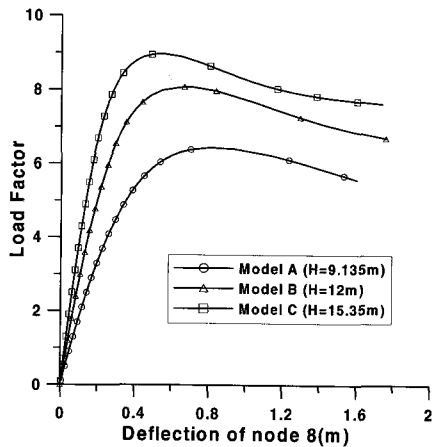
〈그림 14〉 $\alpha=0.5$ 일 때의 모델 A, B, C의 하중-변위 곡선

<그림 13>은 $\alpha = 0.5$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상을 나타낸 것이고, <그림 14>는 모델 A, B, C에 대한 $\alpha = 0.5$ 일 때의 절점 8에 대한 하중-변위 곡선이다.

다음은 $\alpha = 0.75$ 일 때의 기하학적 형상 및 해석 결과이다.



<그림 15> $\alpha = 0.75$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상

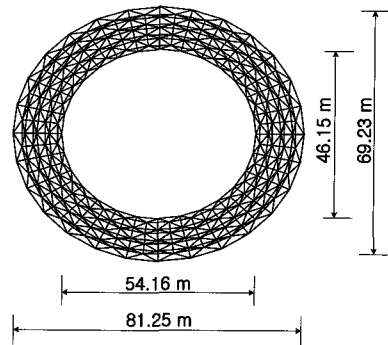


<그림 16> $\alpha = 0.75$ 일 때의 모델 A, B, C의 하중-변위 곡선

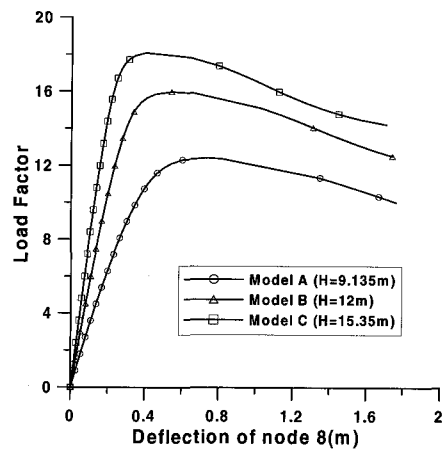
<그림 15>는 $\alpha = 0.75$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상을 나타낸 것이고, 그림 16은 모델 A, B, C에 대한 $\alpha = 0.75$ 일 때의 절점 8에 대한 하중-변위 곡선이다.

(2) 구형 돔의 개구부 직경이 50m인 경우

$\alpha = 0.25$ 일 때의 기하학적 형상 및 해석 결과이다.



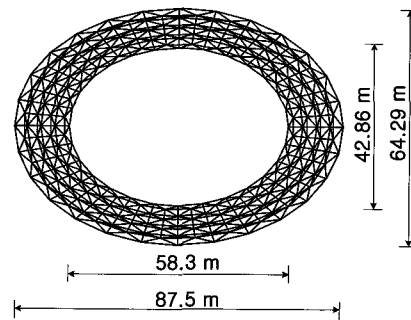
<그림 17> $\alpha = 0.25$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상



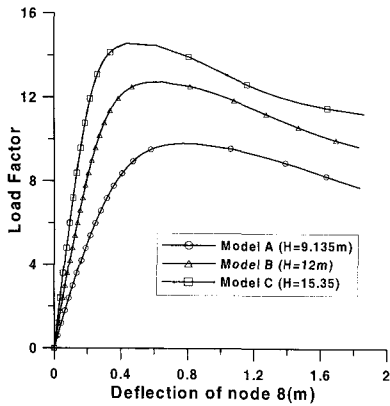
<그림 18> $\alpha = 0.25$ 일 때의 모델 A, B, C의 하중-변위 곡선

<그림 17>은 $\alpha = 0.25$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상을 나타낸 것이고, <그림 18>은 모델 A, B, C에 대한 $\alpha = 0.25$ 일 때의 절점 8에 대한 하중-변위 곡선이다.

$\alpha = 0.5$ 일 때의 기하학적 형상 및 해석 결과이다.



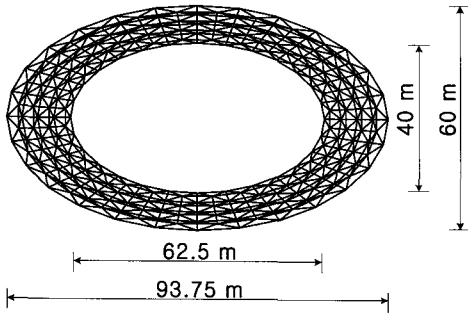
<그림 19> $\alpha = 0.5$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상



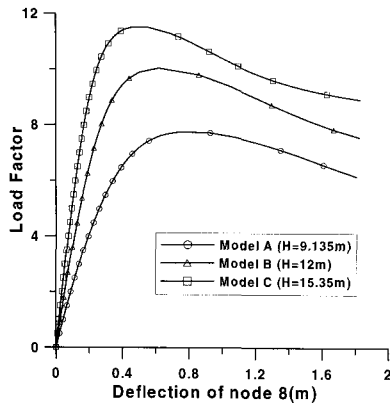
<그림 20> $\alpha = 0.5$ 일 때의 모델 A, B, C의 하중-변위 곡선

<그림 19>는 $\alpha = 0.5$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상을 나타낸 것이고, <그림 20>은 모델 A, B, C에 대한 $\alpha = 0.5$ 일 때의 절점 8에 대한 하중-변위 곡선이다.

$\alpha = 0.75$ 일 때의 기하학적 형상 및 해석결과이다.



<그림 21> $\alpha = 0.75$ 일 때의 타원형 래티스 돔의 기하학적 형상



<그림 22> $\alpha = 0.75$ 일 때의 모델 A, B, C의 하중-변위 곡선

<그림 21>은 $\alpha = 0.75$ 일 때의 타원형 래티스 돔

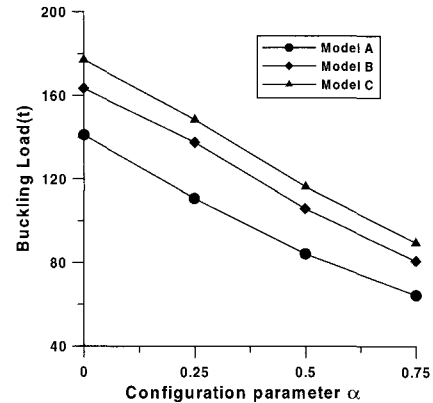
의 기하학적 형상을 나타낸 것이고, <그림 22>는 모델 A, B, C에 대한 $\alpha = 0.75$ 일 때의 절점 8에 대한 하중-변위 곡선이다.

4.3 수치해석 결과에 대한 비교 고찰

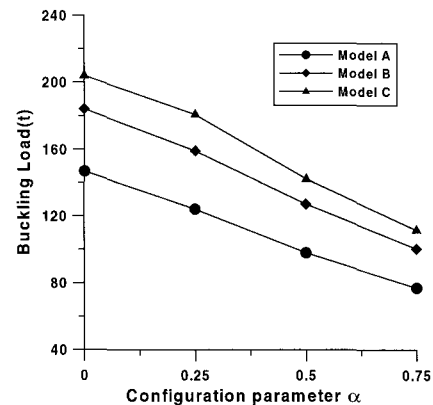
이 절에서는 타원형 래티스 돔의 다양한 형상에 따른 좌굴하중의 변화를 파악하기 위하여 앞의 해석 결과를 바탕으로 각 변수에 따른 좌굴하중을 비교 고찰하였다.

(1) 구조물의 높이 변화에 따른 좌굴하중 변화

아래의 <그림 23, 24>는 개구부 직경이 각각 45m, 50m인 구형 돔 모델을 형상계수의 변화와 구조물의 높이 변화를 적용시켜 구한 좌굴하중을 나타낸 것이다. 이 그림들은 구조물의 기하학적 평면형상이 같은, 즉 같은 형상계수 하에서는 구조물의 높이가 높을수록 좌굴하중이 증가한다는 사실을 보여주고 있다.



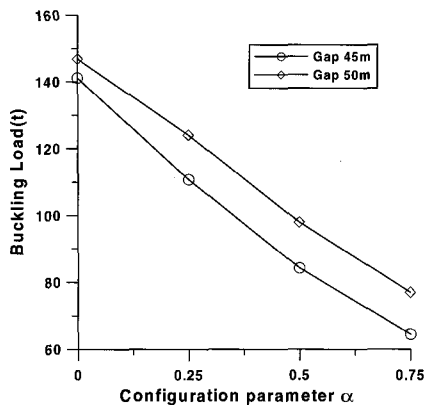
<그림 23> 개구부 직경이 45m일 때의 각 모델의 좌굴하중



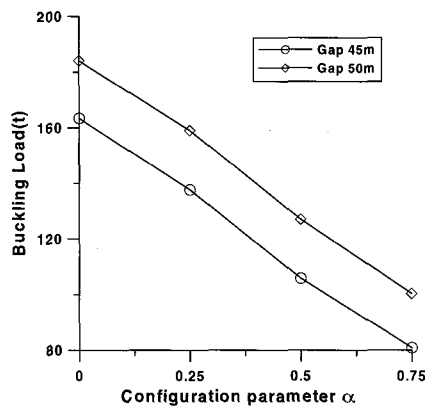
<그림 24> 개구부 직경이 50m일 때의 각 모델의 좌굴하중

(2) 개구부 직경의 영향에 따른 좌굴하중 변화

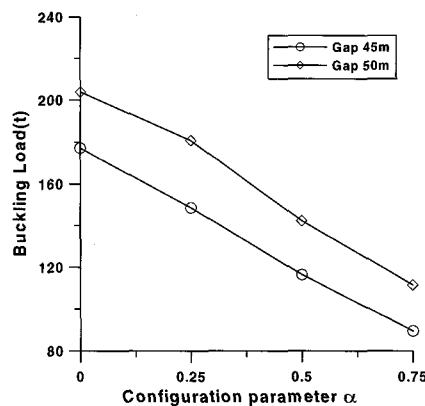
아래의 <그림 25, 26, 27>은 구조물의 개구부 직경의 영향에 따른 좌굴하중 비교를 위해 모델 A, B, C를 기준으로 개구부의 영향에 따른 좌굴하중을 나타낸 것이다. 이 그림들은 같은 높이를 가지는 구조물에서 개구부의 직경이 큰, 즉 뚫린정의 개구부가 클수록 좌굴하중이 증가한다는 사실을 보여주고 있다.



<그림 25> 모델 A의 좌굴하중



<그림 26> 모델 B의 좌굴하중



<그림 27> 모델 C의 좌굴하중

5. 결론

본 논문에서는 타원형 래티스 돔의 일반적인 불안정 거동을 파악하기 위해 여러 가지 계수에 의한 좌굴하중 변화를 알아보았다. 본 연구에서 얻은 결과를 바탕으로 정리해 보면 다음과 같다.

1. 기하학적 평면 형상이 같은 구조물, 즉 동일한 형상계수 α 를 가지는 구조물에서는 높이가 높을수록 좌굴하중이 증가한다.
2. 동일한 형상계수 α 하에서 구조물의 높이가 같은 경우는 뚫린정의 개구부가 클수록 좌굴하중이 증가한다.
3. 모든 구조물에서 형상계수 α 의 값이 클수록, 즉 구형 돔 형상에서 장축과 단축의 길이차가 큰 타원형 돔으로 가까워질수록 좌굴하중이 감소한다.

참고문헌

- 1) 이상환, 호장법을 이용한 편평 공간 트러스 구조의 좌굴 후 거동해석, 석사학위논문, 성균관대학교, 1992.
- 2) 김종민, 기하학적 비선형성을 고려한 단층래티스 돔의 불안정 거동에 관한 연구, 석사학위논문, 성균관대학교, 1996.
- 3) 권택진, 이병해, 한상을, 김승덕, 정환목, SPACE FRAME 구조물의 구조해석, 설계 및 시공, 제12회 전산구조공학기술강습회, 한국전산구조공학회, 1995, 7.
- 4) Crisfield, M. A., *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Vol. 1, Chap. 2, 9, John Wiley & Sons., 1991.
- 5) Crisfield, M. A., "A Fast Incremental/iterative Solution Procedures that Handles Snap-through," *Computer & Structures*, Vol. 13, 1981, pp. 55-62.
- 6) Bergan, P.G. et al., "Solution Techniques for Non-linear Finite Element Problems," *International of Journal for Numerical Methods in*

- Engineering., Vol. 12., 1978, pp. 1677-1696.
- 7) 金勝德, 扁平構造物の動的安定に関する研究, 博士學位論文, 東京大學, 1990.
- 8) Oya, S. and Hangai, Y., "Bucling Behaviour of Truncated Cone Shape Single-layer Lattice Shells," International Conference on Light-weight Structures in Civil Engineering., November, 1988, pp. 277-280.