Journal of the Korean Association for Spatial Structures
Vol. 2, No. 2 (통권 4호), pp. 45~49, June. 2002

등가 1자유도계에 의한 다자유도 비선형 지진응답 산정

Evaluation of Inelastic Earthquake Response of MDOF System by Equivalent SDOF System

김 부 식* 노 필 성** 전 대 한*** 송 호 산****
Kim, Bu-Sik Noh, Phil-Sung Jun, Dae-Han Song, Ho-San

Abstract

Current seismic design codes for building structures are based on the methods which can provide enough capacity to satisfy objected performance level and exactly evaluate the seismic performance of buildings. This paper is to suggest the method of inference of inelastic earthquake response obtained from MDOF system by equivalent SDOF system, and to prove the validity. The analysis results form simple model shows a good application possibility.

keywords : *inelastic earthquake response, pushover analysis, capacity spectrum method*

1. 서 론

구조물의 내진설계의 목표는 장래 발생가능성이 예상되는 지진동에 대한 응답치가 구조물이 보유한 한계치를 초과하지 않도록 확인하고, 또한 보증하는 것이다. 이러한 내진설계의 목적을 달성하기 위한 중요한 요소는 적절한 입력지진동의 설정, 정확한 응답치의 산정, 구조물이 보유한 한계치 설정의 적합성 등을 들 수 있다. 이러한 내진설계의 목표를 구현하기 위한 하나의 방법으로 성능공학에 기초한 내진설계 기준의 설정이라고 볼 수 있다.

본 연구에서는 응답치의 추정을 간편하게 할 수 있는 방법을 제안하는 것이 목적이다. 현재의 단계에서 응답치의 추정법으로 시각이력해석법이 가장 신뢰성이 높은 방법이지만 입력지진동의 선정, 진동모델의 설정, 응답결과의 평가에 여러 가지 어려움이 따른다. 다자유도계의 지진응답을 1자유도계로 치환하여 평가하는 등가 1자유도계 지진응답해석법은 매우 유용한 방법이다. 여기서는 다자유도 비선형 정적해석에 근거하여 1자유도계로 변환한 등가 1자유도계에 의한 비선형 지진응답을 이용하여 다자유도계의 비선형 지진응답을 추정하는 방법을 연구하는 것이 목적이다.

2. 다자유도계의 선형 지진응답

먼저 N층의 건축물에서 다자유도계에 대한 선형 지진응답은 각 모드별 1자유도계의 선형 지진응답을 중첩하여 얻어지는 모드 해석법으로 근사적인 값을 얻을 수 있다.

일반적으로 많이 이용되는 제곱근평균법 (SRSS : Square Root of Sum of Squares Method)에 의한 i 층의 최대 응답변위는 다음 식과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$\delta_{i,\max} \approx \sqrt{\sum_{s=1}^{N} |\,{}_s\beta \cdot {}_s u_i \cdot {}_s S_d\,|^2}$$
$$= \sqrt{\sum_{s=1}^{N} |\,{}_s\beta \cdot {}_s u_i \cdot {}_s M^* \cdot {}_s S_a / {}_s K^*\,|^2} \qquad (1)$$

* 정회원 · 부산정보대학 건설계열 부교수
** 정회원 · 동서대학교 건설공학부 강사
*** 정회원 · 동서대학교 건설공학부 조교수
**** 정회원 · 동의대학교 건축공학부 건축공학과 교수

여기서,

${}_s\beta$: s차 모드의 모드 참여계수

${}_s u_i$: s차 모드의 i층 모드 벡터 성분

${}_s S_d$: s차 모드의 응답변위

${}_s S_a$: s 차의 응답가속도

${}_s M^*$: s차 모드의 등가(유효)질량

$(= {}_s\beta\{ {}_s U\}^T [M] {}_s\beta\{ {}_s u\})$

${}_s K^*$: s차 모드의 등가(유효)강성

$(= {}_s\beta\{ {}_s U\}^T [K] {}_s\beta\{ {}_s u\})$

같은 방법으로 최대 응답시의 밑면전단력 QB는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_B = \sqrt{\sum_{s=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot {}_s\beta \cdot {}_s u_i \cdot {}_s S_a\right)^2} = \sqrt{\sum_{s=1}^{N}\left({}_s M^* \cdot {}_s S_a\right)^2} \quad (2)$$

여기서, m_i : i층의 질량

3. 등가 1자유도계로의 변환[6)]

동적응답에 의한 최대치가 정적외력에 의한 응답을 대표할 수 있다고 가정하여, 다자유도계의 각 질점에 1차 모드 비례분포의 정적외력이 작용하고 있는 경우를 생각한다. 이 때 1차모드에 의한 밑면전단력 ${}_1Q_B$는 식 (2)에서 다음과 같이 계산된다.

$${}_1Q_B = {}_1M^* \cdot {}_1S_a \quad (3)$$

또한 각 층의 변위 $\{ {}_1\delta\}$는 식 (1)로부터

$$\{ {}_1\delta\} = {}_1\beta\{ {}_1u\}\ {}_1M^*\ {}_1S_a / {}_1K^* = {}_1\beta\{ {}_1u\}\ {}_1Q_B / {}_1K^*$$

가 된다. 식(4)로부터 알 수 있는 바와 같이 1차모드 비례분포의 정적외력이 작용하는 다자유도계는 고유모드가 1차 모드가 되므로 등가질량 ${}_1M^*$ 및 등가강성 ${}_1K^*$에 의해 등가 1자유도계로 치환할 수 있다. 이 때 등가 1자유도계의 수평변위 ${}_1\Delta$ (이하 대표변위)는 다자유도계에서 1차 모드 참여함수 ${}_1\beta\{ {}_1u\}$가 1이 되는 높이(등가 높이)에서의 변위에 해당된다. 즉, 등가 1자유도계에서의 밑면전단력(이하 대표전단력)과 대표변위의 관계는 식 (4)에서

$${}_1\Delta = {}_1Q_B / {}_1K^* \quad (5)$$

로 주어지고, 대표전단력은 다자유도계에 대해서 밑면전단력 ${}_1Q_B$ 에 해당한다. 또한 식 (3) 및 (5)로부터

$${}_1\Delta = {}_1S_a\ {}_1M^* / {}_1K^* = {}_1S_a / {}_1w^2 = {}_1S_d \quad (6)$$

의 관계가 얻어진다. 여기서 ${}_1w$는 1차의 고유 원진동수를 나타낸다. 즉, 등가 1자유도계에서 대표전단력과 대표변위의 관계는 가속도응답스펙트럼과 변위응답스펙트럼의 관계로 나타낼 수 있다는 것을 알 수 있다.

한편, 다자유도계의 i층의 변위 ${}_1\delta_i$는 식(4) 및 식(6)으로부터

$${}_1\delta_i = {}_1\beta\ {}_1u_i\ {}_1S_d = {}_1\beta\ {}_1u_i\ {}_1\Delta \quad (7)$$

로 주어진다. 식(2) 및 식(7)로부터, i층의 외력 ${}_1P_i$ 는

$${}_1P_i = m_i\ {}_1\beta\ {}_1u_i\ {}_1S_a = m_i\ {}_1\delta_i\ {}_1S_a / {}_1\Delta \quad (8)$$

로 주어진다.

또한 식 (3) 및 식 (8)로부터 ${}_1M^*$와 ${}_1\delta_i$의 관계는

$${}_1M^* = {}_1Q_B / {}_1S_a = \sum_{i=1}^{N} {}_1P_i / {}_1S_a = \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot {}_1\delta_i / {}_1\Delta \quad (9)$$

성립한다. 마찬가지로 식 (8)의 관계를 이용하면, 다음 식도 성립한다.

$${}_1M^* = {}_1\beta\{ {}_1\mu\}^T [M] {}_1\beta\{ {}_1\mu\} = \{ {}_1\delta\}^T [M] \{ {}_1\delta\} / {}_1\Delta^2 = \sum_{i=1}^{N} m_i {}_1\delta_i^2 / {}_1\Delta^2 \quad (10)$$

$$
\begin{aligned}
{}_1K^* &= {}_1\beta \{ {}_1\mu \}^T [K] \ {}_1\beta \{ {}_1\mu \} \\
&= \{ {}_1\delta \}^T [K] \{ {}_1\delta \} \ / \ {}_1\Delta^2 \\
&= \sum_{i=1}^{N} {}_1P_i {}_1\delta_i \ / \ {}_1\triangle^2
\end{aligned} \tag{11}
$$

따라서, 1차 고유주기 1T 는 다음 식으로 계산된다.

$$
\begin{aligned}
{}_1\mathrm{T} &= 2\pi \sqrt{\frac{{}_1M^*}{{}_1K^*}} \\
&= 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot {}_1\delta_i^2}{\sum_{i=1}^{N} {}_1P_i \cdot {}_1\delta_i}} \quad (= 2\pi / {}_1\omega)
\end{aligned} \tag{12}
$$

또한 식(9) 및 식(10)로부터 1차모드의 등가질량은

$$
{}_1M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot {}_1\delta_i \right)^2}{\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot {}_1\delta_i^2} \ {}_1Q_B \tag{13}
$$

이다. 1차모드의 응답가속도 (${}_1S_a$) 및 응답변위 (${}_1S_a$)는 식 (3), (13) 및 식 (6), (12)으로부터 각각 다음과 같이 주어진다.

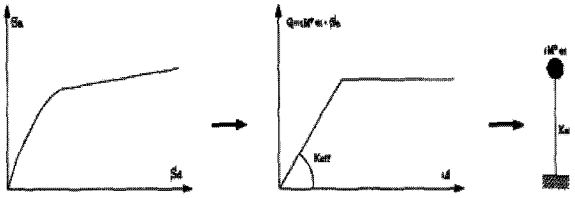
$$
{}_1S_a = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot {}_1\delta_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot {}_1\delta_i \right)^2} \ {}_1Q_B \tag{14}
$$

$$
{}_1S_d = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot {}_1\delta_i^2}{\sum_{i=1}^{N} {}_1P_i \cdot {}_1\delta_i} \ {}_1S_a \tag{15}
$$

식 (14)와 식(15)을 이용하면, 외력분포를 1차 모드에 비례분포시킨 Pushover 해석의 각 step에서의 각 층의 외력과 변위 및 밑면전단력을 이용하여 그림 1(a)와 같은 성능곡선을 그릴 수 있다.

4. 등가 1자유도계 모델의 복원력특성결정

등가 1자유도계의 지진응답해석을 실시함에 있어서, 그 복원력 특성을 설정하여야 한다. 2장에서 나타낸 방법에 의해 구한 capacity spectrum (S_a-S_d 곡선)을 Bi-linear로 모델화하고, 그것을 대표전단력-대표변위관계로 변환함에 따라 1자유도계 모델의 복원력 특성 곡선을 설정한다. (그림 1(b), (c))

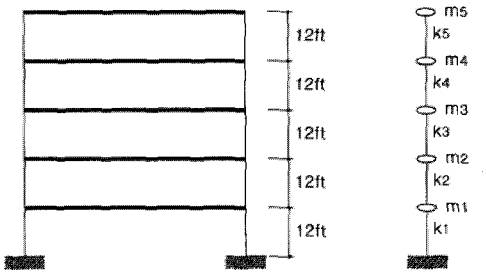


(a) (b) (c)

〈그림 1〉 등가 1자유도계 복원력 특성의 변환

5. 모델해석 및 분석

앞에서 전개한 등가 1자유도계로의 변환 방법에 의한 다자유도 비선형 지진응답을 추정하는 것에 대한 신뢰성을 검토하기 위해 예제해석모델로서 그림 2와 같은 구조물을 고려하기로 한다.



〈그림 2〉 예제 구조물

〈표 1〉 예제구조물의 조건

고유주기 T_1 (sec)	1	0.5
층강성 $k_1 \sim k_5$ (kips/in)	126.2	504.97
층중량 $W_1 \sim W_5$ (kips)	100	100

모델은 <표 1>과 같이 고유주기 0.5초, 1초인 건물을 선정한다. 모든 경우에 감쇠 $\zeta = 5\%$, 층항복점은 $\mu = 2$가 될 수 있도록 선정하였다. 이선형 이력곡선 ($\alpha = 0.1$)이고 입력지진동은 El-centro 지진동 ($\ddot{u}_{g,\max} = 0.319g$)을 사용하였으며, 층수평하중은

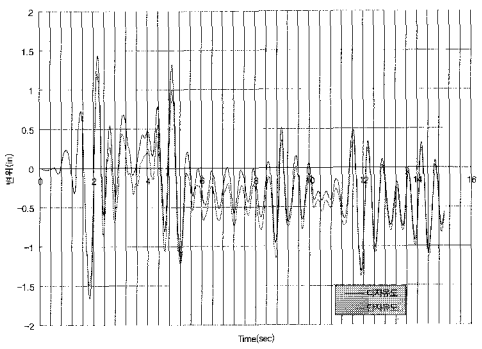
은 고유치 해석에 의한 1차 모드 비례분포를 하였다.

해석순서는 다음과 같이 한다.

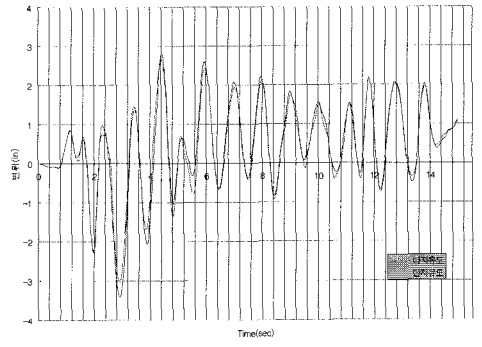
① 외력분포를 1차모드 비례분포로 하여, 탄소성 Push-over 해석을 행한다.
② step①의 해석결과를 이용하여 식(14) 및 (15)에 의한 Sa - Sd 곡선을 작성한다.
③ Sa-Sd 곡선을 Bi-linear로 모델화하고, 종축에 탄성시의 등가질량 ${}_1M_{el}^*$를 곱하여, 대표 전단력- 대표변위관계를 작성한다.(그림 1(b),(c)) 또한 등가 1자유도계 모델에 있어서 복원력을 작성한다.
④ 탄성시의 등가질량과 step③으로 작성한 복원력을 이용하여 등가1자유도계 모델의 지진응답해석을 실시한다.
⑤ step②에서 작성한 Sa-Sd 곡선상에서 step④에서 얻어진 최대로 근접한 Push-over 해석의 step수를 구한다.
⑥ step⑤에서 구한 step수에 상당하는 각종의 응답치(변형)을 step①표에서 얻어진 Push-over 해석결과로써 구한다.
⑦ 다자유도계 모델에 따른 지진응답해석을 실시한다.
⑧ 등가 1 자유도계 모델의 해석결과(step⑥)와 다자유도계 모델의 해석결과(최대응답치)를 비교한다.(표 2.)

해석 결과들을 살펴보면 다자유도계 등가높이 (${}_1H^*$=42.16ft) 위치의 변위응답 시각이력과 등가 1자유도계의 변위응답 시각이력을 비교한 결과를 <그림 3>에 나타내었다. 두 개의 변위응답 이력곡선은 거의 비슷한 양상을 가지고 있음을 알 수 있다.

다자유도 비선형 정적해석과 비선형 동적해석결과인 각층 변위를 <표 2>에서 비교해보았다. 주기가 0.5초인 경우 상당히 양호한 오차(3~17%)를 보인다. 주기가 1초인 경우는 상층부(4, 5층)에서는 오차(12%)가 적지만 하층부에서는 다소 오차(24~69%)가 있다. 하층부에서의 이러한 오차는 하층부 변위의 절대크기가 작으므로해서 오차가 다소 민감하게 커지는 영향도 있음을 알 수 있다.

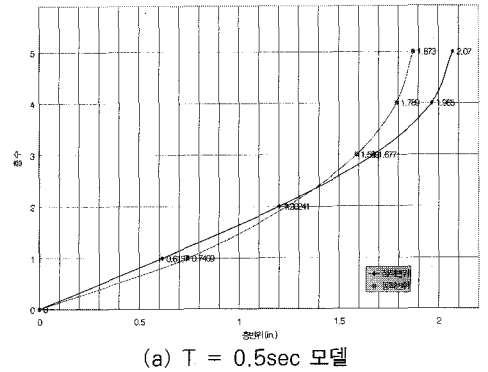


(a) T = 0.5sec 모델

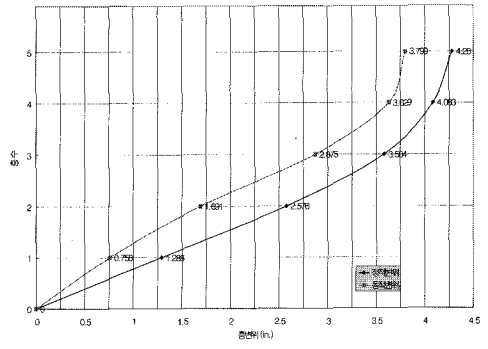


(b) T = 1.0sec 모델

〈그림 3〉 등가 1자유도계와 다자유도계 비선형 변위 시각이력



(a) T = 0.5sec 모델



(b) T = 1.0sec 모델

〈그림 4〉 다자유도 비선형정적해석과 동적해석 층변위

〈표 2〉 예제구조물의 각 층 변위비교

(단위 : in)

		5층	4층	3층	2층	1층	비고
1초	동적	3.79	3.63	2.88	1.69	0.76	3.41[1] in
	정적	4.28	4.08	3.58	2.57	1.28	
	오차	0.12	0.12	0.24	0.52	0.69	1894[2]step
0.5초	동적	1.87	1.79	1.59	1.24	0.74	1.66[1] in
	정적	2.07	1.96	1.67	1.20	0.61	
	오차	0.10	0.09	0.05	0.03	0.17	1687[2]step

1) 등가단자유도 동적비선형 최대응답변위
2) 정적해석의 S_d(그림 1(a))에서 1)의 값과 크기가 가장 근접한 정적해석 대응 step수

6. 결 론

구조물의 성능에 기초한 설계에서는 비선형응답산정이 필수적이 되는데, 이를 위한 방법으로는 비선형 시각이력해석, 비선형정적해석, 등가선형해석 등이 있다. 정확성과 실용적인 측면에서 보다 약산적 방법이 요구되고, 있으며 ATC-40에서 제시한 능력스펙트럼법은 개념적으로는 간단하나 반복과정이 요구되며 응답이 부정확한 경우가 많다.[4]

본 연구에서는 등가 1자유도계에 의한 비선형지진응답을 이용하여 다자유도계의 비선형지진응답을 추정, 검토 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 다자유도 정적비선형해석에 근거하여 1자유도계로 변환된 등가 1자유도계는 다자유도계의 동적특성을 잘 반영하고 있음을 확인할 수가 있었다. 따라서 등가 1자유도계로의 변환방법과 복원력 설정방법은 대체로 타당한 것이라 사료된다.

(2) 본 논문에서 이행한 다자유도 비선형정적해석과 등가 1자유도계의 비선형 동적해석만으로 다자유도계의 비선형 동적해석결과를 추정하는 방법은 최상층최대변위 추정시는 신뢰성있는 결과를 주나 하층부의 변위는 다소 오차가 있어 좀 더 실용적이고 신뢰성있는 방법이 되기 위해서 추후 연구가 계속되어야 할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. Fajfar, P. (1998). *Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra.* IKIPR Report EE 3/98. September. Ljubljana, Slovenia: Univ. of Ljubljana.
2. Applied Technology Council (1996). *Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings.* Report ATC-40. November.
3. Paret, T. F., Sasaki, K. K., Eilbekc, D. H., and Freeman, S. A. (1996). Approximate inelastic procedures to identify failure mechanisms from higher mode effects. Paper No. 966, *11th World Conference on Earthquake Engineering.* Acapulco, Mexico.
4. Chopra, A. K. (1999). *Capacity-demand-diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: sdf systems.* Report No. PEER-1999/02, Pacific Earthqua ke Engineering Reseach Centera: Univ. of Berkeley, Calif.
5. Freeman, S. A. (1998). Development and use of capacity spectrum method. *Proceedings of 6th U.S. National Conference on Earthquake Engineering,* Seattle. CD-ROM. Oakland, Calif.: EERI.
6. (社) 建築研究振興協會, 鐵筋コンクリ-ト造 建築物の性能評価 ガイドライン, 技報堂出版, 2000.8. 東京