

벡터 유한 요소를 이용한 고주파 3차원 전자탐사 모델링

손정술¹⁾ · 송윤호¹⁾ · 정승환¹⁾ · 서정희²⁾

Three-Dimensional High-Frequency Electromagnetic Modeling Using Vector Finite Elements

Jeong-Sul Son¹⁾, Yoonho Song¹⁾, Seung-Hwan Chung¹⁾ and Jung Hee Suh²⁾

요 약 : 유한요소법을 이용한 전자기장의 3차원 모델링은 전자기장의 연속조건을 수치해가 만족하지 못함으로 인해서 발생하는 벡터 기생해(vector parasite)의 문제점을 가지고 있다. 이 연구에서는 벡터 기생해로 인한 오차를 줄이기 위해, 기저함수가 크기와 방향을 가지는 벡터요소를 도입하였다. 유한요소 행렬식은 complex BCG법을 적용하여 계산시간과 기억용량을 줄이고자 하였으며, 반복적인 해의 수렴속도 향상을 위해서 Point Jacobi법을 적용하였다. 개발된 알고리즘을 수직 전기 쌍극자 송신원을 이용한 층서구조 모형에 적용하여 이를 층서구조의 해와 비교함으로써 수치 모델링 알고리즘의 타당성을 검증하였으며, 이 과정에서 기존의 유한요소법에서 발생하는 벡터 기생해의 문제점이 벡터요소를 이용하는 경우에는 나타나지 않는 것을 확인하였다. 개발된 3차원 전자탐사 모델링 기법의 고주파수 영역으로의 적용성을 고찰하기 위하여, 100 MHz의 수직 자기 쌍극자 송신원을 이용한 모델링을 유전율 이상층이 존재하는 층서구조 모형에 적용하여, 이를 층서구조 해와 비교하여 알고리즘의 타당성을 확인하였다. 검증된 3차원 전자탐사 모델링 기법을 유전율 이상체에 적용하여 이상체 주변에서의 전기장의 반응을 공간적으로 살펴보았다. 이 연구에서 개발된 벡터요소를 사용한 3차원 고주파 전자탐사 모델링 기법은 기존의 전기전도도 이상체 뿐만 아니라 유전율 이상체에 대한 모델링을 가능하게 하여, 고주파 전자탐사법의 새로운 적용 및 해석의 기반을 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

주요어 : 3차원 전자탐사 모델링, 고주파수, 유전율 이상체, 벡터 유한요소법

Abstract : Three-dimensional (3-D) electromagnetic (EM) modeling algorithm has been developed using finite element method (FEM) to acquire more efficient interpretation techniques of EM data. When FEM based on nodal elements is applied to EM problem, spurious solutions, so called 'vector parasite', are occurred due to the discontinuity of normal electric fields and may lead the completely erroneous results. Among the methods curing the spurious problem, this study adopts vector element of which basis function has the amplitude and direction. To reduce computational cost and required core memory, complex bi-conjugate gradient (CBCG) method is applied to solving complex symmetric matrix of FEM and point Jacobi method is used to accelerate convergence rate. To verify the developed 3-D EM modeling algorithm, its electric and magnetic field for a layered-earth model are compared with those of layered-earth solution. As we expected, the vector based FEM developed in this study does not cause any vector parasite problem, while conventional nodal based FEM causes lots of errors due to the discontinuity of field variables. For testing the applicability to high frequencies 100 MHz is used as an operating frequency for the layer structure. Modeled fields calculated from developed code are also well matched with the layered-earth ones for a model with dielectric anomaly as well as conductive anomaly. In a vertical electric dipole source case, however, the discontinuity of field variables causes the conventional nodal based FEM to include a lot of errors due to the vector parasite. Even for the case, the vector based FEM gave almost the same results as the layered-earth solution. The magnetic fields induced by a dielectric anomaly at high frequencies show unique behaviors different from those by a conductive anomaly. Since our 3-D EM modeling code can reflect the effect from a dielectric anomaly as well as a conductive anomaly, it may be a groundwork not only to apply high frequency EM method to the field survey but also to analyze the field data obtained by high frequency EM method.

Keywords : 3-D EM modeling, high-frequency, dielectric anomaly, vector finite elements

*2002년 10월 25일 접수

1) 한국지질자원연구원 탐사개발연구부(Geophysical Exploration and Mining Division, Korea Institute of Geoscience and Mineral Resource)

2) 서울대학교 공과대학 지구환경시스템 공학부(Sch. of Urban, Civil & Geosystem Eng., Seoul National University)

서 론

전자탐사는 전도체 내부에 유기되는 산란전류에 의한 이차 전자기장을 측정하여 지하의 전기전도도 분포양상 및 구조를 파악하는 탐사방법으로, 전도성 광물탐사에 이용되어 왔다. 그러나, 최근들어 탐사장비와 해석기법의 발달로 보다 정밀한 해석이 가능해짐에 따라 환경과 토목분야에서의 활용이 확대되어 가고 있다(장현삼 등, 1998; Henderson, 1992). 전자탐사가 고해상도의 지하구조 영상화를 추구함에 따라, 기존의 탐사에 적용되는 주파수보다 높은 주파수대역의 탐사기법에 대한 필요성이 증대되어 여러 가지 방법들이 소개되었으며, 그 대표적인 예가 지표 레이더(GPR) 탐사이다. 레이더 탐사는 수십 MHz 이상의 고주파를 사용하며 현재의 물리탐사 방법 중 가장 높은 해상도를 가지나, 지하매질의 전기전도도가 높은 지역에서 고주파 전자기파의 극심한 감쇠로 인하여 그 가탐심도는 수 m 이내로 제한되는 한계점을 가지고 있다. 또한, 지하매질의 유전율을 정량적으로 해석하는 기술이 아직까지 개발되어 있지 않으며, 전자탐사에서 주 탐사대상인 전기전도도 측면에서 레이더 탐사로 전기전도도를 정확히 규명한다는 것은 현실적으로 불가능하다. 따라서 통상적인 전자탐사의 사용 주파수 상한인 100 kHz 보다는 높고 레이더 탐사의 주파수보다는 낮은 주파수 대역의 탐사 기술을 개발함으로써 지하구조의 전기 전도도와 유전율을 영상화하고자 하는 시도가 대두되었으며 이를 고주파 전자탐사라 부르게 되었다(Pellerin *et al.*, 1995; Song *et al.*, 1997).

이러한 광대역에 걸친 전자탐사를 실현시키기 위해서는 이의 기초적인 연구로 정확한 3차원 모델링 알고리즘의 구현이 요구되었다. 이를 위해 이 연구에서는 유한요소법을 이용하여 고주파에도 적용 가능한 3차원 전자탐사 모델링 알고리즘을 개발하고자 하였다. 유한요소법을 이용한 3차원 전자탐사 모델링을 구현하기 위해서는 무엇보다도 먼저, 유한요소법의 근사해 가정이 전자기장의 연속성을 충족시키지 못함으로 인해 야기되는 벡터 기생해(vector parasite)라는 근본적인 문제(Lynch and Paulsen, 1991)에 대한 해결이 필요하였다. 기생해의 문제를 해결하기 위한 방법중의 하나로 비교적 최근에 와서야 소개된 방법이 벡터 유한요소법(vector finite element method)이다. 이 방법은 기저함수가 크기와 방향을 가지며, 요소의 절점이 아닌 모서리에 할당되는 미지수가 전자기장의 경계에 평행한 성분과 연관되므로 전자기장의 연속성에서 발생하는 벡터 기생해의 문제로부터 자유로워진다. 1980년대 초 Nedelec(1981)이 직사각형 요소와 사면체 요소를 도입한 이래로 다양한 요소들에 대한 연구 결과가 발표되었으며(Bossabit and Verite, 1983; Welij, 1985), 최근의 유한요소법을 이용한 전자기장 모델링 연구에서 적용이 점차로 증가하고 있는 추세이나(Jiaming, 1993), 물리탐사 분야에서는 아직까지 시도되지 않았다.

이 연구에서는 벡터 기생해의 문제로부터 자유로운 벡터 유한요소법을 이용하여, 3차원 전자탐사 수치 모델링 알고리즘을 개발하였으며, 송신원에 의한 문제점을 피하기 위하여 전자기장의 이차장에 대하여 유한요소법을 적용하였다.

한편, 유한요소법을 이용한 모델링에서 단점으로 지적되는 기억용량과 계산시간의 문제점을 해결하기 위하여, 이 연구에서는 반복적으로 행렬식을 계산하는 방법을 이용하였다. 반복적인 해를 구하는 기법으로는 Jacobs(1981)에 의해 소개된 복소 행렬식에 대한 CBCG(Complex bi-conjugate gradient)법을 대칭 행렬에 적용할 수 있도록 변형한 Smith(1990)의 알고리즘을 적용하였다. 또한, 반복해의 수렴속도를 증가시키기 위한 행렬식의 전처리기(pre-conditioner)로 간단하면서도 계산비용면에서 효율적인 Point Jacobi법을 이용하였다.

개발된 벡터 유한요소법을 이용한 모델링 알고리즘을 층서 구조 모형에 적용하여 그 결과를 층서구조에 대한 해(Pellerin *et al.*, 1995)와 비교하여 알고리즘의 정확도를 검증하였다. 이 과정에서 송신원으로 수직 전기 쌍극자를 선택하여 기존의 유한요소법인 경우에 발생하는 벡터 기생해의 문제점이 벡터요소를 이용한 경우에는 나타나지 않는 것을 확인하였다. 층서구조 모델에 대하여 주파수를 100 MHz까지 높여 수치 모델링 알고리즘을 적용하였으며, 이의 결과를 층서구조 해와 비교하여 고주파수 전자탐사 모델링의 적용성을 확인하였다. 층서구조 내의 이상층의 물성을 전기전도도 이상값 뿐만 아니라 유전율 이상값을 설정하였으며, 이의 결과를 층서구조의 해와 비교함으로써 유전율 이상체에 대한 수치 모델링 알고리즘의 적용성을 확인하였다.

이차장을 이용한 유한 요소 모델링

이 연구에서는 송신원의 문제를 손쉽게 해결할 수 있고, 보다 적은 격자수로도 정확한 모델링이 가능하다고 알려진 이차장에 유한요소법을 적용하였다. 다음 식은 이러한 이차장에 대한 전기장 및 자기장에 대한 이차 미분방정식이다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\hat{z}} \nabla \times \mathbf{E}^s \right) + \hat{y} \mathbf{E}^s = (\hat{y} - \hat{y}_h) \mathbf{E}^p \quad (1a)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\hat{y}} \nabla \times \mathbf{H}^s \right) + \hat{z} \mathbf{H}^s = \nabla \times \left(\frac{\hat{y} - \hat{y}_h}{\hat{y}} \mathbf{E}^p \right) \quad (1b)$$

여기서, \mathbf{E} : 전기장(electric field, V/m)

\mathbf{H} : 자기장(magnetic field, A/m)

$\hat{z} = i\omega\mu$: 임피디비티(impedivity)

$\hat{y} = \sigma + i\omega\mu$: 어드미티비티(admittivity)

μ : 투자율(magnetic permeability, H/m)

ϵ : 유전율(electric permittivity, F/m)

σ : 전기전도도(electric conductivity, S/m)

위첨자 P 는 일차장, S 는 이차장, 아래첨자 h 는 반무한 균

질 공간에서의 값을 나타낸다.

위의 2차 미분방정식에 비교적 이론이 간단하고, 임의의 미분방정식에의 적용이 가능한 기중잔여법을 적용하여 변분식을 유도하였다. 전기장이나 자기장은 그 형태의 대칭성으로 인하여 하나의 성분에 대한 변분식을 유도하게 되면, 다른 성분에 대한 변분식은 자동적으로 구해지므로 각각의 전기장 및 자기장 모두에 대하여 유한요소법을 적용하는 것이 가능하다. 이 연구에서는 전자탐사 모델링에서 일반적인, 지층의 자기적 성질을 고려하지 않는 경우에 물성의 공간적 미분으로 인한 수치적인 문제가 발생하지 않는 전기장에 대해서만 유한요소법을 적용하였다.

전기장에 대한 미분방정식인 (1a)식에 기중잔여법을 적용하기 위하여, 임의의 시험함수 Φ_i 를 곱한 후, 주어진 영역 V 에 대한 적분값을 0으로 하고, 이를 정리하면 다음과 같은 전기장에 대한 변분식을 얻을 수 있다.

$$\int_V \left\{ \nabla \times \Phi_i \cdot \left(\frac{1}{z} \nabla \times \mathbf{E}^s \right) + \hat{y} \mathbf{E}^s \cdot \Phi_i \right\} dv \\ = \int_V \{ (\hat{y} - \hat{y}_h) \mathbf{E}^s \cdot \Phi_i \} dv - \oint_S \Phi_i \cdot \left(\frac{1}{z} \hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \mathbf{E}^s \right) ds \quad (2)$$

여기서, Φ_i 는 일반적인 유한요소법에서 사용되는 선형의 기저함수를 나타낸다. 위의 (2)식에서 송신원이 없는 경우, 유한한 전기전도도를 갖는 요소간의 경계면에서 $(1/z) \hat{\mathbf{n}} \times (\nabla \times \mathbf{E})$, 즉 $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}$ 는 연속이므로 (2)식의 마지막 항인 경계면에서의 적분항은 없어지게 된다. 내부에 송신원이 있는 경우에는 $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}$ 의 연속조건은 물리적인 전류밀도 (\mathbf{J})의 연속조건으로 치환되어지며, 외부의 경계면에서는 $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}$, $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}$ 또는 등가의 전류항에 대한 적절한 경계조건으로 대체된다.

변분식에서 유한요소 방정식을 구하기 위해서는 요소내의 전기장을 절점에서의 전기장의 값과 요소의 기하학적 형상과 관련되는 보간함수를 사용하여 근사한 후, 이를 (2)식에 대입하여 정리하면, 하나의 요소에 대한 유한요소 방정은 아래와 같은 행렬식의 형태로 정리된다.

$$\sum_{i=1}^{N_e} \mathbf{K}_{ij} \mathbf{E}_j = \mathbf{R}_j \quad j=1, \dots, N_e \quad (3)$$

여기서, N_e 는 요소내의 절점의 개수이며, \mathbf{K}_{ij} 는 하나의 요소에 대한 계수행렬로서 3×3 의 크기를 가지는 복소수 행렬로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \left\langle \frac{1}{z} \left(\frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial y \partial y} + \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial z \partial z} \right) + \hat{y} \langle \phi_i \phi_i \rangle \right\rangle & \left\langle -\frac{1}{z} \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial x \partial y} \right\rangle & \left\langle -\frac{1}{z} \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial x \partial z} \right\rangle \\ \left\langle -\frac{1}{z} \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial y \partial x} \right\rangle & \left\langle \frac{1}{z} \left(\frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial x \partial x} + \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial z \partial z} \right) + \hat{y} \langle \phi_i \phi_i \rangle \right\rangle & \left\langle -\frac{1}{z} \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial x \partial y} \right\rangle \\ \left\langle -\frac{1}{z} \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial z \partial x} \right\rangle & \left\langle -\frac{1}{z} \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial z \partial y} \right\rangle & \left\langle \frac{1}{z} \left(\frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial x \partial x} + \frac{\partial \phi_i \partial \phi_i}{\partial y \partial y} \right) + \hat{y} \langle \phi_i \phi_i \rangle \right\rangle \end{pmatrix} \quad (4)$$

여기서, $\langle \rangle$ 는 주어진 영역 V 에서의 적분을 나타내며, ϕ_i 및 ϕ_j 는 선형의 기저함수이다. 일반적으로, 벡터 항등식 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})$ 과 송신원을 포함하지 않는 요소에서 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 인 조건을 적용하여, (1)식을 무한 매질에서 대한 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식으로 변환시켜 계산하게 된다. 그러나, 이중 컬(curl) 미분방정식으로부터 유도된 계수행렬인 (4)식을 살펴보면, 다이버전스(divergence)와 관련된 항을 포함하고 있지 않으므로, 헬름홀츠 방정식에 유한요소법을 적용하였을 경우 일반적으로 유도되는 갤러킨-헬름홀츠(Galerkin-Helmholtz) 형태가 아닌 것을 알 수 있다. 또한, (4)식에서 포함되지 않은 다이버전스 항에 대한 조건은 경계에서의 $\hat{y} \mathbf{E}$, 즉 전류밀도의 연속 조건과 관련되어지는 점을 상기한다면, 유한요소 행렬식 (4)식은 전류밀도의 연속 조건을 만족하지 못하고 있다. 따라서, 이중 컬 미분방정식으로부터 유도된 유한요소 방정식에서는 전류밀도의 불연속 조건을 만족시키지 못함으로 인해, 물리적으로 무의미하나 수치적인 계산과정에서 발생하는 거짓해(spurious solution)의 문제점이 발생하게 된다(Pinchuk *et al.*, 1988; Paulsen and Lynch, 1991). 이러한 수치적인 오차는 “벡터 기생해 (vector parasite)”란 이름으로 알려져 있다.

정확한 수치 계산을 위해서는 벡터 기생해의 문제점을 해결하는 것이 반드시 필요하며, 이에 대한 많은 연구가 있었다 (Rahman and Davies, 1984; Koshiha *et al.*, 1985; Lynch and Paulsen, 1991). 이 연구에서는 기생해의 문제점을 해결하기 위해 벡터 요소를 이용하였다. 이 방법은 기존의 유한요소법의 기저함수가 위치에 따른 크기만을 가지는 것과는 달리, 크기와 방향을 함께 가지므로 “벡터 유한요소법(vector finite element method)”이라 불리우며, 구하고자하는 미지수를 절점이 아니라 모서리(edge)에 위치시키는 특성으로 인하여 “모서리 유한요소법(edge finite element method)”이라고도 소개되었다.

모서리에 미지수가 설정됨으로써 경계에 평행한 성분(tangential component)을 계산하게 되며, 경계에 평행한 전자기장 성분이 연속이므로, 기존의 스칼라 유한요소법의 계산과정에서 발생할 수 있는 경계에 수직인 성분의 불연속성에 의한 문제점이 없다는 장점을 가진다. Fig. 1에 본 연구에서 벡터 유한요소법을 적용하기 위해 선택한 선형 일차 육면체 요소와 모서리를 도시하였다. 그림의 좌표계 (ξ, η, ζ) 에서 각각의 축과 평행한 방향의 벡터 기저함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \frac{l_i}{8} (1 + \eta_i \eta) (1 + \zeta_i \zeta) \nabla \xi \\ \Phi_j &= \frac{l_j}{8} (1 + \xi_j \xi) (1 + \zeta_j \zeta) \nabla \eta \\ \Phi_k &= \frac{l_k}{8} (1 + \xi_k \xi) (1 + \eta_k \eta) \nabla \zeta \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 (ξ_i, η_j, ζ_k) 는 모서리 i 의 좌표를 나타내며, l_i 는 i 번째

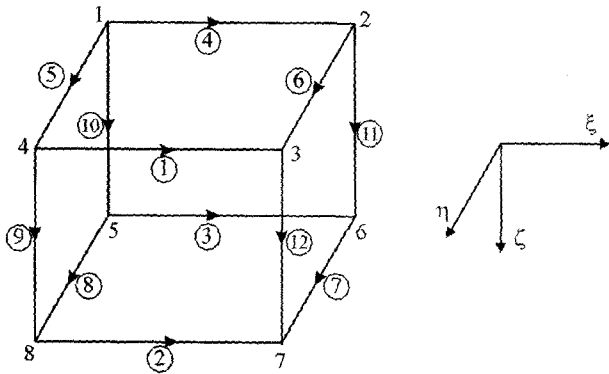


Fig. 1. First order hexahedral edge element for vector FEM.

모서리의 길이를 의미한다.

(5)식을 (2)식에 대입하여 정리하면, 스칼라 유한요소 방정식의 유도과 마찬가지로 (4)식과 유사한 행렬식으로 정리되며, 이 행렬식에는 다음과 같은 두가지 형태의 적분항을 포함한다.

$$P_{ij} = \iiint_{V_e} (\nabla \times \Phi_i^e) (\nabla \times \Phi_j^e) dv \quad (6)$$

$$Q_{ij} = \iiint_{V_e} \Phi_i^e \cdot \Phi_j^e dv \quad (7)$$

여기서, (6)식과 (7)식은 3×3 행렬식으로 다음과 같이 표현된다.

$$[P_e] = \begin{bmatrix} P_{xx}^e & P_{xy}^e & P_{xz}^e \\ P_{yx}^e & P_{yy}^e & P_{yz}^e \\ P_{zx}^e & P_{zy}^e & P_{zz}^e \end{bmatrix}, [Q_e] = \begin{bmatrix} Q_{xx}^e & 0 & 0 \\ 0 & Q_{yy}^e & 0 \\ 0 & 0 & Q_{zz}^e \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서,

$$[P_{xx}] = \iiint_{V_e} \left(\frac{\partial \{\Phi_x^e\}}{\partial y} \frac{\partial \{\Phi_x^e\}^T}{\partial y} + \frac{\partial \{\Phi_x^e\}}{\partial z} \frac{\partial \{\Phi_x^e\}^T}{\partial z} \right) dv$$

$$[P_{yy}] = \iiint_{V_e} \left(\frac{\partial \{\Phi_y^e\}}{\partial y} \frac{\partial \{\Phi_y^e\}^T}{\partial y} + \frac{\partial \{\Phi_y^e\}}{\partial z} \frac{\partial \{\Phi_y^e\}^T}{\partial z} \right) dv$$

$$[P_{zz}] = \iiint_{V_e} \left(\frac{\partial \{\Phi_z^e\}}{\partial y} \frac{\partial \{\Phi_z^e\}^T}{\partial y} + \frac{\partial \{\Phi_z^e\}}{\partial z} \frac{\partial \{\Phi_z^e\}^T}{\partial z} \right) dv$$

$$[P_{xy}] = [P_{yx}]^T = - \iiint_{V_e} \left(\frac{\partial \{\Phi_x^e\}}{\partial y} \frac{\partial \{\Phi_y^e\}^T}{\partial x} \right) dv$$

$$[P_{xz}] = [P_{zx}]^T = - \iiint_{V_e} \left(\frac{\partial \{\Phi_x^e\}}{\partial z} \frac{\partial \{\Phi_z^e\}^T}{\partial x} \right) dv$$

$$[P_{yz}] = [P_{zy}]^T = - \iiint_{V_e} \left(\frac{\partial \{\Phi_y^e\}}{\partial z} \frac{\partial \{\Phi_z^e\}^T}{\partial y} \right) dv$$

$$[Q_{pp}] = \iiint_{V_e} \{\Phi_p^e\} \{\Phi_p^e\}^T dv, \quad p=x, y, z$$

기존의 스칼라 유한요소법인 경우에 Fig. 1의 선형 일차 정육면체 요소에 대하여 한 요소당 8개의 절점을 가지며, 각 절점에 대하여 3가지 성분을 가지므로 요소에 대한 계수행렬의

크기는 24×24가 된다. 반면, 벡터 유한요소법인 경우에는 하나의 모서리에 하나의 자유도만을 가지므로, 한 요소에 모서리 개수가 12개임을 고려하면, 계수행렬의 크기는 12×12의 크기를 가진다. 또한, 동일한 모형에 대해서 모서리의 개수는 절점의 개수보다 3/2 만큼 증가하나 그 연결성이 모서리 요소인 경우에 절점의 경우보다 작으므로 전체적으로 0이 아닌 성분만을 저장하는 경우에는 기억용량이 더 작게 소요된다.

각각의 요소 행렬을 전체 요소에 대하여 적용한 후 이를 합하게 되면, 각각의 모서리에 대하여 결합되는 다음과 같은 선형 연립방정식을 푸는 문제로 귀결된다.

$$\mathbf{Ax}=\mathbf{b} \quad (9)$$

일반적으로 **A** 로 표현되는 계수 행렬은 전기적 물성의 분포와 분할된 영역의 기하학적 구조와 관련되는데, 일정한 띠폭 (band width)을 가지는 산재된(sparse) 대칭 복소 행렬이다.

행렬식을 계산하는 방법에는 크게 직접적으로 행렬식을 계산하는 방법과 반복적인 방법으로 행렬식을 계산하는 방법으로 나누어진다. 직접적으로 행렬식을 계산하는 방법은 임의의 행렬식에 적용 가능하며 수치적으로 안정적인 장점을 가지나, 계산시간 및 기억용량이 많이 요구된다는 단점이 있다. 특히, 이 연구에서와 같이 3차원 모델링인 경우에 필요한 기억용량과 계산시간이 일반적인 2차원 모델링인 경우보다 매우 크므로, 직접적인 방법으로 행렬식을 계산하기가 거의 불가능하다. 반면에 반복적인 방법으로 해를 구하는 경우에는 계수행렬의 0이 아닌 항들만을 메모리에 저장하므로 기억용량이 직접적인 방법보다 훨씬 더 적게 소요되는 장점을 가지고 있으나, 계산하고자 하는 행렬식의 특성에 따라 적용에 한계가 있는 단점을 가지고 있다. 이 연구에서는 기억 용량과 계산 시간적인 측면을 고려하여 반복적인 방법을 이용하여 해를 구하는 방법을 이용하였다.

이 연구에서는 행렬식의 계산에 CBCG(complex bi-conjugate gradient)법 (Jacob, 1981)을 대칭 행렬인 경우에도 적용이 가능하도록 변형한 Smith(1996)의 방법을 이용하였다. 수렴속도를 향상시키기 위한 전처리기로 Point Jacobi법을 사용하였다. Point Jacobi법은 그 효율은 다른 방법들에 비해 떨어지나, 적용이 쉬우며, 기억용량이나 계산시간을 거의 필요로 하지 않는 장점을 가지고 있다.

인위적인 경계면의 처리를 위해서 수식이 간단하고, 적용이 용이한 RBC(radiation boundary condition)법 (Bossavit and Mayergoyz, 1989; Peterson, 1988; Webb and Kanellopoulos, 1988)을 이용하였다. RBC는 경계에서 반사되어 모델링 영역 내부로 들어오는 파를 상쇄시키도록 미분연산자를 구성하여 이를 적용하는 것으로 다음과 같은 형태의 미분방정식으로 표현된다.

$$\mathbf{B}_z(\mathbf{E}) = \hat{\mathbf{n}}_z \times \nabla \times \mathbf{E} + ik\mathbf{E}_z + \frac{r}{2(1+ikr)} \nabla \times [\hat{\mathbf{n}}_z (\nabla \times \mathbf{E})] \quad (10)$$

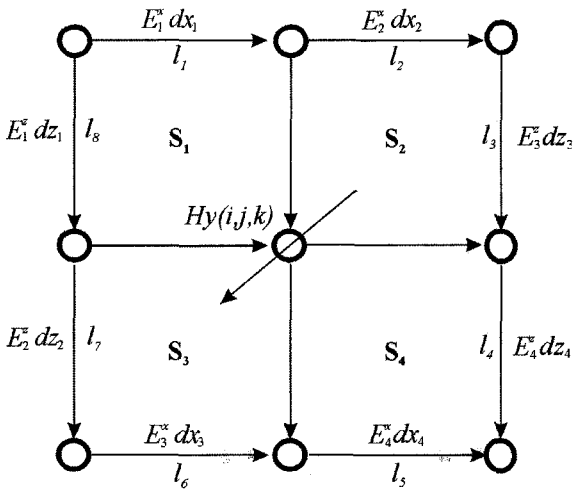


Fig. 2. Geometry used in calculating a magnetic field.

한편, 이차장을 이용하는 모델링인 경우, 송신항이 반무한 매질과 이상체 사이의 전기전도도 차이와 일차장의 곱으로 계산되어지므로, 정확한 일차장의 계산이 필요하다. 이 연구에서는 반무한 매질내에서의 해석적인 해를 계산할 수 있는 EMID 프로그램을(Pellerin *et al.*, 1995) 이용하여 일차장을 계산하였다.

유한요소법을 통하여 계산되는 값들은 전기장이므로 실제 자료 해석에 필요한 자기장을 계산하기 위해서 계산된 전기장 값들을 미분하는 것이 필요하다. 벡터 유한요소법을 통해서 계산되는 전기장 값들은 모서리에 해당하는 값이므로 이를 직접적으로 이용하여 수치 미분을 계산하는 것이 어렵기 때문에, 원래의 미분식을 일정영역에 대해서 적분하는 방법을 통해 자기장의 값을 계산하였다. 임의의 절점(i, j, k) 위치에서의 수평 방향 자기장 (H_y)은 아래의 수식과 같이 주변의 전기장 값들을 이용하여 계산된다(Fig. 2).

$$H_y(i,j,k) = -\frac{1}{i\omega\mu(dx_1 + dx_2)(dz_1 + dz_2)} \left(\begin{matrix} E_1^x dx_1 + E_2^x dx_2 - E_3^x dx_1 - E_4^x dx_1 \\ + E_1^z dx_1 + E_2^z dx_2 - E_3^z dx_1 - E_4^z dx_1 \end{matrix} \right) \quad (11)$$

알고리즘의 검증

벡터요소를 이용한 3차원 전자탐사 모델링 알고리즘의 타당성을 검증하기 위해 수평 층서구조 모형에 수직 전기 쌍극자 송신원을 적용한 수치 모델링을 수행하였다. 일반적으로 적용되는 수직 자기 쌍극자 송신원인 경우에는 층서구조에서 TE (Transverse Electric) 모드로서 경계면에 수직으로 입사하는 전기장 성분이 전혀 없으므로, 전류밀도 연속조건에 위배되는 수직 전기장의 영향이 없어 두가지 방법 모두 동일한 결과를 얻을 수 있다. 그러나 수직 전기 쌍극자인 경우에는 수직으로 입

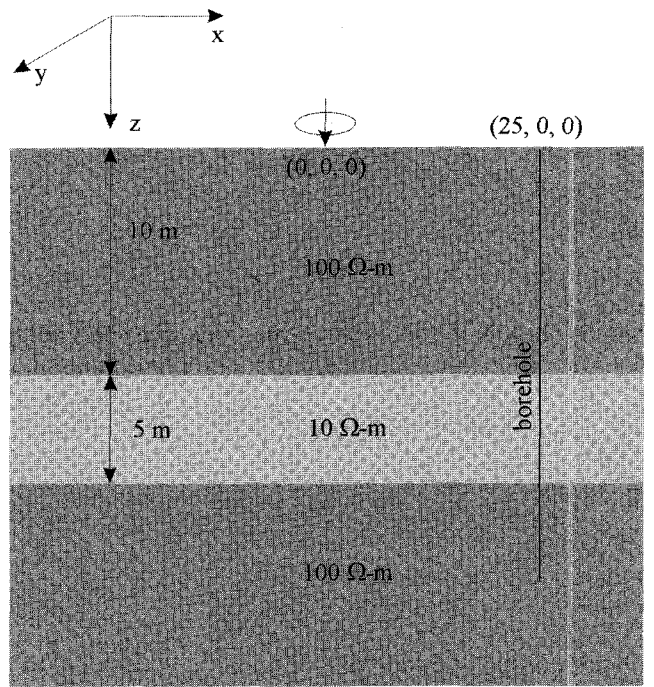


Fig. 3. A three-layered earth model used for code verification. A conductive layer of 10 ohm-m with 5 m thickness is embedded in a homogeneous half-space of 100 ohm-m. Operating frequency is 100 kHz. A vertical electric dipole source is located at the origin of model and EM fields are measured along the receiver hole located at 25 meter apart from the source.

사하는 전기장이 존재하므로 전기장의 불연속성으로 인한 문제를 발생시키게 된다. 해의 정확성과 벡터 기생해의 문제점을 정확하게 살펴보기 위해서 일반적으로 사용하지 않는 수직 전기 쌍극자 송신원을 모델링에 적용하였다.

Fig. 3은 알고리즘의 검증을 위해 선택한 수평 층서구조 모형을 도시한 것이다. 100 ohm-m의 반 무한매질에 10 ohm-m로 전기전도도가 높은 층이 포함되어 있는 모델로 전도층의 두께는 5 m이며, 전도층의 상부까지의 깊이는 10 m이다. 사용된 주파수는 100 kHz이며, 송신원으로는 앞서 기술한 것과 같이 수직 전기 쌍극자(VED, vertical electric dipole)를 적용하였다. 100 kHz 주파수인 경우에 표피심도는 대략 15.8 m로서, 전도층의 상부까지의 심도를 10 m로 표피심도 이내에 위치하도록 하여, 전도층에 의한 반응을 잘 확인할 수 있도록 모델을 설정하였다. 사용한 격자는 표피심도의 약 1/6인 2.5 m간격으로 120 m × 120 m × 120 m인 모델을 설정하여, 송신원으로부터 표피심도의 4배정도 떨어진 곳까지 요소를 분할하였다. 송신원은 모델링 영역의 중앙인 (0, 0, 0)에 위치시켰다.

표피심도당 격자수를 늘어감에 따라 해의 정확도는 증가하게 된다. 그러나, 격자의 개수가 늘어남은 기억용량과 계산시간의 증가를 의미하므로, 적절한 수준에서 격자수를 결정하는 것이 필요하다. 이 연구에서는 기존의 이차장을 이용하는 모델링인 경우 표피심도당 4개 정도의 격자면 충분하다는 결과(Unsworth *et al.*, 1993)를 이용하여, 표피심도당 4개 이상의

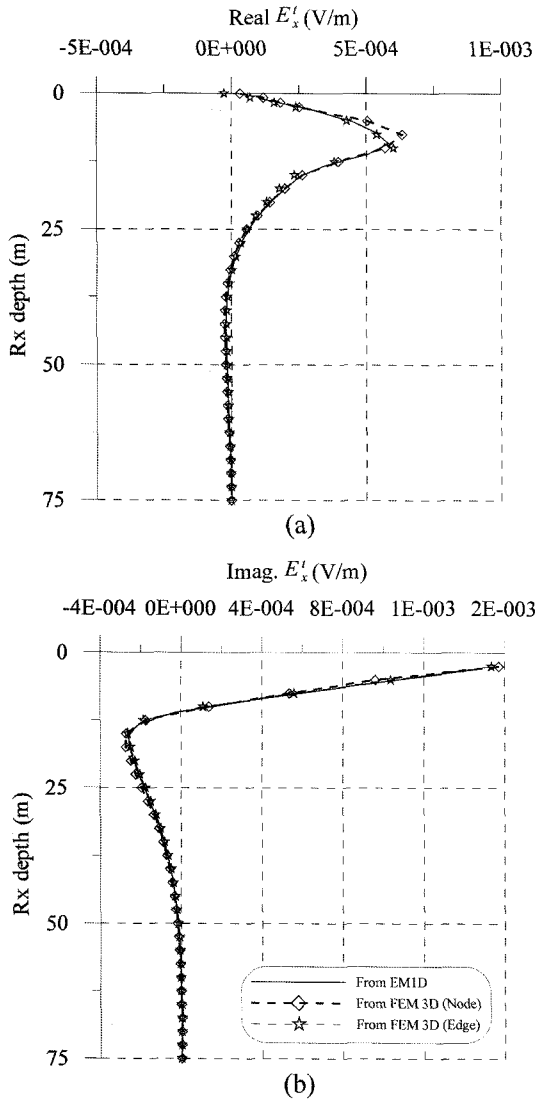


Fig. 4. Plots of horizontal electric fields along the borehole due to the vertical electric dipole source for the model shown in Fig. 3. Electric fields by FEM with two different approaches are compared with those by EMID. (a) Real component, and (b) imaginary component.

격자가 포함되도록 하였다. 여러 가지 수치 실험을 통하여 일차 계산변수인 전기장의 경우에는 표피심도당 3개 정도의 격자구성 만으로도 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있으나, 이차 변수인 자기장의 경우에 수치 미분에 의한 오차를 포함하게 되므로 그 이상으로 격자를 구성하는 것이 바람직함을 알았다. 절점의 개수는 경계에서의 격자를 포함해서 $58 \times 58 \times 62 = 208,568$ 개이며, 탐사 축선은 결과의 비교를 용이하게 하기 위해 일차장의 영향이 적은 지하내부의 전기장을 살펴볼 수 있도록, 송신원으로부터 25 m 떨어진 시추공 내에 축선을 설정하였다. 이 모델에 대하여 대략 580 Mbyte의 기억용량을 필요로 하였으며, 소요되는 시간은 IBM RS/6000의 CPU 1개를 사용하였을 때, 일차장의 계산을 포함하여 대략 60분 정도의 시간이 소요되었다.

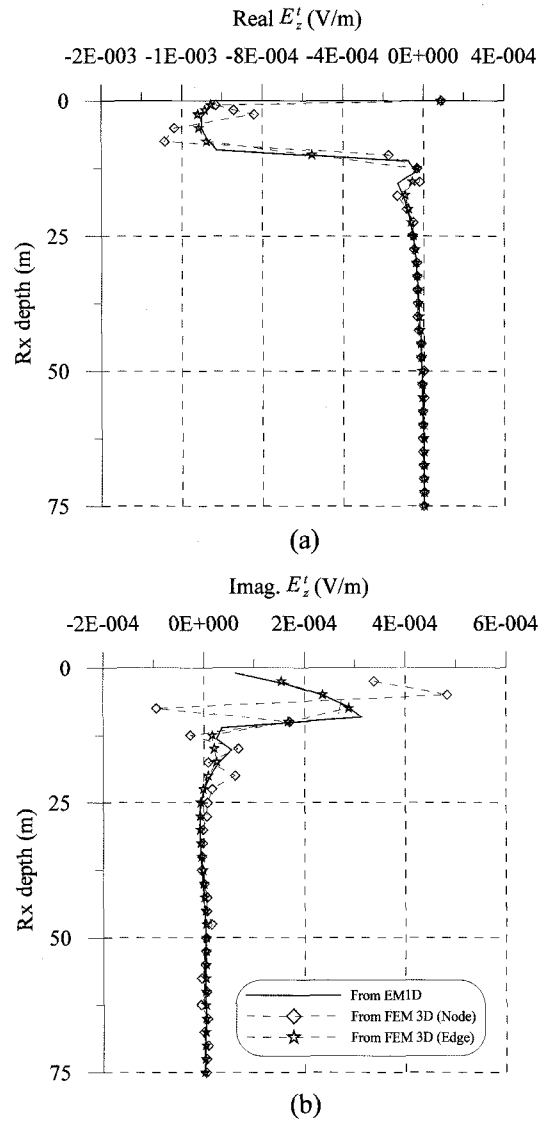


Fig. 5. Plots of the vertical electric fields along the borehole due to the vertical electric dipole source for the model shown in Fig. 3. Electric fields by FEM with two different approaches are compared with those by EMID. (a) Real component, and (b) imaginary component.

계산된 결과의 비교를 위해서 일차장의 계산에 사용한 EMID 프로그램을 이용하여 층서구조에 대한 해석적인 해를 계산하였다. 전체장만을 계산하는 EMID와의 비교를 위해 유한요소법으로 계산된 이차장에 반무한 매질에서의 일차장을 더해 전체장을 계산하였다. Fig. 4와 Fig 5는 시추공내의 수평 방향과 수직방향의 전기장 (E_x , E_z)을 도시한 것이다. Fig. 4의 수평방향 전기장의 결과를 살펴보면, 대부분의 결과가 잘 일치하고 있으나 층의 경계 부근인 10 m~15 m 사이에서 실수성분이 약간의 차이를 보이고 있는 것을 알 수 있다. 수평 방향의 전기장인 경우에는 층서구조에서 경계면에 수직으로 입사하지 않으므로 전기장의 불연속에 기인한 거짓해의 문제점이 잘 드러나지 않고 있으나, Fig. 5의 수직방향의 전기장의 결과를 살

펴보면, 두 가지 다른 방법으로 계산된 결과가 확연한 차이를 보인다. 벡터 유한요소법으로 계산된 결과는 층서구조 해와 잘 일치하고 있는 반면, 스칼라 유한요소법으로 계산된 결과에서는 경계면에서 오차가 크게 나타나고 있다.

수직 전기 쌍극자 송신원인 경우에는 수직방향 전기장이 지층의 수평 경계면을 수직으로 통과하므로 전류밀도의 연속조건을 만족시키기 위해서는 층의 경계면에서 급격하게 변해야만 한다. 그러나, 기존의 스칼라 유한요소법인 경우에는 구하는 미지수들이 요소의 경계에서 연속이라고 가정하며, 내부에서의 전기장을 나타내기 위해 사용하는 보간함수로 경계에서 연속인 함수를 사용하고, 이러한 보간함수를 불연속이어야 하는 경계에 수직한 방향의 성분의 계산에도 동일하게 적용하여,

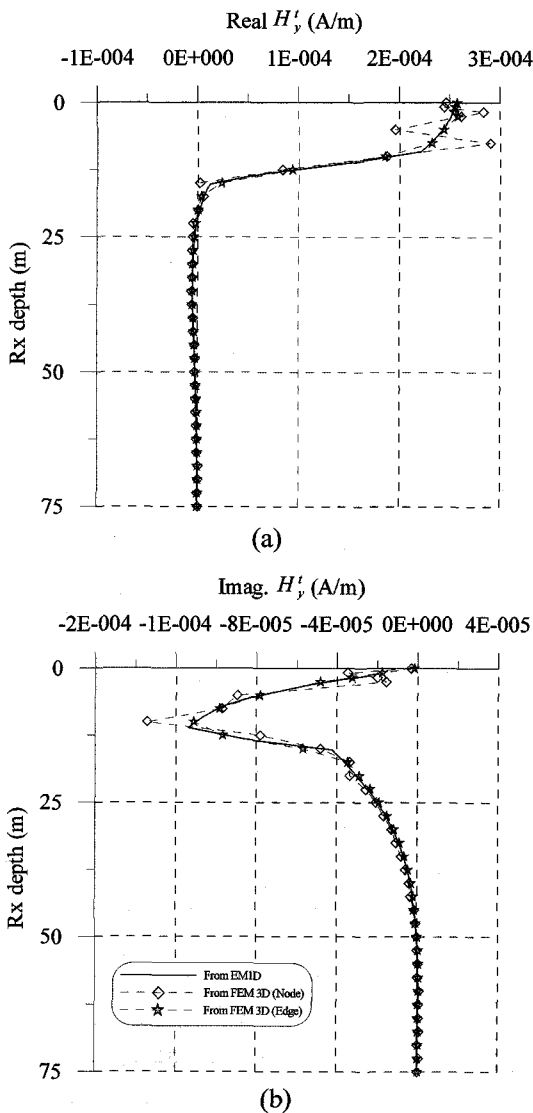


Fig. 6. Plots of the horizontal magnetic fields along the borehole due to the vertical electric dipole source for the model shown in Fig. 3. Magnetic fields by FEM with two different approaches are compared with those by EM1D. (a) Real component, and (b) imaginary component.

전기장의 불연속적인 변화를 근사하지 못하게 된다. 전기장에 대한 2차 미분방정식에서 유도된 변분식인 (2)식을 살펴보면, 특별히 고려하지 않아도 유한요소법의 조립(assembly) 과정에서 자동적으로 처리되는 경계조건인 자연경계조건(natural boundary condition)으로 $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ 만이 포함되었을 뿐, $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 는 포함되지 않는 것을 볼 수 있다. 물론, 원래의 미분방정식은 송신원이 없는 영역에서의 경계면에 수직인 성분이 전기장 연속조건을 만족하나, 유한요소법의 근사해의 가정으로부터 유도되는 변분식이 이러한 연속조건을 만족하지 않으므로 거짓해의 문제가 발생하게 된다(Paulsen and Lynch, 1991).

Fig. 6은 전기장으로부터 계산된 자기장을 도시한 것으로, 이 연구에서 사용한 벡터 유한요소법인 경우에는 층서구조 해와 일치하고 있는 반면, 기존의 스칼라 유한요소법의 경우에는 층의 경계를 전후로 하여 오차가 크게 발생하고 있는 것을 알 수 있다. 이는 일차적으로 계산된 전자기장에서의 오차가 수치 미분을 통한 자기장의 계산에도 영향을 미치고 있는 것을 보여주며, 수치 미분 과정의 오차도 포함되므로 더욱 더 큰 오차를 야기하고 있는 것으로 해석할 수 있다. 반면에 벡터 유한요소법으로부터 계산된 결과를 살펴보면, 층서구조의 해석적인 해와 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있으며, 이로부터 이 연구에서 사용하고 있는 자기장 계산 알고리즘의 타당성을 확인할 수 있다.

고주파 전자탐사 모델링

Fig. 7은 이 연구에서 개발된 모델링 알고리즘의 고주파 탐

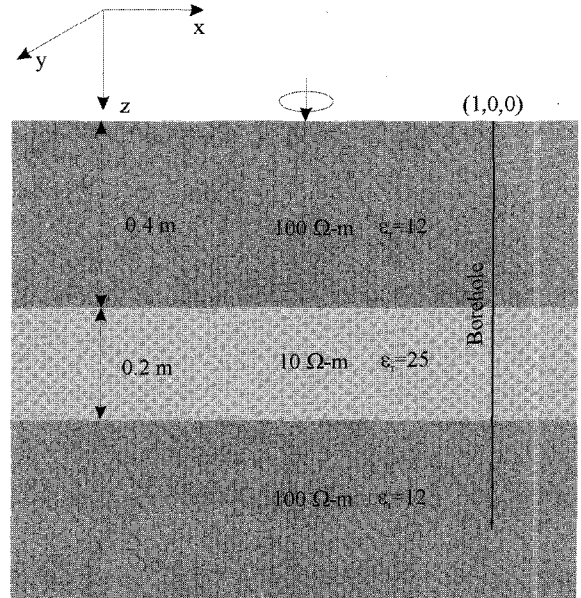


Fig. 7. A three-layered earth model for a high frequency modeling test. A high-permittivity layer of $\epsilon_r = 25$ with 0.2 meter thick is embedded in a homogeneous half-space of 100 ohm-m and $\epsilon_r = 12$. Operating frequency is 100 MHz. A vertical magnetic dipole source is located at the center of model and EM fields are measured along the borehole 1 meter apart from the source.

사이에 적용성을 확인하기 위해서 선택한 층서구조 모형이다. 고주파 모델링의 경우에 탐사 대상체가 될 수 있는 유전율 이상체에 의한 반응을 확인하기 위해서, 두번째 층의 전기전도도는 배경매질과 같도록 설정하고 유전율만 변화시켰다.

표토층의 일반 물성을 감안하여 배경매질의 상대 유전율을 12로 전기전도도는 100 ohm-m로 설정하였으며, 0.4 m 심도에 0.2 m 두께의 유전율 이상체 층이 존재하도록 하였다. 유전율 이상체 층의 상대 유전율 값을 25로 설정하였으며, 이의 결과를 층서구조의 해석적인 해와 비교하였다. 전체 모델링 영역의 크기는 6 m × 6 m × 6 m이며, 격자간격은 0.1 m로 설정하였다. 100 MHz일 때 표피심도가 0.5 m임을 고려하면 표피심도당 5개의 격자가 포함되며, 송신원으로는 전자탐사에서 일반적으로 이용되는 수직 자기 쌍극자 송신원을 이용하였다. 총 절점의 개수는 경계면 처리를 위한 격자를 포함하여 68 × 68 × 72 = 332,928개이며, 계산에 필요한 시간은 일차장의 계산을 포함하여, IBM RS/6000 컴퓨터에서 약 90분 정도가 소요되었고, 대략 990 Mbyte의 메모리를 필요로 하였다.

결과의 보다 자세한 비교를 위해서, 지층 내부의 전자기장인 시추공 내의 자료만을 비교하였으며, 시추공은 송신원에서 1 m 떨어진 곳에 위치시켰다. 일차장과 계산되는 이차장, 그리고 이 둘을 더하여 계산되어지는 전체장과의 상관관계를 살펴보기 위해 Fig. 8에 이 값들을 모두 도시하였다. 비교대상이 되는 전체장에 대해 벡터 유한요소법을 이용하여 계산된 결과와 층서구조 해와 잘 일치하고 있는 것을 확인할 수 있다. Fig. 7의 모델에서의 반무한 매질의 물성에 대해서 (12)식으로 계산되는 손실계수(loss factor)가 0.149의 값으로 1 보다 작은 값을 가지므로 파동장의 영향이 결과에 반영되어 나타날 것으로 짐작할 수 있으며, 이는 그림에서 반응형태가 저주파수 전자탐사의 반응의 일반적인 형태인 단순 감쇠가 아니라 복잡하게 변동하는 것에서 확인할 수 있다. 설정된 물성에 대해 전자기파의 파장을 계산하여 보면, 대략 1 m 내외로 Fig. 8에 나타난 반응의 대략적인 파장과 비교적 잘 일치하고 있는 것 또한 확인할 수 있다.

일반적으로 파동장의 반응과 유도에 의한 반응을 구분하는 기준으로 사용되는 것은 다음과 같이 정의되는 손실계수이다 (Ward and Hohmann, 1988).

$$l_n = \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \quad (12)$$

손실계수는 1을 기준으로 1 보다 작은 경우 파동에 의한 반응이 주가 되며, 1 보다 큰 경우에는 전자기유도의 특성이 강하게 나타난다. 손실계수가 1과 비슷한 값을 갖게 되는 경우에는 유도에 의한 영향과 파동에 의한 영향이 비슷한 크기로 같이 나타남을 의미한다. 주파수가 높아짐에 따라 파동장의 영향이 크게 나타나므로, 이 연구에서 채택한 RBC 경계조건이 비교적 잘 동작하게 되나 주파수가 전이대역에 속하는 경우에

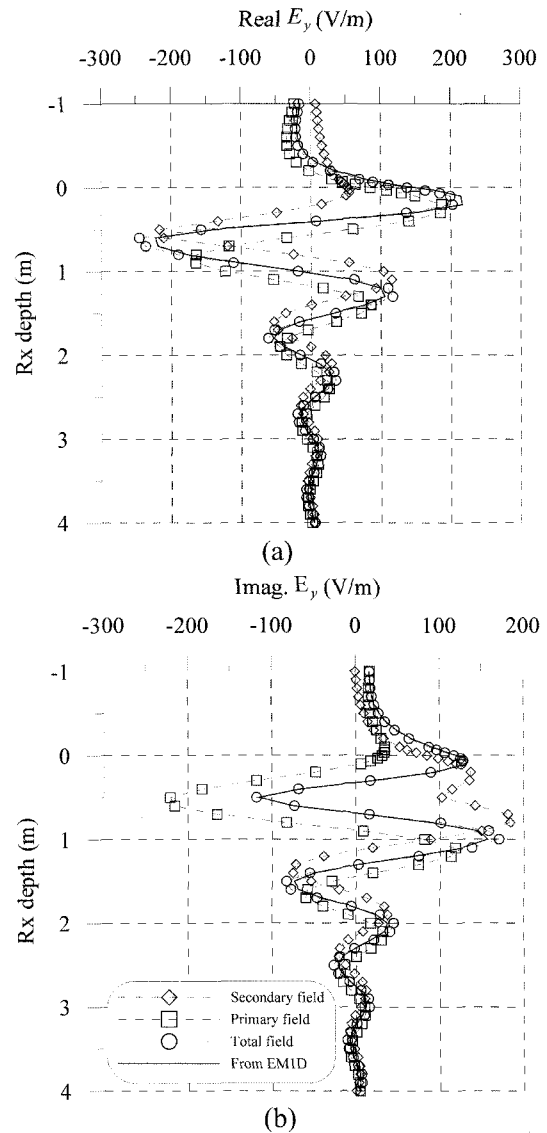


Fig. 8. Plots of the (a) real and (b) imaginary components of horizontal electric fields (E_y) along the borehole for the model shown in Fig. 7. Primary, secondary and total fields are plotted. The second layer has a dielectric anomaly of $\epsilon_r=25$.

는 경계조건이 효과적으로 적용되지 못하여 경계에서의 오차가 발생한다. 이런 경우 정확한 모델링 결과를 얻기 위해서는 경계조건의 처리에 매우 세심한 주의가 요구된다. Fig. 7의 모델의 손실계수는 1 보다 작은 값이므로 비교적 경계조건이 효과적으로 동작할 것으로 생각할 수 있으며, 그 결과도 층서구조 해와 잘 일치하고 있다.

Fig. 9는 고주파수 송신원에 대한 유전율 이상체의 반응을 살펴보기 위해서 설정한 고립 이상체 모델이다. 송신원으로는 지층내부에서의 전기장의 변화를 쉽게 살펴보기 위해서 일반적으로 사용하는 쌍극자 송신원이 아닌 y 방향의 평면파 송신원을 선택하였다. 평면파 송신원의 경우 일차장의 방향과 크기가 쌍극자 송신원과 달리 수평 평면상에서 변화가 없고 단지

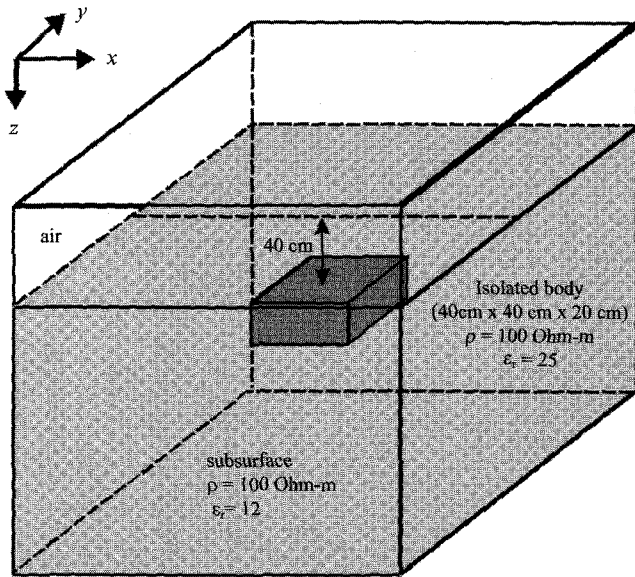


Fig. 9. A model used for inspecting electric fields in a dielectric body. An isolated body with anomalous permittivity is embedded in a homogeneous half-space of 100 ohm-m and $\epsilon_r = 12$. Body size is 40 × 40 × 20 cm and depth to the top surface of body is 40 cm. Y-directed plane wave source with 100 MHz frequency is used.

심도의 증가에 따른 크기의 감쇠만이 나타나므로, 계산되어진 전기장의 변화를 보다 쉽게 살펴볼 수 있는 장점을 지닌다.

고주파수 전자탐사의 특성상 모델링의 영역이 전부의 표토층을 대상으로 하므로 배경 매질의 물성을 0.01 S/m의 전기전도도와 12의 상대 유전율로 설정하였다. 이상체는 크기가 40 cm × 40 cm × 20 cm의 체적을 가지는 모델을 설정하였다. 전기전도도 이상체가 아닌 유전율 이상체의 반응을 계산하기 위해서 전기전도도는 배경매질과 동일하게 설정하였으며 단지 상대 유전율 값만 배경매질에 비해 큰 25로 설정하였다. 전체 모델링 영역은 4 m × 4 m × 4 m의 크기를 가지며, 격자는 10 cm로 설정하였다. 100 MHz인 주파수에서 표피심도가 대략 50 cm인 점을 감안하면 표피심도당 대략 5개의 격자가 포함되도록 하였다. Fig. 7의 모델과 동일한 전기전도도와 유전율이 설정되어 있으므로, 이 전의 결과와 마찬가지로 파동의 효과가 크게 나타날 것으로 짐작할 수 있다.

Fig. 10은 Fig. 9의 고립 이상체 모형에 대한 모델링 결과 계산된 전기장을 심도가 동일한 평면에서 벡터선도로 도시한 것이다. 각각의 벡터선도가 나타내는 평면의 심도는 0.35, 0.5, 그리고 0.65 m로 이상체가 존재하는 심도를 기준으로 상부, 중심부 및 하부의 평면에서의 전기장의 방향과 크기를 나타내고 있다. 이상체의 중심부를 지나는 평면에서의 전기장의 실수성분을 도시한 Fig. 10(c)를 살펴보면, 유전율 이상체의 경계면에서 최대값을 가지며 그 방향이 경계면에 수직인 방향으로 도시되어 있는 것을 볼 수 있다. 이는 전도전류의 실수성분인 경우에는 유전율 이상체의 경계면을 따라서 흐르고 있는 것을 나타내고 있는 것으로, 이상체의 하부의 전기장을 도시한 그림

(e)에서 전기장의 방향이 이상체 하부면으로 향하고 있는 것을 살펴보면 더욱 확실하게 알 수 있다. 이상체의 상부인 경우에는 지표면의 영향으로 인하여 두드러지게 보이지는 않으나 이상체가 존재하는 부분에서 전도전류의 방향이 이상체의 상층부를 향하고 있는 것을 볼 수 있다.

그러나 이상체 내부의 전기장의 허수성분을 도시한 벡터선도인 그림 (e)에서는 실수성분과는 다른 양상이 나타나고 있는 것을 볼 수 있다. 실수성분인 경우에는 전기장이 주로 유전율 이상체의 경계를 따라 형성되어 있는 반면, 허수 성분인 경우에는 경계뿐만 아니라 이상체 내부에도 형성되어 있는 복잡한 양상을 보이고 있다. 이러한 전기장이 상부와 하부에서의 벡터선도인 (b)와 (f)에서는 보이지 않는 것으로 보아, 이상체 내부에만 존재하여 나타나는 것으로 해석될 수 있다. 이러한 이상체 내부에 생성되는 전기장은 이상체의 물성이 유전율 이상체뿐만 아니라, 전기전도도 값을 가지고 있기 때문에 나타나는 것으로 만약 순수하게 유전율 값만 가지고 있는 경우라면 대부분의 전도전류는 이상체의 경계면을 따라서 흐르게 될 것이다. 전기장의 실수성분이나 허수성분의 반응양상은 다르지만, 모두 유전율 이상체의 경계면을 따라서 형성되어 나타나고 있는 것은 공통적으로 확인할 수 있다. 이러한 사실로부터 유전율 이상체에 의한 전도전류는 주로 이상체의 경계면을 따라서 흐르는 것을 알 수 있다.

3차원 고주파수 전자탐사 모델링은 일반적으로 적용되는 전기전도도 이상체 뿐만 아니라 위와 같은 유전율 이상체에 대한 반응을 계산할 수 있게 함으로써, 향후 플라스틱 지뢰와 같은 비전도성 탐사대상체로의 전자탐사의 적용성을 확대하는데 도움을 줄 수 있을 것으로 기대된다.

결론

이 연구에서는 최근 효용성이 확인되면서 적용분야를 확장하고 있는 전자탐사기술 중 고주파 전자탐사의 효과적인 적용 및 해석을 위하여 모델 구성의 다양성 면에서 다른 수치 모델링 기법에 비해 자유로운 유한요소법을 이용한 3차원 전자탐사 모델링 알고리즘을 개발하였다. 기존의 절점에 기반한 유한요소법을 이용한 전자기장의 모델링인 경우에는 전자기장의 연속조건을 만족시키지 못함으로 인해서 야기되는 벡터 기생해의 문제가 있으므로 이의 해결을 위해 벡터요소를 도입하였다. 벡터요소를 이용한 3차원 전자탐사 모델링 기법을 층서구조 모형에 대해 적용한 후, 이의 결과를 층서구조의 해석적인 해와 비교하여 그 타당성을 확인하였다. 특히, 층서구조에 수직 전기 쌍극자 송신원을 적용하여 기존의 스칼라 유한요소법의 경우에 발생하는 “벡터 기생해”의 문제점이 벡터요소를 사용하는 경우에는 발생하지 않음을 비교 제시하였다.

알고리즘의 고주파 전자탐사에서의 적용성을 확인하기 위하여 주파수를 100 MHz까지 높여서 수치 모델링을 수행하였으며,

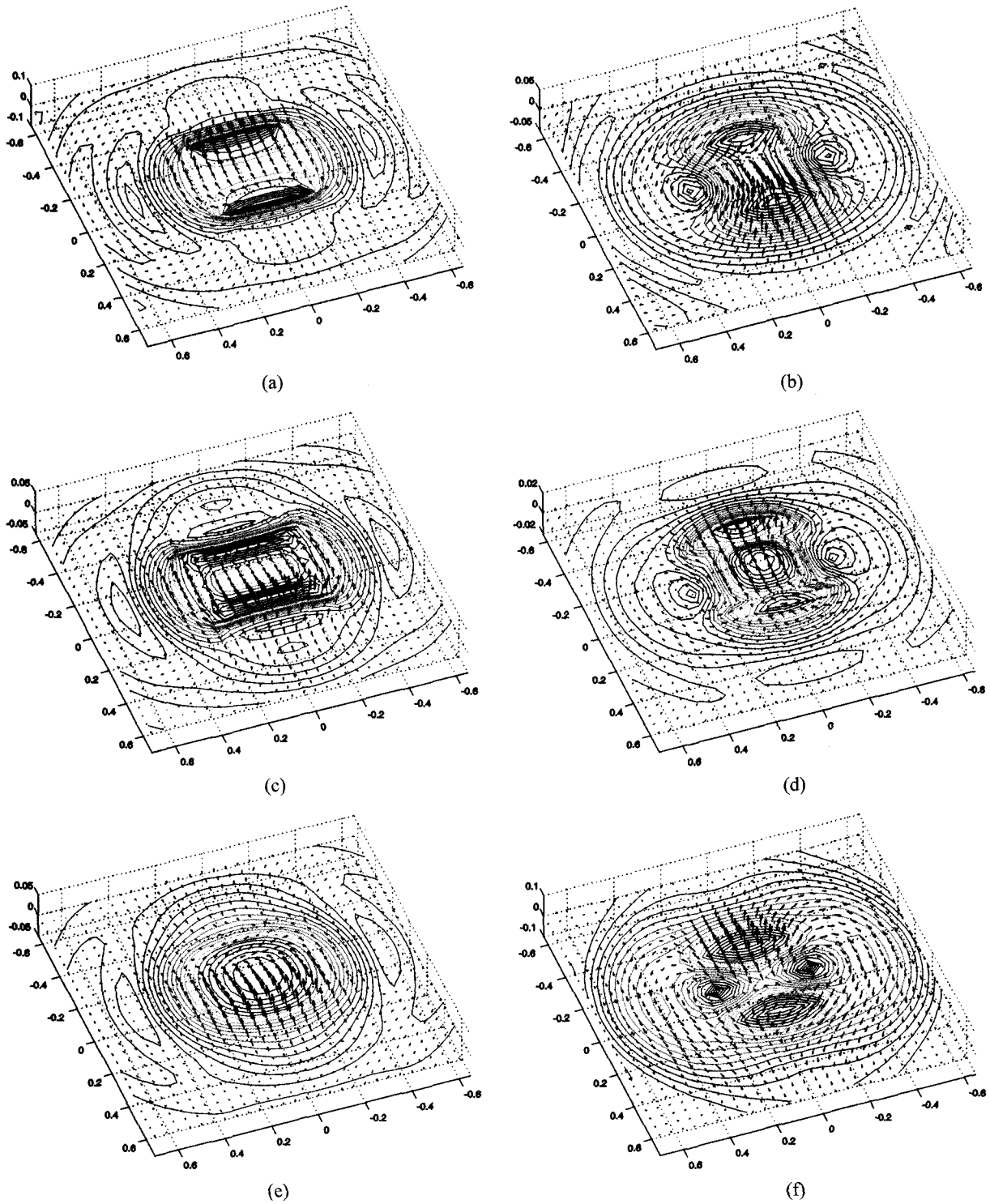


Fig. 10. Vector plots of electric fields at a given depth for the model shown in Fig. 9. (a) Real and (b) imaginary components at the depth of 0.35 m, (c) real and (d) imaginary components at the depth of 0.50 m, and (e) real and (f) imaginary components at the depth of 0.65 m.

유전을 이상층이 존재하는 모델을 선정하여 계산결과를 층서 구조의 해석적인 해와 비교함으로써 모델링 알고리즘의 유전을 이상체에의 적용성을 확인하였다. 고주파 송신원을 이용하는 경우에 파동장의 영향이 크게 결과에 반영되어 나타나며,

이러한 효과는 결과상에서 단순감쇠양상이 아닌 변동 양상을 보이는 것을 통해 확인할 수 있었다. 또한, 결과의 해석을 용이하게 하기 위해 고주파수 평면파 송신원을 유전을 이상값을 가진 고립이상체에 대해 적용한 결과, 유전을 이상체 주변에서

이차 전기장은 이상체 표면을 따라서 형성되는 확인하였다.

이 연구에서 개발된 벡터요소를 이용한 고주파 전자탐사 알고리즘은 기존의 탐사 대상체인 전기전도도 이상체 뿐만 아니라 유전율 이상체에 대한 모델링을 가능하게 함으로써, 지하내부의 이상체 주변에서의 전기장의 변화를 살펴볼 수 있게 되어 전자탐사의 적용 및 해석에 많은 도움을 줄 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

- 장현삼, 임해룡, 홍재호, 1998, 쓰레기 매립장의 토양오염 조사를 위한 전자탐사 및 전기탐사: 물리탐사, **1**, 87-91.
- Bossavit, A., and Mayergoyz, I., 1989, Edge-elements for scattering problems: *IEEE Trans. Magn.*, **25**, 2816-2821.
- Bossavit, A., and Verite, J. C., 1983, The Trifou Code: Solving the 3-D eddy-currents problem by using H as state variable: *IEEE Trans. Magn.*, **19**, 2465-2470.
- Henderson, J. H., 1992, Urban geophysics - A review: *Expl. Geophys.*, **23**, 531-542.
- Jacobs, D. A. H., 1986, A generalization of the conjugate gradient method to solve complex systems: *IMA J. Numerical Anal.*, **6**, 447-452.
- Jiaming, J., 1993, The finite element method in electromagnetics: John Wiley and Sons, Inc.
- Koshiba, M., Hayata, K., and Suzuki, M., 1985, Finite element formulation in terms of the electric field vector for electromagnetic waveguide problem: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **33**, 900-905.
- Lynch, D. R., and Paulsen, K. D., 1991, Origin of vector parasites in numerical Maxwell solutions: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **39**, 383-394.
- Nedelec, J. C., 1980, Mixed finite elements in \mathbf{R}^3 : *Numer. Math.*, **35**, 315-341.
- Paulsen, K. D., Lynch, D. R., and Strohhahn, J. W., 1988, Three-dimensional finite, boundary, and hybrid element solutions of the Maxwell equation for lossy dielectric media: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **36**, 682-693.
- Paulsen, K. D., and Lynch, D. R., 1991, Elimination of vector parasites in finite element Maxwell solution: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **39**, 395-400.
- Pellerin, L., Labson, V. F., and Pfeifer, M. C., 1995, VETEM A vary early time electromagnetic system: *Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems (SAGEEP)*, 725-731.
- Peterson, A. F., 1988, Absorbing boundary conditions for the vector wave equation: *Microwave and Optical Technical letters*, **1**, 62-64.
- Pinchuk, A. R., Crowley, C. W., and Silvester, P. P., 1988, Spurious solution to the vector diffusion and wave field problems: *IEEE Trans. Magn.*, **24**, 151-168.
- Rahman, B. M. A., and Davies, J. B., 1984, Penalty function improvement of waveguide solution by finite elements: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **32**, 922-928.
- Smith, C. F., Peterson, A. F., and Mittra, R., 1990, The Biconjugate gradient method for electromagnetic scattering: *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **38**, 938-940.
- Smith, J. T., 1996, Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, part II: Biconjugate gradient solution and an accelerator: *Geophysics*, **61**, 1319-132
- Song, Y., Morrison, H. F., and Lee, K. H., 1997, High frequency electromagnetic impedance for subsurface imaging: *Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems (SAGEEP)*, 761-772.
- Svedin, J. A. M., 1989, A numerically efficient finite-element formulation for the general waveguide problem without spurious mode: *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **37**, 1708-1715.
- Unsworth, M. J., Travis, B. J., and Chave, A. D., 1993, Electromagnetic induction by a finite electric dipole source over a 2-D earth: *Geophysics*, **58**, 198-214.
- Ward, S. H., and Hohman, G. W., 1988, Electromagnetic theory for geophysical applications, in Nabighian, M. N., Ed., *Electromagnetic method in applied geophysics*, Vol. 1 - Theory: *Soc. Expl. Geophys.*
- Webb, J. P., and Kanellopoulos, V. N., 1988, Absorbing boundary conditions for the finite element solution of vector wave equation: *Microwave and Optical Technology Letters*, **2**, 370-372.
- Welij, J. S., 1985, Calculation of eddy currents in terms of H on hexahedra: *IEEE Trans. Magn.*, **21**, 2239-2241.