

## 일반고와 과학고 학생들의 정신용량과 풀이 방법에 따른 산화 환원 반응식 완결 과정의 특성

金忠鎬<sup>1</sup> · 李相權<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>성안고등학교

한국교원대학교 화학교육과

(2002. 5. 21 접수)

## Characteristics of the Problem Solving Process of the Balancing Redox Equations by Senior and Science High School Students' Mental Capacity and Problem Solving Methods

Chung-Ho Kim<sup>1</sup> and Sang-Kwon Lee<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Sengan Senior High School, Kyonggi-do 425-171, Korea

Department of Chemistry Education, Korea National University of Education, Chungbuk 363-791, Korea

(Received May 21, 2002)

**요약.** 이 연구의 목적은 일반고와 과학고 학생들의 정신용량과 풀이 방법에 따른 산화 환원 반응식 완결 과정의 특성을 분석하여 산화 환원 단원의 교수학습 지도에 시사점을 얻고자 하는데 있다. 일반고 학생 79명과 과학고 학생 57명을 대상으로 하여 정신용량 검사, 산화 환원 개념 검사, 산화 환원 반응식 완결 검사를 실시하였으며, 분할 유형별로 학생들의 분해 풀이 실패 유형과 성공 유형을 추출하여 분석틀을 개발하고, 개발한 분석틀에 의하여, 정신용량과 풀이 방법에 따라 실패 사례와 성공 사례를 분석하여 나타나는 특성을 알아보았다. 일반고 학생들과 과학고 학생들 모두 산화 환원 개념 이해 정도가 낮을수록 미정계수법을 많이 선택하였으며, 미정계수법을 선택한 학생들은 정신용량이 높을수록 문제 풀이의 성공률이 높았다. 또한, 산화 환원 개념 이해 정도가 높은 학생들은 산화수법이나 이온-전자법을 더 많이 선택하였고 정신용량에 관계없이 문제 풀이의 성공률이 높게 나타났다. 학생들의 풀이 과정을 분석한 결과, 성공 유형은 산화 환원의 개념 이해 정도가 높고, 풀이 방법에 관계없이 풀이 단계 수를 줄인 학생들이었다. 실패 유형은 풀이 방법에 따라 다르게 나타났다. 미정계수법을 선택한 학생들의 실패 유형은 계산 과정 중 틀린 경우, 미정방정식을 잘못 세운 경우, 분해 풀이 과정 중 고려해야 할 변인을 모두 고려하지 못한 경우, 풀이 과정이 복잡하여 중단한 경우였다. 산화수법을 선택한 학생들의 실패 유형은 산화수를 잘못 결정한 경우, 질량균형 또는 전하균형을 고려하지 않은 경우였다.

**주제어:** 정신용량, 미정계수법, 산화수법, 분해 해결 과정, 산화 환원 개념

**ABSTRACT.** In this study, characteristics of the problem solving process of the balancing redox equations was analyzed by mental capacity and problem solving methods, and the pertinent teaching and learning guidance for oxidation-reduction unit was suggested. Participants were 79 senior high school students and 57 science high school students. Tests were conducted to measure the mental capacity, the understanding of the oxidation-reduction concepts and the completion of the balancing redox equations. The framework was made to find the patterns of failure and success. As the analysis of the influence on the performance of mental capacity, understanding of the oxidation-reduction concepts, and problem solving methods, students who had lower understanding of oxidation-reduction concepts selected the trial and error method, and their performance were influenced by mental capacity. The students that had higher understanding of

the oxidation-reduction concepts had good performance by using oxidation number method regardless of their mental capacity. As the results of analysis for the patterns, the success patterns of solving the problems, those of mostly the science high school students, were the cases of using oxidation number method well and lessening problem solving steps. The patterns of failure in solving problems by using trial and error method showed that students had mistakes in calculating, errors in making unknown equations, no consideration for all variables, or stopped solving the complicated problems. The patterns of failure in solving problems by using oxidation number method showed that many students had wrong oxidation number or no consideration for mass and charge balance.

**Keywords:** Mental Capacity, Trial and Error Method, Oxidation Number Method, Problem Solving Process, Redox Concepts

## 서 론

문제 해결 능력의 신장은 과학과 교과 목표 중의 하나로 강조되어 왔으며, 오랫동안 과학교육 학자들이 관심을 가져온 분야이다. Piaget의 인지발달 이론과 징보저리 이론을 바탕으로 발전한 신 피아제 이론이 등장하면서 문제 해결에 관한 연구가 국내외적으로 활발히 진행되고 있다. Pascual-Leone의 신 피아제 이론<sup>1-3</sup>에 의하면, 문제 해결자가 지니고 있는 정신용량(mental capacity)과 문제가 지니고 있는 요구주의력(mental demand)에 따라 문제 해결 결과가 다르게 나타난다. 즉, 문제를 해결하는데 있어서 정신용량이 중요한 인지 변인으로 작용한다는 것이다.

Niaz와 Lawson<sup>4</sup>은 화학반응식의 계수를 완결하는 과제에서의 성취도와 인지변인과의 관계 연구에서, 화학 반응식의 계수를 맞추는 것은 가설 연역적인 사고가 요구되며, 정신용량이 증가할수록 풀이 단계가 복잡한 방향에서의 성취도가 높아진다고 보고하였다. Niaz<sup>5</sup>는 다양한 내용을 가지는 화학 문제의 요구주의력이 4에서 7까지 증가하는 문제를 개발하여 문제의 요구주의력과 기능적 정신용량이 성취도에 미치는 영향을 분석한 결과, 화학 문제의 요구주의력이 증가할수록 성취도가 감소함을 밝혔으며 학생의 기능적 주의력과 문제 해결력과의 성취도와의 상관은 요구주의력이 너무 높거나 낮은 문제와는 의미있는 상관을 나타내지 않았다. 또 Niaz<sup>6</sup>는 요구주의력이 6인 문항과 요구주의력이 7인 문항을 한달 간의 간격을 두고 투입한 결과 학생들의 성취도가 증가하는 것을 알 수 있었는데, 이와 같이 성취도가 올라간 이유를 연습효과에 의해서 넘어지식화불 가져옴으로서 요구주의력을 감소시키기 때문이라고 분석하였다. 이와 같은 연구들의 공통점은 피아제가 동일

한 논리에 대해서 학생들의 성취도가 왜 다른가를 인지 발달 단계만으로는 설명할 수 없었던 것을 또 하나의 인지 변인인 정신용량에 의해서 설명할 수 있다는 연구 결과를 얻은 점이다.<sup>7-8</sup>

지금까지 국내에서 이루어진 신 피아제 이론에 바탕을 둔 화학 분야의 문제 해결 능력에 관한 연구들은 주로 볼 개념과 화학 반응식, 화학 평형과 같은 개념에 대해서 기능적 정신용량 및 논리적 사고력과 성취도와의 관계를 살펴보는 연구였다.<sup>9-13</sup> 이러한 연구들의 특징은 문제 변인을 문제 풀이 단계 수 및 조작 단계 수를 하나씩 늘렸을 때 기능적 정신용량과 성취도와의 관계를 알아보는 것으로서 실제 상황이 어떻게 나타나는지에 대해서 주된 관심을 보였었다. 그러나 이러한 연구들에서는 어떤 풀이 단계에서 학생들이 문제 해결에 실패하고, 문제 풀이 성공자들이 어떻게 문제 풀이 단계 수를 줄이는가와 같은 문제 해결과정에 대한 정밀한 분석은 미흡한 상태이다.

따라서, 이 연구에서는 산화 환원 반응식 완결 과제를 산화수의 제시 여부와 풀이 단계 수에 따라서 제시하였을 때 정신용량과 풀이 방법, 그리고 성취도에 따라 문제 풀이 실패 유형과 성공 유형을 알아보고, 어떤 풀이 단계에서 실패하고, 실패 혹은 성공한 원인이 무엇인가를 분석하였다. 이러한 분석 결과를 통하여 산화 환원에 관한 정량적인 문제 해결 학습이 성공적으로 이루어질 수 있는 학습 지도 방안을 제안하였다.

## 연구방법

**연구대상.** 대도시에 있는 일반고 3학년 79명과 과학고 2학년 57명을 대상으로 하였다. 문제 해결 과정의 분석을 위하여, 전체 대상 가운데 일반고 13명과 과학

고 10명을 선정하여 정신용량과 풀이 방법에 따라서 실패 사례와 성공 사례를 분석틀에 의하여 분류하고 분석하였다. 이들의 응답 원안을 검토하고 필요한 경우 면담을 실시하여 응답자의 응답 원안과 문제 풀이 과정에 대한 응답자의 설명을 참고하였다. 일반고 학생들은 2학년부터, 과학고 학생들은 1학년부터 화학II를 학습하는데, 연구대상 모두 산화 환원 반응식 완결과 관련된 단원을 동일한 시간 동안 충분히 학습이 이루어진 후 검사를 실시하였다. 연구 대상으로 일반고와 과학고 학생들을 선정할 이유는, 학습자 변인에 따라 동일한 문제가 주어졌을 때 풀이 과정에 각각 어떤 특성을 나타내는가를 비교함으로써 보다 많은 정보를 얻을 수 있다고 판단하였기 때문이다.

**검사도구.** 이 연구에서 세 가지 형태의 검사도구, 즉 정신용량 검사(figural intersection test 752, FIT),<sup>1)</sup> 산화 환원 개념 검사(test for the concept of oxidation-reduction, TCOR)와 산화 환원 반응식 완결 검사(test of oxidation-reduction equations balancing, TORIEB)를 사용하였다. Table 1에 TORIEB 검사지의 각 문항의 유형과 풀이 방법에 따른 풀이 단계 수를 나타내었다. 분석화학 전분과 화학교육 전분가에 의뢰하여 평가 문항의 풀이 단계 수를 결정하였으며, 풀이 단계 수를 기준으로 하여 정신용량과 풀이 방법에 따른 문제 해결 과정을 비교 분석하였다. 검사도구들에 대한 자세한 설명은 최병준 등<sup>1)</sup>의 논문에 실려있다.

**분석방법.** 학생들에게 FIT, TCOR 및 TORIEB를 투입 한 후, 학생들의 응답 결과 및 면담을 통하여 문제 해결자의 분항별 풀이 방법을 결정하였고, 풀이 과정을 분석하여 풀이 단계 수를 결정하였다. 문제 풀이

과정을 분석하기 위해서 분석 틀을 만들고, 분석 틀에 따라서 Table 1에 제시된 네 가지 문항 유형 가운데 산화수가 제시되지 않고 풀이 단계 수가 많은 분항 유형 QT2와 산화수가 제시되고 풀이 단계 수가 적은 분항 유형 QT3에 대해 실패 유형과 성공 유형으로 사례를 분류하였다. 최병준 등<sup>1)</sup>에 의하면, 산화수가 제시되지 않고 풀이 단계 수가 적은 문항 유형 QT1과 산화수가 제시되면서 풀이 단계 수가 많은 문항 유형 QT4은 정신용량에 따른 성취도에 유의미한 차이가 없었으나, QT2와 QT3는 각각 일반고와 과학고 학생들의 정신용량에 따른 성취도에 유의미한 차이를 나타내었으므로 이 두 유형을 선택하였다. 그러나 정신용량과 풀이 방법에 따라서 문제 풀이에 실패한 사례와 성공한 사례 중 특징적인 사례는 유형에 무관하게 모든 문제를 분석하였고, 이를 바탕으로 풀이 과정 중 나타나는 특성을 논의하였다.

### 연구 결과 및 논의

#### 문제 풀이 실패 유형과 성공 유형의 분석

학생들의 문제 풀이 과정 분석을 통해서 문제 풀이에 실패한 학생들이 보여주는 문제 풀이 유형과 성공한 학생들이 보여주는 문제 풀이 유형을 추출하여 분석 틀을 개발하였다(Table 2).

학생들의 산화 환원반응식 문제 풀이 방법으로는 미정계수법(trial and error method, T), 산화수법(oxidation number method, O), 이온전자법(ion-electron method, I)의 세 가지 방법이 가능하다. 정신용량과 풀이 방법에 따라 QT2 유형과 QT3 유형의 문제 풀이 실패 유형과

Table 1. Classification of each problem by solving method

Characteristics of Problems				No. of Problem Solving Steps by Solving Method		
Suggestion	Steps	Pattern	Problem number	Oxidation number	Ion-electron	Trial and error
Oxidation number is not given	simple	QT1	1	3	3	3
			2	4	4	3
			3	4	4	4
	complex	QT2	4	3	3	6
			5	6	6	7
Oxidation number is given	simple	QT3	6	4	5	4
			7	6	6	7
			8	5	6	7

Table 2. The framework for analysis of the solving process of the balancing chemical equations

Solving Method Used		Classification	Pattern
Trial and error	F*	Error in making unbalanced equation	TF <sub>1</sub>
		Mistake in calculating	TF <sub>2</sub>
		Stop the problem solving	TF <sub>3</sub>
		Considering only one variable	TF <sub>4</sub>
		No considering charge balance in equation	TF <sub>5</sub>
	S**	Making simple unbalanced equation	TS <sub>1</sub>
	No reducing uncertain equation	TS <sub>2</sub>	
Oxidation number	F	Wrong oxidation number	OF <sub>1</sub>
		No considering all variables	OF <sub>2</sub>
		No considering mass balance	OF <sub>3</sub>
		No considering charge balance	OF <sub>4</sub>
	S	Reducing No. of solving steps	OS <sub>1</sub>
		No reducing No. of solving steps	OS <sub>2</sub>
Ion-electron	F	No considering mass or charge balance	IF <sub>1</sub>
	S	Considering all variables	IS <sub>1</sub>

\*F: failure. \*\*S: success

Table 3. Distribution of the failure and success patterns of problem solving by solving method and mental capacity in QT2 pattern (Unit: % ( ), No. of students)

Solving Method	Pattern	Mental Capacity						
		Senior high school			Science high school			
		5 (58)	6 (54)	7 (46)	5 (28)	6 (30)	7 (56)	
Trial-error	F*	T-F <sub>1</sub>	24.1 (7)	13.3 (4)	4.8 (1)	14.3 (1)	6.7 (1)	6.7 (1)
		T-F <sub>2</sub>	27.6 (8)	30.0 (9)	19.0 (4)	28.6 (2)	20.0 (3)	26.7 (4)
		T-F <sub>3</sub>	20.7 (6)	6.7 (2)	14.3 (3)			
		T-F <sub>4</sub>	6.9 (2)	6.7 (2)	4.8 (1)			
	S**	T-S <sub>1</sub>		3.3 (1)	4.8 (1)	14.3 (1)	20.0 (3)	46.7 (7)
		T-S <sub>2</sub>	20.7 (6)	40.0 (12)	52.4 (11)	42.9 (3)	53.3 (8)	20.0 (3)
Oxidation number	F	O-F <sub>1</sub>	80.0 (4)	71.4 (5)	20.0 (2)	6.7 (1)	9.1 (1)	9.1 (3)
		O-F <sub>2</sub>		28.6 (2)	30.0 (3)	6.7 (1)	9.1 (1)	9.1 (3)
	S	O-S <sub>1</sub>	20.0 (1)		50.0 (5)	86.7 (13)	81.8 (9)	81.8 (27)
Ion-electron	F	I-F <sub>1</sub>		100 (1)				
	S	I-S <sub>1</sub>			100 (3)	100 (3)	100 (1)	100 (7)
No response			(24)	(16)	(12)	(3)	(3)	(1)

Note: As two problems are involved in the pattern of QT2, the number of students is doubled

\*F: failure. \*\*S: success

성공 유형의 분포를 분석 틀에 따라서 분석한 결과를 Table 3와 Table 4에 각각 나타내었다.

Table 3은 산화수가 제시되지 않은 QT2 유형의 경우인데, 일반고 학생들은 미정계수법을 선호하였으나 과학고 학생들은 산화수법을 더 많이 선택하였다. 같은 미정계수법을 선택할 경우, 과학고 학생들의 성공률이

일반고 학생들보다 더 높았다. 일반고 학생들 중 정신용량이 낮은 학생들은 미정계수법으로 문제를 풀 때 실패하는 비율이 79.3%로 매우 높았으며, 정신용량이 클수록 성공률이 높아져 실패 유형에 분류된 학생들의 비율이 낮아졌다. 미정계수법을 선택한 학생들의 주된 실패 유형은 일반고 학생들의 경우, 미정방정식을 잘못

Table 4. Distribution of the failure and success patterns of problem solving by solving method and mental capacity in QT3 pattern (Unit: %, ( ): No. of students)

Solving Method	Pattern	Mental Capacity						
		Senior high school			Science high school			
		5 (58)	6 (54)	7 (46)	5 (28)	6 (30)	7 (56)	
Trial-error	F*	T-F <sub>1</sub>	100 (1)	14.3 (1)	33.3 (1)	100 (1)	50.0 (1)	
		T-F <sub>2</sub>						
		T-F <sub>3</sub>						
		T-F <sub>4</sub>		28.6 (2)	33.3 (1)			
S**	T-S <sub>1</sub>					50.0 (1)	100 (3)	
	T-S <sub>2</sub>		57.1 (4)	33.3 (1)				
Oxidation number	F	O-F <sub>1</sub>			9.1 (1)			
		O-F <sub>2</sub>		14.3 (1)		16.7 (2)		5.0 (1)
		O-F <sub>3</sub>		28.6 (2)	18.2 (2)	8.3 (1)	9.1 (1)	5.0 (1)
		O-F <sub>4</sub>	28.6 (2)	28.6 (2)	18.2 (2)		18.2 (2)	
S	O-S <sub>1</sub>	71.4 (5)	28.6 (2)	54.5 (6)	75.0 (9)	72.7 (8)	90.0 (18)	
Ion-electron	F	I-F <sub>1</sub>	100 (2)		33.3 (1)			
	S	I-S <sub>1</sub>		100 (1)	66.7 (2)	100 (1)	100 (1)	100 (5)
No response			(19)	(12)	(6)	(0)	(1)	(0)

Note: One problem is involved in the pattern of QT3

\*F: failure, \*\*S: success

세운 경우(T-F<sub>1</sub>), 계산 과정 중 실패한 경우(T-F<sub>2</sub>), 풀이 과정이 복잡하여 풀이를 중단한 경우(T-F<sub>3</sub>)였다. 과학고 학생들은 일반고 학생들의 실패 유형과 비슷하게 나타났다. 그러나 T-F<sub>1</sub>나 T-F<sub>2</sub>의 실패 유형은 발견되지 않았다. 산화수법을 선택한 경우에는 과학고 학생들의 성공률이 81.8~86.7%로 일반고 학생보다 매우 높았으며, 실패한 경우는 일반고의 정신용량 5인 학생들은 산화수를 잘못 결정한 경우(O-F<sub>1</sub>)가 80.0%로 대부분이었으나 정신용량이 7인 학생들은 고려해야 할 변인을 모두 고려하지 않은 경우(O-F<sub>2</sub>)가 30.0%로 더 나타났다. 이온-전자법을 선택한 학생들은 과학고 학생들이 대부분이었고 전부 성공하였으며, 일반고 학생은 정신용량이 7인 학생들만이 성공하였다.

Table 4: 산화수가 제시된 QT3 유형의 경우인데, 다른 문항 유형에서보이는 미정계수법을 선택한 일반고 학생들의 비율이 적었으며 산화수법으로 풀이에 성공한 경우가 상대적으로 많았다. 과학고 학생들의 경우에는 산화수법을 선택한 학생들의 성취도가 높았으며, 일반고 학생들 중에서는 풀이 단계 수를 줄이지 않고 미정계수법으로 성공한 학생들이 대부분이었다. 정신용량이 7인 과학고 학생들은 미정계수법을 사용한 경우에 풀이

단계 수를 줄여서(T-S<sub>1</sub>) 100%의 성공률을 보였으며 성취도가 높게 나타난 학생들의 비율이 높았다. 과학고 학생들은 정신용량에 관계없이 산화수법을 선택한 학생들의 성공률이 높았고, 특히 정신용량이 7인 학생들의 성공률은 90.0%로 매우 높았으며 이온-전자법으로 성공한 학생들도 7명이었다.

산화수법을 선택하여 문제 풀이에 실패한 학생들의 실패 유형은 다양하였으며 일반고 학생들의 경우는 질량관형을 고려하지 않은 경우(O-F<sub>3</sub>), 전하관형을 고려하지 않은 경우(O-F<sub>4</sub>)가 대부분이었다.

**정신용량과 풀이 방법에 따른 문제 풀이 과정 분석**  
**정신용량이 5인 일반고 학생들의 풀이 과정 사례 분석.** 정신용량이 5인 학생들은 전체 8분항(Table 1) 가운데 3분항 이하를 맞춘 학생들이 약 75%이었고, 25%의 학생들은 4~5분항을 맞추었다. 이 학생들 중에서 성취도가 낮은 학생들의 응답 원인 중 풀이 과정이 잘못된 학생들의 실패 사례를 분석하였고, 5분항을 맞춘 학생들의 응답 원인 중 풀이 과정이 잘 된 학생들의 성공 사례를 분석하였다. Table 5에 정신용량 5인 일반고 학생들 중 풀이 과정에 실패한 사례 4명과 성공한 사례 2

Table 5. The results of analyzing the patterns of failure or success in solving problems for senior high school students of mental capacity 5

Pattern of Failure		Pattern of Success	
Student	Pattern	Student	Pattern
A	T-F <sub>1</sub>	F	T-S <sub>2</sub>
B	T-F <sub>3</sub>	F	O-S <sub>2</sub>
C	T-F <sub>1</sub>		
D	O-F <sub>3</sub>		

명을 정리하였다.

① **실패사례.** A 학생은 분항3의 풀이 과정에서 미정방정식을 잘못 세워 문제 풀이에 실패한 경우로서 반응물과 생성물에 들어있는 원자의 수를 잘못 계산하여 미정방정식을 잘못 세웠고, 계수를 다 완결한 후에도 질량균형을 확인하지 않아서 분제 풀이에 실패하였다. QT2유형의 분항5 분제 풀이 과정은 산화수법이나 이온-전자법으로 풀면 6단계, 미정계수법으로 풀면 7단계를 거쳐야 하는데, B 학생은 미정방정식을 세웠으나 풀이가 너무 복잡하여 중단하거나 계산과정이 틀려 풀이에 실패하였다. 이 문제를 미정계수법으로 풀려고 한 학생들의 실패한 모든 경우가 동일한 원인이었다. C 학생은 분항7의 풀이 과정에서 미정계수법을 사용하여 분제를 해결하려고 한 학생으로서 전하의 의미를 전혀 이해하지 못해서 질량 균형식을 틀리게 세우고, 전하균형에 관한 식을 세우지 않아서 문제 풀이에 실패한 사례이다. D 학생은 분항2의 풀이 과정에서 산화수법을 적용하여 분제를 해결하려고 한 학생으로, 산화수의 변화와 증가된 산화수의 값과 감소된 산화수의 값을 맞추는 개념을 잘 이해하고 적용하였으나 마지막 풀이 단계에서 산화수의 변화가 없는 이온의 개수를 고려하지 않아서, 즉 질량균형 개념이 없어서 문제 풀이에 실패하였다.

② **성공사례.** QT2 유형의 분항4는 산화수법이나 이온-전자법으로 풀면 3단계, 미정계수법으로 풀면 6단계의 풀이 과정이 필요한 분항으로 F 학생은 산화수법을 이용하여 풀이에 성공하였다. 산화수를 잘 결정하고 증가된 산화수의 값과 감소된 산화수의 변화가 같도록 한다는 개념을 잘 이해하고 있었다. 정신용량이 5인 학생들 중에서 산화수법을 적용하여 분제 풀이에 성공한 학생들의 성취도는 높았으며, 미정계수법을 사용한 경우에도 전하균형을 고려하여 미정방정식을 세운 학생들은 문제 풀이에 성공하였다. E 학생

Table 6. The results of analyzing the patterns of failure or success in solving problems for senior high school students of mental capacity 7

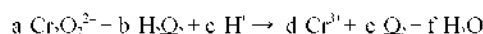
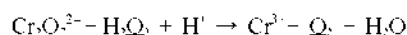
Pattern of Failure		Pattern of Success	
Student	Pattern	Student	Pattern
G	O-F <sub>1</sub>	K	T-S <sub>2</sub>
H	I-F <sub>1</sub>	L	T-S <sub>2</sub>
I	O-F <sub>1</sub>	M	O-S <sub>1</sub>
J	O-F <sub>3</sub>		

은 분항4의 풀이 과정에서 미정계수법을 사용하면서 풀이 단계 수는 줄이지 않았지만 미정방정식을 잘 세워서 문제를 해결하였으며, 다른 문항에서도 전하의 균형과 질량 균형을 고려한 미정방정식을 잘 세워 문제 해결을 잘 하였다.

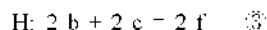
**정신용량이 7인 일반고 학생들의 풀이 과정 사례 분석.** 정신용량이 7이면서 2-3분항을 맞춘 학생은 전체적으로 49.1%이었으며, Table 6에 정신용량 7인 일반고 학생들 중 풀이 과정에 실패한 사례 4명과 성공한 사례 3명을 정리하였다.

① **실패사례.** G 학생의 문항8 풀이 과정을 아래에 예시하였다. 분항8은 QT4 유형의 분제이고, 산화수법이나 미정계수법으로 풀면 각각 5단계, 6단계, 미정계수법으로 풀면 7단계의 풀이 과정이 필요하다. G 학생은 미정계수법으로 문제를 해결하려고 하였으나 산화수의 개념이 없어서 실패한 사례이다.

:G 학생의 분제 풀이 과정: 분항 8:



미정계수법을 사용하기 위해서 질량균형을 고려하여 미정방정식을 세웠다.



위 식을 어떻게 세웠는지를 분석하여 보면,

① 식에서 4d를 한 이유는  $\text{Cr}^{3+}$ 에서 3·1을 하여 식을 세우고,

② 식에서 5a 값은 O원자 7개에서 -2 이온이 있으므로 7-2를 해서 5로 하였다.

③ 식에서 2c는 H에서 1-1을 해서 전하균형을 맞추려고 하였으나, 미정방정식 자체를 틀려서 분제 풀이에 실패하였다.

풀이 과정에서 본 바와 같이, 전하균형 개념이 형성되어 있지 않고, 산화수의 의미를 전혀 다르게 이해하여 실패하였다. H 학생은 문항1의 풀이 과정에서 산화수를 잘못 결정하고 이온-전자법을 잘못 이해하여 분해해결에 실패하였다. I 학생은 문항6의 풀이 과정에서 반응물과 생성물의 전하균형을 맞추지 않아 실패한 사례였고, J 학생은 문항6의 풀이 과정에서 반응물과 생성물의 전하수의 변화는 고려하였으나 질량균형을 고려하지 않아서 풀이에 실패하였다.

② **성공사례.** 정신용량이 7인 학생들 중 성취도가 높은 K, L, M 학생들의 풀이 과정을 분석하면, K 학생은 문항7의 풀이 과정에서 미정계수법을 사용하였으나, 질량균형과 전하균형을 잘 고려하여 성공적으로 문제를 해결하였다. 이 학생은 산화수가 제시된 다른 문항들도 같은 방법으로 해결하여 성취도가 높게 나타난 경우이다. L 학생은 문항5의 풀이 과정에서 산화수가 제시되지 않고 풀이 단계 수가 가장 많은 분항을 여러 개의 미정방정식을 단계적으로 잘 풀어서 문제 풀이에 성공한 사례였다. M 학생은 문항4의 풀이 과정에서 산화수법을 이용하여 문제 풀이 단계 수를 최대한 줄임으로써 성공한 사례이다.

일반고 학생들의 풀이 과정의 실패 사례와 성공 사례를 분석한 결과, 정신용량이 높으면서도 성취도가 낮은 학생들은 산화수를 잘못 결정하고 반쪽 반응식을 잘못 적용한 경우, 질량균형 개념과 전하균형 개념이 없는 경우, 산화수의 개념이 없는 경우였다. 정신용량이 낮은 학생들의 경우에는 미정계수법을 사용했을 때, 방정식을 너무 복잡하게 세우거나, 계수를 잘못 결정하여 실패하는 경우가 많았다. 또한, 전하의 개념을 잘못 알고 있어서 산화수를 잘못 결정하거나 산화수의 변화를 잘못 적용한 경우와 질량 균형을 고려하지 않은 경우였다. 정신용량이 낮은 학생들 중에서 분해 풀이에 성공한 학생들은 질량균형과 전하균형을 잘 고려한 경우와 산화수법을 잘 적용한 경우였고, 미정계수법을 사용한 학생들은 전하균형에 관련된 미정방정식을 잘 세우고, 나머지의 여부에 따라서 성취도가 달라졌다. 전반적으로 정신용량이 높은 학생들은 정신용량이 낮은 학생들에 비해서 미정계수법을 이용하여 풀이 단계 수가 많은 분해의 풀이에 성공한 학생들이 많았으며, 이는 풀이 단계 수가 많은 분항 유형의 성취도는 정신용량에 따라 영향을 받았다는 분석과 일치하였다. 일반고 학생들의 문제 풀이에 영향

Table 7. The results of analyzing the patterns of failure or success in solving problems for science high school students of mental capacity 5

Pattern of Failure		Pattern of Success	
Student	Pattern	Student	Pattern
N	O-F <sub>1</sub>	O	O-S <sub>1</sub>
		P	T-S <sub>2</sub>
		Q	I-S <sub>1</sub>

을 주는 또 다른 요인으로는 산화 환원 관련 개념 즉, 질량균형, 전하균형, 산화수의 개념이라는 것을 알 수 있었다.

**정신용량이 5인 과학고 학생들의 풀이 과정 사례 분석.** 정신용량이 5인 학생들은 75%(6문항) 이상의 성취도를 보인 학생이 약 60%이었으며, 성취도가 낮은 학생들과 성취도가 높은 학생들을 대상으로 하여 풀이 과정을 분석하여 풀이 과정에 실패한 사례 1명과 성공한 사례 3명을 Table 7에 제시하였다.

① **실패사례.** QT2 유형에 속하는 문항5의 풀이에서, 산화수법을 잘 이해하고 있는 N 학생은 산화수를 결정하고 증가된 산화수의 값과 감소된 산화수의 값을 같게 한다는 것을 잘 고려하였으나 마지막 단계에서 질량균형을 고려하지 못하고 실패한 사례이다. 그러므로 산화 환원 반응식을 완결한 후에는 질량 균형과 전하균형이 잘 맞는지를 확인하는 과정이 필요하며 학습 과정에서 충분히 강조되어야 한다고 생각된다. 정신용량이 낮은 과학고 학생들 중에서 문제 풀이에 실패한 학생들은 질량 균형을 고려하지 않거나, 산화수의 변화시 고려해야 할 변인을 모두 고려하지 않은 학생들이었다.

② **성공사례.** 문항4는 QT2 유형으로 산화수법이나 이온-전자법으로 풀면 3단계, 미정계수법으로 풀면 6단계의 풀이 과정이 필요한 문제인데, O 학생은 산화수법을 이용하여 풀이 단계 수를 줄여서 성공한 사례이다. 문제를 해결할 때 여러 단계의 풀이 단계를 동시에 고려하여 문제를 해결하는 것을 알 수 있었다. 이 학생은 풀이 단계 수가 많은 다른 문항도 같은 방법으로 해결하였다. P 학생은 문항4의 풀이 과정에서 미정계수법을 이용하여 모든 분항을 맞춘 학생으로서 풀이 단계를 최대한 줄임으로서 풀이에 성공한 경우였다. 정신용량이 5인 과학고 학생들 중에서 산화수법을 이용하여 풀이 단계 수를 줄여서 풀이에 성공하는 경우가 많았다.

Table 8. The results of analyzing the patterns of failure or success in solving problems for science high school students of mental capacity 7

Pattern of Failure		Pattern of Success	
Student	Pattern	Student	Pattern
R	O-F <sub>3</sub>	T	T-S <sub>1</sub>
S	O-F <sub>3</sub>	U	T-S <sub>2</sub>
		V	O-S <sub>1</sub>
		W	I-S <sub>1</sub>

산화수법과 이온-전자법을 이용하는 것은 산화 환원 관련 개념을 정확하게 이해하고 있을 때 가능하므로 산화 환원 관련 개념의 학습이 중요하게 강조되어야 한다고 생각된다.

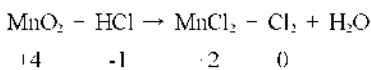
정신용량이 7인 과학고 학생들의 풀이 과정 사례 분석. 정신용량이 7인 학생들 중에서 2/3 분항 정도 맞은 학생들을 대상으로 하여 실패 유형 분석하였다. 정신용량이 7인 학생들 중에서 약 80% 정도가 75% 이상의 문항의 풀이에 성공하였는데, 이 학생들 중에서 문항을 전부 맞은 학생들의 풀이 과정 성공 사례를 분석하였다. Table 8에 풀이 과정에 실패한 사례 2명과 성공한 사례 4명을 정리하였다.

① 실패사례. 문항2는 QT1 유형으로 산화수법과 이온-전자법으로 풀면 4단계, 오히려 미정계수법으로 풀면 3단계로 더 간단해지는 문제이다. R 학생은 질량균형을 고려하지 않아서 실패한 사례이다. 문제 풀이 과정을 예시하면.

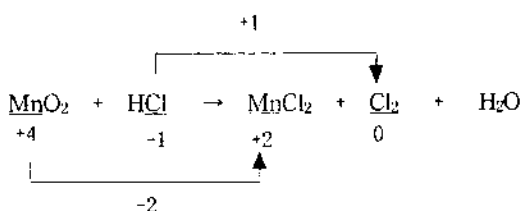
∴ R 학생의 문제 풀이 과정: 문항2 ∴



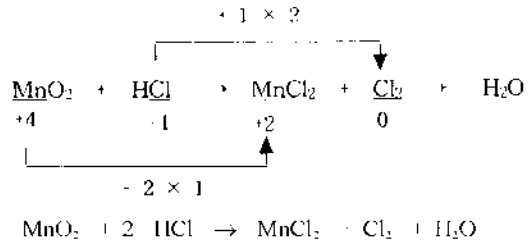
산화수법으로 해결하기 위해서 산화수를 먼저 결정한다.



증가한 산화수와 감소한 산화수를 결정한다.



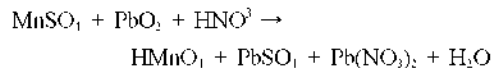
증가한 산화수와 감소한 산화수의 값을 같도록 한다.



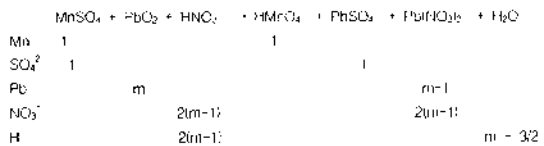
이 학생은 산화수의 균형을 맞추기 위해서 HCl의 계수에 2배를 해주고 난 후에 산화수가 변함없는 Cl의 질량균형을 맞추지 않아 풀이에 실패하였다. 이 학생은 산화수 개념을 이해하고 증가된 산화수의 변화와 감소된 산화수의 변화된 값을 같게 하는 단계까지는 잘 고려하였으나, 마지막 단계에서 산화수의 변함이 없는 Cl의 값을 고려하지 않아서, 즉 질량균형을 고려하지 않아서 실패하였고, 다른 문항에서도 같은 풀이 단계에서 실패하였다. S 학생은 문항3의 풀이 과정에서 질량균형과 전하균형을 전혀 고려하지 않아서 문제 풀이에 실패한 경우였다.

② 성공사례. T 학생의 문항5의 문제 풀이 과정을 아래에 예시하였다. 문항5는 QT2 유형에 속하며 산화수법이나 이온-전자법으로 풀면 6단계, 미정계수법으로 풀면 7단계로 더 복잡해지는 문제이다. 그러나 미정계수법으로 풀이 단계 수를 줄여서 풀이에 성공한 사례이다.

∴ T 학생의 문제 풀이 과정: 문항5 ∴



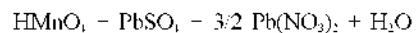
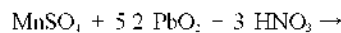
반응물 MnSO<sub>4</sub>의 계수를 1로 놓고, 다른 원소와 원자단의 개수를 결정한다.



O 원자의 개수를 같도록 하여 식을 세운다.

$$4 \cdot 2m + 6(m-1) - 4 = 4 + 6(m-1) + 1$$

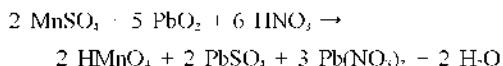
$$2m - 5 \therefore m = 5/2$$



화학반응식의 양 변에 2를 곱해주어 화학반응식을 완



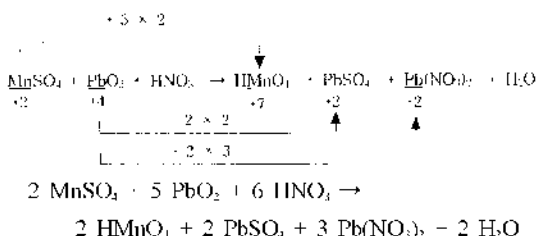
결한다.



풀이 과정을 보는 바와 같이, 미정계수를 최대한으로 줄여서 풀이 단계 수를 줄임으로써 풀이에 성공하였고, 다른 문항에서도 동일한 방식으로 문제를 해결하였다.

같은 문항5를 V 학생은 산화수법을 이용하여 풀이 단계 수를 최대한 줄이고 덩이지식화된 전략을 이용하여 문제 풀이에 성공하였다. 아래에 문제 풀이 과정을 제시하였다.

V 학생의 문제 풀이 과정: 문항5



문항5를 U 학생은 T 학생과 마찬가지로 미정계수를 최대한 줄여서 풀이 단계 수를 줄임으로써 문제 풀이에 성공하였다. W 학생은 문항7을 이온 전자법을 이용하여 문제를 해결하였다.

정신용량이 높은 학생들은 산화수법을 이용하여 성공한 학생들이 많았고, 덩이지식화된 전략을 사용하여 복잡한 문항 유형의 풀이도 풀이 단계 수를 최대한 줄여서 성공하는 학생들이 많았다. 또한 미정계수법 사용 시 문제 풀이 단계 수를 줄일 때는 가설 연역적인 사고를 활용하는 것을 알 수 있었다. 과학고 학생들의 풀이 과정을 관찰한 결과, 산화수법을 사용하거나 미정계수를 줄여서 미정방정식의 개수를 줄인 학생들의 문제 풀이에 소요되는 시간은 산화수법을 잘못 이해한 학생들과 미정방정식을 많이 세운 학생들의 문제 풀이에 소요되는 시간보다 훨씬 더 짧았으며, 성취도도 높은 것으로 나타났다.

**결론 및 제언**

이 연구에서는 일반고 학생들과 과학고 학생들의 정신용량과 풀이 방법에 따라 산화 환원 반응식 완결 문제에서의 문제 해결 과정의 특성을 분석하기 위하여,

문항 유형별로 학생들의 문제 풀이 실패 유형과 성공 유형을 추출하여 분석틀을 개발하고, 개발한 분석틀에 의하여, 정신용량과 풀이 방법에 따른 문제 해결 과정을 분석하여 나타나는 특징을 알아보았다.

일반고 학생들과 과학고 학생들 모두 산화 환원 개념 이해 정도가 낮을수록 미정계수법을 많이 선택하였으며, 미정계수법을 선택한 학생들은 정신용량이 큰수록 문제 풀이의 성취도가 높았다. 또한, 산화 환원 개념 이해 정도가 높은 학생들은 산화수법이나 이온 전자법을 더 많이 선택하였고 정신용량에 관계없이 문제 풀이의 성취도가 높게 나타났다.

일반고 학생들의 정신용량과 풀이 방법에 따른 실패 사례와 성공 사례 분석결과, 정신용량이 낮은 학생들은 미정계수법을 사용하였을 때, 미정방정식을 너무 복잡하게 세우거나, 계수를 잘못 결심하여 실패하는 경우가 많았다. 정신용량이 높으면서 성취도가 낮은 학생들은 산화수의 개념을 정확히 이해하지 못하여 산화수를 잘못 결정한 경우, 질량균형 개념과 전하균형 개념이 없는 경우가 대부분이었다. 정신용량이 높은 학생들은 정신용량이 낮은 학생들에 비해서 동일한 미정계수법을 사용하였어도 풀이 단계 수가 많은 문제 풀이에 성공한 학생들이 많았다.

과학고 학생들의 정신용량과 풀이 방법에 따른 분석결과, 정신용량이 낮은 학생들 중에서 문제 풀이에 실패한 학생들은 질량 균형을 고려하지 않거나, 산화수의 변화시 고려해야 할 변인을 모두 고려하지 않은 학생들이었다. 정신용량이 낮으면서도 산화수법을 이용하여 문제 풀이 단계 수를 줄인 학생들은 성공한 경우가 많았다. 정신용량이 높은 학생들은 대부분이 산화수법을 이용하여 성공한 학생들이 많았고, 덩이지식화된 전략을 사용하여 복잡한 문항 유형의 풀이 단계 수를 최대한 줄여서 성공하는 학생들이 많았다. 또한 미정계수법 사용 시 문제 풀이 단계 수를 줄일 때는 가설 연역적인 사고를 활용하는 것을 알 수 있었다.

이 연구가 산화 환원반응식 완결과 관련된 학습에 주는 시사점은 다음과 같다.

첫째, 학생들에게 산화수에 대한 개념을 정확히 이해시키고, 산화 환원 반응식을 완결할 때 질량균형과 전하균형을 이루어야 하는 이유를 이해시킬 필요가 있다.

둘째, 학습자 변인과 문제 변인을 고려한 다양한 유형의 산화 환원 반응식의 문제를 다른 풀이 방법으로 풀어보도록 연습시킴으로써 덩이지식화 전략의 사용이

가능하도록 하는 것이 필요하다.

셋째, 화학 반응식의 완결 등 화학 양론의 학습에서 사용되는 비례적인 사고, 가설 연역적 사고, 연산 능력의 함양에 더욱 관심을 기울여야 한다.

### 인용 문헌

1. Pascual-Leone, J. *Acta Psychologica* **1970**, *32*, 301.
2. Pascual-Leone, J. *International Journal of Psychology* **1987**, *22*, 531.
3. Pascual-Leone, J.; Baillargeon, R. *International Journal of Behavioral Development* **1994**, *17*, 161.
4. Niaz, M.; Lawson, A. E. *Journal of Research in Science Teaching* **1985**, *22*, 41.
5. Niaz, M. *Journal of Chemical Education* **1987**, *64*, 502.
6. Niaz, M. *International Journal of Science Education* **1989**, *11*, 93.
7. Niaz, M. *Journal of Research in Science Teaching* **1991**, *28*, 569.
8. Niaz, M. *International Journal of Science Education* **1995**, *17*, 343.
9. Choi, B. S.; Kim, K. H. *Chemical Education* **1996**, *23*, 18.
10. Kim, K. C. *Determination of Valid Mental Demand of Stoichiometric Problems in Chemical Reactions*. M. Ed. Thesis. Korea National University of Education, 1996.
11. Choi, B. S.; Yeo, W. K. *Chemical Education* **1997**, *24*, 57.
12. Ko, Y. W. *The Influence on Students' Chemistry Problems Solving of Mental Demand and Logical Structure of the Problems*. M. Ed. Thesis. Korea National University of Education, 1996.
13. Shin, C. S. *The Influence of Mental Demand of the Problem and Students' Cognitive Factors on Solving Chemical Equilibrium Problems*. M. Ed. Thesis. Korea National University of Education, 1996.
14. Pascual-Leone, J.; Ijaz, H. In *Assessment and Placement of Minority Students*. Samuda, R. J.; Kong, S. L.; Cummins, J.; Pascual-Leone, J.; Lewis, J., Eds.; Intercultural Social Science Publications: Toronto, Canada, 1989; pp 143-171.
15. Choi, B. S.; Kim, C. H.; Lee, S. K. *Journal of the Korean Chemical Society* **2002**, in press.