

차분 전개를 이용한 표면파 기법의 모형 응답 계산

하희상¹⁾ · 신창수²⁾ · 서정희³⁾

A Study on the Finite Difference Forward Modeling in SASW Method

Heesang Ha¹⁾, Changsu Shin²⁾ and Junghee Seo³⁾

요 약 : 표면파 기법(SASW, Spectral Analysis of Surface Waves)을 지반공학 분야에 효율적으로 적용하기 위해 모형 응답 알고리즘을 해석적으로 도출하였다. 이 논문에서는 이론적인 분산 곡선 응답 반응을 Aki and Richard에 의해 제안된 운동 응력 벡터(motion stress vector)를 이용하여 미분 방정식을 구성한 후 차분 전개를 통하여 구함으로서 동적 강성도 법이나 전파 행렬법에 비해 간단하고 빠르게 구할 수 있었다. 차분 전개를 통한 이론 분산 곡선 응답 반응 알고리즘으로 2개의 지구 모형에 대해 이론 분산 곡선을 구하여 타당성을 검증하였다. 또한 모형 응답 계산 과정에서 고려하여야 할 주파수 대역에 따른 적절한 모형의 크기에 대하여 고찰한 결과 각 파장의 1.5~2배 이내로 모형의 크기를 결정할 때 경제적이고 안정적인 결과를 얻을 수 있었다.

주요어 : 분산, 표면파 기법, 운동 응력 벡터, 차분 전개법

Abstract : An analytical forward modeling algorithm was developed for the efficient application to the geotechnical engineering in SASW (Spectral Analysis of Surface Waves) method. For the theoretical dispersion curve, the finite difference method using motion stress vector, which was proposed by Aki and Richards, was employed and verified with two earth models. For the stable and fast calculation, it was found that the model size depending on the frequency range is suitable 1.5~2 times bigger than the wavelength.

Keywords : dispersion, spectral-analysis-of-surface wave, motion stress vector, finite difference method

서 론

표면파 기법(SASW, Spectral Analysis of Surface Waves)은 지반이나 구조물의 표면에서 표면파의 측정을 통해 하부의 전단 강성도의 추상도(profile of shear stiffness)를 추정하는 비파괴 검사법이다. 표면파 기법은 1980년대 초반 Nazarian and Stokoe(1985)에 의해 많은 연구가 이루어진 방법으로 정상 진동법(Landisman, M. et al., 1969)에 그 이론적 근거를 두고 있다. 지하의 속도 구조를 파악하기 위하여 표면파 기법에서는 레일리파의 분산 특성을 분석 대상으로 한다. 표면파의 분산 특성을 이용하여 지반 특성을 파악하기 위한 연구는 이미 오래 전부터 지진학 분야를 중심으로 행하여져 왔다. 지진학 분야에서는 지진시에 발생하는 표면파의 분산 해석을 통하여 지구의 지각 및 내부 구조에 대한 연구를 수행하였다. Haskell(1953)은 Thomson(1950)의 이론을 토대로 다층 탄성체에서 표면파의 분산 이론을 발표하여 표면파의 분산특성 연구에 기

초를 세웠다. 이후 Knopoff(1964), Dunkin(1965), Abozena(1978) 등은 각기 다른 이론적 접근을 통한 표면파의 분산 이론을 발표하였으나 이들 연구는 모두 본질적으로 Haskell의 이론에 그 기반을 두고 있다.

표면파의 분산 이론을 지반 공학에 응용한 연구는 Jones(1955)의 연구 이후 시작되어 초기에는 주로 포장체의 강성 추상도(stiffness profile)를 얻기 위하여 표면파 기법이 적용되었으며 최근에는 터널 및 구조물의 건전성 평가, 내진 설계를 위한 지반 정수 결정 등 그 응용 범위를 넓혀 가고 있다.

이론 분산 곡선의 계산은 Thomson과 Haskell의 이론에 기초한 전파 행렬법과 Stokoe 등(1980)에 의한 동적 강성도법 등이 연구되어 왔다. 이 방법은 역산을 위한 자코비언의 계산을 할 수 없는 어려움이 있다. 따라서 이 연구에서는 효율적으로 지반 공학 분야에 표면파 기법을 적용하기 위하여 다음과 같은 알고리즘을 개발하고자 하였다. 이 논문에서는 Aki and Richards(1980)에 의해 제안된 운동 응력 벡터(motion stress

*2002년 4월 11일 접수

1) 현대건설(주) 기술연구소 선임엔지니어 (Hyundai Institute of Construction Technology)

2) 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수 (Civil, Urban & Geosystem Eng., Seoul National University)

3) 서울대학교 지구환경시스템공학부 정교수 (Civil, Urban & Geosystem Eng., Seoul National University)

vector)를 이용하여 차분 전개를 한 후 이론 분산 곡선의 모형 응답을 계산하였다. Runge-Kutta법(Aki and Richards, 1980)과 비교하면 차분 전개법은 차분 간격에 대해 더 큰 오차를 발생시키지만 차분 간격을 작게 하면 충분한 정밀도 내에서 분산 곡선을 구할 수 있으며 계산식이 단순한 장점이 있다.

차분 전개법은 지하 매질을 N개의 미세 층으로 세분하여 최하부 층으로부터 연속 계산을 통하여 최상부의 값을 구한 다음 고유치에 해당하는 값들만 취하는 방법으로 일반적으로 알려진 Runge-Kutta법에 비하여 단점으로 인식되고 있는 차분 간격에 따른 오차를 줄이기 위해 이 논문에서는 적절한 오차 범위 내에서 모형 응답 계산을 수행하도록 지하 구조를 지구 모델에 대해서 10m 정도의 미세 층들로 세분하여 계산하였다.

이 논문에서 제안된 차분 전개법을 통한 분산 곡선 모형 응답 계산의 타당성을 검증하기 위하여 지진의 분산 특성을 이용하여 연구된 두 가지 지구 모형 결과와 비교하였으며 강성도 행렬법과도 비교하였다.

표면파(surface wave)의 전파 특성

표면파는 지표면 또는 그 하부를 따라 전파하는 탄성파로서 지표면으로부터 깊이가 깊어질수록 진폭이 급격히 감소하며 일정 깊이 이상에서는 거의 에너지가 사라지는 특성을 보인다. 이러한 표면파에는 러브 파(Love wave)와 레일리파(Rayleigh wave)가 있다.

러브 파(Love wave)의 매질 입자의 운동은 Fig. 1a와 같이 파의 진행 방향에 직각인 수평 성분만을 가지는 것으로 전단파 속도가 그 하부 층의 속도보다 낮은 경우에만 발생하므로 일종의 채널 파로 간주할 수 있다.

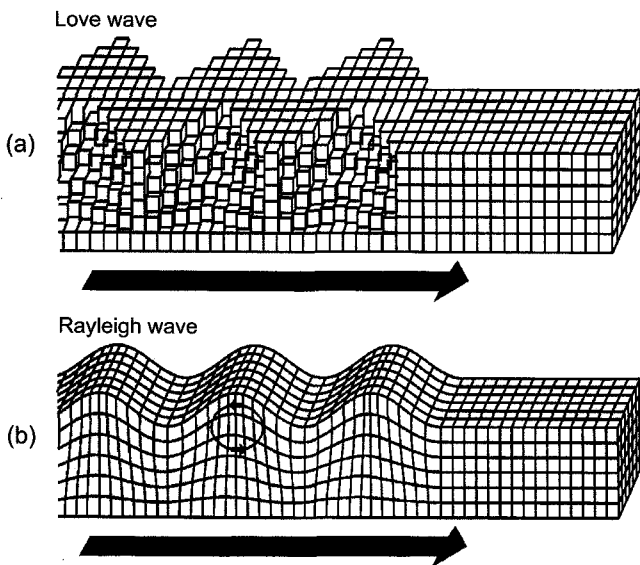


Fig. 1. The particle motion of Love and Rayleigh wave (Bolt, 1976). (a) Love wave (b) Rayleigh wave

Fig. 1b에서와 같이 레일리파의 매질 입자의 운동은 변위의 수직 성분이 수평 성분보다 약 1.5배 정도 큰 타원형을 그리면서 파의 진행 방향에 수직인 면에 한정되어 있다. 또한 입자의 운동은 파의 진행 방향과 반대 방향으로 역행운동을 한다. Fig. 2에 나타난 바와 같이 레일리파의 진폭은 깊이에 따라 지수 함수적으로 감소하여 파장의 1.5배가 되는 깊이에서는 진폭의 수직성분이 지표 진폭의 약 10% 정도가 되며, 포아송비가 0.25일 때 레일리파의 속도는 S파 속도의 약 90%(0.9194배)가 된다.

공학에서 중요한 탄성파는 압축파, 전단파 그리고 레일리파이다. 이러한 파들은 각각 다른 속도로 전파하는데 이 중 레일리파는 균질 지반에서는 전파 속도가 일정하지만 물성이 깊이에 따라 연속적으로 변하거나, 비균질 지반에서는 전파속도가 주파수 또는 파장에 따라 달라지는 분산(dispersion) 특성을 갖는다. 각 파의 속도는 탄성 상수와 밀도로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1-2\sigma)(1+\sigma)}}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}}$$

$$k_r^6 - 8k_r^4 + (24 - 16k_p^2)k_r^2 = (k_p^2 - 1) = 0 \tag{1}$$

여기서, ρ 는 밀도, λ 는 라메의 상수(Lame's constant), μ 는 전단계수(shear modulus), E는 영률(Young's modulus), σ 는 포아송비(Poisson's ratio)이다. 그리고 $k_r = V_r/V_s$ 는 전단파 속도에 대한 균질 매질의 레일리파의 속도이며, $k_p = V_s/V_p$ 는 압축파 속도에 대한 전단파 속도의 비율이다. 전단파는 고체에서만 전파되고 전단계수 μ 가 0인 액체나 기체에서는 전파되지 않는다. 식 (1)에서 $E = 2\mu(1+\sigma)$ 를 이용하여 정리하면, k_p 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

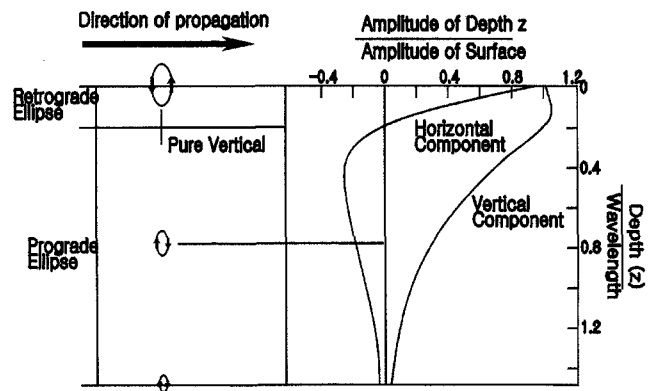


Fig. 2. The motion of particle and attenuation of amplitude with depth for the Rayleigh wave (Nazarian et al., 1985).

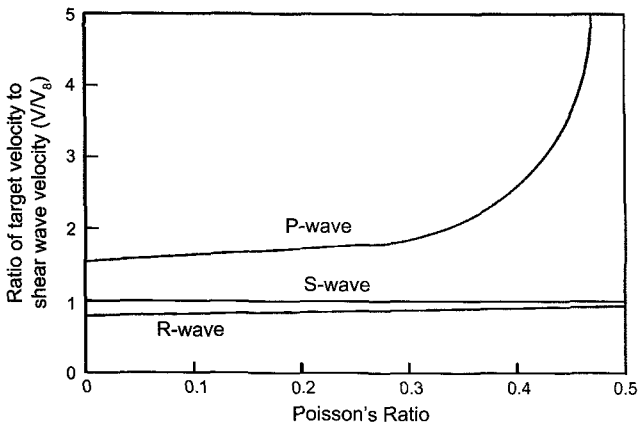


Fig. 3. The ratio of P and Rayleigh wave velocity to shear wave velocity with Poisson's ratio (Richart, 1962).

$$k_p^2 = \frac{1 - 2\sigma}{2(1 - \sigma)} = \frac{V_s^2}{V_p^2} \quad (2)$$

따라서 포아송비 값과 압축파, 전단파, 침 레일리파 속도 중에서 어느 하나의 탄성파 속도 값만 알고 있으면, 나머지 두 개의 탄성파 속도 값을 결정 할 수 있다. Fig. 3에는 균질지반에서 전단파 속도를 기준으로 하여 포아송비의 변화에 따른 각 탄성파 속도, V의 상대적인 변화를 보여준다. 그림에서 압축파에 대한 곡선식은 $1/k_p$ 에 해당하며 레일리파에 대한 곡선식은 k_r 에 해당된다. 여기서 알 수 있듯이 포아송비가 증가하면 압축파와 전단파의 속도 차는 증가하며 포아송비가 0일 경우 전단파에 대한 압축파의 속도 비는 $\sqrt{2}$ 가 되고 포아송비가 0.5일 경우(비압축성 물질, 유체)인 경우에는 무한대가 된다. 전단파와 침 레일리파 속도의 차이는 포아송비가 증가함에 따라 감소하며 포아송비가 0에서 0.5사이로 변할 때 이 비는 약 0.86에서 0.95사이에서 변화한다. 따라서 레일리파에 대한 전단파 속도 비는 최대 약 5%정도의 오차로 0.9로 가정할 수 있다.

포아송비에 따라 지표면의 교란시 지반내로 전달되는 진동 에너지의 대부분은 레일리파의 형태로 전파된다. Fig. 4는 균질 등방성 탄성 반 무한 매질의 표면에서 수직으로 진동하는 송신원으로부터 발생한 실체파와 표면파의 전파 형태를 나타내고 있다. Miller와 Pursey(1955)는 송신원으로부터 파가 전파해 나갈 때 발생한 에너지의 약 67%가 레일리파 형태로 전파되고 전단파는 에너지의 26%, 압축파는 7%만이 전파됨을 발견하였다. 에너지 감소를 살펴보면 체적파인 압축파와 전단파는 반구형의 파면(wave front)를 형성하여 전파되고, 레일리파는 원통형의 파면을 형성하여 전파되므로 체적파 에너지는 레일리파보다 더 큰 부피의 공간에 걸쳐 전파된다. 따라서 송신원으로부터 거리가 멀어짐에 따라 체적파는 레일리파에 비해 에너지 밀도의 감소율이 크다. 송신원으로부터 거리를 r이라 하면 지표면에서 체적파의 기하학적 감소율은 $1/r^2$ 에 비해하고, 레일리파는 $1/\sqrt{r}$ 에 비해한다. 즉, 송신원으로부터 일정

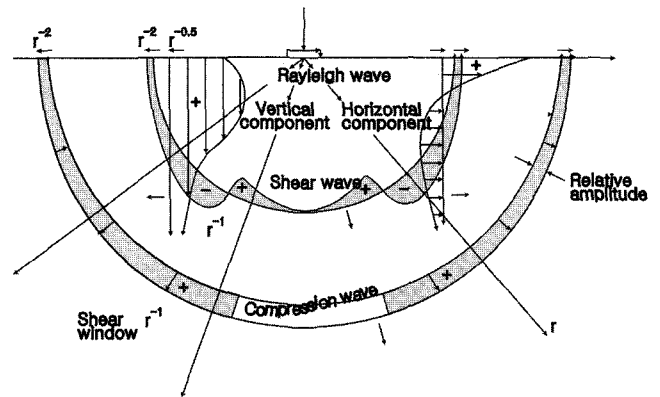


Fig. 4. The distribution of P, S and Rayleigh waves in homogeneous, isotropic elastic half space (Richart et al., 1970).

거리 이상에서 수신되는 탄성파의 대부분은 레일리파라고 할 수 있다. 따라서 레일리파를 이용하는 SASW 탐사법은 탄성파 에너지 면에서 효율적인 방법이라고 할 수 있다.

표면파 기법 시스템 구성 및 시험방법

천부 지반의 속도 주상도를 구하기 위해서 최근 가장 많이 사용되는 탄성파 시험법은 crosshole test와 downhole test이다. 이들 방법은 실체파를 직접 측정하기 때문에 하나 또는 두 개의 시추공을 필요로 한다. 시추공을 확보하기 위해서는 일반적으로 시간과 비용이 상당히 요구된다. 이에 반해, 표면파 기법은 전단파 속도와 전단 탄성계수 주상도를 구하기 위해 송신원과 수신기가 지표면에 설치되는 비파괴, 비관입 시험이다. 송신원은 다양한 주파수를 가진 표면파들을 발생시킬 수 있는 해머, 망치, 웨이트 드롭 등을 사용하며 두개의 수신기는 수신기를 통과하는 표면파의 전파를 측정할 수 있도록 표면에 설치된다(Fig. 5). 일반적으로 표면파 기법에서는 송신기와 첫 번째 수신기간의 거리와, 두 개의 수신기간의 거리를 같게 놓고

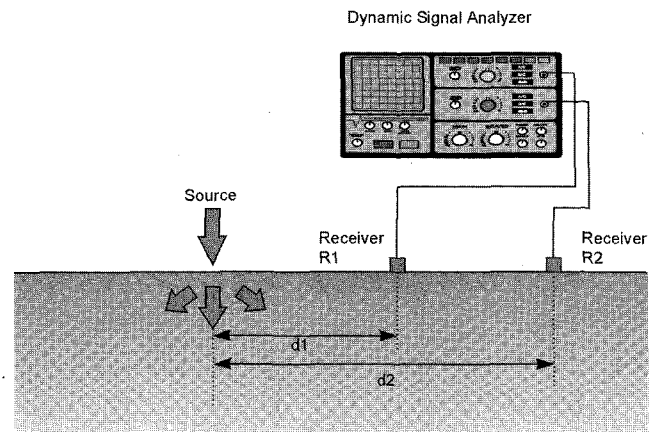


Fig. 5. Basic configuration of equipment for SASW measurements.

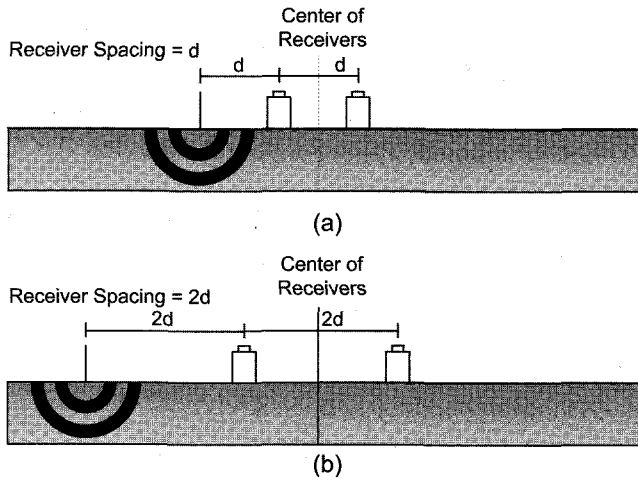


Fig. 6. Arrangements of source and receivers illustrating the common receiver midpoint geometry (Joh, 1996).

이 거리를 변화시켜 가면서 수신기간의 중심이 항상 일정하게 하는 배열을 주로 이용한다(Fig. 6).

분산 곡선의 결정

실험 분산 곡선은 상호 파워 스펙트럼의 위상 정보로부터 계산한다. 레일리파의 파장과 위상 속도는 각각의 주파수에 대하여 두 수신기에서 측정된 신호들 사이의 위상차로부터 구할 수 있다. 위상 곡선은 두 개의 수신기로부터 측정된 특정 주파수 성분의 레일리파가 갖는 위상차(phase lag)를 나타낸 것이다. 위상차를 알면 레일리파가 두 수신기 사이를 통과하는 데 소요된 시간을 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$t(f) = \frac{\phi(f)}{2\pi f} \quad (3)$$

여기서, f : 주파수(cycle/s),
 $t(f)$: 주어진 주파수에서의 주시(s),
 $\phi(f)$: 주어진 주파수에서의 위상차(radians)

레일리파의 주파수에 따른 위상 속도는 두 수신기 사이의 거리($d_2 - d_1$)는 이미 알고 있으므로 다음 식으로 구할 수 있다.

$$V_R = \frac{d_2 - d_1}{t(f)} \quad (4)$$

(4)식으로부터 레일리파의 파장은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\lambda_R = \frac{V_R}{f} \quad (5)$$

각각의 모든 주파수에 대해서 (3)식에서 (5)식을 반복 적용하면 표면파 속도에 대한 파장의 관계곡선, 즉 분산 곡선을 구할 수 있다.

이론적인 분산 곡선은 층서 구조에서 파의 전파 이론을 통하여 각 파장(주파수)에 대하여 레일리파의 위상속도를 구하는 것이다. 이러한 이론은 Thomson(1950)과 Haskell(1953)의 연구 이후 계속 연구되어 왔다. 이 논문에서는 Aki and Richards(1980)가 제안한 운동 응력 벡터(motion stress vector)를 이용하여 차분 전개를 통하여 고유치 문제를 풀어 각 주파수에 대한 위상 속도를 계산하였다.

레일리파의 운동 응력 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다 (Aki and Richards, 1980).

$$\begin{aligned} u &= r_1(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)], \\ v &= 0, \\ w &= ir_2(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)] \\ \tau_{yz} &= \tau_{xy} = 0, \\ \tau_{xx} &= i \left[\lambda \frac{dr_2}{dr_1} + k(\lambda + 2\mu)r_1 \right] \exp[i(kx - \omega t)], \\ \tau_{yy} &= i \left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right] \exp[i(kx - \omega t)], \\ \tau_{zz} &= i \left[(\lambda + 2\mu) \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right] \exp[i(kx - \omega t)], \\ \tau_{zx} &= \mu \left[\frac{dr_1}{dz} - kr_2 \right] \exp[i(kx - \omega t)] \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 u, v, w 는 x, y, z 성분이며, τ_{xx}, τ_{zz} 는 각 방향의 응력 성분으로 z 방향으로 연속이다. 위 식을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= r_3(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)], \\ \tau_{zz} &= ir_4(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)] \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 r_3 와 r_4 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r_3 &= \mu \left[\frac{dr_1}{dz} - kr_2 \right], \\ r_4 &= \left[(\lambda + 2\mu) \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right] \end{aligned} \quad (8)$$

운동 응력 벡터 (r_1, r_2, r_3, r_4)에 대한 미분방정식은 (7)식과 운동 방정식 $\rho \ddot{u}_i = f_i + \tau_{i,j}$ 을 이용하면 다음과 같이 행렬형태로 표현된다.

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k & \mu^{-1}(z) & 0 \\ -k\lambda(z)[\lambda(z) + 2\mu(z)]^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ k^2 \zeta(z) - \omega^2 \rho(z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega^2 \rho(z) & -k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, $\zeta = \frac{4\mu(z)[\lambda(z) + \mu(z)]}{[\lambda(z) + 2\mu(z)]}$ 이다.

이론 분산 곡선을 구하기 위한 레일리파의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r_1, r_2 &\rightarrow 0 \quad \text{as } z \rightarrow \infty \\ r_3 = r_4 &= 0 \quad \text{at } z = z_0 \end{aligned} \quad (10)$$

(10)식에서 첫째 조건은 z 가 무한대일 경우 변위가 0이라는 것을 나타내며, 둘째 조건은 지표면에서 법선 방향의 응력 $\tau_z = 0$ 이라는 것을 나타낸다. 주어진 주파수에 대해 (10)식의 조건을 만족하는 (9)식의 해는 특정한 $k = k_n(\omega)$ 에 대해서만 존재한다. 이 고유치 문제를 수치적으로 푸는 방법은 여러 가지 방법이 있으나 이 연구에서는 다음과 같은 차분 전개를 통해 전개하여 구하였다. 먼저 (9)식의 첫 번째 미분식을 차분 전개하면 다음과 같다.

$$\frac{r_1(z_n) - r_1(z_{n-1})}{\Delta z} = kr_2(z_n) + r_3(z_n)/\mu(z_n) \quad (11)$$

위 식에서 $r_1(z_{n-1})$ 의 값을 $r_1(z_n), r_2(z_n), r_3(z_n)$ 값들의 선형 결합으로 표현하면 다음과 같다.

$$r_1(z_{n-1}) = r_1(z_n) - \Delta z k r_2(z_n) - \Delta z r_3(z_n)/\mu(z_n)$$

$r_2(z_{n-1}), r_3(z_{n-1}), r_4(z_{n-1})$ 의 경우에 대해서도 같은 과정을 적용하면 (9)식의 행렬식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} r_1(z_{n-1}) \\ r_2(z_{n-1}) \\ r_3(z_{n-1}) \\ r_4(z_{n-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta z \cdot k \\ \frac{\Delta z \cdot k \lambda(z_n)}{\lambda(z_n) + 2\mu(z_n)} & 1 \\ -\Delta z \cdot (k^2 \zeta(z_n) - \omega^2 \rho(z_n)) & 0 \\ 0 & \Delta z \cdot \omega^2 \rho(z_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(z_n) \\ r_2(z_n) \\ r_3(z_n) \\ r_4(z_n) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -\Delta z \cdot \mu^{-1}(z_n) & 0 \\ 0 & \frac{-\Delta z}{\lambda(z_n) + 2\mu(z_n)} \\ 1 & \frac{\Delta z \cdot k \lambda(z_n)}{\lambda(z_n) + 2\mu(z_n)} \\ \Delta z \cdot k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(z_n) \\ r_2(z_n) \\ r_3(z_n) \\ r_4(z_n) \end{bmatrix}$$

(12)식을 보면 $r_1(z_n), r_2(z_n), r_3(z_n), r_4(z_n)$ 값만 안다면 반복적인 방법을 통해 모든 매질에서의 $r_1(z_i), r_2(z_i), r_3(z_i), r_4(z_i)$ 값을 알 수 있다.

차분 전개를 통해 고유치 문제를 풀기 위해 깊이 z_n 에서의 변위가 고정되어 있다고 가정한다. 레일리파의 경우 첫 번째 경계 조건을 만족하는 다음과 같은 두 개의 경우에 대한 초기 조건에 대해 $z = z_n$ 에서부터 지표 방향으로 (12)식을 차분 전개하여 계산한다.

경우 1. $r_1(z_n) = r_2(z_n) = r_4(z_n) = 0, r_3(z_n) = 1,$

경우 2. $r_1(z_n) = r_2(z_n) = r_3(z_n) = 0, r_4(z_n) = 1$

경우 1과 2에 대한 해를 각각 $\mathbf{r}^{(1)}, \mathbf{r}^{(2)}$ 라 하면 (12)식의 일반 해는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}\mathbf{r}^{(1)} + \mathbf{B}\mathbf{r}^{(2)} \quad (13)$$

주어진 주파수에 대하여 k 값을 변화시켜갈 때 만약 \mathbf{r} 이 고유벡터이면 둘째 경계 조건을 만족시키기 위해 응력 성분인 $r_3(z_0)$ 와 $r_4(z_0)$ 는 사라져야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}r_3^{(1)}(z_0) + \mathbf{B}r_3^{(2)}(z_0) &= 0, \\ \mathbf{A}r_4^{(1)}(z_0) + \mathbf{B}r_4^{(2)}(z_0) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

따라서 적절한 해가 존재하려면 다음 식을 만족해야 한다.

$$\begin{vmatrix} r_3^{(1)}(z_0) & r_3^{(2)}(z_0) \\ r_4^{(1)}(z_0) & r_4^{(2)}(z_0) \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

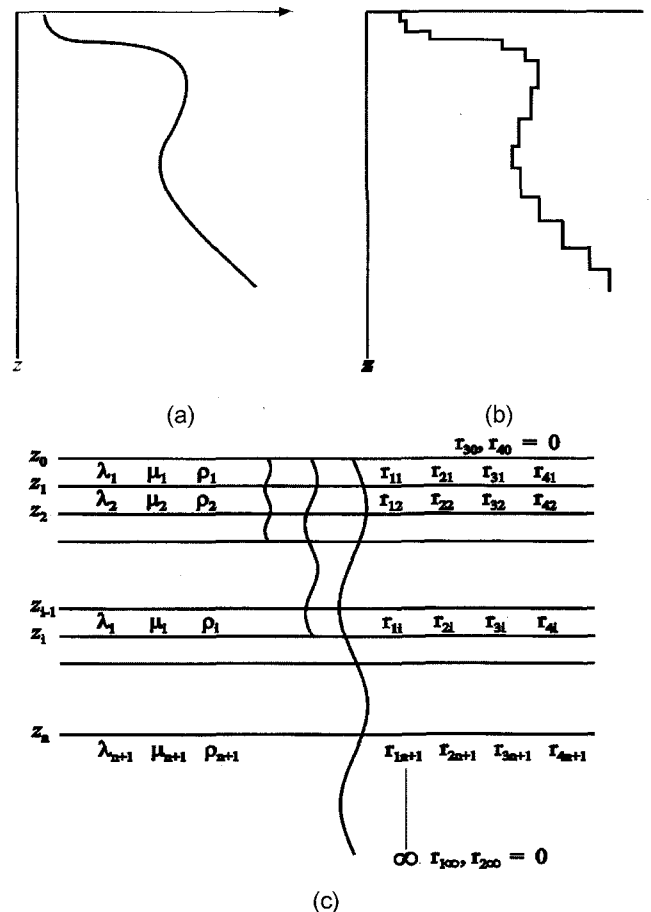


Fig. 7. Schematic diagram of model discretization. (a) A continuous variation of properties (one of ρ, λ, μ, V_p or V_s) with depth. (b) A piecewise constant approximation to (a). This may be regarded as a stack of homogeneous welded plates. (c) Numbering system for elastic constants, layers, displacement and stress.

고유치를 구하기 위해서는 임의의 주파수에 대해 (15)식을 만족시킬 때까지 k 값을 변화시켜가면서 찾는다. 고유치가 결정되면 (14)식에서 A/B 를 구하고 고유벡터는 (15)식에서 구할 수 있다. 이상의 순서에 의해 일정 주파수에 대해 k 값이 결정되면 이 때의 위상 속도가 분산 곡선에서 그 주파수에 대한 위상속도가 되며 여러 주파수에 대하여 위의 과정을 반복하여 주파수-위상 속도의 관계인 분산 곡선을 얻을 수 있다. (15)식을 만족시키는 k 값은 여러 개가 존재하는데 크기 순서대로 기본 모드, 1차 모드, 2차 모드, ... 의 값이다. 이 연구에서는 기본 모드의 값만을 이용하였다. 분산 곡선 계산을 위해서는 모형의 최하부에서부터 순차적으로 계산되어 최종적으로 지표의 값을 계산하게 되는데 모형의 깊이가 파장에 비해 어느 정도 이상 깊으면 계산시 오버플로우 에러가 발생한다. 이 연구에서는 Fig. 7c에 나타나 있는 바와 같이 각 파장의 1.5~2배의 심도에서 레일리파의 에너지가 거의 0인 특성을 이용하여 운동 응력 벡터를 계산하기 위한 반 무한 공간의 깊이를 파장의 1.5~2배 사이에서 결정하여 오버플로우의 가능성을 제거하였다. Fig. 7a와 b에는 연속적인 지하 구조를 이룬 분산 곡선 모형 응답 계산을 수행하기 위하여 각 층별로 이산화하여 각 층마다 모형 변수(ρ, λ, μ, V_p or V_s)를 설정하는 과정을 나타내고 있다.

주파수 대역에 따른 모형 설정에 대한 고찰

일반적으로 균질한 반 무한 공간에서는 레일리파의 분산 특성이 나타나지 않는다. 즉, 레일리파의 위상 속도는 균질한 반 무한 공간에서는 일정하고 주파수와는 무관하다. Fig. 8은 균질 모형(S파 속도 400 m/s)에 대해 주파수대 위상속도 관계인

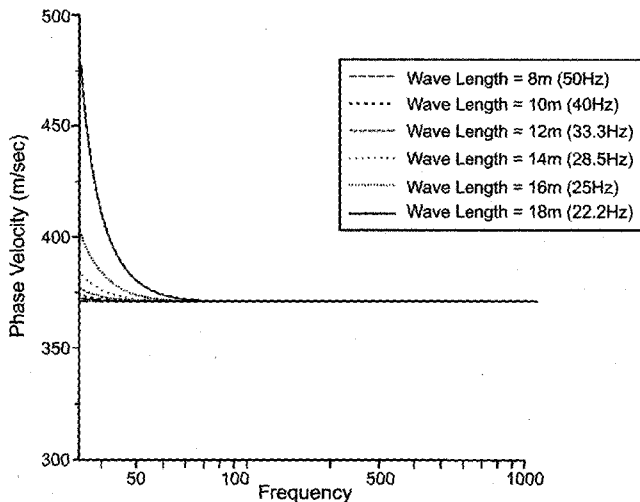
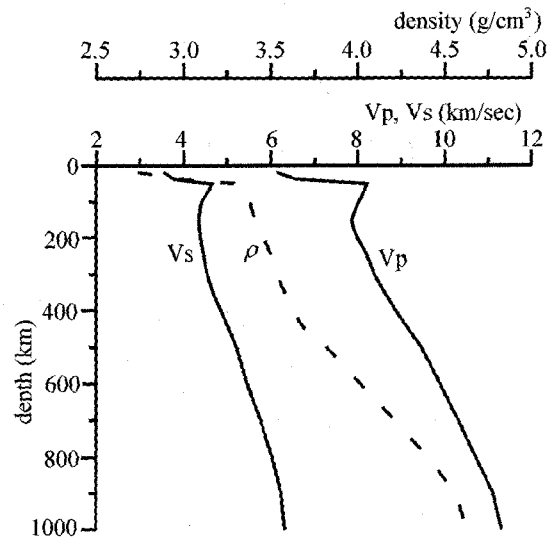


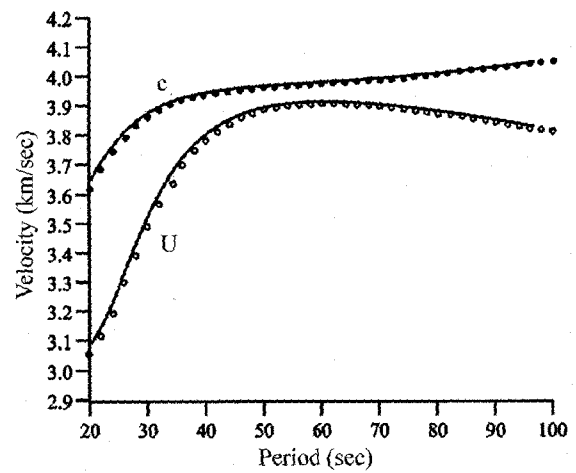
Fig. 8. Dispersion curve of Rayleigh wave with frequency for homogeneous model. High velocity at low frequency result from insufficient model size. At high frequency phase velocity of Rayleigh wave approach to gradually 371 m/sec which is represented by dashed line.

분산 곡선을 나타내었다. Fig. 8을 살펴보면 주파수가 50 Hz (파장 약 8 m) 이하에서는 분산 현상이 나타나고 있음을 알 수 있다. 이 모형 응답을 구하기 위해 모형의 심도는 10 m로 하였는데 이 경우 운동 응력 벡터의 계산은 파장의 1.5배 심도에서 계산을 수행하므로 파장의 1.5배가 모형의 크기인 10 m보다 큰 저 주파수 대역에서는 최하부 층에서 레일리파의 에너지가 0이 아니므로 지표에서 계산된 위상 속도는 점점 증가하게 된다. 따라서 분산 곡선 응답 계산을 수행하기 위한 모형의 크기는 최저 주파수의 파장의 1.5배 이상으로 하여야 정확한 계산을 할 수 있다.

또한 차분 간격인 미세 층의 두께는 최대 주파수의 파장의 1/10배 정도로 나누어야 하며 이보다 차분 간격이 클 경우는 틀린 위상 속도를 구하거나 고유값을 구하지 못해 위상 속도



(a)



(b)

Fig. 9. Comparison of phase and group velocities calculated in this study (solid line) and shown in Aki and Richard (circle) for Gutenberg's model. (a) physical property of Gutenberg's model. (b) phase velocity and group velocity curves for various period.

를 계산할 수 없다.

분산 곡선 모형 응답 반응 검증

분산 곡선 모형 응답 반응을 검증하기 위하여 본 연구에서는 기존 지진학 분야에서 연구되어온 두 가지 지구 모형의 반응과 비교하였다.

(a) 구텐베르크 모형

구텐베르크 모형은 24개의 균질 수평 층으로 이루어져 있으며 Fig. 9a에 모형의 심도별 물성을 나타내었으며 (b)에 주기대 위상속도 곡선과 군속도 곡선을 나타내었다. Fig. 9b에서 실선은 Aki에 의해 Runge-Kutta 방법으로 계산한 분산 곡선이며 동그라미는 본 연구에서 수행한 차분 전개법에 의해 계산

되어진 결과이다. 두 그림을 비교해보면 짧은 주기(고주파)에서 약간 편차가 있으나 거의 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 10에 이 논문에서 수행한 차분 전개법을 통해 구해진 각 주기별 레일리파의 기본 모드에 대한 수평성분과 수직성분의 변위 및 전단 응력과 수직 응력을 심도 100 km까지 나타내었다. 각 고유 함수 값(eigenfunction)의 진폭은 지표에서의 수직 변위인 r_2 의 값으로 정규화하여 나타내었다. Fig. 11은 Aki and Richards(1982)에 의해 계산된 각 고유함수 값들의 분포이며 Fig. 10과 비교해 보면 그 양상이 잘 일치함을 알 수 있다. 고주파 부분, 즉 주기가 짧은 20, 30 s의 자료에 대해 약간의 오차가 있는데 이는 반 무한 공간까지의 깊이를 모든 주파수에 대해 일괄적으로 500 km를 적용하여서 분산 곡선을 계산하였기 때문에 고주파의 경우 여러 과정을 계산에 포함시키게 된다. 이는 실제 오버플로우가 발생하지는 않더라도 그 해가 불안정해

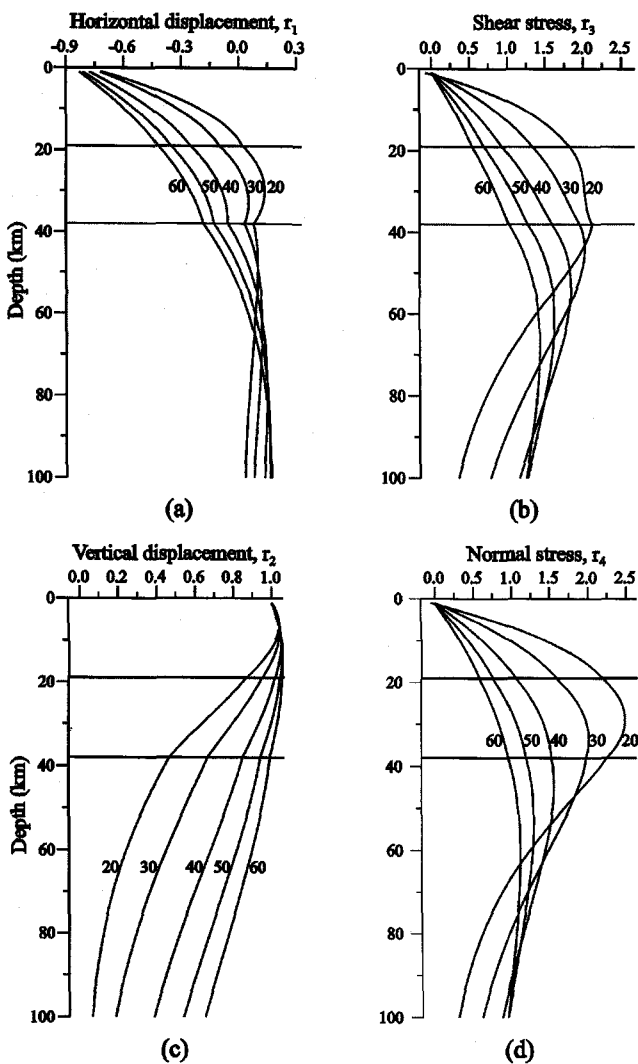


Fig. 10. Horizontal and vertical eigenfunctions for the fundamental-mode Rayleigh waves calculated by this study for various periods. The amplitude is normalized to the vertical displacement r_2 at $z=0$.

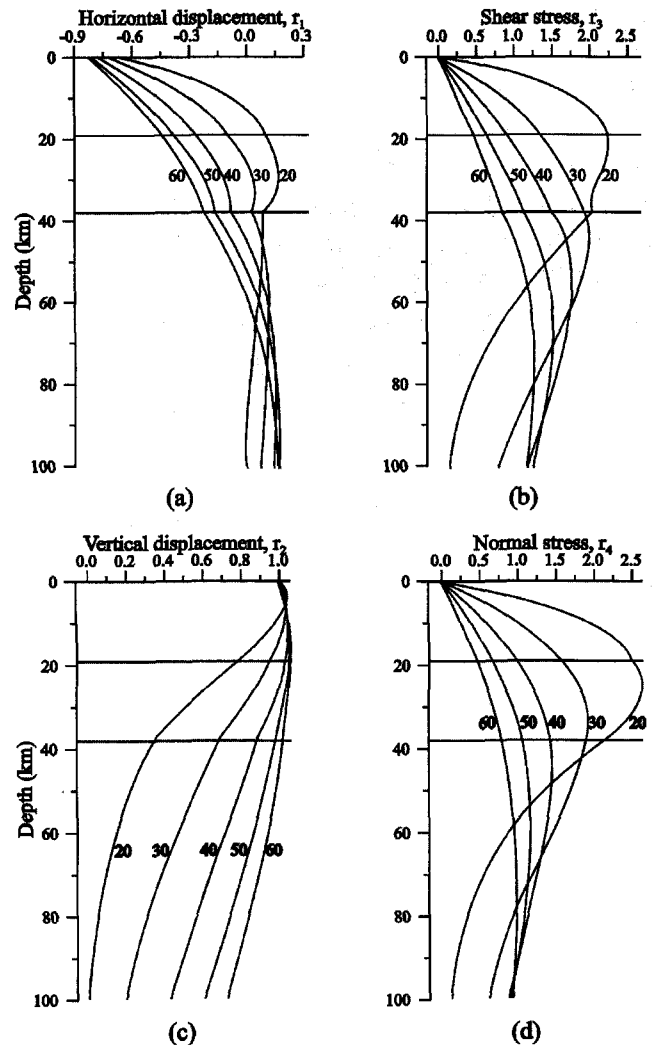


Fig. 11. Horizontal and vertical eigenfunctions for the fundamental mode Rayleigh waves shown in Aki and Richard (1980) for various periods. The amplitude is normalized to the vertical displacement r_2 at $z=0$ (Aki & Richards, 1980).

Table 1. Canadian Shield model

층번호	심도(km)	밀도(g/m ³)	P파 속도(km/sec)	S파 속도(km/sec)
1	6.00	2.70	5.64	3.47
2	16.50	2.80	6.15	3.64
3	35.2	2.85	6.60	3.85
4	115.2	3.30	8.10	4.72
5	215.2	3.44	8.20	4.54
6	315.2	3.53	8.30	4.51
7	395.2	3.60	8.70	4.76

지는 요인이 된다.

분산 곡선 계산을 위해서는 모형의 최하부에서부터 계속적으로 계산되어 최종적으로 지표의 값을 계산하게 되는데 모형의 깊이가 파장에 비해 어느 정도 이상 깊으면 계산시 오버플로우 에러가 발생한다.

본 연구에서는 전반부에서 살펴본 바와 같이 레일리파의 에너지는 파장의 1.5배 정도 깊이 이상에서는 거의 사라진다는 사실을 이용하여 모형에 대해 분산 곡선을 계산할 때 각 주파수 별로 파장의 1.5배의 깊이에서부터 각각의 운동 응력 벡터의 계산을 수행하여 오버플로우의 발생 가능성을 제거하였다.

차분 전개법은 Runge-Kutta법에 비해 같은 dz(z 방향의 미소 증분)에 대해 오차가 더 크나 dz를 작게 하여 오차 범위 내에 계산이 되도록 하였다. 또한 강성도 행렬법과 같은 방법들 보다는 간단하게 계산을 할 수 있는 방법이다. 강성도 행렬법과 대별되는 차분 전개법과 Runge-Kutta법의 특성은 레일리파의 각 모드별로 구할 수 있다는 점이며 이 계산에서는 레일리파의 기본 모드만을 나타내었다.

(b) Canadian Shield 모형

Canadian Shield 모형은 Brune and Dorman(1963)에 의해 제시된 지구 모형이다. 이들은 3s에서 90s 사이의 주기를 갖는 레일리파와 12s에서 60s 사이의 러브 파를 연구하여 Canadian Shield 모형을 제시하였는데 이 모형의 물리적 특성은 Table 1에 나타나 있다.

이 모형에 대하여 차분 전개법과 강성도 행렬법으로 구한 분산곡선 그리고 Brune과 Dorman에 의해 구해진 분산곡선을 Fig. 12에서 비교하였다.

그래프를 비교해 보면 세가지 방법 모두 거의 일치함을 알 수 있다. 분산 곡선의 위상 속도는 주기가 짧은 고주파 대역에서는 세 가지 방법이 거의 일치하며 주기가 긴 저주파 대역에서는 차분 전개법으로 구한 위상속도가 강성도 행렬법과 거의 일치하게 나타나고 있으며 Brune과 Dorman의 계산 값과 약간의 오차가 나타난다. 이것은 주기가 100s가 넘는 경우에 파장은 약 410km가 되는데 강성도 행렬법과 차분 전개법에서 계산한 영역은 심도가 400km 이하에서 계산을 수행하였기 때문에 앞에서 설명한 바와 마찬가지로 모형 크기 설정에 따른 오차라고 판단된다.

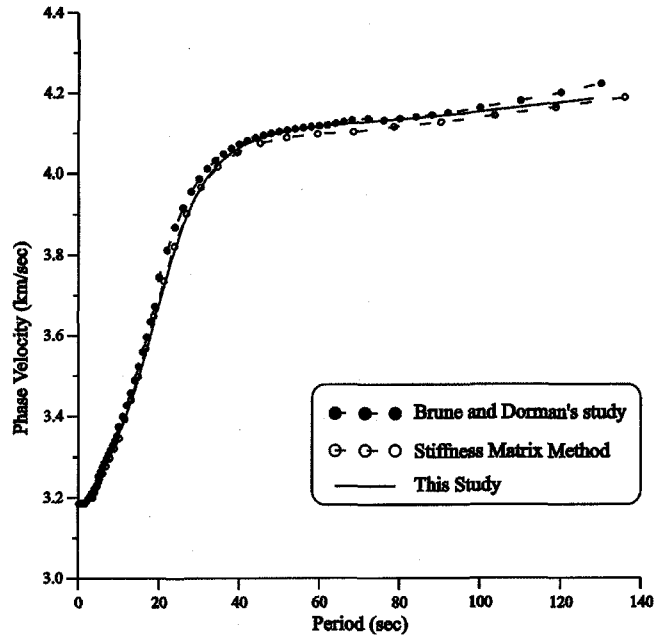


Fig. 12. Comparison of dispersion curve for Canadian shield model.

결론

본 연구에서는 표면파 기법의 모형 응답계산을 위해 운동 응력 벡터에 기초한 차분식을 도출하여 경제적이고 효율적인 알고리즘을 제시하고자 하였다.

이를 위하여 차분 전개를 통한 이론 분산 곡선 계산 알고리즘을 구현하여 두 개의 지구 모형에 대한 반응 양상을 검토, 고찰하여 타당성을 검증하였다. 이를 토대로 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 이론 분산 곡선 모형 응답 반응 계산을 Aki의 의해 제안된 운동 응력 벡터를 이용하여 차분 전개를 통해 구하는 알고리즘을 작성하여 지구 모형에 대해 동적 강성도 행렬법과 비교함으로써 그 타당성을 검증하였다. 차분 전개법은 Runge-Kutta 방법에 비해 같은 심도 방향의 증분(dz)에 대해 오차가 더 커지나 dz를 최저 파장의 1/10 이하로 설정하면 오차는 무시할 수 있다. 차분 전개법은 동적 강성도 행렬법이나 전파 행렬법에 비해 간단하고 빠르게 수행될 수 있는 장점이 있다.
2. 이론 분산 곡선 계산을 위한 모형의 크기는 균질 모형의 분산 곡선을 이용해서 최대 파장의 1.5~2배 이상으로 하여야 레일리파의 에너지가 완전히 사라지는 가정이 성립되어 안정적인 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

향후 표면파 이론 분산 모형 응답 반응 계산을 이용하여 표면파 기법의 자동역산에 대한 연구가 필요하다고 사료된다.

참고문헌

Aki, K. and P. G. Richards, 1980, Quantitative seismology:

- Theory and Method, W. H. Freeman, San Francisco, C. A.
- Abo-zena, A., 1978, Computation of seismic surface wave dispersion function in a layered media, *Trans. Am. Geophys. Union* **59**, 324.
- Bolt, B. A., 1976, Nuclear explosions and earthquakes, W. H. Freeman Co., San Francisco, 309p.
- Brune, J. and J. Dorman, 1963, Seismic waves and earth structure in the Canadian shield, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, in press.
- Dunkin, J. W., 1965, Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **55**, 335-358.
- Haskell, N. A., 1953, The dispersion of surface waves on multi-layered media, *Bull., Seismol. Soc. Am.*, **43**, pp. 17-34.
- Jones, R. A., 1955, Vibration method of measuring the thickness of concrete road slabs in situ, *Magazine of concrete research*, **7**(20), pp. 97-105.
- Knopoff, L., 1964, A matrix method for elastic wave problems, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **54**, 431-438.
- Landisman, M., A. Dziewonski and Y. Sato, 1969, Recent improvements in the analysis of surface wave observations. *Geophys. J. R. astro. Soc.*, **17**, 369-403.
- Miller, G. F. and Pursey, H., 1955, On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid, *Proceeding royal society of London, A*, **233**, pp. 55-69.
- Nazarian, S. and Stokoe, K. H., II, 1985, In situ determination of elastic moduli of pavements systems by spectral analysis of surface waves method (Practical Aspects), Research report 368-1F, Center for transportation research, The university of Texas at Austin.
- Richart, F. E., Jr., 1962, Foundation vibrations, *Trans. ASCE*, **127**, part 1, pp. 863-897.
- Richart, F. E., Jr., Hall, J. R., and Woods, R. D., 1970, Vibrations of soils and foundations, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jerseys.
- Sung-ho Joh, 1996, Advances in interpretation and analysis techniques for spectral analysis of surface waves measurements, Ph. D., Univ. of Texas at Austin.
- Stokoe, K. H., II, and Chen, A. T. F., 1980, Effects on site response of methods of estimating in situ soil behavior, Proceeding, seventh world conference on earthquake engineering, Turkey.
- Thomson, W. T., 1950, Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, *Journal of Applied Physics*, **26**, pp. 89-93.