

전단변형을 고려한 정다각형 단면 기둥의 좌굴하중 및 후좌굴 거동

Buckling Loads and Post-Buckling Behaviors of Shear Deformable Columns with Regular Polygon Cross-Section

이 병 구¹⁾ · 이 태 은²⁾ · 권 윤 실³⁾ · 김 선 기⁴⁾
Lee, Byoung Koo Lee, Tae Eun Kwon, Yun Sil Kim, Sun Gi

요 약 : 이 논문은 전단변형을 고려한 일정체적 기둥의 좌굴하중 및 후좌굴 거동에 관한 연구이다. 본 연구에서 해석대상 기둥은 일정체적을 갖고 길이가 항상 일정한 변단면 단성기둥을 택하였다. 실제의 이론 전개에서는 변단면의 단면깊이가 직선, 포물선, 정현식으로 변화하는 정다각형 단면의 변단면 기둥을 채택하였다. 일정체적 변단면 기둥의 후좌굴 거동을 지배하는 상미분방정식을 유도하고, 유도된 미분방정식을 수치해석할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 주어진 기둥의 수치해석 해를 얻기 위하여 Runge-Kutta 법을 사용하여 상미분방정식을 수치적분하고, 기둥의 미지수인 좌측 단부에서의 회전각 및 좌굴하중은 Regula-Falsi법을 이용하여 산출하였다.

ABSTRACT : Numerical methods are developed for solving the elastica and buckling load of tapered columns with shear deformation, subjected to a compressive end load. The linear, parabolic and sinusoidal tapers with the regular polygon cross-sections are considered, whose material volume and span length are always held constant. The differential equations governing the elastica of buckled column are derived. The Runge-Kutta method is used to integrate the differential equations, and the Regula-Falsi method is used to determine the rotation at left end and the buckling load, respectively. The numerical methods developed herein for computing the elastica and the buckling loads of the columns are found to be efficient and reliable.

핵심용어 : 변단면, 일정체적, 전단변형, 좌굴하중, 후좌굴 거동, Runge-Kutta법, Regula-Falsi법

KEYWORDS : buckling load, constant volume, post-buckling behavior, Regula-Falsi method, Runge-Kutta method, shear deformation, tapered column

1) 정희원, 원광대학교 교수
2) 정희원, 원광대학교 대학원 박사과정
3) 건화엔지니어링 향만부
4) 원광대학교 대학원 석사과정

본 논문에 대한 토의를 2002년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서론

오늘날 구조물의 형태는 더욱 복잡·거대해지고 있어 이에 대한 거동해석을 위해 많은 근사해법들이 제시되고 있다. 이러한 구조물들은 보, 기둥, 평판 등과 같은 단위구조의 결합형태로 이루어지므로 단위구조의 정적, 동적 거동을 나타내는 결과들을 이용하면, 전체 구조물의 거동결과를 예측하는 등의 사전정보를 얻을 수 있다. 따라서 단위구조의 거동을 정확하게 표현할 수 있는 값을 결정하는 것은 대단히 중요한 연구과제이다⁽¹⁾.

단위구조 중 기둥은 보, 평판 등과 함께 구조공학 관련분야에서 가장 많이 이용되고 있어 정적, 동적 거동에 관한 연구가 지속적으로 이루어지고 있다^{(2)~(7)}. 일반적으로 기둥은 축하중에 재하되도록 설계되며 대부분 각주형 부재로 길이방향으로 동일한 단면적을 갖는다. 기둥설계에서 변단면은 작용하중에 대한 내하능력 증진, 구조물의 미적 감각 및 시공성 등 특정한 목적 때문에 변단면의 이용은 증가하는 추세이다.

전단변형은 작용하중에 의한 구조물의 변위를 증가시키는 요인이므로 전단변형을 고려하여 구조를 해석하거나 구조물을 설계하는 것이 구조물의 안정상 더 좋다. 특히 기둥의 좌굴하중 등과 같이 구조물의 내하력을 산정할 때에 전단변형은 좌굴하중을 감소시키는 요인이므로 전단변형을 고려하면 구조물의 내하력은 현저하게 감소된다⁽⁸⁾.

이상과 같은 연구배경으로부터 본 연구에서는 전단변형을 고려한 변단면 기둥의 좌굴형을 지배하는 미분방정식을 유도하고, 이를 수치해석하여 대상 기둥의 좌굴하중을 산정하고, 후좌굴 거동을 해석하는 데 연구목적이 있다.

2. 대상기둥

그림 1(a)는 본 연구에서 대상으로 하고 있는 지간길이가 l , 체적이 V 이고, 양단이 단순지지되어 있는 기둥을 나타내고 있다. 본 연구에서 대

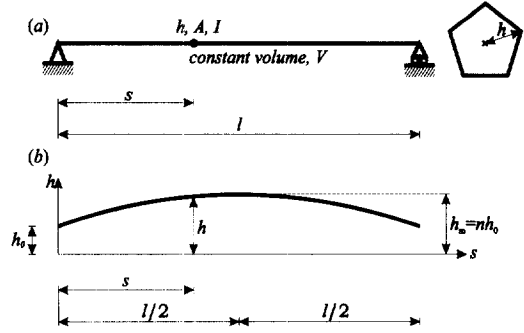


그림 1. (a) 일정체적 변단면 기둥 (b) 단면깊이 변화

상으로 하고 있는 기둥은 모두 동일한 지간길이 l 과 동일한 체적 V 를 갖는다. 이 기둥의 단면은 정다각형 단면이며, 단면의 도심에서 꼭지점까지의 단면깊이는 h 이다. 본 연구에서 h 는 단면의 축방향 좌표 s 에 따라서 변화하는 변단면 기둥이다.

그림 1(b)는 s 의 변화에 따른 h 의 변화를 나타내고 있다. 이 그림에서 보는 바와 같이 기둥의 좌, 우측 단부에서 $h = h_0$ 이고, 기둥의 중앙에서 $h = h_m$ 이다. 기둥의 기하학적 형상을 정의하기 위하여 단면비로 정의되는 무차원량 n 을 다음과 같이 도입한다.

$$n = \frac{h_m}{h_0} \quad (1)$$

단면깊이가 h 인 정다각형의 단면적 A 및 단면 이차모멘트 I 는 다음 식들과 같이 나타낼 수 있다.

$$A = c_1 h^2, \quad I = c_2 h^4 \quad (2,3)$$

여기서,

$$c_1 = m \sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \cos\left(\frac{\pi}{m}\right) \quad (4)$$

$$c_2 = \frac{m}{4} \sin\left(\frac{\pi}{m}\right) \cos^3\left(\frac{\pi}{m}\right) \times \left[1 + \frac{\tan^2(\pi/m)}{3}\right] \quad (5)$$

식 (4), (5)에서 m 은 정다각형의 변의 수이다. 기둥의 단면깊이 h 는 s 의 모든 함수식으로 정의될 수 있다. 이 논문에서는 연구의 대상기둥으로 h 가 선형, 포물선, 정현 함수로 변화하는 변단면 기둥을 채택하였으며, 이들 변단면에 대한 단면깊이 h 와 체적 V 의 함수식은 다음과 같다.

● 선형 변단면

$$h = h_0 \left[2c_3 \left(\frac{s}{l} \right) + 1 \right], \quad 0 \leq s \leq \frac{l}{2} \quad (6a)$$

$$h = h_0 \left[-2c_3 \left(\frac{s}{l} \right) + 2c_3 + 1 \right], \quad \frac{l}{2} < s \leq l \quad (6b)$$

$$V = \int_0^l A ds = c_4 (c_1 h_0^2 l) \quad (7)$$

위의 식들에서 c_3, c_4 는 다음 식들과 같다.

$$c_3 = n - 1 \quad (8)$$

$$c_4 = \frac{V}{c_1 h_0^2 l} = \frac{n^2 + n + 1}{3} \quad (9)$$

● 포물선 변단면

$$h = h_0 \left[-4c_3 \left(\frac{s}{l} \right)^2 + 4c_3 \left(\frac{s}{l} \right) + 1 \right], \quad 0 \leq s \leq l \quad (10)$$

$$c_4 = \frac{8n^2 + 4n + 3}{15} \quad (11)$$

● 정현 변단면

$$h = h_0 \left[c_3 \sin\left(\frac{\pi s}{l}\right) + 1 \right], \quad 0 \leq s \leq l \quad (12)$$

$$c_4 = \frac{(n-1)^2}{2} + \frac{4(n-1)}{\pi} + 1 \quad (13)$$

위의 식 (10), (12)에서 c_3 값은 식 (8)에서 정의하였으며, c_4 값은 기둥의 일정체적 V 에 대하여 단면깊이가 h_0 로 일정한 정다각형 기둥의 체적 즉, $c_1 h_0^2 l$ 에 대한 비율을 의미한다.

3. 수학적 모형

그림 2는 앞에서 정의된 일정체적 변단면 기둥에 압축하중 P 가 작용하여 좌굴된 형상을 나타내고 있다. 압축하중 P 가 좌굴하중 B 보다 작은 경우에 기둥은 좌굴전이므로 곧은 채로 있다.

이 그림에서 점선은 좌굴전의 기둥이며, 실선은 점선의 기둥이 좌굴하여 형성된 정확탄성곡선을 나타내고 있다.

기둥 축상의 임의좌표 (x, y) 에서 기둥의 곡선 길이는 s 이며, 단면회전각은 θ , 휨 모멘트는 M , 전단력은 Q 로 표시되어 있다.

좌굴된 기둥의 총 곡선길이는 좌굴전 기둥의 지간길이 l 을 유지한다. 따라서, 좌굴된 기둥의 우측단부에서 s 값은 l 을 유지한다. 또한 기둥의 좌측단부 ($s=0$)에서 단면 회전각은 α 이고, 기둥의 우측단부 ($s=l$)에서 수평처짐은 Δ 이다.

본 연구에서 기둥의 좌굴된 형상 즉, 정확탄성

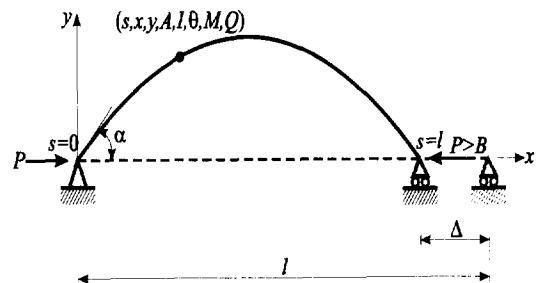


그림 2. 좌굴된 기둥의 정확탄성곡선 및 제 변수

곡선은 Bernoulli-Euler보⁽⁹⁾ 이론에 의한 대변형 이론을 따른다. 따라서 하중과 기둥의 후좌굴 거동은 비선형의 관계를 갖는다.

본 연구에서는 기둥의 거동해석에 전단변형을 고려하며, 전단변형을 고려한 정확탄성곡선의 미분방정식은 다음과 같다⁽¹⁰⁾.

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (14)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin \theta \quad (15)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{M}{EI} + \frac{f}{GA} \frac{dQ}{ds} \quad (16)$$

위의 식 (16)에서 EI 는 기둥의 휨 강성, GA 는 축강도이며, f 는 전단계수로서 정다각형의 변의 수 m 에 종속되어 있는 계수이다. 또한 식 (16)에서 f/GA 의 항이 전단변형의 영향요소이다.

그림 2에서 휨 모멘트 M 및 전단력 Q 는 다음 식과 같이 산출할 수 있다.

$$M = Py, \quad 0 \leq s \leq l \quad (17)$$

$$Q = P \sin \theta, \quad 0 \leq s \leq l \quad (18)$$

식 (18)에서 dQ/ds 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{dQ}{ds} = P \cos \theta \frac{d\theta}{ds}, \quad 0 \leq s \leq l \quad (19)$$

식 (17), (19)를 식 (16)에 대입하고, 이를 $d\theta/ds$ 항에 대하여 정리하면 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{Py}{EI} \left[1 - \frac{fP}{GA} \cos \theta \right]^{-1}, \quad 0 \leq s \leq l \quad (20)$$

이상에서 유도한 식 (14), (15), (20)이 전단

변형을 고려한 좌굴된 기둥의 정확탄성곡선을 지배하는 상미분방정식이다.

기둥은 양단부가 단순지지되어 있으므로 좌측의 회전단부 $s=0$ 에서 수평처짐과 수직처짐, 우측단부인 $s=l$ 에서 수직처짐이 허용되지 않으므로 다음의 경계조건을 얻는다.

$$x=0, \quad s=0 \text{에서} \quad (21)$$

$$y=0, \quad s=0 \text{에서} \quad (22)$$

$$y=0, \quad s=l \text{에서} \quad (23)$$

한편, 이동지점인 $s=l$ 에서 수평처짐 Δ 값은 다음 식에 의하여 산출할 수 있다.

$$\Delta = l - x_{s=l} \quad (24)$$

상미분방정식을 무차원으로 유도하기 위하여 다음과 같은 무차원 변수들을 도입한다.

$$p = \frac{Pl^2}{\pi^2 EI_e}, \quad \gamma = \frac{G}{E}, \quad u = \frac{l}{\sqrt{I_a/A_a}} \quad (25-27)$$

위의 식들에서 p 는 무차원 하중, γ 는 탄성계수비, u 는 세장비이며, 식 (25)에 나타난 I_e 는 체적이 V 이고, 길이가 l 인 등단면 원형 단면의 단면이차모멘트이며 다음 식과 같다.

$$I_e = \frac{V^2}{4\pi l^2} \quad (28)$$

식 (27)에서 A_a 및 I_a 는 기둥의 좌측단부 ($s=0$)에서 단면적과 단면 이차모멘트이다.

기둥의 곡선길이 s , 직교좌표계 (x, y) 및 기둥의 우측단부에서의 수평처짐 Δ 를 다음과 같이 기둥의 지간길이 l 로 정규화하였다.

$$\lambda = \frac{s}{l}, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \eta = \frac{y}{l} \quad (29-31)$$

$$\delta = \frac{A}{l} = 1 - \xi_{\lambda=1} \quad (32)$$

이상의 무차원 변수 식 (25)~(32)를 이용하면 앞에서 유도한 상미분방정식 식 (14), (15), (20)을 다음과 같이 무차원화할 수 있다.

$$\frac{d\xi}{d\lambda} = \cos \theta, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (33)$$

$$\frac{d\eta}{d\lambda} = \sin \theta, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (34)$$

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = -\frac{\pi c_1^2 c_4^2 p \eta}{4 c_2 i} \times \frac{1}{1 - \pi^2 c_4 \frac{f p}{\gamma u^2} \frac{\cos \theta}{i^2}}, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (35)$$

위의 식에서 i 는 변단면 종류별 무차원 단면 이차모멘트이며 다음 식들과 같다.

● 선형 변단면

$$i = (2c_3\lambda + 1)^4, \quad 0 \leq \lambda \leq 0.5 \quad (36a)$$

$$i = (-2c_3\lambda + 2c_3 + 1)^4, \quad 0.5 < \lambda \leq 1 \quad (36b)$$

● 포물선 변단면

$$i = (-4c_3\lambda^2 + 4c_3\lambda + 1)^4, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (37)$$

● 정현 변단면

$$i = [c_3 \sin(\pi\lambda) + 1]^4, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (38)$$

위의 식 (35)~(38)에서 $c_1 \sim c_3$ 및 c_4 는 이미 정의되어 있다. 또한 식 (35)에서 $f/\gamma u^2$ 의

항이 전단변형의 영향요소이다.

식 (21)~(23)에서 유도된 경계조건식들을 식 (29)~(31)을 이용하여 무차원화하면 다음 식들과 같다.

$$\xi=0, \quad \lambda=0 \text{에서} \quad (39)$$

$$\eta=0, \quad \lambda=0 \text{에서} \quad (40)$$

$$\eta=0, \quad \lambda=1 \text{에서} \quad (41)$$

이상에서 유도된 식 (33)~(35)가 전단변형을 고려한 좌굴된 기둥의 정확탄성곡선을 지배하는 무차원 상미분방정식이며, 비선형 미분방정식이다. 이 상미분방정식을 풀기 위해서는 초기조건인 식 (39), (40) 이외에 좌측단부의 회전각 α 를 알아야 하나 이 값이 미지수이다. 따라서 본 연구는 기둥의 기하학적 형상 및 하중조건이 주어지면 식 (33)~(35)의 지배미분방정식을 수치적분하여 우단의 경계조건인 식 (41)을 만족하는 단면 회전각 α 를 구하는 문제로 귀결된다.

4. 수치해석 방법

이상에서 유도한 지배미분방정식으로부터 기둥의 정확탄성곡선과 좌굴하중을 산출할 수 있는 수치해석 알고리즘을 개발하였다.

먼저 변단면의 종류(선형/포물선/정현)와 제원 $m(f)$, n , γ , u 및 하중 p 를 정의한다. 미지수인 좌측단부의 단면 회전각 α 값을 최초 0에서 일정한 증분으로 가정하고, 경계조건 식 (39), (40) 및 가정값 α 를 이용하여 $\lambda=0$ 에서 $\lambda=1$ 까지 수치적분을 실시한다. 가정한 α 값이 정확탄성곡선의 참 값이면 경계조건 식 (41)을 만족하여야 한다. 따라서 $D = \eta(1)$ 이라 하면 $D=0$ 이어야 한다. 다음 식과 같은 수치해의 수렴조건을 만족하면 수치해인 $\xi = \xi(\lambda)$, $\eta = \eta(\lambda)$, $\theta = \theta(\lambda)$ 를 출력시킨다.

$$|D| = 1 \times 10^{-15} \quad (42)$$

위의 수렴조건을 만족하지 않으면 α 값을 $\alpha + \Delta\alpha$ 로 다시 가정하여 수치적분을 시행하며, 이러한 과정에서 D 의 부호가 바뀌면 참 α 값은 전 단계에서 가정한 α_1 과 현 단계에서 가정한 α_2 사이에 존재한다. α_1 , α_2 에 대응하는 D 값을 각각 D_1 , D_2 라 하면, 참 α 값에 근접한 값을 Regular-Falsi법에 의하여 다음과 같이 구하고, 이 α_3 값을 초기치로 하여 수치적분을 시행한다.

$$\alpha_3 = \frac{\alpha_2 |D_1| + \alpha_1 |D_2|}{|D_1| + |D_2|} \quad (43)$$

이러한 과정을 반복시행하면서 $D_1 \cdot D_3 < 0$ 이고 α_1 , α_3 가 다음의 두 번째 수렴식을 만족하면 수치해를 출력시킨다.

$$\left| \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{\alpha_3} \right| < 1 \times 10^{-10} \quad (44)$$

다음은 무차원 좌굴하중 b 를 산출하기 위한 수치해석 알고리즘을 설명한다. 압축하중이 점차 증가하면 기둥은 드디어 좌굴하며 기둥이 좌굴한 직후에는 후좌굴 거동의 모든 거동값들이 매우 작다. 본 연구에서는 기둥의 좌굴하중을 좌측단부의 회전각이 $\alpha = 1 \times 10^{-15}$ 의 아주 작은 값을 가질 때의 압축하중을 좌굴하중으로 하였다. 따라서 식 (33)~(35)의 지배미분방정식에서 $\alpha = 1 \times 10^{-15}$ 을 초기치로 하고, 경계조건 식 (41)을 만족하는 하중 p 가 무차원 좌굴하중 b 가 되며, b 는 식 (25)에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$b = \frac{Bl^2}{\pi^2 EI_e} \quad (45)$$

5. 수치해석 예 및 고찰

기둥의 좌굴하중 및 후좌굴 거동값들은 기둥의 제변수들에 의하여 제어된다. 따라서 기둥의 제변수들이 좌굴하중 및 후좌굴 거동값들에 미치는 영향을 분석하는 것은 매우 중요하다. 먼저, 전단 변형의 영향요소 중에서 탄성계수비 γ 가 후좌굴 거동값 $\alpha/2\pi$, η_m 및 δ 에 미치는 영향을 표 1에 나타내었다. 여기서 $\alpha/2\pi$ 는 회전지점에서 회전각 α 에 대한 2π 의 비, η_m 은 후좌굴기둥의 중앙에서 무차원 수직처짐, δ 는 우측지점의 무차원 수평처짐이다. 이 표에 나타난 바와 같이 γ 값이 증가함에 따라서 후좌굴 거동값들은 감소하는 것을 알 수 있다. 표의 우측단에 표시한 바와 같이 그 영향력은 약 5%정도인 것을 알 수 있다. 또한 γ 의 영향력은 원형 단면보다 정삼각형 단면에서 더 큰 것을 알 수 있다.

그림 3은 전단변형의 영향요소 중에서 세장비 u 의 변화에 따른 후좌굴 거동값 $\alpha/2\pi$, η_m 및 δ 의 변화를 나타낸 것이다. 이 그림에서와 같이 u 는 거동값들을 감소시키는 요인이며 작은 세장비에서 더 큰 영향이 있음을 알 수 있다. 세장비 u 가 약 70이하에서 그 영향력은 비교적 크며

표 1. γ 의 후좌굴 거동값에 대한 영향 * ($u=50$)

m	γ	$\alpha/2\pi$	η_m	δ	비율*
$m=3$ (정삼각형 단면)	0.25	0.21319	0.30072	0.31759	1.000
	0.30	0.21131	0.29883	0.31221	0.983
	0.35	0.20995	0.29745	0.30833	0.971
	0.40	0.20891	0.29640	0.30541	0.962
	0.45	0.20810	0.29557	0.30313	0.954
	0.50	0.20744	0.29490	0.30130	0.949
$m=c$ (원형 단면)	0.25	0.28244	0.35148	0.53133	1.000
	0.30	0.28157	0.35086	0.52784	0.993
	0.35	0.28095	0.35041	0.52533	0.989
	0.40	0.28047	0.35007	0.52345	0.985
	0.45	0.28010	0.34980	0.52198	0.982
	0.50	0.27981	0.34959	0.52080	0.980

* 비율 : $\gamma=0.25$ 에 대한 δ 의 비율

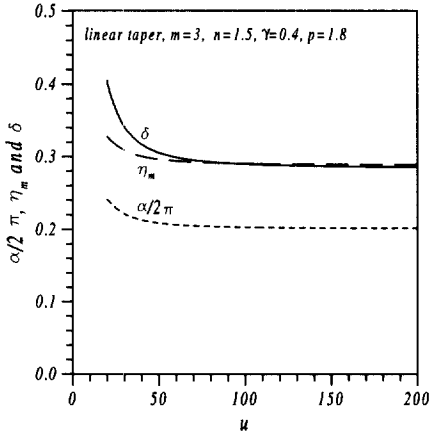


그림 3. 후좌굴 거동값과 u 의 관계

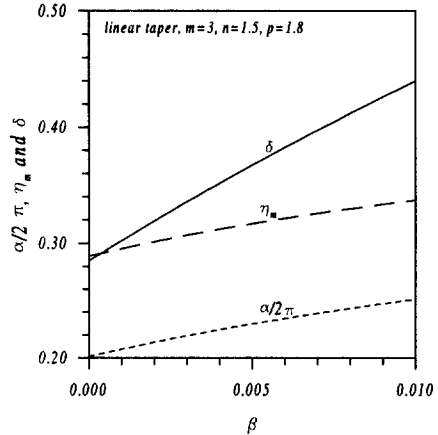


그림 4. 후좌굴 거동값과 β 의 관계

u 가 약 70이상이 되는 경우에는 거동값들이수평선에 접근하여 그 영향력이 거의 없는 것을 알 수 있다. 또한 작은 u 값에 대하여 거동값이 크므로 세장비 u 가 70이하에서는 전단변형 효과를 고려하는 것이 구조 해석상 안전측에 든다.

앞에서 유도된 무차원 상미분방정식 식 (35)에서 전단변형의 효과는 $f/\gamma u^2$ 이다. 이 값을 하나의 변수 β 로 다음 식과 같이 정의하고 β 가 후좌굴 거동에 미치는 영향력을 분석하였다.

$$\beta = \frac{f}{\gamma u^2} \quad (46)$$

그림 4에서 보는 바와 같이 전단변형 효과 β 를 고려하면 후좌굴 거동값은 증가하여 구조 안정성 “-”의 효과를 보인다. $\beta=0$ 이면 전단변형 효과를 고려하지 않는 경우가 된다. $\beta=0$ 일 때 $\delta=0.285$ 이며 $\beta=0.01$ 일 때 $\delta=0.441$ 이므로, $\beta=0.01$ 인 경우에 β 를 고려하지 않은 경우보다 $0.441/0.285=1.55$ 가 되어 약 55%정도 변위의 증가를 초래하게 된다. 따라서 전단변형 효과를 고려하는 것이 구조해석상 안전측에 드는 것을 알 수 있다.

그림 5는 하중 증가에 따른 후좌굴 거동값의

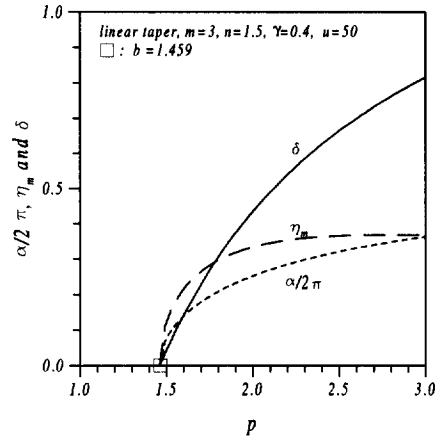


그림 5. 평형경로

변화를 그린 평형경로를 나타내고 있다. 이 그림에서 보인바와 같이 하중과 거동값 사이의 관계는 매우 강한 비선형임을 알 수 있다. 이 그림에서 \square 로 표시한 $p=1.459$ 이하에서는 거동값이 “0” 이어서 기둥은 곧은 채로 있고 따라서 $p=1.459$ 가 이 그림 상단에 표시한 제원을 갖는 기둥의 무차원 좌굴하중 b 임을 알 수 있다.

표 2는 $n=1.5$, $\gamma=0.4$, $u=50$, $p=1.8$ 인 선형 변단면의 후좌굴 거동값의 변화를 정다각형별로 나타낸 것이다. 정다각형의 변수가 작을수록 후좌굴 거동값이 작은 것을 알 수 있다. 따라서 정다각형의 변수가 작을수록 기둥의 내하력이 커

표 2. 정다각형별 후좌굴 거동값의 변화

m	$a/2\pi$	η_m	δ	비율*
3	0.20891	0.29640	0.30541	1.00
4	0.26569	0.34187	0.47525	1.56
5	0.27510	0.34725	0.50571	1.66
6	0.27805	0.34882	0.51542	1.69
c^{**}	0.28047	0.35007	0.52345	1.71

* 비율 : $m=3$ 의 δ 에 대한 비율

** c : 원형단면

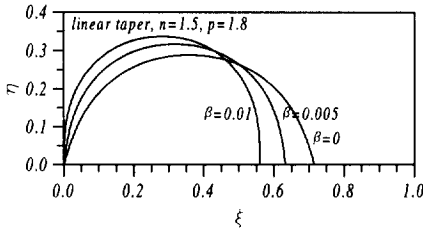


그림 6. β 별 정확탄성곡선

지는 것을 의미한다. 특히 원형 단면은 정삼각형 단면에 비하여 δ 의 경우에 수평처짐이 71% 더 증가하여 기둥 내하력에서 매우 불리함을 알 수 있다.

그림 6은 β 별 정확탄성곡선을 나타낸 그림이며, 식 (5.1)로 표시되는 β 값이 커질수록 정확탄성곡선의 수평처짐이 커지는 것을 알 수 있다. $\beta=0$ 이면 전단변형 효과를 무시하는 경우이며 이 때의 δ 값은 0.285이며, $\beta=0.01$ 인 경우에 δ 값은 0.441이어서 약 $0.441/0.285 = 1.55$ 배의 수평처짐의 증가를 초래한다. 따라서, 전단변형 효과를 고려하는 것이 기둥의 해석상 안전측에 드는 것을 다시 한번 확인할 수 있다.

그림 7은 전단변형 효과 β 값의 변화에 따른 무차원 좌굴하중 b 값의 변화를 나타낸 그림이다.

이 그림에 나타난 바와 같이 전단변형 효과 β 는 무차원 좌굴하중 b 값을 감소시키는 요인으로 작용함을 알 수 있다. 정삼각형($m=3$)인 경우에 $\beta=0$ 이면 $b = 1.484$ 이고, $\beta=0.01$ 이면 $b = 1.301$ 이어서 전단변형 효과 β 를 고려하면 고려하지 않은 경우에 비해 약 $1.301/1.484 =$

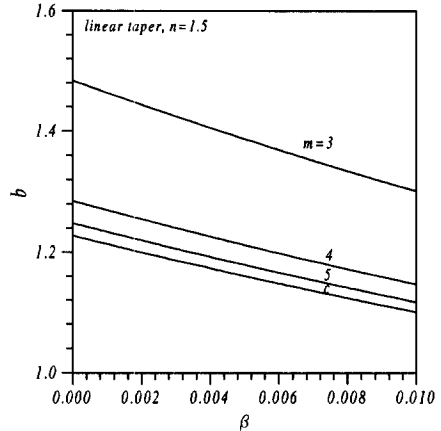


그림 7. β 와 b 의 관계

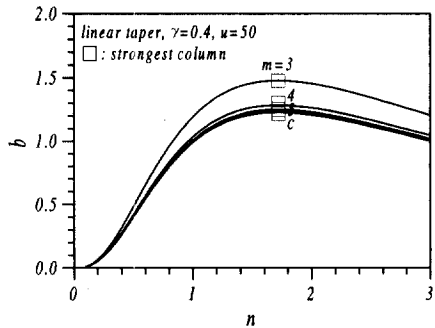


그림 8. n 과 b 의 관계

87.7%의 b 값을 보이므로 역시 전단변형 효과를 고려하는 것이 기둥의 좌굴하중 산정시에 안전측에 드는 것을 알 수 있다.

그림 8은 단면비 n 과 b 의 관계를 나타낸 것이다. n 값이 증가함에 따라서 b 값은 증가하여 정점을 이룬 후에 다시 감소한다. 따라서, n 과 b 의 곡선상에 \square 로 표시한 b 값이 최강기둥의 b 값이며, 이 때의 n 값이 최강기둥의 단면비이다. 이 그림에 보인바와 같이 m 값이 작을수록 최강기둥의 b 값이 커서 정다각형의 변수가 작을수록 기둥의 좌굴하중에서 유리하다.

그림 9는 변단면 종류별 최강기둥의 정확탄성곡선을 나타내고 있다. 이 그림에서 보인바와 같이 포물선 최강기둥의 수평처짐이 가장 작게 일

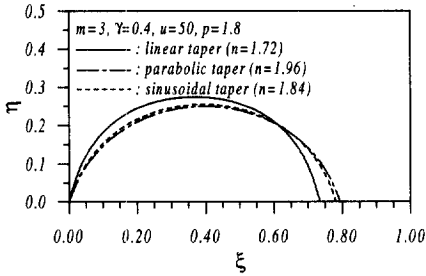


그림 9. 최강기둥별 정확탄성곡선

어나고 있어서 포물선 최강기둥이 선형 및 정현 최강기둥에 비하여 기둥의 내하력에서 가장 유리한 것을 알 수 있다.

6. 결론

이 논문은 전단변형을 고려한 기둥의 좌굴하중 및 후좌굴 거동에 관한 연구이다. 이를 위하여 일 정체적을 갖는 단순지지 정다각형 단면 기둥의좌 굴형상을 지배하는 상미분방정식을 유도하고, 유 도된 상미분방정식을 수치해석하여 좌굴하중 및 후좌굴 거동을 산출하였다.

일련의 수치해석 결과로부터 다음 내용을 고찰 할 수 있었다.

- (1) 탄성계수비가 클수록 좌굴하중 및 후좌굴 거동에 대한 내하력은 커진다.
- (2) 전단변형 효과는 후좌굴 거동값을 증가시 키고, 좌굴하중은 감소시키므로 세장비 70 이하에서 전단변형 효과를 고려하는 것이 구조해석상 안전측에 든다.
- (3) 정다각형의 변수가 작을수록 기둥의 내하 력은 커진다.
- (4) 내하력은 포물선, 정현, 선형의 변단면 순 서로 크다.

감사의 글

이 논문은 2001년도 원광대학교(교비 일반과 제) 연구비 지원에 의하여 이루어졌습니다. 대학

당국의 연구비 지원에 감사드립니다.

참고 문헌

1. R.R. Craig, 1981, Structural Dynamics, An Introduction to Computer Methods, John Wiley, pp.381-445.
2. D.C. Barnes, 1988, "The shape of the strongest column is arbitrarily close to the shape of the weakest column," Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 46, pp.605-609.
3. B. Carnahan, H.A. Luther and J.O. Wilkes, 1969, Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons.
4. S. Chucheepsakul, G. Thepphitak and C.M. Wang, 1996, "Large deflection of simple variable-arc-length beams subjected to a point load," Structural Engineering and Mechanics, Vol.4, pp.49-59.
5. S.J. Cox and M.I. Overton, 1992, "On the optimal design of columns against buckling," Journal on Mathematical Analysis, SIAM, Vol.23, pp.287-325.
6. M.P. Kamat, 1990, Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publishers.
7. 이병구, 오상진, 모정만, 1996, "정다각형 단면을 갖는 일정체적 변단면 기둥의 정확탄성곡선," 한 국강구조학회 논문집, 제8권, 3호, pp.79-87.
8. S.P. Timoshenko and J.M. Gere, 1961, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, pp.132-135.
9. B.K. Lee and S.J. Oh, 2000, "Elastica and buckling load of simple tapered columns with constant volume," International Journal of Solids and Structures, Vol.37, No.18, pp.2507-2518.
10. P.S. Theocaris and D.E. Panayotounakos, 1982, "Exact solution of the non-linear differential equation concerning the elastic line of a straight rod due to terminal loading," International Journal of Non-linear Mechanics, Vol.17, No.5/6, pp.395-402.

(접수일자 : 2001년 7월 30일)