

## 3차원 파동 방정식 모델링을 위한 125점 가중 평균 계수 문제 풀이

이동권<sup>1)</sup> · 신창수<sup>1)</sup>

### A Study on 125-point Weighted Average Coefficients for Scalar 3-D Wave Equation Modeling

Dongkweon Lee<sup>1)</sup> and Chang-Soo Shin<sup>1)</sup>

#### 서 론

시간 영역에서의 파동 방정식의 수치 모델링은 Alterman and Karal(1968)에 의해 처음으로 시작된 후, 여러 사람들에 의해 발전되었다. 이러한 수치 모델링은 대부분 유한요소법이나 유한차분법을 이용하는데 이는 전산화 작업이 용이하고 비교적 정확한 해를 얻을 수 있기 때문이다. 그러나 시간 영역에서의 이러한 유한요소법이나 유한차분법을 이용한 모델링을 수행할 경우 전자계산기에 대한 많은 기억 용량이 요구되며 동시에 막대한 계산시간이 요구된다.

주파수 영역의 모델링은 Lysmer and Drake(1972)에 의해 시도된 이래 Shin(1988), Marfurt and Shin(1989) 등에 의해 발전되었다. 시간 영역의 모델링은 지하 모델의 구성이 변화하지 않더라도 파원의 위치가 바뀔 때마다 매번 행렬을 재구성해야 하지만 주파수 영역의 모델링의 경우는 음원의 위치에 관계없는 독립적인 행렬을 구성하므로 음원의 위치가 변화하는 대부분의 탄성파 탐사 모델링에서 효율적으로 적용이 가능하다. 그러나 시간 영역에서의 모델링과 같은 정확도를 갖기 위해서는 요구되는 파장당 격자수가 더 많고, 풀어야 할 식이 음함수(implicit)형태를 띠게 되어 방대한 행렬을 구성하게 된다. 3차원의 모델링에서는 더욱 행렬의 크기가 커지므로 성능이 뛰어난 전자계산기로도 풀이가 용이하지 않다.

이러한 주파수 영역의 모델링의 단점을 극복하기 위해 Jo et al.(1996)은 가중 평균 계수를 도입하여 주파수 영역의 2차원 파동 방정식을 풀이한 바 있다. 이는 공간의 9점을 이용하여 좌표계와 평행한 차분연산자와 45° 회전한 차분연산자를 구성하여 이를 평균하여 라플라시안과 질량가속도항을 근사하였다. 그리고 Shin and Sohn(1998)은 25점 근사를 통해 0.5% 이내의 오차 범위에서 모델링에 요구되는 파장당 격자수를 4개로 줄였다. Min et al.(2000)의 경우 유한요소법으로 좌표계의 회

전을 이용하지 않는 방법을 사용하여 모델링을 수행한 바 있다. 본 연구에서는 기존의 2차원 파동 방정식에 대한 이러한 가중 평균법을 3차원 파동 방정식에 대해서도 마찬가지로 적용이 가능할 것으로 생각하여 시도하게 되었다.

주파수 영역의 3차원 파동 방정식 모델링의 경우에는 2차원의 경우보다 행렬이 기하급수적으로 커지게 된다. 본 연구에서는 가중 평균 계수법을 이용하여 파장당 격자수를 줄여, 3차원 주파수-공간 영역 모델링을 수행할 때 가장 큰 문제인 행렬의 크기를 최소화한 작게 만들고, 이를 통해 모델링에서 요구되는 컴퓨터 메모리를 절약하여 계산 시간을 단축하는 효과를 얻고자 한다. 그리고 추후 이 방법을 이용하여 현재의 컴퓨터에서도 주파수-공간 영역의 파동 방정식 모델링이 가능하도록 하는데 목적이 있다.

#### 3차원 파동 방정식의 유한차분 전개

주파수-공간 영역에서의 3차원 압력장 파동방정식은 식과 같다.

$$\nabla^2 P + \frac{\omega^2}{v^2} P = f(\omega) \delta(x-x_s) \delta(y-y_s) \delta(z-z_s) \quad (1)$$

여기서  $P(x, y, z, \omega)$ 는 압력장의 푸리에 성분(Fourier component)이며,  $f(\omega)$ 는 음원의 푸리에 성분이다. 그리고  $\omega$ 는 각주파수,  $v(x, y, z, \omega)$ 는 매질의 속도,  $\delta(x)$ 는 델타 함수이며,  $(x_s, y_s, z_s)$ 는 송신원의 위치이다. 여기서 라플라시안은 공간에 대한 2차 편미분이므로 식은 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{v^2} P = f(\omega) \delta(x-x_s) \delta(y-y_s) \delta(z-z_s) \quad (2)$$

(2)식을 차분화하기 위해서는 연속 함수인  $P, f, v$  등을 불연

\*2002년 4월 11일 접수

1) 서울대학교 지구환경시스템공학부

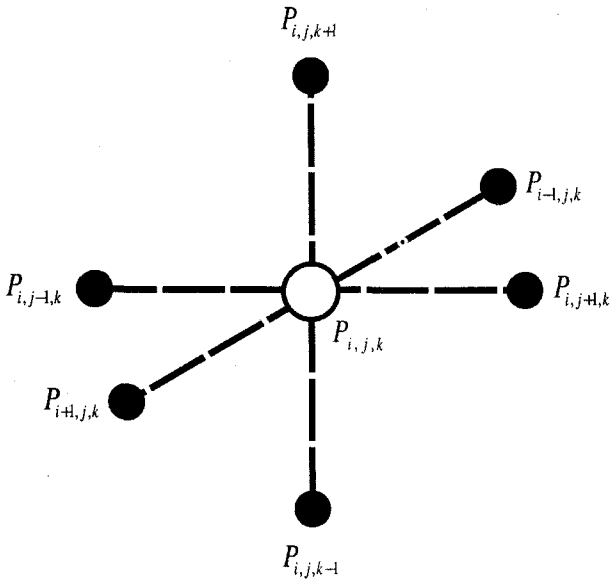


Fig. 1. The pressure field  $P$  at the collocation point  $(i, j, k)$ .

속적인 격자점에서의 값들로 표현하여야 한다(Fig. 1).

유한차분화를 위해 연속 함수인 압력장  $P$  를 격자점에서의 값으로 나타내고, 일반적인 2차 근사를 이용하는 차분법을 적용하면 라플라스 항은 식으로 나타내어 진다.

$$P_{i,j,k} = P(x_i, y_j, z_k, \omega)$$

$$\nabla^2 P_{i,j,k} = \frac{P_{i+1,j,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i-1,j,k}}{\Delta_x^2} + \frac{P_{i,j+1,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j-1,k}}{\Delta_y^2} + \frac{P_{i,j,k+1} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j,k-1}}{\Delta_z^2} \quad (3)$$

여기서  $\Delta_x, \Delta_y$  그리고  $\Delta_z$  는  $x, y, z$  방향의 유한차분 격자 간격이다.

결국, 주파수-공간 영역의 3차원 압력장 파동 방정식을 유한차분으로 근사할 경우 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{P_{i+1,j,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i-1,j,k}}{\Delta_x^2} + \frac{P_{i,j+1,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j-1,k}}{\Delta_y^2} + \frac{P_{i,j,k+1} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j,k-1}}{\Delta_z^2} + \frac{\omega^2}{v^2} P_{i,j,k} = f(\omega) \quad (4)$$

시간-공간 영역의 유한차분 근사식은 시간 미분항을 근사하는 방법에 따라서 양함수(explicit)방식과 음함수(implicit)방식으로 구분된다. 주파수-공간 영역의 경우에는 위 식에서 볼 수 있듯이 음함수 형태를 띠게 된다. 따라서 주파수 영역에서 모델링을 실시할 경우에는 행렬식의 계산이 필요하다.

**가중 평균 차분 연산자에 의한 정확도 향상**

유한차분법으로 모델링을 실시할 경우 정확도는 미분을 몇

차로 근사하였는가라는 근사도의 문제와 격자 간격이 얼마인가 하는 격자분산(grid dispersion)의 문제에 의해 결정된다. 이 두 가지 문제는 서로 밀접한 연관이 있으며, 결국 수치 오차의 주된 원인을 격자분산으로 생각할 수 있다. 격자분산에 의한 오차를 줄이기 위해서는 유한차분법에서 고려할 최소 파장에 대한 격자의 수를 충분히 늘려야 한다. 그러나 격자수의 증가는 계산 시에 더 많은 컴퓨터 기억용량을 요구하게 되며, 이에 따라 계산 시간이 기하 급수적으로 증가하게 된다. 특히 주파수 영역의 3차원 모델링의 경우 음함수 형태로 대용량의 행렬을 풀어야 하므로 이러한 문제는 더욱 심각해진다. 따라서 격자수의 문제가 해결이 되어야 주파수 영역의 모델링이 실현 가능할 것이다.

여기서는 수치 분산의 연구를 통해 분산오차를 줄일 수 있게 차분식을 변형하여 같은 모델링 작업에 대해 더 작은 격자수를 통해서도 같은 정확도를 구현할 수 있는 방법을 모색하려 한다. 연구 방향은 공간 미분을 수행하는 라플라시안 차분 연산자를 확장하여 전파각에 따른 수치 이방성을 줄이고, 질량 가속도항을 가중평균항과 점 배치항으로 분할하여 수치 속도를 실제 매질의 속도를 중심으로 분포하게 하는데 있다.

**차분한 파동 방정식의 수치 오차**

음원이 없는 경우 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{P_{i+1,j,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i-1,j,k}}{\Delta_x^2} + \frac{P_{i,j+1,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j-1,k}}{\Delta_y^2} + \frac{P_{i,j,k+1} - 2P_{i,j,k} + P_{i,j,k-1}}{\Delta_z^2} + \frac{\omega^2}{v^2} P_{i,j,k} = 0 \quad (5)$$

여기서  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = \Delta$  로 가정하고 균일 등방성 매질에서의 구면파를  $P(x, y, z, \omega) = P_0(\omega) \exp(-i[k_x x + k_y y + k_z z])$ 로 두고 (5)식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\omega^2}{v^2} = \frac{4}{\Delta^2} \left( \sin^2\left(\frac{k_x \Delta}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k_y \Delta}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k_z \Delta}{2}\right) \right) \quad (6)$$

따라서 정규화된 위상 속도는 아래와 같이 정리된다.

$$\frac{V_{ph}}{v} = \frac{G}{\pi \sqrt{\sin^2\left(\frac{G}{\pi} \cos \theta \sin \phi\right) + \sin^2\left(\frac{G}{\pi} \cos \theta \sin \phi\right) + \sin^2\left(\frac{G}{\pi} \cos \phi\right)}} \quad (7)$$

여기서  $\theta$  는  $x$  축에서부터 파가 전파되는 각도,  $\phi$  는  $z$  축으로부터의 각도가 된다. 그리고  $G$  는 파장당 격자수이다.

얼어낸 위상 속도식은  $G, \theta$  그리고  $\phi$  의 함수이다. Marfurt(1984)는 위상각  $\theta$  와  $\phi$  에 대한 분산 효과를 수치이방성(numerical anisotropy)으로 격자수에 의한 분산 효과를 수치분산(numerical dispersion)으로 정의하였다. 그리고 이러한 수치분산의 오차를 줄이며, 원하는 정확도를 유지하기 위해서는 충분히 작은 격자 간격을 주어야 하며, 따라서 파장당 격자수는

늘어나야 한다. 주파수 영역의 3차원 탄성과 모델링에서 정규화된 위상 속도의 오차를 1% 이내로 유지하려면, 최소 파장에 대해 13개 이상의 격자가 필요하다.

**라플라스 차분 연산자의 확장**

라플라스 차분 연산자에 의해 발생하는 분산 중 위상에 의해 발생하는 분산 효과를 줄이기 위해, Jo et al.(1996)은 45° 회전한 좌표축을 추가로 구성하여 원래의 좌표축에 의한 분산과 회전한 좌표축에 의해 생기는 분산을 평균하여 분산의 수치 이방성을 줄였다. 이 방법의 경우에는 좀더 많은 점을 사용하여 근사하고자 할 때, 좌표계의 회전 방향이 너무 많아져서 식을 구성하기가 힘들어지는 단점이 있다.

그러나 Min et al.(2000)는 좌표축의 회전을 이용하지 않고, 기존의 좌표축에 평행하게 좌표축을 추가하여 2차원의 모델링에서 25점을 이용하여 차분을 구성하는데, 한 방향에 대해서는 각각 5개의 축을 이용하였다. 그리고 각 축에 대해서도 두 개의 차분을 평균하였다. 즉 각각의 축에 대해서는 간격 Δ, 2Δ에 따라 차분하고, 이들을 다시 선형 결합하여 구현하였다. 이번 연구에서는 2차원 25점에서의 좌표축과 평행한 축을 추가하여 구하는 방법을 확장하여 차분 연산자의 근사를 도입하였다. 다만 좌표계가 3차원이 되므로 차분 연산자의 수가 더욱 증가하게 되었다. 즉 2차원 모델의 경우 x에 대한 2차 미분을 근사하는데, 5개의 축이 사용되나, 3차원 모델의 경우 25개의 축이 사용되고, 이에 따라 차분을 표현하는데 필요한 점의 수도 125개가 요구된다(Fig. 2).

라플라시안 차분 연산자를 Fig. 2과 같은 방법을 사용하여

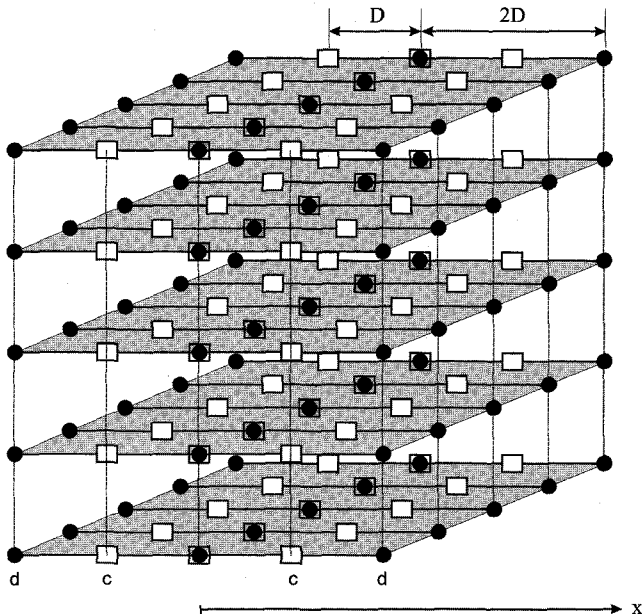


Fig. 2. 125-points used to approximate differential operator  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

유한차분을 할 경우 각각의 차분은 125개의 점을 사용하여 표현되며, 그 중 x에 대한 2차 미분항을 적어보면 (8)식과 같다. 마찬가지로 방법을 적용하면 y와 z에 대한 2차 미분도 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = & \frac{b_1}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i-1,j,k}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j,k} - 2P_{i,j,k} + P_{i-2,j,k}) \right] \\ & + \frac{b_2}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+1,k} - 2P_{i,j+1,k} + P_{i-1,j+1,k}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+1,k} - 2P_{i,j+1,k} + P_{i-2,j+1,k}) \right] \\ & + \frac{b_2}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-1,k} - 2P_{i,j-1,k} + P_{i-1,j-1,k}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-1,k} - 2P_{i,j-1,k} + P_{i-2,j-1,k}) \right] \\ & + \frac{b_2}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j,k+1} - 2P_{i,j,k+1} + P_{i-1,j,k+1}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j,k+1} - 2P_{i,j,k+1} + P_{i-2,j,k+1}) \right] \\ & + \frac{b_2}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j,k-1} - 2P_{i,j,k-1} + P_{i-1,j,k-1}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j,k-1} - 2P_{i,j,k-1} + P_{i-2,j,k-1}) \right] \\ & + \frac{b_3}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-1,k+1} - 2P_{i,j-1,k+1} + P_{i-1,j-1,k+1}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-1,k+1} - 2P_{i,j-1,k+1} + P_{i-2,j-1,k+1}) \right] \\ & + \frac{b_3}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+1,k-1} - 2P_{i,j+1,k-1} + P_{i-1,j+1,k-1}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+1,k-1} - 2P_{i,j+1,k-1} + P_{i-2,j+1,k-1}) \right] \\ & + \frac{b_3}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+1,k+1} - 2P_{i,j+1,k+1} + P_{i-1,j+1,k+1}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+1,k+1} - 2P_{i,j+1,k+1} + P_{i-2,j+1,k+1}) \right] \\ & + \frac{b_3}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-1,k-1} - 2P_{i,j-1,k-1} + P_{i-1,j-1,k-1}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-1,k-1} - 2P_{i,j-1,k-1} + P_{i-2,j-1,k-1}) \right] \\ & + \frac{b_4}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+2,k} - 2P_{i,j+2,k} + P_{i-1,j+2,k}) \right. \\ & \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+2,k} - 2P_{i,j+2,k} + P_{i-2,j+2,k}) \right] \\ & + \frac{b_4}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-2,k} - 2P_{i,j-2,k} + P_{i-1,j-2,k}) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-2,k} - 2P_{i,j-2,k} + P_{i-2,j-2,k}) \\
& + \frac{b_4}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j,k+2} - 2P_{i,j,k+2} + P_{i-1,j,k+2}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j,k+2} - 2P_{i,j,k+2} + P_{i-2,j,k+2}) \right] \\
& + \frac{b_4}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j,k-2} - 2P_{i,j,k-2} + P_{i-1,j,k-2}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j,k-2} - 2P_{i,j,k-2} + P_{i-2,j,k-2}) \right] \\
& + \frac{b_5}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+2,k+1} - 2P_{i,j+2,k+1} + P_{i-1,j+2,k+1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+2,k+1} - 2P_{i,j+2,k+1} + P_{i-2,j+2,k+1}) \right] \\
& + \frac{b_5}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-2,k+1} - 2P_{i,j-2,k+1} + P_{i-1,j-2,k+1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-2,k+1} - 2P_{i,j-2,k+1} + P_{i-2,j-2,k+1}) \right] \\
& + \frac{b_5}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+2,k-1} - 2P_{i,j+2,k-1} + P_{i-1,j+2,k-1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+2,k-1} - 2P_{i,j+2,k-1} + P_{i-2,j+2,k-1}) \right] \\
& + \frac{b_5}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-2,k-1} - 2P_{i,j-2,k-1} + P_{i-1,j-2,k-1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-2,k-1} - 2P_{i,j-2,k-1} + P_{i-2,j-2,k-1}) \right] \\
& + \frac{b_5}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+2,k+1} - 2P_{i,j+2,k+1} + P_{i-1,j+2,k+1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+2,k+1} - 2P_{i,j+2,k+1} + P_{i-2,j+2,k+1}) \right] \\
& + \frac{b_5}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-2,k+1} - 2P_{i,j-2,k+1} + P_{i-1,j-2,k+1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-2,k+1} - 2P_{i,j-2,k+1} + P_{i-2,j-2,k+1}) \right] \\
& + \frac{b_5}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+2,k-1} - 2P_{i,j+2,k-1} + P_{i-1,j+2,k-1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+2,k-1} - 2P_{i,j+2,k-1} + P_{i-2,j+2,k-1}) \right] \\
& + \frac{b_5}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-2,k-1} - 2P_{i,j-2,k-1} + P_{i-1,j-2,k-1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-2,k-1} - 2P_{i,j-2,k-1} + P_{i-2,j-2,k-1}) \right] \\
& + \frac{b_6}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+2,k+1} - 2P_{i,j+2,k+1} + P_{i-1,j+2,k+1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+2,k+1} - 2P_{i,j+2,k+1} + P_{i-2,j+2,k+1}) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{b_6}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-2,k+2} - 2P_{i,j-2,k+2} + P_{i-1,j-2,k+2}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-2,k+2} - 2P_{i,j-2,k+2} + P_{i-2,j-2,k+2}) \right] \\
& + \frac{b_6}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j+2,k-2} - 2P_{i,j+2,k-2} + P_{i-1,j+2,k-2}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j+2,k-2} - 2P_{i,j+2,k-2} + P_{i-2,j+2,k-2}) \right] \\
& + \frac{b_6}{\Delta x^2} \left[ c(P_{i+1,j-2,k-2} - 2P_{i,j-2,k-2} + P_{i-1,j-2,k-2}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{4}(P_{i+2,j-2,k-2} - 2P_{i,j-2,k-2} + P_{i-2,j-2,k-2}) \right] \quad (8)
\end{aligned}$$

여기서  $b_i(i=1, \dots, 6)$ 는 공간적인 거리가 같은 다항식들에 대해 할당된 미정 계수이며,  $c$  와  $d$  는 한 좌표축 내에서의 차분 간격  $\Delta$ ,  $2\Delta$ 에 대해 표현되는 각각의 차분항에 대한 가중 계수이고,  $k_x, k_y, k_z$ 는 각각  $x, y, z$  방향의 파수이다.

#### 가중 평균법(weighted average method)의 도입

주파수 영역에서의 스칼라 파동 방정식에서 가속도항  $\omega^2/v^2 P$ 은 가중 평균식으로 표현이 가능하다.

$$\begin{aligned}
\nabla^2 P + \frac{\omega^2}{v^2} P &= 0 \\
\frac{\omega^2}{v^2} P &= \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \alpha) P^* + \frac{\omega^2}{v^2} \alpha P
\end{aligned}$$

여기서  $\omega^2/v^2(1 - \alpha)P^*$ 는 가중평균항(weighted average term)이고  $(\omega^2/v^2)\alpha P$ 는 가중점배치항(weighted point collocation term)이다.  $\alpha$ 는 점배치항과 평균항이 가속도 항을 대변하여 주는 정도를 결정해주는 인자이며, 가중 계수(weighting coefficient)라 한다(Jo et al., 1996).

3차원에서 가속도 항  $P$ 는 공간 차분에서 이용하는 125점을 사용하여 가중 평균항과 가중점배치항으로 나타내면 식과 같으며, 이를 알아보기 쉽게  $x$ -평면에 위치하는 25개의 점들에 대해 살펴보면 Fig. 3과 같다. 그리고 가속도 항은 거리에 따라서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
P_0 &= P_{i,j,k} \\
P_1 &= P_{i+1,j,k} + P_{i-1,j,k} + P_{i,j+1,k} + P_{i,j-1,k} + P_{i,j,k+1} + P_{i,j,k-1} \\
P_{\sqrt{2}} &= P_{i+1,j+1,k} + P_{i+1,j-1,k} + P_{i-1,j+1,k} + P_{i-1,j-1,k} \\
&\quad + P_{i+1,j,k+1} + P_{i+1,j,k-1} + P_{i-1,j,k+1} + P_{i-1,j,k-1} \\
&\quad + P_{i,j+1,k+1} + P_{i,j+1,k-1} + P_{i,j-1,k+1} + P_{i,j-1,k-1} \\
P_{\sqrt{3}} &= P_{i+1,j+1,k+1} + P_{i+1,j+1,k-1} + P_{i+1,j-1,k+1} + P_{i+1,j-1,k-1} \\
&\quad + P_{i-1,j+1,k+1} + P_{i-1,j+1,k-1} + P_{i-1,j-1,k+1} + P_{i-1,j-1,k-1} \\
P_2 &= P_{i+2,j,k} + P_{i-2,j,k} + P_{i,j+2,k} + P_{i,j-2,k} + P_{i,j,k+2} + P_{i,j,k-2} \\
P_{\sqrt{5}} &= P_{i+2,j+1,k} + P_{i+2,j-1,k} + P_{i-2,j+1,k} + P_{i-2,j-1,k}
\end{aligned}$$

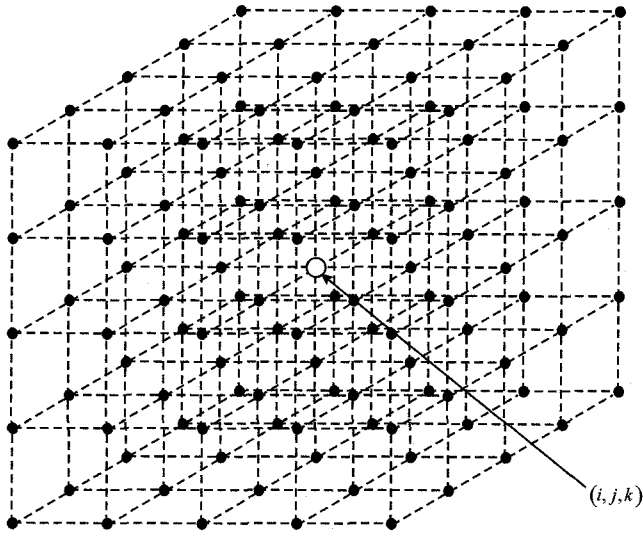


Fig. 3. The 125-points to compute the mass acceleration term.

$$\begin{aligned}
 & +P_{i+1,j+2,k} + P_{i+1,j-2,k} + P_{i-1,j+2,k} + P_{i-1,j-2,k} \\
 & +P_{i,j+2,k+1} + P_{i,j+2,k-1} + P_{i,j-2,k+1} + P_{i,j-2,k-1} \\
 & +P_{i,j+1,k+2} + P_{i,j+1,k-2} + P_{i,j-1,k+2} + P_{i,j-1,k-2} \\
 & +P_{i+1,j,k+2} + P_{i+1,j,k-2} + P_{i-1,j,k+2} + P_{i-1,j,k-2} \\
 & +P_{i+2,j,k+1} + P_{i+2,j,k-1} + P_{i-2,j,k+1} + P_{i-2,j,k-1} \\
 P_{\sqrt{6}} = & P_{i+2,j+1,k+1} + P_{i+2,j+1,k-1} + P_{i+2,j-1,k+1} + P_{i+2,j-1,k-1} \\
 & +P_{i-2,j+1,k+1} + P_{i-2,j+1,k-1} + P_{i-2,j-1,k+1} + P_{i-2,j-1,k-1} \\
 & +P_{i+1,j+2,k+1} + P_{i+1,j+2,k-1} + P_{i+1,j+2,k+1} + P_{i+1,j+2,k-1} \\
 & +P_{i-1,j+2,k+1} + P_{i-1,j+2,k-1} + P_{i-1,j+2,k+1} + P_{i-1,j+2,k-1} \\
 & +P_{i+1,j+1,k+2} + P_{i+1,j+1,k-2} + P_{i+1,j+1,k+2} + P_{i+1,j+1,k-2} \\
 & +P_{i-1,j+1,k+2} + P_{i-1,j+1,k-2} + P_{i-1,j+1,k+2} + P_{i-1,j+1,k-2} \\
 P_{\sqrt{8}} = & P_{i+2,j+2,k} + P_{i+2,j-2,k} + P_{i-2,j+2,k} + P_{i-2,j-2,k} \\
 & +P_{i,j+2,k+2} + P_{i,j+2,k-2} + P_{i,j-2,k+2} + P_{i,j-2,k-2} \\
 & +P_{i+2,j,k+2} + P_{i+2,j,k-2} + P_{i-2,j,k+2} + P_{i-2,j,k-2} \\
 P_3 = & P_{i+2,j+2,k+1} + P_{i+2,j+2,k-1} + P_{i+2,j-2,k+1} + P_{i+2,j-2,k-1} \\
 & +P_{i-2,j+2,k+1} + P_{i-2,j+2,k-1} + P_{i-2,j-2,k+1} + P_{i-2,j-2,k-1} \\
 & +P_{i+1,j+2,k+2} + P_{i+1,j+2,k-2} + P_{i+1,j-2,k+2} + P_{i+1,j-2,k-2} \\
 & +P_{i-1,j+2,k+2} + P_{i-1,j+2,k-2} + P_{i-1,j-2,k+2} + P_{i-1,j-2,k-2} \\
 & +P_{i+2,j+1,k+2} + P_{i+2,j+1,k-2} + P_{i+2,j-1,k+2} + P_{i+2,j-1,k-2} \\
 & +P_{i-2,j+1,k+2} + P_{i-2,j+1,k-2} + P_{i-2,j-1,k+2} + P_{i-2,j-1,k-2} \\
 P_{\sqrt{12}} = & P_{i+2,j+2,k+2} + P_{i+2,j+2,k-2} + P_{i+2,j-2,k+2} + P_{i+2,j-2,k-2} \\
 & +P_{i-2,j+2,k+2} + P_{i-2,j+2,k-2} + P_{i-2,j-2,k+2} + P_{i-2,j-2,k-2}
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서  $P$ 의 아래 첨자의 숫자는 중앙에서부터의 간격을 나타내는 거리 지수이며, 거리에 따라서 모두 10개의 그룹으로 나타내었다. 그리고 위 식에서 각각의 가속도 그룹들은 각기 다른 가중 계수를 가지게 된다. 따라서 가속도  $P$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P = & a_1 P_0 + a_2 P_0 + a_3 P_{\sqrt{2}} + a_4 P_{\sqrt{3}} + a_5 P_2 + a_6 P_{\sqrt{5}} + a_7 P_{\sqrt{6}} \\
 & + a_8 P_{\sqrt{8}} + a_9 P_3 + a_{10} P_{\sqrt{12}}
 \end{aligned} \tag{10}$$

### 확장 라플라스 연산자와 가중 평균법의 결합

확장된 라플라스 연산자에 의해서는 수치적 이방성이 줄어들며, 가중 평균법의 적용에 의해 정규화된 수치 분산이 1에 더욱 접근하게 되므로, 위에서 열거한 형태의 가중 평균 차분 연산자와 가중 평균법을 함께 적용함으로써 분산오차를 더 줄일 수 있다(Jo *et al.*, 1996).

## 분산 해석

### 분산식 유도

분산 해석을 하기 위해서 다음과 같은 평면파를 가정한다.

$$P_{i,j,k} = \exp(-i[k_x x + k_y y + k_z z]) \tag{11}$$

여기서  $k_x = k \cos \theta \sin \phi$ ,  $k_y = k \sin \theta \sin \phi$ ,  $k_z = k \cos \phi$ 이다.  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ 라 가정하고, 앞에서의 확장된 라플라시안 연산자 항과 질량 가속도항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 P = & \frac{1}{\Delta^2} \left[ -4e_1 \left( \sin^2 \left( \frac{k_x \Delta}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{k_y \Delta}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{k_z \Delta}{2} \right) \right) \right. \\
 & \left. \begin{aligned}
 & \left( \sin^2 \left( \frac{k_x \Delta}{2} \right) (\cos(k_y \Delta) + \cos(k_z \Delta)) \right) \\
 & + \sin^2 \left( \frac{k_y \Delta}{2} \right) (\cos(k_z \Delta) + \cos(k_x \Delta)) \\
 & + \sin^2 \left( \frac{k_z \Delta}{2} \right) (\cos(k_x \Delta) + \cos(k_y \Delta))
 \end{aligned} \right] \\
 & -16e_3 \left( \begin{aligned}
 & \sin^2 \left( \frac{k_x \Delta}{2} \right) (\cos(k_y \Delta) \cos(k_z \Delta)) \\
 & + \sin^2 \left( \frac{k_y \Delta}{2} \right) (\cos(k_z \Delta) \cos(k_x \Delta)) \\
 & + \sin^2 \left( \frac{k_z \Delta}{2} \right) (\cos(k_x \Delta) \cos(k_y \Delta))
 \end{aligned} \right) \\
 & -8e_4 \left( \begin{aligned}
 & \sin^2 \left( \frac{k_x \Delta}{2} \right) (\cos(2k_y \Delta) + \cos(2k_z \Delta)) \\
 & + \sin^2 \left( \frac{k_y \Delta}{2} \right) (\cos(2k_z \Delta) + \cos(2k_x \Delta)) \\
 & + \sin^2 \left( \frac{k_z \Delta}{2} \right) (\cos(2k_x \Delta) + \cos(2k_y \Delta))
 \end{aligned} \right) \\
 & -16e_5 \left( \begin{aligned}
 & \sin^2 \left( \frac{k_x \Delta}{2} \right) (\cos(2k_y \Delta) \cos(k_z \Delta) + \cos(k_y \Delta) \cos(2k_z \Delta)) \\
 & + \sin^2 \left( \frac{k_y \Delta}{2} \right) (\cos(2k_z \Delta) \cos(k_x \Delta) + \cos(k_z \Delta) \cos(2k_x \Delta)) \\
 & + \sin^2 \left( \frac{k_z \Delta}{2} \right) (\cos(2k_x \Delta) \cos(k_y \Delta) + \cos(k_x \Delta) \cos(2k_y \Delta))
 \end{aligned} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -16e_6 \begin{pmatrix} \sin^2\left(\frac{k_x\Delta}{2}\right)\cos(2k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta) \\ +\sin^2\left(\frac{k_y\Delta}{2}\right)\cos(2k_x\Delta)\cos(2k_z\Delta) \\ +\sin^2\left(\frac{k_z\Delta}{2}\right)\cos(2k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta) \end{pmatrix} \\
& -e_7(\sin^2(k_x\Delta)+\sin^2(k_y\Delta)+\sin^2(k_z\Delta)) \\
& -2e_8 \begin{pmatrix} \sin^2(k_x\Delta)(\cos(k_y\Delta)+\cos(k_z\Delta)) \\ +\sin^2(k_y\Delta)(\cos(k_z\Delta)+\cos(k_x\Delta)) \\ +\sin^2(k_z\Delta)(\cos(k_x\Delta)+\cos(k_y\Delta)) \end{pmatrix} \\
& -4e_9 \begin{pmatrix} \sin^2(k_x\Delta)\cos(k_y\Delta)\cos(k_z\Delta) \\ +\sin^2(k_y\Delta)\cos(k_z\Delta)\cos(k_x\Delta) \\ +\sin^2(k_z\Delta)\cos(k_x\Delta)\cos(k_y\Delta) \end{pmatrix} \\
& -2e_{10} \begin{pmatrix} \sin^2(k_x\Delta)(\cos(2k_y\Delta)+\cos(2k_z\Delta)) \\ +\sin^2(k_y\Delta)(\cos(2k_z\Delta)+\cos(2k_x\Delta)) \\ +\sin^2(k_z\Delta)(\cos(2k_x\Delta)+\cos(2k_y\Delta)) \end{pmatrix} \\
& -4e_{11} \begin{pmatrix} \sin^2(k_x\Delta)(\cos(2k_y\Delta)\cos(k_z\Delta)+\cos(k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta)) \\ +\sin^2(k_y\Delta)(\cos(2k_z\Delta)\cos(k_x\Delta)+\cos(k_z\Delta)\cos(2k_x\Delta)) \\ +\sin^2(k_z\Delta)(\cos(2k_x\Delta)\cos(k_y\Delta)+\cos(k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta)) \end{pmatrix} \\
& -4e_{12} \begin{pmatrix} \sin^2(k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta) \\ +\sin^2(k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta)\cos(2k_x\Delta) \\ +\sin^2(k_z\Delta)\cos(2k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta) \end{pmatrix} \quad (12)
\end{aligned}$$

$P=a_1$

$$\begin{aligned}
& +a_2[2\cos(k_x\Delta)+2\cos(k_y\Delta)+2\cos(k_z\Delta)] \\
& +a_3[4\cos(k_x\Delta)\cos(k_y\Delta)+4\cos(k_y\Delta)\cos(k_z\Delta) \\
& \quad +4\cos(k_z\Delta)\cos(k_x\Delta)] \\
& +a_4[8\cos(k_x\Delta)\cos(k_y\Delta)\cos(k_z\Delta)] \\
& +a_5[2\cos(2k_x\Delta)+2\cos(2k_y\Delta)+2\cos(2k_z\Delta)] \\
& +a_6 \begin{pmatrix} 4\cos(2k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta)+4\cos(k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta) \\ \quad +4\cos(2k_y\Delta)\cos(k_z\Delta) \\ +4\cos(k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta)+4\cos(2k_z\Delta)\cos(2k_x\Delta) \\ \quad +4\cos(k_x\Delta)\cos(2k_z\Delta) \end{pmatrix} \\
& +a_7 \begin{pmatrix} 8\cos(2k_x\Delta)\cos(k_y\Delta)\cos(k_z\Delta) \\ +8\cos(k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta)\cos(k_z\Delta) \\ +8\cos(k_x\Delta)\cos(k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta) \end{pmatrix} \\
& +a_8[4\cos(2k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta)+4\cos(2k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +4\cos(2k_z\Delta)\cos(2k_x\Delta)] \\
& +a_9 \begin{pmatrix} 8\cos(2k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta)\cos(k_z\Delta) \\ +8\cos(k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta) \\ +8\cos(2k_x\Delta)\cos(k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta) \end{pmatrix} \\
& +a_{10}[8\cos(2k_x\Delta)\cos(2k_y\Delta)\cos(2k_z\Delta)] \quad (13)
\end{aligned}$$

$L$ 을 라플라시안 항 그리고,  $M$ 을 가속도 항이라 하면, 식은 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{\omega^2}{v^2} = \frac{1}{\Delta^2} M \quad (14)$$

그리고 정규화된 위상 속도는 다음과 같다.

$$\frac{V_{ph}}{v} = \frac{G}{2\pi\sqrt{M}} \sqrt{L} \quad (15)$$

여기서  $G=\lambda/\Delta$ 이며, 파장당 격자수이다.  $e_i$ 는 확장된 라플라시안 연산자에 의한 가중 계수이며,  $a_j$ 는 가중평균에 의한 가속도 항 근사를 위한 계수이다. 라플라시안 항에서 미정 계수가 12개, 가속도 항에서 미정 계수가 10개로 모두 22개의 미지수가 있으며 이 미지수들을 구하는 일이 남았다.

#### 제한 조건의 유도

적절한 가중 계수들을 얻기 위해서는 계수들이 가지는 제한 조건(constraint)의 적용이 필요하다. 제한 조건을 유도하기 위해서  $k_x=k\cos\theta\sin\phi$ ,  $k_y=k\sin\theta\sin\phi$ ,  $k_z=k\cos\phi$ 의 관계식을 (12)식, (13)식에 대입한다. 그리고  $\theta=0$ ,  $\phi=0$ 라 가정하면,  $k_x=0$ ,  $k_y=0$ ,  $k_z=k$  이므로, 라플라시안의 경우 (16)식과 같다.

$$\begin{aligned}
\nabla^2 P = \frac{1}{\Delta^2} & \left[ -4e_1 \sin^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right) - 16e_2 \sin^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right) - 16e_3 \sin^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right) \right. \\
& - 16e_4 \sin^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right) - 32e_5 \sin^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right) - 16e_6 \sin^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right) \\
& - e_7 \sin^2(k\Delta) - 4e_8 \sin^2(k\Delta) - 4e_9 \sin^2(k\Delta) \\
& \left. - 4e_{10} \sin^2(k\Delta) - 8e_{11} \sin^2(k\Delta) - 4e_{12} \sin^2(k\Delta) \right] \quad (16)
\end{aligned}$$

(16)식의 양변을  $k^2$ 으로 나누고  $k\Delta \rightarrow 0$ 하면, 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
\lim_{k\Delta \rightarrow 0} \nabla^2 P = & -(e_1 + e_7) - 4(e_2 + e_8) - 4(e_3 + e_9) - 4(e_4 + e_{10}) \\
& - 8(e_5 + e_{11}) - 4(e_6 + e_{12}) \quad (17)
\end{aligned}$$

그리고 질량 가속도 항의 경우, 아래와 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
\lim_{k\Delta \rightarrow 0} P = & a_1 + 6a_2 + 12a_3 + 8a_4 + 6a_5 + 24a_6 + 24a_7 \\
& + 12a_8 + 24a_9 + 8a_{10} \quad (18)
\end{aligned}$$

따라서 다음 두 개의 제한 조건을 얻을 수 있다.

$$(e_1 + e_7) + 4(e_2 + e_8) + 4(e_3 + e_9) + 4(e_4 + e_{10}) + 8(e_5 + e_{11}) + 4(e_6 + e_{12}) = 1 \quad (19)$$

$$a_1 + 6a_2 + 12a_3 + 8a_4 + 6a_5 + 24a_6 + 24a_7 + 12a_8 + 24a_9 + 8a_{10} = 1 \quad (20)$$

**S.V.D에 의한 가중 평균 계수의 계산**

위 식의 미정 계수들을 구하는 방법에는 크게 두 가지가 있다. 그 중 하나는 정규화된 위상 속도에서 1을 뺀 오차가 최소가 되도록 하여 찾는 방법으로 뉴턴-랩슨 방법(Newton-Rapson method)을 적용하는 것이다. 이는 정의된 총 오차를 최소화시키는 계수를 반복 연산에 의해서 구하는 방법이다. 그러나 이 방법의 경우 본 연구와 같은 길고 복잡한 식을 다룰 경우 적용이 힘들다. 자코비안 행렬(Jacobian matrix)을 구하기 위해 편미분을 시행할 경우 수식의 길이가 매우 길어져서 코드 작성이 힘든 단점이 있고, 최대 경사법을 이용한 방법이어서 처음 가정하는 초기값에 의해 해를 못 찾는 경우가 발생하는 문제가 있다. 이러한 미정 계수들을 구하는 다른 방법으로 각각의  $\theta, \phi, G$ 의 값들을 조금씩 변화시켜가며 충분한 수의 방정식을 얻어내고, 이 방정식을 풀어서 미지수를 찾는 방법이다. 만약 확장된 라플라시안 연산자와 가중 평균을 이용한 가속도 근사식에 대해  $\theta$  값을 10개,  $\phi$  값을 20개 그리고  $G$ 의 값 50개를 각각 대입하면,  $10 \times 20 \times 50 = 1000$ 개의 관계식이 생기게 된다. 미지수는 22개이므로, 과잉 결정 문제(over-determined problem)를 풀이하는 것이 된다. 본 연구에서는 후자의 방법을 채택하였으며, 과잉 결정 문제의 해는 특이치분해법(singular value decomposition; S.V.D)법을 이용하여 얻었다.

S.V.D법에 적합하게 식을 재구성 하기위해서 (15)식의 정규화된 위상 속도식에서 수치적 분산이 없을 경우는 그 값이 1이므로, 우변을 1로 두면 (21)식과 같이 정리된다.

**Table 1.** Coefficients computed by S.V.D

계수	값	계수	값
$e_1$	0.138077825	$a_1$	0.199604034
$e_2$	-0.000649908674	$a_2$	0.0459987968
$e_3$	0.0220071916	$a_3$	0.0361978561
$e_4$	0.00592447165	$a_4$	0.00225463114
$e_5$	-3.6453855E-06	$a_5$	0.0093681654
$e_6$	0.00898267236	$a_6$	-0.00363887311
$e_7$	0.174993157	$a_7$	0.00445418246
$e_8$	0.162903607	$a_8$	0.00173052563
$e_9$	-0.0423989445	$a_9$	-0.00118390657
$e_{10}$	0.01736423	$a_{10}$	0.000482862728
$e_{11}$	4.19780781E-06		
$e_{12}$	-0.00300761126		

$$\frac{V_{ph}}{v} = \frac{G}{2\pi\sqrt{M}} = 1$$

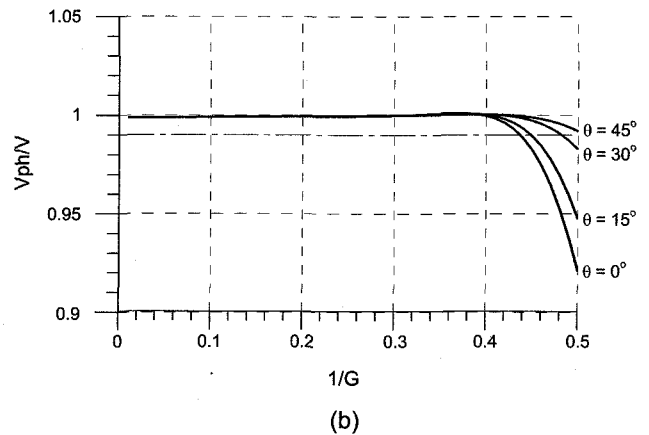
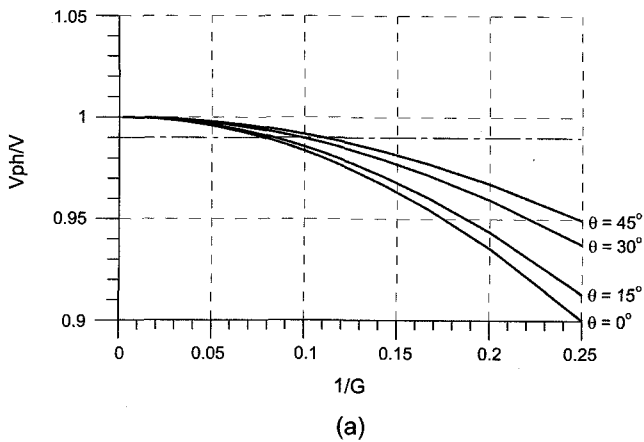
$$-L + \left(\frac{2\pi}{G}\right)^2 M = 0 \quad (21)$$

라플라시안 항의 제한 조건을 적용하면 우변이 0이 아니므로 S.V.D법에 의해서 계수들을 구할 수 있다. 이렇게 해서 얻어진 계수는 Table 1에 정리되어 있다.

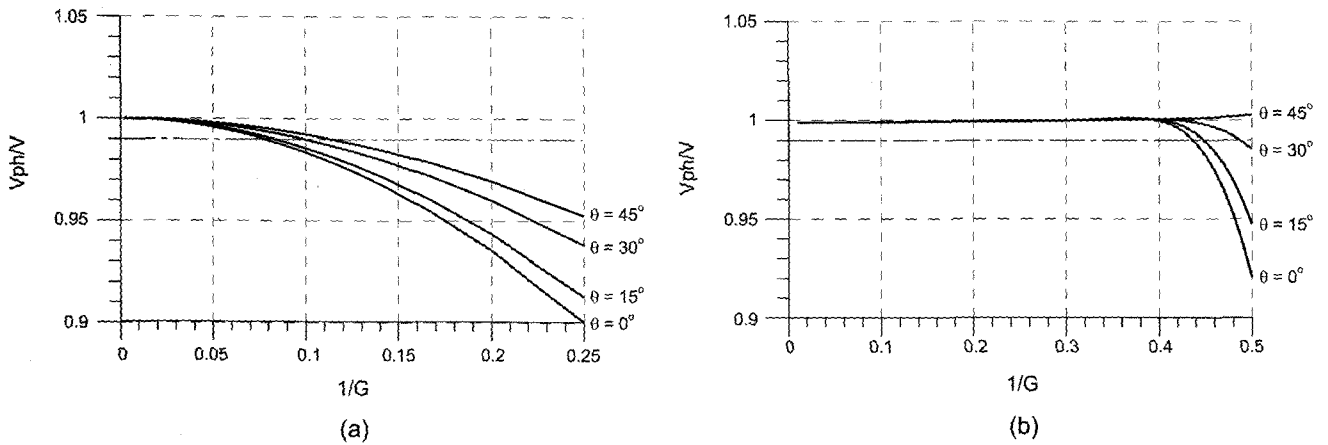
**가중 평균 계수를 이용한 분산 곡선 분석**

모델링에서 합성되는 파동의 정확도에 영향을 주는 수치 분산 정도는 분산 관계식에서 유도되는 수치 속도가 실제 속도로부터 벗어나는 정도를 나타낸다. 수치 분산은 격자 간격, 즉 고려된 주파수와 파동의 진행 방향에 의한 위상각들에 따라 실제 속도로부터 달라지는 정도로 나타난다.

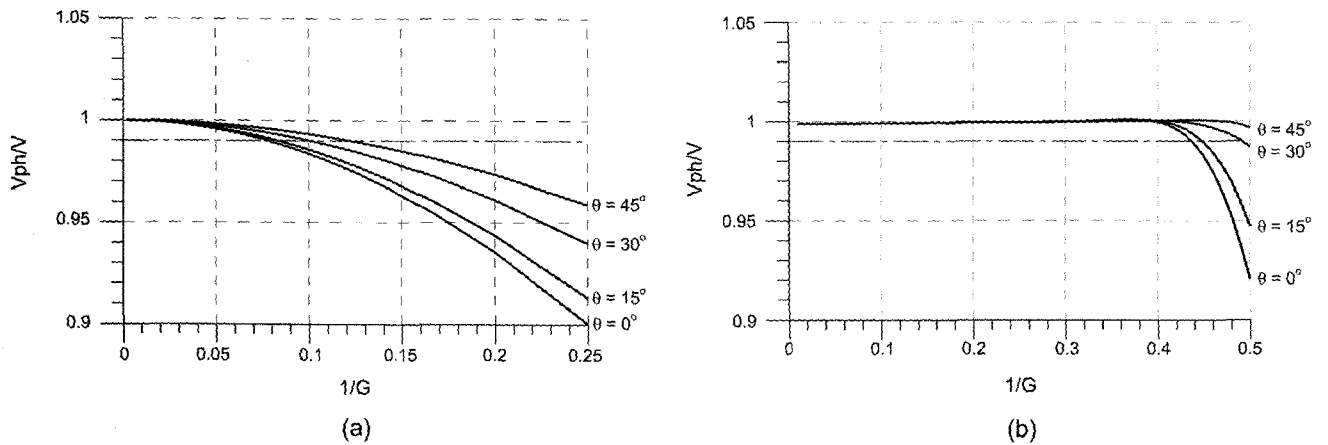
Table 1의 수들을 이용하여 분산 곡선을 도시한 것이 Fig. 4에 나타나 있다. 이러한 가중 평균을 사용하지 않는 기존의 유한차분법에 의한 분산 곡선(a)과 125점 가중 평균법을 이용하



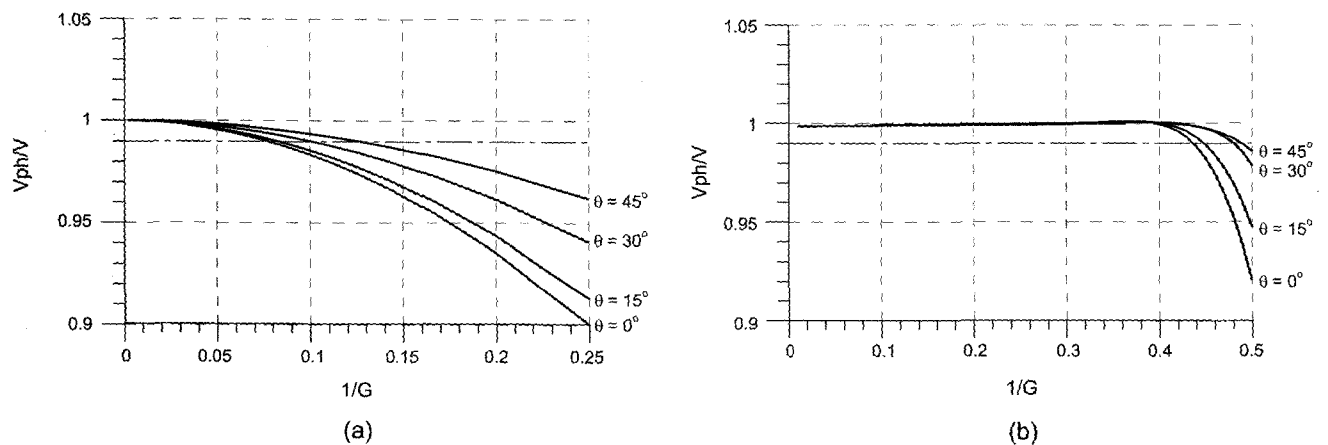
**Fig. 4a.** In case of  $F = 0^\circ$ , normalized phase velocity curves for frequency domain finite difference solution (a) using conventional scheme. (b) using 125-point scheme.



**Fig. 4b.** In case of  $F = 15^\circ$ , normalized phase velocity curves for frequency domain finite difference solution (a) using conventional scheme. (b) using 125-point scheme.



**Fig. 4c.** In case of  $F = 30^\circ$ , normalized phase velocity curves for frequency domain finite difference solution (a) using conventional scheme. (b) using 125-point scheme.



**Fig. 4d.** In case of  $F = 45^\circ$ , normalized phase velocity curves for frequency domain finite difference solution (a) using conventional scheme. (b) using 125-point scheme.

였을 때의 곡선 양상(b)을 보여준다. 각 그림들은  $1/G$ 에 대한 정규화된 위상 속도를 보여주고 있다. 그리고  $\theta, \phi$ 의 값이 변

함에 따라 분산의 차이가 나타난다. 각  $\theta$ 와  $\phi$ 에 대해 각기 다른 분산 곡선이 생기지만,  $45^\circ$ 를 기준으로  $30^\circ$ 와  $60^\circ$ ,  $15^\circ$ 와



75°, 0°와 90°이 같은 곡선을 그린다. 그리고 도시한 각도들의 사이에 존재하는 각도에 대한 분산 곡선은 역시 두 분산 곡선의 사이에 위치하므로 결과에는 굳이 모든 각도에 대해서 일일이 도시하지 않고, 몇몇 특수각에 대해서만 곡선을 그렸다.

Fig. 4에서 가중 평균을 이용한 분산 곡선(b)은 각도에 대한 분산 양상이 크게 나타나지 않는 모습을 보인다. 이는 새로운 차분 연산자의 사용에 의해 수치 이방성이 감소한 결과로 볼 수 있다.

가중 평균 계수와 확장된 차분 연산자를 이용할 경우 정규화된 위상 속도값이 0.99(1% 오차)인 값은 1/G가 0.4 이상인 경우로 나타난다. 즉 G가 2.5개 이하인 값에서 위상 속도의 오차가 1%를 넘어선다. 이는 기존의 7점을 사용하는 유한차분 모델링이 최소 13개를 요구하는 결과와 비교할 때 5배 이상 격자 간격을 줄일 수 있다. 격자수가 1/5로 줄어들게 되면, 모델링에 요구되는 시스템 메모리의 경우 band solver로 풀이하는 것으로 가정하면 1/3125로 메모리 요구량을 줄일 수 있다. 그리고 일단 가중 계수 값이 정해지면 그 값을 다른 지하 모델에 대해서도 적용이 가능하며, 매질의 물성에 상관 없이 사용할 수 있다.

## 결 론

본 연구에서 3차원 스칼라 파동 방정식에서 125점 가중 평균 계수를 적용한 새로운 연산자를 사용하였다. 이러한 125점 가중 평균 계수법은 공간에 대한 2차 편미분과 질량 가속도 항을 125점을 이용하여 근사 하는 방법이다. 이러한 방법은 정확도의 손실을 줄여주면서 주파수 영역의 파동 방정식에서 요구되는 파장당 격자수를 감소 시키며 모델링에서의 격자 간격을 크게 하도록 해준다. 이는 음함수의 형태로 나타나는 주파수 영역 파동 방정식 모델링의 행렬의 크기에 대한 문제를 해결할 수 있게 한다.

분산 해석을 통해 이번 연구에 시도된 125점 연산자를 이용할 경우 기존의 방법에서 요구한 격자수 13개를 2.5개로 1/5 이상 줄일 수 있었고, 이는 일반적인 유한차분 연산자를 이용

하는 것에 비해 5배 이상 격자 간격을 늘려서 모델링을 할 수 있게 한다. 이로써 기존의 슈퍼 컴퓨터에서조차 시행하기 힘들었던 3차원 탄성파 모델링을 일반 컴퓨터에서도 가능하게 해 줄 것이다.

## 앞으로의 과제

본 연구에서 적용한 125점의 가중 평균 계수를 적용하여 실제 모델링을 수행하고, 결과를 검토한다.

## 참고문헌

- Alterman, Z. S., and Karal, F. C. Jr., 1968, Propagation of elastic waves in layered media by finite-difference methods: *Bull. Seis. Soc. Am.*, **58**, 367-398.
- Lysmer, J., and Drake, L. A., 1972, A finite element method for seismology, in Bolt, B. A., Ed., *Methods in computational physics, Volume 11: Seismology: Surface waves and earth oscillations: Academic Press*, 181-216.
- Marfurt, K. J., 1984, Accuracy of finite-difference and finite element modeling of the scalar and elastic wave equations: *Geophysics*, **49**, 533-549
- Marfurt, K. J., and Shin, C., 1989, The future of iterative modeling in geophysical exploration, in Eisner, E., Ed., *Handbook of geophysical exploration: Seismic Exploration, Volume 21: Supercomputers in seismic exploration: Pergamon Press*, 203-228.
- Min, D.-J., Shin, C., Kwon, B. D., and Chung, S., 2000, Improved frequency-domain elastic wave modeling using weighted-averaging difference operators: *Geophysics*, **65**, 884-895.
- Jo, C.-H., Shin, C., and Suh, J. H., 1996, An optimal nine-point finite-difference frequency-space 2-D acoustic wave extrapolator: *Geophysics*, **61**, 529-537.
- Shin, C., 1988, Non-linear elastic wave inversion by blocky parameterization: Ph. D. thesis, Univ. of Tulsa.
- Shin, C., and Sohn, H., 1998, A frequency-space 2-D scalar wave extrapolator using extended 25-point finite-difference operators: *Geophysics*, **63**, 289-296.