

## 해석적 자코비안을 이용한 표면파 기법의 역산

하희상  
현대건설기술연구소

### 요 약

이 연구에서는 표면파의 분산 특성을 지반 공학에 적용하여 비파괴 시험으로 강성도 프로파일(stiffness profile of shear)를 얻는 방법인 표면파 기법(SASW, spectral analysis of surface waves)의 효율적이고 경제적인 역산을 수행하기 위하여 해석적으로 자코비안을 도출하였다. 표면파 기법은 지하 구조를 균질한 수평 층으로 가정하여 레일리 파의 파장 대 위상 속도 관계인 분산 곡선으로부터 레일리 파와 전단파 간의 속도 비례 관계를 이용하여 지하 천부의 전단파 속도 구조를 파악하는 방법이다. 해석적으로 자코비안 식을 유도하여 역산을 수행하므로 수치적으로 자코비안을 구해 역산을 수행하는 방법에 비해 지하구조를 N개의 수평 층으로 나누었을 때 계산 시간을 2N 배 빠르게 역산을 수행할 수 있었다. 차분 전개를 통한 이론 분산 곡선 응답 반응 알고리즘으로 이론 분산 곡선을 구한 후 해석적으로 도출한 자코비안을 이용하여 제한 조건을 가한 감쇠 최소 자승법을 이용하여 이론 모형에 대한 반응 양상을 검토, 고찰하여 타당성을 검증하였다. 물리적 특성을 직접 확인할 수 있었던 현장의 도로 포장체에 대해 적용하므로 현장 적용 가능성을 확인하였다. 또한 표면파 기법의 응용으로 터널의 숏크리트 두께 및 배면의 전단파 주상도를 얻을 수 있었고 이로부터 터널의 건전성 평가를 내릴 수 있는 가능성을 제시하였다.

**주요어:** 분산, 표면파 기법(spectral analysis of surface waves), 해석적 자코비안, 감쇠 최소 자승법

**Heesang Ha, 2002, Inversion of spectral analysis of surface waves with analytic Jacobian. Journal of the Korean Geophysical Society, v. 5, n. 3, p. 233-245**

**ABSTRACT:** The spectral-analysis-of-surface-waves (SASW) method is a nondestructive testing method based upon generation and detection of elastic stress waves. SASW is widely used as one of the techniques to determine stiffness profile in engineering geophysics. The essential steps involved are construction of an experimental dispersion curve from data collected in situ, and inversion of the dispersion curve to determine the stiffness profile. The main object of this study is to derive an analytical Jacobian for the inversion. If we set the subsurface to N homogeneous layer, it could save 2N times Jacobian calculation compared to numerical jacobian calculation during inversion. To reconstruct a stiffness profile, constrained damped least square method was applied for the inversion. The algorithm was tested for the numerical data and for the real asphalt and tunnel data, which were able to verify the stiffness profile. The stiffness profile reconstructed by the algorithm showed the possibility to appraise the soundness of tunnel with applications SASW.

**Key words:** dispersion, spectral analysis of surface wave, analytical Jacobian, damped least square

(Heesang Ha, Hyundai institue of construction technology, Mabuk-ri 102-4 Goosung-myun, Youngin-si, Kyunggi-do; E-mail: hsha@hdec.co.kr)

### 1. 서 론

표면파 기법(SASW, spectral analysis of surface waves)은 지반이나 구조물의 표면에서 표면파의

측정을 통해 하부의 전단 강성도 프로파일(profile of shear stiffness)를 추정하는 비파괴 검사법이다.

표면파 기법은 Stokoe(1972, 1994)에 의해 최초

로 개발된 방법으로 정상 진동법에 그 이론적 근거를 두고 있다. 지하의 속도 구조를 파악하기 위하여 표면파 기법에서는 레일리 파의 분산 특성을 분석 대상으로 한다. 표면파의 분산 특성을 이용하여 지반 특성을 파악하기 위한 연구는 이미 오래 전부터 지진학 분야를 중심으로 행하여져 왔다. 지진학 분야에서는 지진시에 발생하는 표면파의 분산 해석을 통하여 지구의 지각 구조 및 심부 지구 구조에 대한 연구를 수행하였다. Haskell(1953)은 Thomson(1950)의 이론을 토대로 다층 탄성체에서 표면파의 분산 이론을 발표하여 표면파 분산 특성 연구에 기초를 세웠다.

역산을 위한 자코비안의 계산은 이러한 분산 이론에 기초하여 Dorman과 Ewing(1962)에 의해 2층의 수치 미분을 통하여 구하였고 Rodi(1975)에 의해 균속도의 편미분장을 구하는 실용적인 방법이 연구된 바 있다. Thomson(1953)과 Haskell(1950) 방법에 기초하여 해석적으로 자코비안을 구하는 방법은 지구모형을 대상으로 각 변수별로 편미분장을 구하는 방법이 Takeuchi와 Saito(1962)에 의해 연구된 바 있으며 Nazarian(1983)에 의해 표면파 기법의 역산을 위해 수행된 바 있다.

표면파의 분산 이론을 지반 공학에 응용한 연구는 Jones(1955)의 연구 이후 시작되었다. Jones는 진동기를 이용하여 표면파를 발생시키는 정상 진동 시험(steady state test)을 이용하여 표면파의 분산 곡선을 실험적으로 얻는 방법과 이를 분석하여 토층의 두께 및 탄성과 속도를 결정할 수 있는 이론적인 방법을 제시하였다. 이러한 이론에 근거하여 Heisey(1982), Nazarian과 Stokoe(1984) 등에 의해 다층 탄성체에서 표면파의 분산 이론을 토대로 정확한 지하 구조를 밝히기 위해 표면파 기법을 적용하였다. 초기에는 주로 포장체의 강성 주상도(stiffness profile)를 얻기 위하여 표면파 기법이 적용되었으며 최근에는 터널 및 구조물의 건전성 평가, 심부 해양탐사 등 그 응용 범위를 넓혀 가고 있다.

표면파 기법의 적절한 해석을 위해서는 역산 과정이 필요한데, 표면파 기법의 역산을 위해서는 먼저 이론 분산 곡선 모형 응답 계산이 필요하다. 이론 분산 곡선의 계산은 Thomson과 Haskell의

이론에 기초한 전파 행렬법과 Stokoe 등에 의한 동적 강성도법 등이 연구되어 왔다. 또한, 표면파 기법의 해석은 속도 구조를 가정한 후 반복적으로 모형 응답 계산을 수행하여 곡선 근사를 통하여 해석을 하는 정 모델링법과 Joh(1996)에 의한 수치적으로 자코비안을 구하여 역산을 수행하는 방법 등이 있다.

이러한 방법은 모두 많은 시간이 요구되며 정 모델링법은 해석자의 주관에 많이 좌우되므로 빠르고 일관성이 있는 역산 알고리즘의 필요성이 대두되었다. 따라서, 본 연구에서는 효율적으로 표면파 기법 결과를 해석하기 위하여 다음과 같은 알고리즘을 개발하고자 하였다. 먼저, Aki와 Richards(1980)에 의해 제안된 운동 응력 벡터(motion stress vector)를 이용하여 차분 전개를 한 후 이론 분산 곡선의 모형 응답을 계산하였다. Aki 등이 제안한 Runge - Kutta법과 비교하면 차분 전개법은 차분 간격에 대해 더 큰 오차를 발생시키지만 차분 간격을 작게 하면 충분한 정밀도 내에서 분산 곡선을 구할 수 있으며 계산식이 단순한 장점이 있다.

수치적으로 자코비안을 구하는 방법은 Joh(1996)에 의해 동적 강성도 행렬법을 이용하여 수치 미분을 통하여 자코비안을 계산하는 방법이 연구된 바 있다. 이 방법은 해석적인 자코비안 식이 없는 동적 강성도 행렬법에도 적용할 수 있는 장점이 있으나 비선형 방정식의 역산시 매 반복마다 모형 변수 개수의 2배에 해당하는 분산 곡선의 모형 응답 계산 과정이 필요하므로 시간적으로 비경제적인 요소를 가지고 있다. 이 논문에서는 매 반복시 1회의 자코비안 계산을 통하여 역산을 수행하므로 경제적으로 역산을 수행할 수 있다.

역산은 비선형 역산 알고리즘인 감쇠 최소 자승법(DLSQ, damped least square method)을 이용하였다. 감쇠 최소 자승법은 역산 수행시 적절한 감쇠 인자로서 제한을 줌으로서 안정된 최소 자승해를 구할 수 있다.

차분 전개법은 지하 매질을 N개의 미세 층으로 세분하여 최하부 층으로부터 연속 계산을 통하여 최상부의 값을 구한 다음 고유치에 해당하는 값들만 취하는 방법으로 일반적으로 알려진

Runge-Kutta법에 비하여 단점으로 인식되고 있는 차분 간격에 따른 오차를 줄이기 위해 이 논문에서는 적절한 오차 범위 내에서 모형 응답 계산을 수행하도록 지하 구조를 미세 층들로 세분하여 계산하였다(하회상외, 2002). 이에 따른 해석적 자코비안은 모형 변수를 미세 층들의 군(group)으로 나누어 각 미세 층들의 자코비안을 계산한 후 각 군들의 자코비안을 적분하여 모형 변수의 개수를 조절할 수 있게 하여 빠르게 역산을 수행할 수 있도록 하였다.

역산 알고리즘의 효율성 및 타당성을 검증하기 여러 가지 모형에 대하여 역산 결과를 비교하였으며 실제 현장 자료에 대한 적용으로 표면파 기법의 응용성에 대하여 검토하였다.

## 2. 기본 이론

지반 공학의 대상인 대부분의 지반과 포장 구조물은 여러 개의 수평 층으로 구성된 반 무한(half-space)층으로 가정할 수 있다. 표면파 기법에서는 지반의 특성을 균질(homogeneous)한 수평 층들이 수직적인 속도변화를 가지며(heterogeneous) 각층의 물성은 탄성(elastic)이고 등방성(isotropic)인 층서 구조로 가정하여 자료처리 과정을 수행한다.

### 2.1. 표면파 기법

표면파 기법의 모체인 정상진동기법(steady state surface wave method)은 오래 전에 개발되고 수행되었으나 현장 시험에 많은 시간이 요구되는 점과 속도변화가 심한 지역에서는 전단파 속도 계산에 많은 오차를 나타내는 단점이 있었다(Kramer, 1996).

정상 진동 기법의 이러한 단점들을 극복하기 위해 고안된 방법이 표면파 기법이다. 표면파 기법은 정상 진동기를 사용하는 대신 탄성과 탐사에서와 같은 충격 송신원을 이용하여 다양한 주파수를 동시에 발생시켜 두 개의 수진기로 파동을 감지하여 기록 측정된 후 푸리에 변환을 이용하여 주파수 영역에서 각 주파수별로 위상차와 수진기 간의 간격으로부터 표면파 속도와 파장과의 관계인 실험 분산 곡선을 구한 후, 정모델링

또는, 역산을 통하여 각 층의 전단파 속도를 결정하게 된다.

### 2.2. 역산

#### 2.2.1 자코비안의 계산

선형화 근사에 의한 반복적 역산은 대부분의 지구물리 자료의 역산에 적용되는 알고리즘이며 이 경우 매 반복 단계마다 역산 시 구하고자 하는 모형변수, 즉 지하의 물성 값의 미소 변화량에 대한 함수 값의 변화인 자코비안 행렬을 효율적으로 구성해야 하는 문제가 제기된다. 자코비안의 계산은 역산 시 계산시간의 대부분을 차지하는 부분으로 이를 보다 효율적으로 구하고자 하는 연구들이 시도된 바 있다(Joh, 1996). 이 연구에서는 해밀턴의 정리를 이용하여 해석적으로 자코비안을 계산하였다

선형 탄성체의 경우 Lagrangian 밀도는 운동에너지에서 탄성 변형 에너지를 뺀 값이다. 등방체의 경우

$$L = \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i \dot{u}_i - \left[ \frac{1}{2} \lambda (e_{kk})^2 + \mu e_{ij} e_{ij} \right] \quad (1)$$

$$\langle L \rangle = \frac{1}{4} \rho \omega^2 (r_1^2 + r_2^2) - \frac{1}{4} \lambda \left( kr_1 + \frac{dr_2}{dz} \right)^2 + \mu \left( \frac{dr_1}{dz} - kr_2 \right)^2 + 2\mu k^2 r_1^2 + 2\mu \left( \frac{dr_2}{dz} \right)^2 \quad (2)$$

여기서  $\langle \rangle$ 는 평균을 나타내며 따라서 (2)식의 유도 시 (1)식에 1/2을 취하였다.

표면 마찰력이 없고 외력이 없다면, 해밀턴의 정리로부터 실제 운동에 대해 변수  $r_1, r_2$ 들의 미소 변화로 인한  $\langle L \rangle$ 의 적분은 일정해야 한다. 이것을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\omega^2 \delta I_1 - k^2 \delta I_2 - k \delta I_3 - \delta I_4 = 0 \quad (3)$$

여기서,

$$I_1 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \rho (r_1^2 + r_2^2) dz$$

하회상

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \frac{1}{2} \int_0^\infty [(\lambda + 2\mu)r_1^2 + \mu r_2^2] dz \\
 I_3 &= \int_0^\infty \left( \lambda r_1 \frac{dr_2}{dz} - \mu r_2 \frac{dr_1}{dz} \right) dz \\
 I_4 &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[ (\lambda + 2\mu) \left( \frac{dr_2}{dz} \right)^2 + \mu \left( \frac{dr_1}{dz} \right)^2 \right] dz
 \end{aligned}$$

고유함수  $r_1, r_2$ 가 이 조건들을 만족하므로, (3)식으로부터 고유함수들의 미소 변화에 대해 적분  $\omega^2 I_1 - K^{2I_2 - kI_3 - I_4} = 0$  가 일정하다는 것을 알 수 있다. 따라서 정상점(stationary point)에서 적분은 사라지고 다음과 같이 된다.

$$\omega^2 I_1 - k^2 I_2 - k I_3 - I_4 = 0 \quad (5)$$

(5)식에서  $k$ 와  $\omega$ 를 미소 변화 시키면 균속도는 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$I_1 \delta(\omega^2) = I_2 \delta(k^2) + I_3 \delta k \quad (6)$$

즉,

$$U = \frac{\delta \omega}{\delta k} = \frac{I_2 + I_3/2k}{c I_1} \quad (7)$$

여기서  $c$ 는 위상속도이다.

$\lambda, \mu, \rho$ 의 미소 변화로 인한 위상속도의 변화는 (5)식을 통해 구할 수 있다. 주어진  $\omega$ 에 대해서 (5)식의  $\lambda, \mu, \rho, k$  대신 미소 변화를 고려한  $\lambda + \delta\lambda, \mu + \delta\mu, \rho + \delta\rho, k + \delta k$ 를 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &\frac{\omega^2}{2} \int_0^\infty (\rho + \delta\rho)(r_1^2 + r_2^2) dz = \\
 &\frac{(k + \delta k)^2}{2} \int_0^\infty [(\lambda + \delta\lambda + 2\mu + 2\delta\mu)r_1^2 \\
 &\quad + (\mu + \delta\mu)r_2^2] dz \\
 &\quad + (k + \delta k) \int_0^\infty \left[ (\lambda + \delta\lambda)r_1 \frac{dr_2}{dz} \right. \\
 &\quad \left. - (\mu + \delta\mu)r_2 \frac{dr_1}{dz} \right] dz
 \end{aligned}$$

위 식에 (4)식을 적용하고 우변의 첫 항에서  $\delta k^2$ , 그리고  $\delta k \cdot \delta\lambda, \delta k \cdot \delta\mu$ 항을 무시하고 (5)식을 이용하여 정리하면 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \delta k(2kI_2 + I_3) &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \omega^2 (r_1^2 + r_2^2) \delta\rho dz \\
 &\quad - \frac{1}{2} \int_0^\infty \left( kr_1 + \frac{dr_2}{dz} \right)^2 \delta\lambda dz \\
 &\quad - \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[ 2k^2 r_1^2 + 2 \left( \frac{dr_2}{dz} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left( kr_2 - \frac{dr_1}{dz} \right)^2 \right] \delta\mu dz
 \end{aligned} \quad (9)$$

위상속도에서 각 변수들에 해당되는 부분의 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{\delta c}{c} \right)_\omega &= - \frac{\delta k}{k} \\
 &= \frac{1}{4Uk^2 c I_1} \left\{ \int_0^\infty \left( kr_1 + \frac{dr_2}{dz} \right)^2 \delta\lambda dz \right. \\
 &\quad + \int_0^\infty \left[ 2k^2 r_1^2 + 2 \left( \frac{dr_2}{dz} \right)^2 + \left( kr_2 - \frac{dr_1}{dz} \right)^2 \right] \delta\mu dz \\
 &\quad \left. - \int_0^\infty \omega^2 (r_1^2 + r_2^2) \delta\rho dz \right\}
 \end{aligned} \quad (10)$$

한편 레일리 파에서  $\delta\rho$ 와  $\delta\mu$ 에 기인한 위상속도의 미소 변화는 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &\int_0^\infty \frac{\lambda}{c} \left[ \frac{\partial c}{\partial \lambda} \right] \frac{\delta\lambda}{\lambda} dz + \int_0^\infty \frac{\mu}{c} \left[ \frac{\partial c}{\partial \mu} \right] \frac{\delta\mu}{\mu} dz \\
 &\quad + \int_0^\infty \frac{\rho}{c} \left[ \frac{\partial c}{\partial \rho} \right] \frac{\delta\rho}{\rho} dz
 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 라메 상수는 다음과 같이 밀도와 속도 식으로 나타낼 수 있다.

$$\rho = \rho, \lambda = \rho(\alpha^2 - 2\beta^2), \mu = \rho\beta^2 \quad (12)$$

이를 전단파 속도에 대해 미분하면

$$\frac{\partial \rho}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} = -4\rho\beta, \quad \frac{\partial \mu}{\partial \beta} = 2\rho\beta$$

이다. 이를 다음 식에 대입하면 전단파의 속도에 대한 위상속도의 편 미분을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial c}{\partial \beta}\right) &= \left(\frac{\partial c}{\partial \rho}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial \beta}\right) + \left(\frac{\partial c}{\partial \lambda}\right)\left(\frac{\partial \lambda}{\partial \beta}\right) + \left(\frac{\partial c}{\partial \mu}\right)\left(\frac{\partial \mu}{\partial \beta}\right) \\ &= -4\rho\beta \frac{\partial c}{\partial \lambda} + 2\rho\beta \frac{\partial c}{\partial \mu} \\ &= \frac{\rho\beta}{2Uk^2I_1} \left[ -4kr_1 \frac{dr_2}{dz} + \left( kr_2 - \frac{dr_1}{dz} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

각 층의 전단파 속도와 여러 주파수에 대한 위상속도에 대해 위식을 적용하여 자코비안을 구할 수 있다. 자코비안의 각 원소는 각각의 주파수와 지층에 대해 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$Z = \frac{\partial V_{ph}}{\partial V_s} \quad (14)$$

여기서,  $\frac{\partial V_{ph,i}}{\partial V_{s,j}}$  = i번째 지층의 전단파 속도에 대한 주파수 j의 위상속도의 편미분장이다. 자코비안은 수치미분을 통해서도 계산할 수 있으며 이 경우 각 지층의 전단파 속도에 미소변화를 주어 여러 주파수에 대한 위상속도의 변화를 통하여 자코비안 행렬의 원소들을 구하는 방법으로 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$g'_j = \frac{g(V_s + \Delta V_s) - g(V_s - \Delta V_s)}{2\Delta V_s} \quad (15)$$

위와 같은 방법으로 자코비안 행렬을 구할 경우 해석적으로 구할 수 없을 경우에도 수치적으로 구할 수 있으나 계산 시간이 모형의 지층수가 N개이면 각각 2번의 모형반응 계산을 해야 하므로 총 2 x N번의 계산시간이 필요하며 비선형 역산을 적용할 경우 매 반복 시 마다 다시 계산

을 하여야 하므로 Q번의 역산 수행 시 총 2 x N x Q회의 계산이 필요하다. 그러나 해석적으로 자코비안을 계산할 수 있다면 총 Q회의 계산만 수행하면 되므로 그 계산시간이 2 x N배 만큼 줄어 드는 장점이 있다. Fig. 1에 표면파 기법의 역산을 위한 흐름도를 나타내었다. 자료 획득 후 마스킹, IRF 및 거보 스펙트럼 분석 등의 자료 처리를 한 후 실험 분산 곡선을 계산한다. 초기값을 설정한 후 해석적 자코비안을 계산하여 역산을 수행하고 새로운 모형으로부터 이론 분산 곡선을 계산한 후 실험 분산 곡선과의 오차가 일정 범위 내에 수렴할 때까지 반복한다.

### 2.2.2. 역산을 위한 모델 변수들의 물리적인 특성

위상 속도에 영향을 주는 변수로는 P파 속도, S파 속도, 포아송 비, 밀도 및 파동의 기하학적 감쇠 등이 있다. 먼저 포아송 비에 대해 그 영향을 살펴보면 포아송 비의 범위는 0에서 0.5이며 일반적인 토양의 경우 0.15 ~ 0.48이다. 이 범위 내의 포아송 비의 영향은 위상 속도의 수%이내 이므로 무시될 수 있다.

P파 속도는 S파 속도 및 포아송 비와 관계가 있다. 일반적으로 P파 속도는 역산된 S파의 속도와 가정된 포아송 비로부터 구할 수 있다. 그러나 만약 토양이 물로 포화되어 있다면 P파 속도를 1500m/s로 가정하고 S파 속도로부터 포아송 비를 계산하는 것이 좋다.

만약 지하 구조가 반 무한 공간이라면 밀도는 위상속도 계산에 고려할 필요가 없다. 그러나 지하 구조가 층서 구조라면 위상속도는 각 층의 밀도에 어느 정도 영향을 받는다. 일반적으로 토양층에서 밀도는 25 % (1.76~2.16 g/ccm) 이내로 변화하며 이 정도의 변화는 위상속도에 큰 영향은 미치지 않는다.

파의 감쇠 인자는 탄성파의 진폭 변화에 영향을 크게 주지만 위상 속도에는 영향을 거의 주지 않는다. 따라서 밀도, 포아송비, P파 속도, 감쇠인자는 적절히 가정한 후, 역산을 통하여 S파의 속도와 층 두께를 구하는 것이 타당하다.

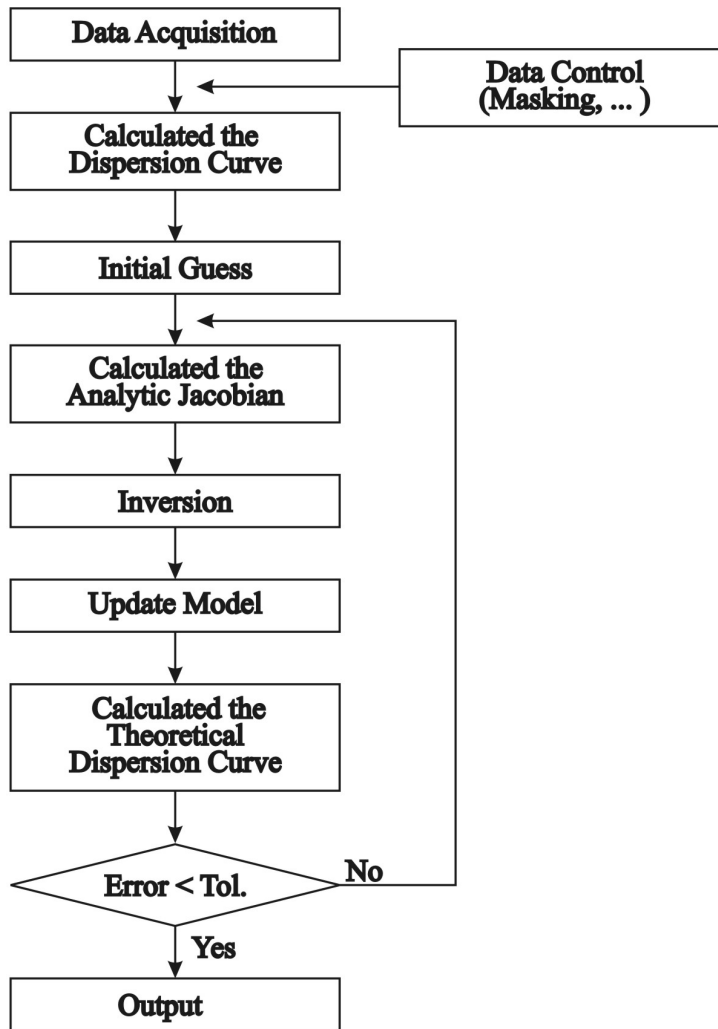


Fig. 1. Flow-chart for SASW inversion scheme.

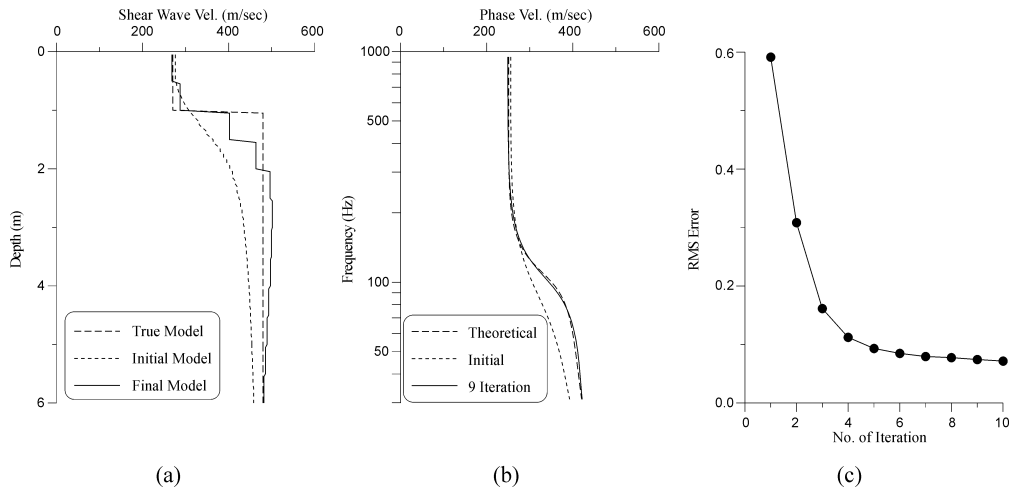
### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1. 수치 모형에 대한 역산

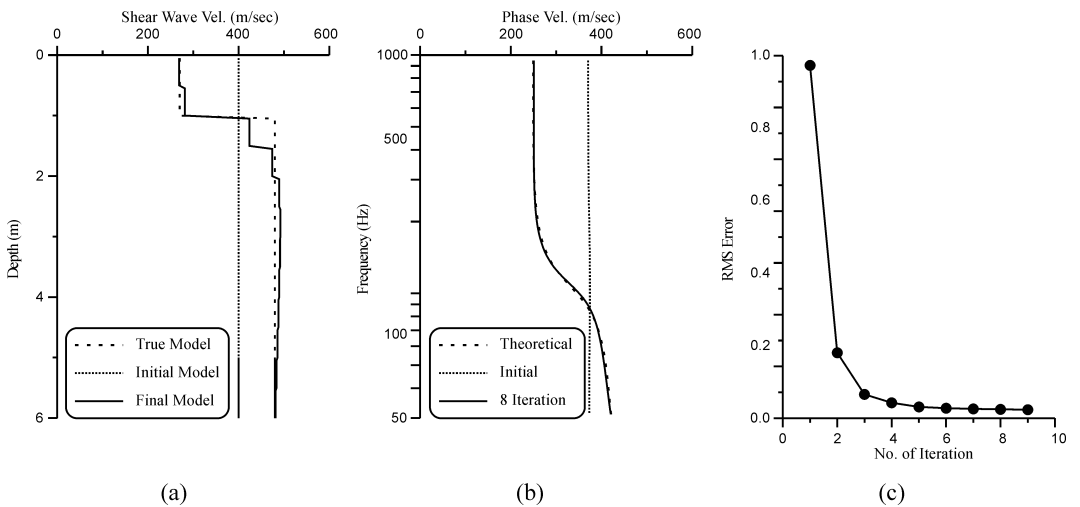
2층, 3층, 5층의 이론 모형으로부터 강성도 행렬법으로 계산된 이론 분산 곡선을 측정 자료로 하여 해석적 자코비안을 통한 표면파 기법의 역산을 수행하여 알고리즘의 타당성을 검토하였다. 2층 모형에 대해서는 초기 모형을 주는 방법에 따른 역산 결과의 변화를 고찰하였으며, 3층과 5층 모형에서는 실제 지층 모형과 유사하게 설정하여 역산 결과를 원래의 모형과 비교 검토하였다.

#### 3.1.1. 2층 모형

이 절에서는 2층 모형에 대해 역산을 수행하였다. 역산을 수행하기 위해서는 초기 모형을 설정하여야 하는데 Fig. 2의 (a)에 나타난 바와 같이 초기 모형을 가정하여 역산을 수행하였다. Fig. 2의 (a)의 초기 모형은 표면파 기법의 경험적 해석 방법 중의 하나인  $\lambda/2$  법을 이용하였다. 이 방법은 분산 곡선에서 파장 대 위상 속도로 나타내었을 때 이 위상 속도는 파장의 0.5배 깊이의 물성을 가장 잘 반영한다고 하는 방법이다. 즉 파장 대 위상 곡선에서 파장에 0.5를 곱해서 이를 심도로 나타내는 방법으로 계산이 단순하다. 이 방법



**Fig. 2.** Estimated model and phase velocity after 8 iterations for 2-layered model.; (a) true model, initial model and estimated model, (b) theoretical, initial and calculated phase velocity, (c) RMS error curve with respect to number of iteration.



**Fig. 3.** Estimated model and phase velocity after 8 iterations for 2-layered model to test the effect of initial guess.; (a) true model, initial model and estimated model, (b) theoretical, initial and calculated phase velocity, (c) RMS error curve with respect to number of iteration.

은 초기 정상 진동법(steady state surface wave method)에서 많이 이용되던 경험적 역산 기법의 하나로 속도 변화가 심한 지역 등에서는 정확도가 떨어진다. Fig. 3에서는 초기 모형을 단순히 1층으로 가정하여 역산을 수행하였다.

두 가지 초기 모형으로부터 각각 역산을 수행하여 Fig 2-(a)와 Fig. 3-(a)에 나타내었다. 그 결과는 거의 일치하고 있으며 모형의 물성을 잘 나

타내고 있다. 또한 층의 경계는 확실히 구별되고 있다.

Fig. 2-(b)와 Fig. 3-(b)에 각 초기 모형에 대해 분산 곡선과 8회의 반복 역산 후 구한 모형 값에 대한 분산 곡선과 모형의 이론치에 대한 분산 곡선을 나타내었다. 초기 모형에 상관없이 8회 반복 후 분산 곡선의 값은 거의 일치하고 있다. Fig. 2-(c)와 Fig. 3-(c)에 각 초기 모형에 대한 역산 반

복에 따른 오차 곡선을 나타내었다.  $\lambda/2$ 법으로 초기 모형을 설정한 것이 두 번째 경우의 초기 모형보다 훨씬 빠르게 수렴함을 알 수 있다. 따라서 역산을 수행하기 위한 초기 모형의 선정에 있어 기존의 경험적 해석 방법인  $\lambda/2$ 법이나  $\lambda/3$ 법 등의 방법을 이용하면 역산 수행 시간을 줄일 수 있으며 직관적으로 지하 구조에 대한 추정이 가능하다.

### 3.1.2. 속도가 증가하는 3층 모형

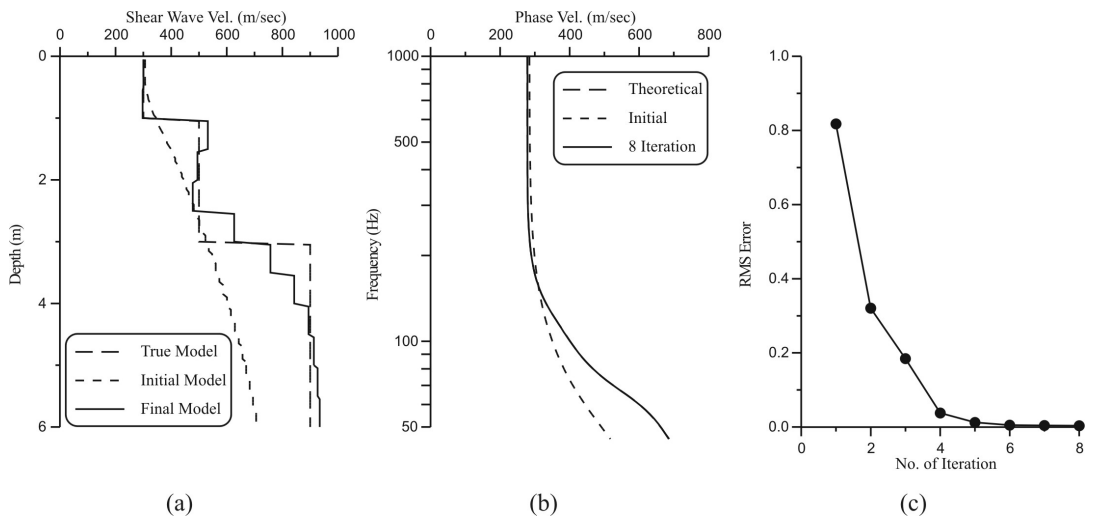
먼저 3층 모형으로 속도가 지표에서 깊어질수록 증가하는 모형에 대해 역산을 수행하였다. 1, 2, 3층의 전단파 속도는 각각 300, 500, 900 m/s로 설정하였으며 층의 두께는 1 m, 2 m, 3 m로 설정하였다. Fig. 4(a)에 모형과 초기 모형 그리고 역산 결과를 나타내었다. 1층의 두께와 경계는 아주 정확하게 찾아가고 있으며 2층의 속도 또한 거의 정확하게 찾아가고 있다. 3층의 층 경계는 약간 오차가 있으나 심도가 깊어질수록 정해를 찾아가고 있음을 알 수 있다. 심부에서 층 경계와 전단파 속도의 오차는 역산 수행 시 저주파 대역의 주파수를 많이 포함 시키지 않은 결과로 생각된다. Fig. 4(b)에 초기 모형과 역산 결과 및 실제 모형값에 대한 분산 곡선을 나타내었다. 8회

반복 후역산 결과에 대한 분산 곡선은 실제 모형의 값과 매우 잘 일치하고 있으며 반복에 따른 RMS 오차를 Fig. 4(c)에 나타내었다.

### 3.1.3. 파쇄대 모형

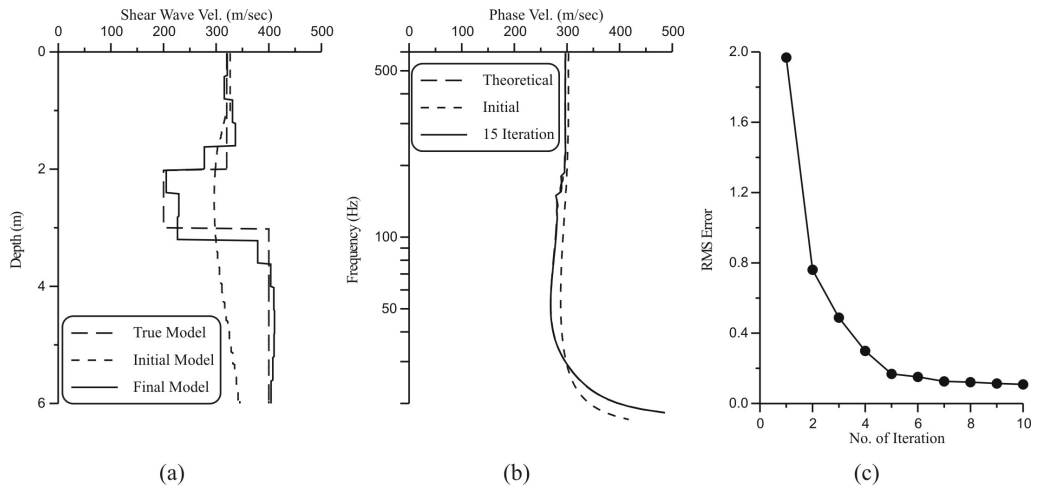
다음은 층 사이에 파쇄대가 존재하는 모형으로 도로 포장 공사 시 성토 다짐도 조사, 지반 강성 평가 등을 위해 지하에 연약 지반이 존재하는 모형으로 각 층의 속도를 350, 200, 400 m/s로 하고 층의 두께를 2, 1, 3 m로 설정하였다. 실제 도로 포장 공사 시에는 하부의 연약 지반의 존재를 확인하는 것이 상당히 중요한 일이며, 이 모형은 그와 같은 경우에 표면파 기법의 적용 가능성을 확인할 수 있다.

Fig. 5에 모형과 초기 모형 값, 역산 결과를 나타내었다. 분산 곡선 계산 시  $dz$ 는 0.02 m로 계산하였으며 모형 변수의 크기(두께)는 0.4 m로 역산을 수행하였다. 실제 모형의 층 경계와 모형 변수가 겹쳐지기 때문에 2층과 3층의 경계가 약간 다르게 나타나고 있다. 역산 결과는 각 층의 속도 및 경계를 잘 찾아가고 있으며 층 경계로 인해 분산 곡선에서 100 ~ 200 Hz 사이에 떨림 현상이 나타나는데 이로 인하여 역산 시 발생할 수 있는 역산 결과의 심한 변동을 줄이기 위해

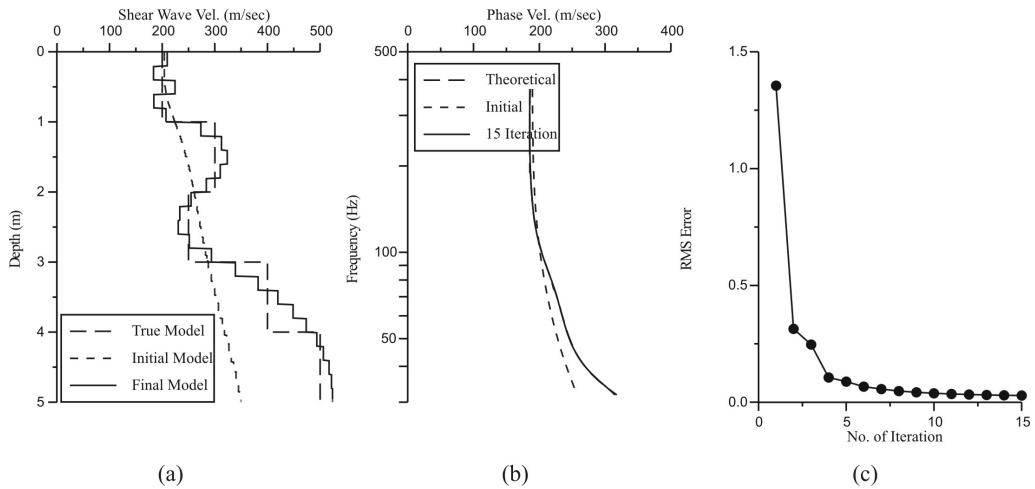


**Fig. 4.** Estimated model and phase velocity after 8 iterations for Low-Medium-High (LMH) type 3-layered model.; (a) true model, initial model and estimated model, (b) theoretical, initial and calculated phase velocity, (c) RMS error curve with respect to number of iteration.





**Fig. 5.** Estimated model and phase velocity after 15 iterations for Medium -Low-High (MLH) type 3-layered model.; (a) true model, initial model and estimated model, (b) theoretical, initial and calculated phase velocity, (c) RMS error curve with respect to number of iteration.



**Fig. 6.** Estimated model and phase velocity after 13 iterations for 5-layered model.; (a) true model, initial model and estimated model, (b) theoretical, initial and calculated phase velocity, (c) RMS error curve with respect to number of iteration.

감쇠 인자 값을 자코비안 최대값의 10배(0.2 m)로 설정하여 오차 곡선의 수렴 속도가 이전의 모형에 비해 늦다.

### 3.1.4. 5층 구조 모형

다음은 복잡한 지층 구조에서의 역산을 통한 지하 강성도 구조의 파악 가능성을 알아보기 위해 Fig. 6과 같은 5층 구조의 모형을 설정하여 역산을 수행하였다. 2~3 m 사이에 저속도 구간이

있고 나머지 구간은 속도가 점진적으로 증가하는 모형이다. Fig. 6에 초기모형과 역산 결과가 나타나 있는데, 전단파 속도의 역산 결과를 살펴보면 각 층의 경계가 정확하게 구분되었으며 층의 속도 또한 잘 찾아감을 알 수 있다. 심도 3~4 m 사이에는 역산결과가 완만하게 증가하고 있는데 이는 역산 과정에서 저주파 대역의 주파수를 많이 포함시키지 않았기 때문이다. 저주파 대역에서는 주파수의 미소증가로 인한 파장의 변화가 크

므로 저주파 대역은 아주 좁은 간격으로 많은 영역을 계산에 포함시켜야 심부의 변화를 정확히 나타낼 수 있을 것으로 판단된다.

3.2. 현장자료에 대한 적용

3.2.1. 아스팔트의 강성 주상도 조사

아스팔트의 강성 주상도를 조사하기 위해 표면과 기법을 적용하여 이 연구에서 개발한 알고리즘을 이용하여 역산을 수행하였다. 표면과 기법을 수행한 아스팔트 포장체는 기존의 도로를 허물고 다시 도로를 건설하는 현장(양지-죽산 도로 확장 공사)에서 실험한 것으로, 기존의 도로를 수직으로 절개하여 층서 구조를 눈으로 직접 확인할 수 있어 역산 결과와 직접 비교할 수 있었으며 전단파 속도는 아스콘을 코어링하여 측정하였다. 아스콘의 전단파 속도는 온도에 상당히 민감한 것으로 알려져 있으며 실험실에서 측정된 결과 2100 m/s 정도의 속도를 얻었다. 현장 실험과 실험실에서 측정 시 온도 차이로 인한 전단파 속도의 오차를 감안하면 실험실에서 측정된 전단파 속도의 약 5 ~ 10% 정도의 오차 범위 내에서 아스콘의 속도를 추정할 수 있다.

Fig. 7은 아스팔트 포장체에서 획득한 자료로부터 계산된 실험 분산 곡선이다. 송신원과 수신

기 간의 거리는 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.5, 2, 3, 4 m로 탐사를 수행하였다. Fig. 8에 역산 결과가 도시되어 있으며 이의 확인을 위해 Fig. 9-(a)에 절토한 면을 나타내었으며 Fig. 9-(b)에 역산한 결과와 눈으로 조사한 단면도가 나타나 있다. 상부 30 cm까지 10 cm 간격으로 3층의 아스콘 층이 있고 그 하부에 60 cm의 기층과 70 cm의 보

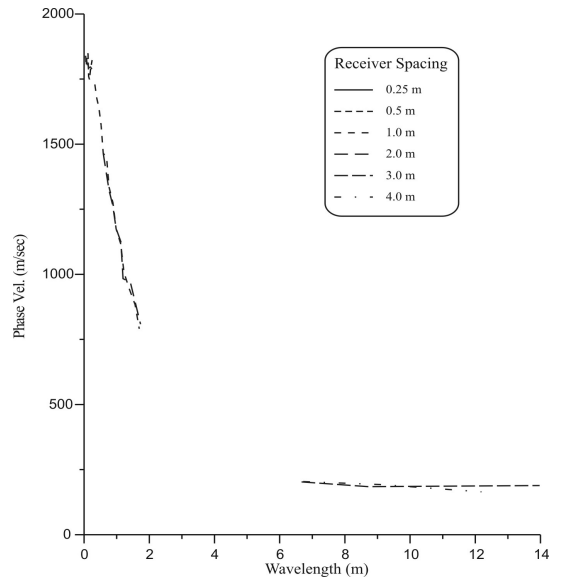


Fig. 7. Experiment dispersion curve for the asphalt.

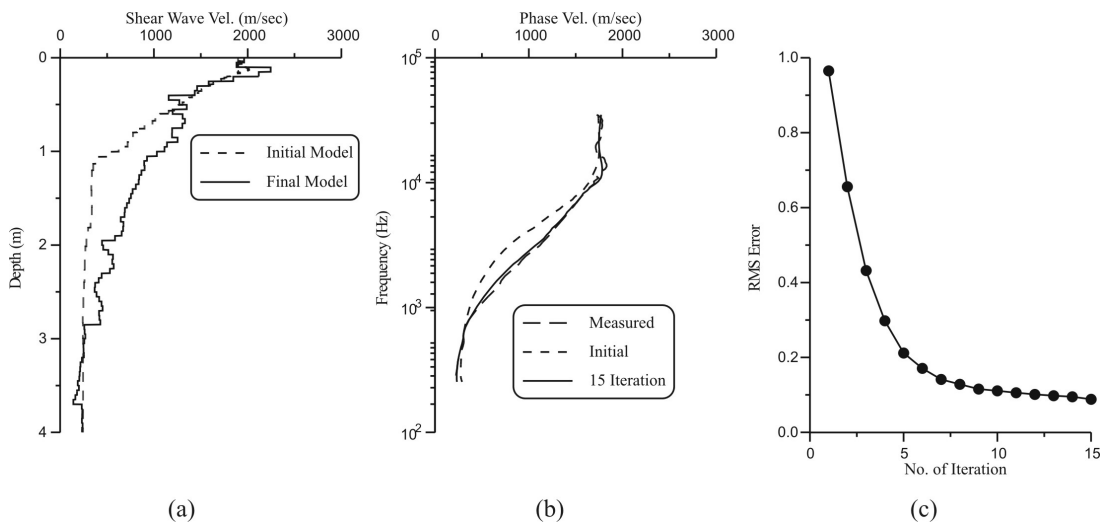


Fig. 8. Estimated model and phase velocity after 8 iterations for the asphalt.; (a) true model, initial model and estimated model, (b) theoretical, initial and calculated phase velocity, (c) RMS error curve with respect to number of iteration.

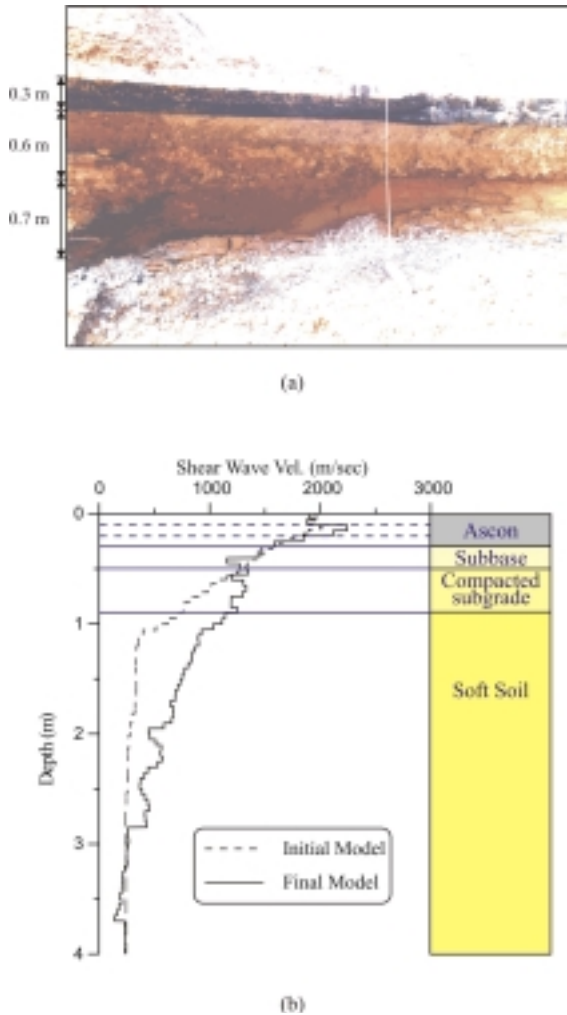


Fig. 9. The shape of cutted asphalt road(a) and the simplified model and the results of inversion(b).

조기층 그리고 원 토양으로 이루어져 있다. 아스팔트는 도로 공사 시 층별로 다짐을 하기 때문에 층간 경계를 명확히 구분할 수 있었다. 역산 결과는 아스콘 층과 기층 그리고 보조 기층의 층 구별은 명확하게 나타나지만 원 토양과는 뚜렷한 층 구별이 보이지 않는데 이는 원 토양과 보조 기층과의 속도차가 많이 나지 않는 점과 자료의 질이 떨어지는 과장대인 2 ~ 7 m 구간을 마스킹으로 제거하여 자료가 부족하여 나타난 현상으로 판단된다. 아스콘의 전단파 속도 역산 결과는 아스콘 시료에 대한 전단파 속도 측정 결과인 2000 ~ 2200 m/s와 잘 일치하고 있다.

도로 포장체의 경우 일반적인 설계 기준을 이미 알고 있는 경우가 대부분이므로 사전에 충분한 정보를 가지고 있어 해석하기가 용이할 것으로 사료된다. 이상의 결과로부터 표면파 기법으로 활주로 및 도로 포장체의 강성 주상도 획득 및 시공 감리등에 적절하게 이용될 수 있을 것으로 판단된다.

### 3.2.2. 터널 벽체의 건전도 평가

표면파 기법을 수행한 터널 벽체 배면의 지질 상태는 대체적으로 파쇄가 심한 편마암 층이며, 0~1 m까지는 RQD가 0이며, 1~2 m까지는 RQD가 35, 2~3 m까지는 RQD가 50이며, 3~5 m까지는 RQD가 80인 상태가 양호한 편마암 층으로 구성되어 있으며 표면파 기법 실험에 이용된 터널의 벽체는 슛크리트와 강제 지보만 설치되어 있다.

이 터널의 벽체에 대한 표면파 기법은 실험은 횡 방향으로 수진기간 거리를 0.2, 0.5, 1, 2, 4 m 으로 하여 실시하였다.

각 수진기 간격에 대한 분산곡선은 Fig. 10에 나타나 있으며 위해 복합 분산 곡선을 계산하여 역산을 수행하였다. 역산결과가 Fig. 11에 나타나 있으며 이를 살펴보면 15 cm 정도의 고속도 표층(슛크리트)이 있고 그 다음에 저속도의 층이 존재하며 약 80 cm 정도의 심도에서부터 1300 m/s 이상의 경향이 시작되고 있음을 알 수 있다.

슛크리트의 표면파 기법을 수행한 측선 주위의 벽체에 대해 8개의 코어링을 통해 검증하였다. 각각의 코어링 시험공에서의 슛크리트의 두께는 16, 17, 19, 16, 12, 24, 27, 28 cm 였다.

터널의 슛크리트 면은 불규칙한 원 지반으로 인해 일반적인 슛크리트면과 과도하게 슛크리트가 타설된 면으로 나눌 수 있는데 일반적인 슛크리트 두께는 평균 16 cm였으며 과도하게 타설되어 배가 나온 부분의 슛크리트 두께는 약 26 cm 였다. 따라서, 실제 코어링 시험 결과로부터 표면파 실험 결과(슛크리트 두께 15 cm)는 상당히 정확함을 알 수 있다. 일반터널 벽체 배면의 강성도 (stiffness)를 구할 수 있다.

이상에서 표면파 기법의 역산을 통하여 슛크리트의 두께와 벽체 배면의 강성도를 알 수 있었고

-shotcrete의 두께도 확인할 수 있었다. 즉, 표면파 기법을 터널 벽체의 건전도 시험에 적용하면 GPR과 같은 방법들이 제시할 수 있는 단순한 벽체의 두께 뿐 아니라 벽체 배면의 강성도까지도 파악

하여 터널의 건전성 지표로 이용할 수 있다 하겠다.

4. 결론

본 연구에서는 표면파 기법의 역산을 위해 해석적 자코비안을 도출하여 경제적이고 효율적인 역산 알고리즘을 제시하고자 하였다. 해석적으로 구한 자코비안을 이용하여 제한 조건을 가한 감쇠 최소 자승법을 이용하여 여러 모형에 대한 반응 양상을 검토, 고찰하여 타당성을 검증하였다. 이를 토대로 이론 및 현장 자료에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 해석적으로 자코비안식을 유도하여 역산 수행시 매 반복마다 자코비안을 1회만 계산하므로 수치적으로 자코비안을 계산하는 방법에 비해 지하 구조를 N개의 층으로 나누었을 때 2N 배 빠르게 역산을 수행할 수 있었다.
2. 역산 과정에서 처음 가정하는 초기 모형의 값을 경험적 역산법인  $\lambda/2$ 법을 이용하여 실제 모형과 근사한 초기 모형의 설정으로 역산 시 수렴 속도를 빠르게 할 수 있었다.

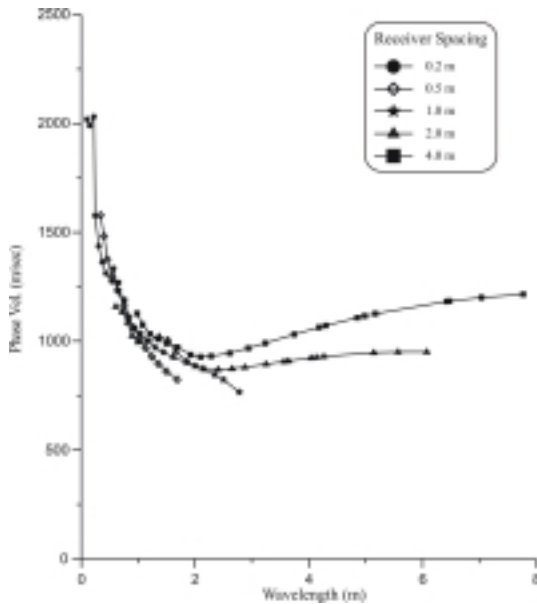


Fig. 10. Dispersion curve of Rayleigh wave with wavelength which is measured in real tunnel with different receiver spacing.

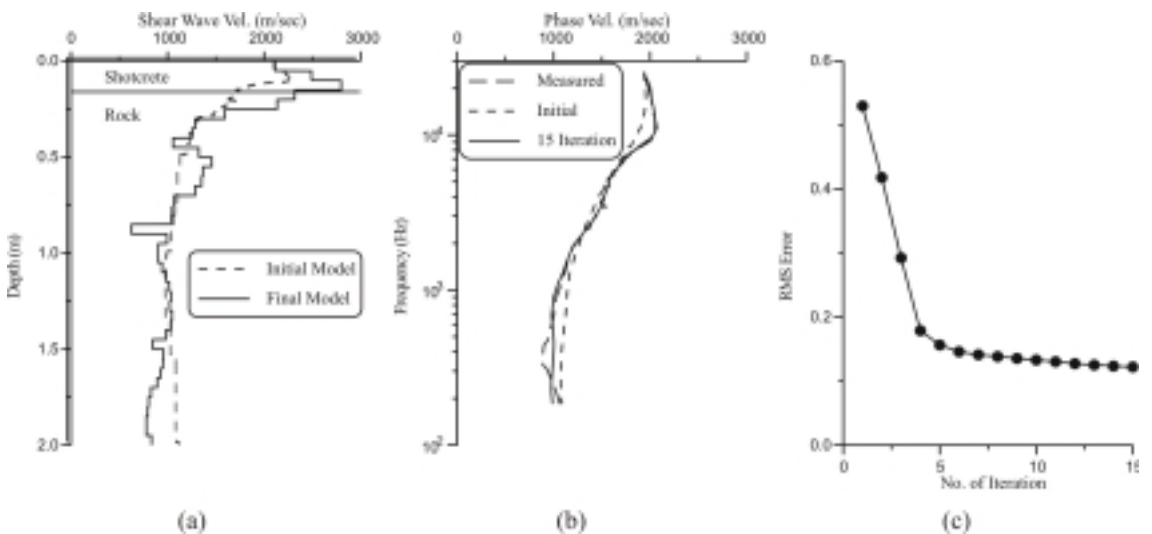


Fig. 11. Estimated model and phase velocity after 8 iterations for the tunnel data.; (a) true model, initial model and estimated model, (b) theoretical, initial and calculated phase velocity, (c) RMS error curve with respect to number of iteration.

3. 물리적으로 직접 확인된 도로 포장체 하부에 표면파 기법을 적용하여 아스팔트의 두께 및 그 하부의 전단파 속도 구조를 파악하여 현장 적용성을 확인하였다.

4. 표면파 기법을 터널의 벽체 건전도 조사에 응용하여 쏫크리트의 두께 및 벽체의 심도별 전단파 속도를 구하여 쏫크리트의 두께와 벽체 배면의 강성도를 알 수 있었고 쏫크리트의 두께도 확인할 수 있었다. 표면파 기법을 터널 벽체의 건전도 시험에 적용하면 GPR과 같은 방법들이 제시할 수 있는 단순한 벽체의 두께 뿐만 아니라 벽체 배면의 강성도까지도 파악하여 터널의 건전성을 평가할 수 있었다.

앞으로 다중 채널의 수신기를 이용하여 다양한 수신기 간격별로 얻은 자료를 각각 거리별로 역산을 수행하는 배열 역산법을 적용하여 수평적인 속도 변화가 있는 지하 구조에 대한 해석 연구가 필요하다고 생각된다.

### 참고문헌

하희상, 신창수, 서정희, 2002, 차분 전개를 이용한 표면파 기법의 모형 응답 계산, 물리탐사, Vol. 5, No. 2, 99-107.

Aki, K. and P. G. Richards, 1980, Quantitative seismology : Theory and Method, W. H. Freeman, San Francisco, C. A.

Dorman, J, and M., Ewing, 1962, Numerical Inversion of seismic surface waves dispersion data and crust-mantle structure in the New York. Journal of Geophysical Research. Vol. 67, 5227-5241.

Ewing, W. M., Jardetzky, W. S., and Press, F., 1957, Elastic waves in layered media, McGraw-Hill book Co., New York.

Haskell, N, A., 1953, The dispersion of surface waves on multilayered media, Bulletin of Seismological

Society of America, Vol. 43, 17-34.

Heisey, J, S., Stokoe, K. H., II, and Meyer, A.. H., 1982, Moduli of pavement systems from spectral analysis of surface waves, Transportation research record 852, TRB, 22-31.

Joh, Sung-ho, 1996, Advances in interpretation and analysis techniques for spectral analysis of surface waves measurements, Ph. D. Thesis, University of Texas at Austin.

Jones, R., A., 1955, Vibration method of measuring the thickness of concrete road slabs in situ, Magazine of concrete research, Vol. 7, No. 20, 97-105.

Nazarian, S., Stokoe, K. H., II, and Hudson, W. R., 1983, Use of spectral analysis of surface wave method for determination of moduli and thickness of pavement system, Transportation research record 930, TRB, 38-45.

Nazarian, S. and Stokoe, K. H., II, 1984, Nondestructive testing of pavements using surface waves, Transportation research record 993, TRB, 67-79.

Rodi, W. L., Pl Glover. T. M. C. Li and S. S. Alexander, 1975, A fast, accurate method for computing group velocity partial derivatives for Rayleigh and love mode. Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 65, 1105-1114.

Stokoe, K, H., II and Woods, R. D., 1972, In situ shear wave velocity by cross hole methods, Journal of soil mechanics foundation engineering, ASCE, Vol. 98, No. SM5, 443- 460.

Stokoe II, K. H. et al, 1994, Characterization of geotechnical sites by SASW method, Proc. XIII ICSMFE Technical Committee 10, New Delhi.

Takeuchi, H, M. Saito, and N. Kobayashi, 1962, Study of shear velocity distribution in the upper mantle Rayleigh and Love waves, Journal of Geophysical Research, 67, 2831-2839.

Thomson, W. T., 1950, Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, Journal of Applied Physics, Vol. 26, 89-93.

---

2002년 8월 6일 원고접수  
2002년 9월 23일 원고채택