

論文2001-38CI-4-1

# 네트워크 시스템의 성능평가를 위한 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델

(Fuzzy M/M/1/K Queueing Network Model for  
Performance Evaluation of Network System)

秋 奉 助 \* , 曹 廷 輻 \*\* , 禹 鍾 鎬 \*\*\*

(Bong Jo Choo, Jung Bok Jo, and Chong Ho Woo)

## 요 약

본 논문에서는 한 개의 서버와 시스템용량 K를 갖는 M/M/1/K 큐잉네트워크모델에 퍼지집합이론을 적용한 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델을 제안하였다. 작업의 도착율과 서버의 서비스율의 형태가 언어적 속성으로 표현될 때, 이 모델을 사용하여 시스템의 해석이 가능해진다. 시스템의 평가를 위해서 시스템내 평균작업수, 작업 평균진입율, 그리고 작업 평균소요시간 등 시스템의 주요 평가측도를 유도하였다. 퍼지 작업 환경에서 이러한 결과식들의 유효함을 검증하기 위하여, 제안된 모델에 다양한 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\mu$ 에 대하여 시스템용량 K 값의 변화에 따른 성능평가를 컴퓨터 시뮬레이션하였다. 그 결과가 제안한 퍼지 모델에서 예측한 평가와 일치함을 확인하였다.

## Abstract

In this paper, we propose Fuzzy M/M/1/K queueing network model which has derived by applying the fuzzy set theory to M/M/1/K queueing network model in which has single server and system capacity K. When the arriving rate of input job and the servicing rate of a server are represented as the linguistic attributes, the system analysis can be performed by using this model. The major evaluation measures of system such as the average number of jobs existing in the system, the average number of jobs into system, and the average spending time of job in system etc. are derived for the evaluation of system. Computer simulation was performed for verifying the effectiveness of these result equations. In which the various fuzzy arriving rates and fuzzy servicing rates according to varying the system capacity K were given for the system evaluation. We verified that the results of simulation are in accord with the expected evaluations in the proposed fuzzy model.

\* 正會員, 金泉大學 컴퓨터情報處理系列

(Division of Computer Information Processing,  
Kimcheon College)

\*\* 正會員, 東西大學校 시스템工學部 컴퓨터工學科

(Dept. of Computer Engineering., School of System  
Engineering, Dongseo Univ.)

\*\*\* 正會員, 釜慶大學校 電子컴퓨터情報通信工學部

(School of Electrical and Computer Engineering,  
Pukyong National Univ.)

接受日字:2001年5月17日, 수정완료일:2001年6月18日

## I. 서 론

네트워크 시스템에서 성능평가의 중요한 척도는 시스템 내에 존재하는 평균작업수, 시스템의 이용율, 그리고 작업의 평균소요시간이다. 큐잉네트워크모델은 작업들의 도착율과 서버의 서비스율에 포아송분포, 지수분포, 결정분포 등의 확률적 분포를 적용하여 시스템의 성능을 평가할 수 있다.<sup>[1~4]</sup>

큐잉네트워크모델은 수학적 해석이 편리하도록 시스

템의 용량을 제한하지 않은 경우가 대부분이다. 그러나 실제의 네트워크 환경에서는 각 시스템마다 시스템의 용량이 한정되어 있는 것이 일반적이다. 또한 서버로 도착하는 작업의 도착율과 서비스율은 일정한 값으로 정해지지 않으며 사용자의 작업동작속도, 통신라인의 상태, 사용자가 요구한 정보형태 등에 따라 모호성(ambiguous)을 보이기도 한다.

한편 새로운 네트워크 시스템을 설계하거나, 기존의 시스템에서 이미 수집된 정보가 유용하지 못한 경우에 확률분포를 사용하여 모델링하면 시스템 설계자의 주관적인 기준이 될 수 있다. 이러한 경우에는 도착율과 서비스율에 대해 확률분포를 적용하는 것보다는 언어적(linguistic)으로 표현하는 것이 보다 적합할 수 있다. 이러한 언어적 표현의 모호성에 대한 가능성처리는 퍼지집합이론을 적용하여 표현할 수 있으므로 여러 종류의 퍼지 큐잉네트워크모델이 제안되었다. 퍼지큐잉네트워크모델의 성능평가방법은 Jo와 Yamazaki 등에 의해 시스템의 성능상태를 고려한 네트워크환경에 퍼지이론을 적용하여 M/M/1, M/M/c에 대한 퍼지큐잉네트워크모델을 제안하였으며,<sup>[5,6]</sup> Philis와 Zang은 큐잉시스템에서의 퍼지서비스제어방법을 해석하였으며,<sup>[7]</sup> Nico M.은 큐잉네트워크모델과 시뮬레이션의 방법을 고찰하였다.<sup>[8]</sup>

본 논문에서는 실제 네트워크 환경에서 한 개의 서버와 한정된 시스템용량 K를 갖는 M/M/1/K 큐잉네트워크모델에 대하여 도착율과 서비스율에 퍼지이론을 적용하여 보다 유연하고 실제적인 성능평가가 가능한 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델을 제안한다. 연구방법으로 일반적인 큐잉시스템의 구조와 각 파라미터의 의미, 그리고 도착율과 서비스율에 퍼지이론을 적용하기 위해서 TFN(Triangular Fuzzy Number)을 고찰하고, 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 를 적용하여 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델로 표현하였다. 제안한 퍼지 큐잉네트워크모델의 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 에 시스템용량 K 값의 변화에 따른 시스템내 평균작업수, 작업의 평균진입율, 그리고 작업의 평균소요시간을 분석하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하고 결과를 고찰하였다.

## II. 네트워크 시스템에 대한 큐잉시스템

### 1. 큐잉시스템과 파라미터의 정의

일반적인 큐잉시스템 구조는 그림 1과 같이 소스로

부터 작업이 도착을  $\lambda$ 로 큐(queue)에 입력되어 서버에서 서비스를 받는다. 큐는 도착한 작업이 FCFS(First Come First Served)의 서비스를 받기 위한 대기행렬이다.<sup>[1~3]</sup>

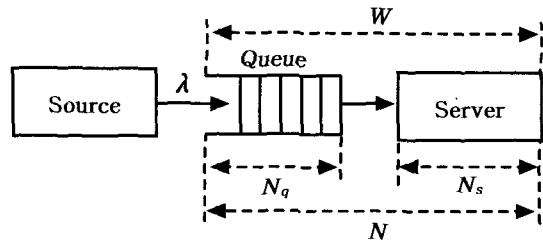


그림 1. 일반적인 큐잉시스템구조 및 파라미터  
Fig. 1. General queueing system structure and parameters.

큐잉시스템에서 사용되는 각 파라미터 표기는 다음과 같다.

$\lambda$  : 시스템에 도착하는 작업의 평균도착율

$\mu$  : 서버에서 처리하는 평균서비스율

$\rho$  : 시스템의 이용율

$N_q$  : 큐에 있는 평균작업수

$N_s$  : 서버에 있는 평균작업수

$N$  : 시스템내에 있는 평균작업수

$P_n$  : 시스템내 n 개의 작업이 있을 확률

$W$  : 시스템에서 작업이 처리되는 평균소요시간

### 2. 퍼지집합이론

큐잉네트워크모델에서 모호성을 갖는 도착율과 서비스율에 계산이 용이한 TFN을 사용한다.<sup>[9~11]</sup> 임의의 요소  $x$ 에 의해 일반화되는 개체의 집합, X에 대한 퍼지집합  $\tilde{A}$ 는 식 (1)과 같이 순서쌍(ordered pair)들의 집합이다.

$$\tilde{A} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1] \} \quad (1)$$

여기서  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 는 소속함수이고,  $\tilde{A}$ 는 퍼지집합을 의미한다.

임의의 퍼지집합  $\tilde{A}$ 의 TFN은 그림 2와 같으며, 3개의 값  $\langle a_l, a_m, a_r \rangle$  즉, 왼쪽값(left), 중간값(middle), 오른쪽값(right)의 값으로 표현된다. 이들의 소속함수는 식 (2)와 같다.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < a_l \\ \frac{x-a_l}{a_m-a_l} & \text{for } a_l \leq x \leq a_m \\ \frac{a_r-x}{a_r-a_m} & \text{for } a_m \leq x \leq a_r \\ 0 & \text{for } x > a_r \end{cases} \quad (2)$$

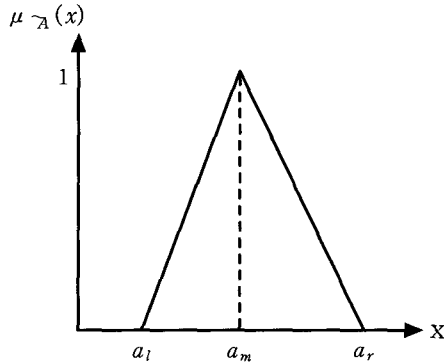


그림 2. TFN  $\tilde{A}$ 의 3개  $\langle a_l, a_m, a_r \rangle$  값  
Fig. 2. Triplet  $\langle a_l, a_m, a_r \rangle$  of TFN  $\tilde{A}$ .

또한 TFN  $\tilde{A} = \langle a_l, a_m, a_r \rangle$ ,  $\tilde{B} = \langle b_l, b_m, b_r \rangle$ 에 대한 산술 연산은 다음의 식 (3), 식 (4), 식 (5) 및 식 (6)과 같다.

$$\tilde{A} + \tilde{B} = \langle a_l, a_m, a_r \rangle + \langle b_l, b_m, b_r \rangle = \langle a_l + b_l, a_m + b_m, a_r + b_r \rangle \quad (3)$$

$$\tilde{A} - \tilde{B} = \langle a_l, a_m, a_r \rangle - \langle b_l, b_m, b_r \rangle = \langle a_l - b_l, a_m - b_m, a_r - b_r \rangle \quad (4)$$

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \langle a_l, a_m, a_r \rangle \cdot \langle b_l, b_m, b_r \rangle = \langle a_l b_l, a_m b_m, a_r b_r \rangle \quad (5)$$

$$\tilde{A} \div \tilde{B} = \langle a_l, a_m, a_r \rangle \div \langle b_l, b_m, b_r \rangle = \langle a_l / b_l, a_m / b_m, a_r / b_r \rangle \quad (6)$$

그리고 두개의 TFN  $\tilde{A} = \langle a_l, a_m, a_r \rangle$ ,  $\tilde{C} = \langle c_l, c_m, c_r \rangle$ 에 대한 퍼지방정식  $\tilde{A} + \tilde{X} = \tilde{C}$ ,  $\tilde{A} \cdot \tilde{X} = \tilde{C}$ ,  $\tilde{X} \div \tilde{A} = \tilde{C}$ 의 해  $\tilde{X}$ 는 역함수를 이용하여 각각 식 (7), 식 (8), 및 식 (9)와 같이 구할 수 있다.

$$\tilde{X} = \tilde{C} \ominus \tilde{A} = \langle c_l - a_l, c_m - a_m, c_r - a_r \rangle \quad (7)$$

iff  $c_l - a_l < c_m - a_m < c_r - a_r$

$$\tilde{X} = \tilde{C} \oplus \tilde{A} = \left\langle \frac{c_l}{a_l}, \frac{c_m}{a_m}, \frac{c_r}{a_r} \right\rangle \quad (8)$$

iff  $a_l c_m > a_m c_l$  and  $a_r c_m < a_m c_r$ , when  $\tilde{A} > 0$ ,  $\tilde{C} \geq 0$

$$\tilde{X} = \tilde{C} \odot \tilde{A} = \langle c_l a_l, c_m a_m, c_r a_r \rangle \quad (9)$$

iff  $a_r c_l < a_m c_m < a_l c_r$ , when  $\tilde{A} > 0$ ,  $\tilde{C} \geq 0$

### 3. 퍼지 리틀의 법칙(Fuzzy Little's Law)

리틀의 법칙은 작업이 시스템 내에 들어오는 도착율과 시스템내 작업의 서비스율을 알 수 있으면 현재 시스템내에 있는 평균작업수와 작업의 평균소요시간을 추정할 수 있는 방안을 제공한다. Jo와 Yamazaki는 기존의 리틀법칙에 비결정적이고 모호한 작업의 도착율과 서비스율에 퍼지집합이론을 이용하여 퍼지 리틀의 법칙을 제안하였다.<sup>[1,5,6]</sup>

퍼지 리틀의 법칙에 따라 시간 t까지 시스템내 작업의 수  $\tilde{N}_t$ 는 식 (10)과 같다. 여기서  $\tilde{N}(t)$ 는 시간에 따라 증가하는 작업수의 함수이다.

$$\tilde{N}_t = \frac{1}{t} \int_0^t \tilde{N}(\tau) d\tau \quad (10)$$

시간 t가 증가함에 따라 안정상태의 작업수  $\tilde{N}$ 는 식 (11)과 같다.

$$\tilde{N} = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{N}_t \quad (11)$$

또한 [0, t] 시간사이의 퍼지 도착율  $\lambda_t$ 는 다음의 식 (12)와 같다. 여기서  $\tilde{A}(t)$ 는 t 시간에 시스템내 작업수의 함수이다.

$$\lambda_t = \frac{\tilde{A}(t)}{t} \quad (12)$$

t 시간까지의 작업당 시스템에서 소요되는 평균시간  $\tilde{W}_t$ 와 안정상태  $\tilde{W}$ 는 식 (12)를 이용하여 구하면 각각 식 (13), 식 (14)가 된다.

$$\tilde{W}_t = \frac{1}{\tilde{A}(t)} \int_0^t \tilde{N}(\tau) d\tau \quad (13)$$

$$\tilde{W} = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{W}_t \quad (14)$$

그러므로  $\tilde{W}$ 는 시스템 내에서 작업들에 소요되는 평균 소요시간으로서 식 (12), 식 (13) 및 식 (14)를 이용하여 구하면 식 (15)와 같다.

$$\tilde{W} = \frac{\tilde{N}}{\lambda} \quad (15)$$

### Ⅲ. 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델

일반적인 네트워크 환경은 하나의 작업에 대하여 한 개의 서버와 한정된 시스템용량 K를 갖는 네트워크 시스템으로 구성된다. 따라서 이러한 환경을 표현하는 큐잉네트워크모델인 M/M/1/K에 모호한 도착율과 모호한 서비스율에 퍼지집합이론을 적용하여 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델을 정의하고 여기서 시스템내의 평균 작업수, 시스템으로 작업의 평균진입율, 그리고 작업의 평균소요시간 등의 시스템 성능을 평가하는 수식을 유도한다.

#### 1. M/M/1/K 큐잉네트워크모델

큐잉시스템모델의 일반적 표기법은 Kendall에 의해 도착율분포(A), 서비스율분포(B), 서버 수(c), 시스템용량(K), 소스 수(m), 큐의 원리(Z)를 가지고 A/B/c/K/m/Z 형태로 표현된다. 임의의 도착패턴과 서비스패턴이 각각 포아송분포와 지수분포를 따르고, 시스템 최대용량이 K인 시스템을 M/M/1/K 큐잉네트워크모델로 정의한다.<sup>[1~3]</sup>

M/M/1/K 큐잉네트워크모델은 시스템 내에 작업들이 최대 K개 존재가능하며, K-1개의 작업이 큐에서 대기한다. 만약 시스템내에 K개의 작업이 있으면 큐에 도착한 작업은 무시된다. M/M/1/K 큐잉네트워크모델에서 도착율  $\lambda$ , 서비스율  $\mu$ 를 갖는 상태천이도는 그림 3와 같다.

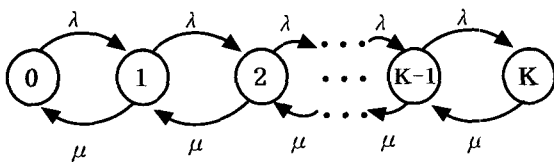


그림 3. M/M/1/K 큐잉네트워크의 상태천이도  
Fig. 3. State-transition diagram for M/M/1/K queueing network.

또한 시스템 내에 n 개의 작업이 존재할 확률  $P_n$ 는 다음의 식 (16)과 같다.

$$P_n = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{K+1}} & \text{for } \lambda \neq \mu, n=0, 1, 2, \dots, K \\ \frac{1}{K+1} & \text{for } \lambda = \mu, n=0, 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (16)$$

#### 2. 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델

M/M/1/K 큐잉네트워크는 일반적으로 한 개의 서버를 운영하는 네트워크 환경에 적합한 모델이다. 주어진 네트워크 환경에서는 서비스요구에 대한 작업의 도착율과 서버의 서비스율은 어떤 확률분포로 표현될 수도 있으나, 사용자의 데이터 입력속도, 통신라인의 상태와 서버에 요구된 자료의 종류, 서버의 상태에 따라 도착율과 서비스율은 비결정적인 다양한 언어적패턴으로 표현될 수도 있다. 즉, '빠르다', '보통이다', '느리다' 등의 언어적 표현이 가능하다. 이러한 언어적인 모호함으로 표현되는 경우에는 퍼지집합이론을 적용하는 것이 보다 적합하다.

또한 기존의 큐잉네트워크모델들은 수학적 해석이 용이하도록 시스템용량을 제한하지 않았으나 실제 컴퓨터 시스템이나 네트워크 환경에서는 시스템용량이 제한적이다. 따라서 실제의 네트워크환경에서는 하나의 작업에 대해 제한된 용량을 가진 한 개의 서버로 서비스됨으로 네트워크 시스템의 해석을 위하여 M/M/1/K 큐잉네트워크모델을 적용하는 것이 적합하다.

따라서 본 논문에서는 M/M/1/K 모델에서 도착율  $\lambda$ 와 서비스율  $\mu$ 에 퍼지이론을 적용하여 퍼지도착율과 퍼지서비스율을 TFN으로 표현하고 시스템내 평균작업수, 시스템으로 작업의 평균진입율, 그리고 작업의 평균소요시간 등의 시스템 성능을 평가할 수 있는 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델을 유도한다.

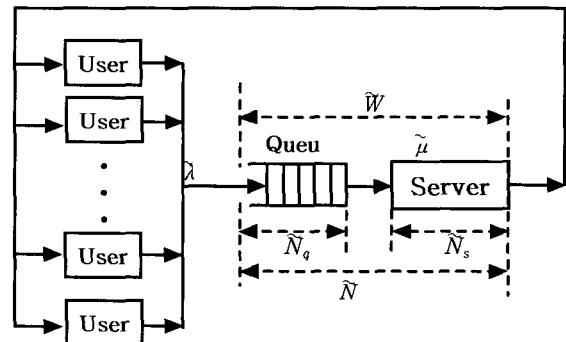


그림 4. 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델  
Fig. 4. Fuzzy M/M/1/K queueing network model.

퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델은 그림 4와 같이 표현한다. 여기서 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 는 각각 네트워크 상에서 임의의 사용자가 요구한 작업의 평균도착율과 서버의 평균서비스율이다. 이것은 K-1개

의 용량을 가지는 큐에 입력이 되어 차례대로 서비스를 제공받는다.

퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 에 대한 상태천이도는 그림 5와 같다. 초기상태에서 작업은  $\lambda$ 의 퍼지도착율로 시스템에 들어오며 서버의 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 에 의해 작업이 처리되어 상태가 천이된다. 작업이 시스템용량인  $K$ 개 가득차면 이후 들어오는 서비스요구는 무시된다.

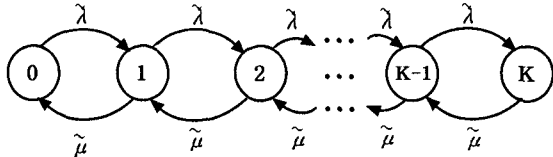


그림 5. 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델의 상태천이도  
Fig. 5. State-transition diagram for Fuzzy M/M/1/K queueing network.

퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크에서 서버에 도착하는 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 에 대한 TFN 값은 다음 식 (17)로 표현된다.

$$\begin{cases} \lambda = \langle \lambda_l, \lambda_m, \lambda_r \rangle \\ \tilde{\mu} = \langle \mu_l, \mu_m, \mu_r \rangle \end{cases} \quad (17)$$

그림 5의 상태천이도에서 평형방정식을 구하면 식 (18)과 같다.

$$\lambda \tilde{P}_{n-1} = \tilde{\mu} \tilde{P}_n \quad \text{for } n=1, 2, \dots, K \quad (18)$$

안정상태에 대한  $P_n$ 은 식 (8)과 식 (18)을 이용하여 구하면 식 (19)와 같다.

$$\tilde{P}_n = \tilde{\rho} \tilde{P}_{n-1} = \tilde{\rho}^n \tilde{P}_0 \quad \text{for } n=1, 2, \dots, K \quad (19)$$

iff  $\mu_l \lambda_m \rho^{(k-1)m} > \mu_m \lambda_l \rho^{(k-1)l}$  and  $\mu_r \lambda_m \rho^{(k-1)m} < \mu_m \lambda_r \rho^{(k-1)r}$   
when  $\tilde{\mu} > 0, \lambda P_0 \geq 0$ , where  $\tilde{\rho} = \lambda \ominus \tilde{\mu}$

따라서  $\tilde{P}_n$ 의 합은 시스템내에  $n$  개 작업이 존재할 확률이며, 식 (19)을 이용하여 구하면 식 (20)과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n &= \tilde{P}_0 \sum_{n=0}^K \tilde{\rho}^n = \tilde{P}_0 \left( \sum_{n=0}^K \tilde{\rho}_l^n, \sum_{n=0}^K \tilde{\rho}_m^n, \sum_{n=0}^K \tilde{\rho}_r^n \right) \\ &= \tilde{P}_0 \left( \frac{1-\tilde{\rho}_l^{K+1}}{1-\tilde{\rho}_l}, \frac{1-\tilde{\rho}_m^{K+1}}{1-\tilde{\rho}_m}, \frac{1-\tilde{\rho}_r^{K+1}}{1-\tilde{\rho}_r} \right) \\ &= \tilde{P}_0 \left( (1-\tilde{\rho}^{K+1}) \odot \frac{1}{1-\tilde{\rho}} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

그러므로 시스템에 작업이 존재하지 않을 확률,  $\tilde{P}_0$ 는

식 (21)과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{P}_0 &= \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n \ominus \left( (1-\tilde{\rho}^{K+1}) \odot \frac{1}{1-\tilde{\rho}} \right) \\ &= (1-\tilde{\rho}) \ominus (1-\tilde{\rho}^{K+1}) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n \\ &= \frac{(1-\tilde{\rho}) \odot \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n}{1-\tilde{\rho}^{K+1}} \end{aligned} \quad (21)$$

$\tilde{P}_k$ 는 시스템내에  $k$ 개의 작업이 존재할 확률이며, 식 (18), 식 (19), 식 (20) 및 식 (21)을 이용하여 구하면 식 (22)와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \tilde{P}_k &= \tilde{\rho}^k \tilde{P}_0 = \tilde{\rho}^k \left( \frac{(1-\tilde{\rho}) \odot \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n}{1-\tilde{\rho}^{K+1}} \right) \\ &= \frac{((1-\tilde{\rho}) \odot \tilde{\rho}^k) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n}{1-\tilde{\rho}^{K+1}} \quad \text{for } n \leq K, \lambda \neq \tilde{\mu} \end{aligned} \quad (22)$$

$\tilde{N}$ 은 시스템 내에 있는 평균작업수로서 퍼지 리틀의 법칙과 식 (22)을 이용하여 구하면 식 (23)과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{N} &= \frac{\sum_{n=0}^K n \tilde{P}_n}{\sum_{n=0}^K \tilde{P}_n} = \frac{\sum_{n=0}^K n \frac{((1-\tilde{\rho}) \odot \tilde{\rho}^n) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n}{1-\tilde{\rho}^{K+1}}}{\sum_{n=0}^K \tilde{P}_n} \\ &= \frac{\sum_{n=0}^K \tilde{P}_n}{1-\tilde{\rho}^{K+1}} \left( (1-\tilde{\rho}) \odot \tilde{\rho} \sum_{n=0}^K n \tilde{\rho}^n \right) \\ &= \frac{\tilde{\rho}(1-\tilde{\rho}^{K+1}) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n - (K+1) \tilde{\rho}^{K+1} (1-\tilde{\rho}) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n}{(1-\tilde{\rho}^{K+1})(1-\tilde{\rho}) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n} \end{aligned} \quad (23)$$

또한 시스템으로 입력할 수 있는 작업의 평균진입율, 즉  $\lambda_\rho$ 는 퍼지도착율  $\lambda$ 와 시스템 내에  $k$ 개의 작업이 존재할 확률,  $\tilde{P}_k$ 을 이용하여 구하면 식 (24)와 같다.

$$\lambda_\rho = \lambda \cdot \left( \frac{\sum_{n=0}^K \tilde{P}_n - \tilde{P}_k}{\sum_{n=0}^K \tilde{P}_n} \right) \quad (24)$$

따라서 작업들의 평균소요시간  $\tilde{W}$ 는 식 (23)와 식 (24)을 이용하여 구하면 식 (25)와 같다.

$$\tilde{W} = \frac{\tilde{N}}{\lambda_\rho} \quad (25)$$

표 1. 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크의 성능평가측도

Table 1. Performance evaluation measures of Fuzzy M/M/1/K queuing network.

평균작업수 $\tilde{N}$	$\tilde{N} = \frac{\tilde{\rho}(1 - \tilde{\rho}^{K+1}) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n - (K+1) \tilde{\rho}^{K+1} (1 - \tilde{\rho}) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n}{(1 - \tilde{\rho}^{K+1})(1 - \tilde{\rho}) \sum_{n=0}^K \tilde{P}_n}$
작업 평균진입율 $\lambda_\rho$	$\lambda_\rho = \lambda \cdot \left( \frac{\sum_{n=0}^K \tilde{P}_n - \tilde{P}_k}{\sum_{n=0}^K \tilde{P}_n} \right)$
평균소요시간 $\tilde{W}$	$\tilde{W} = \frac{\tilde{N}}{\lambda_\rho}$

IV. 결과 및 고찰

퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델에서 유도한 중요한 시스템 성능평가 기준식을 정리하면 표 1과 같다. 시스템내의 평균작업수,  $\tilde{N}$ 은 시스템에 존재하는 모든 작업의 수로서, 큐에 대기하는 평균작업수와 서버에 존재하는 평균작업수를 합한 값이며, 평균진입율,  $\lambda_\rho$ 는 퍼지 도착율  $\lambda$ 로 도착한 작업이 시스템에서 서비스를 받기 위해 시스템으로 진입하는 정도를 나타내는 측도이다. 또한 시스템 내에서 작업의 평균소요시간,  $\tilde{W}$ 은 퍼지 도착율  $\lambda$ 로 도착한 작업이 큐에서 소요하는 시간과 서버에서 서비스를 받는 시간을 합한 평균작업 소요시간이다. 이러한 평가기준들을 통해 시스템의 성능평가가 가능하다.

유도한 식들의 유효함을 확인하기 위하여 C 언어로 시뮬레이션을 하였다. 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 에 대하여 '빠르다', '보통이다', '느리다' 등의 언어적인 표현에 대한 TFN 값을 적용하였다. 시스템용량 K 값의 변화에 따른 시스템의 평균작업수  $\tilde{N}$ , 시스템으로 입력할 수 있는 작업의 평균도착율  $\lambda_\rho$ , 그리고 작업의 평균소요시간  $\tilde{W}$ 를 구했다.

컴퓨터시뮬레이션은  $\lambda = \tilde{\mu}$ 인 경우는 시스템이용율  $\tilde{\rho}$ 가 최대가 되는 경우로 실제 네트워크환경에서는 특별한 경우로 시스템에 작업이 도착하는 즉시 서비스를 받을 수 있는 이상적인 경우이므로 제외하고, 퍼지도착율과 퍼지서비스율이 (1)  $\lambda < \tilde{\mu}$ 인 경우와 (2)  $\lambda > \tilde{\mu}$ 인 경우의 2가지로 나누어 이행하였다.

[경우 1]  $\lambda < \tilde{\mu}$ 인 경우

퍼지도착율보다 퍼지서비스율이 더 높은 경우로서 작업이 큐에 대기하는 시간이 적다.  $\lambda < \tilde{\mu}$ 인 경우를 위해 퍼지도착율  $\lambda$ 는 <1.2, 1.5, 1.7>로, 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 는 <2.1, 2.5, 2.9>로 지정하여 시스템용량 K값이 1부터 30까지 변할 경우의 표1의 중요식을 기준으로 계산하였다. 그림 6은 시스템용량 K값의 변화에 따라 시스템내의 평균작업수  $\tilde{N}$ 을 TFN의 왼쪽값, 중간값 및 오른쪽값으로 각각 구한 것을 나타낸 것이다. K값이 10보다 크면 시스템내의 평균작업수는 큰 변화가 없이 일정한 값에 수렴됨을 알 수 있다. 이는 작업이 계속 입력되어도 서버의 서비스율이 높아 이를 적절히 처리하여 시스템에 존재하는 작업의 수가 일정하게 됨을 의미한다. 그림 7은 시스템으로 입력할 수 있는 작업의 평균진입율  $\lambda_\rho$ 를 나타낸 것으로 주어진 조건에서 시스템용량 K 값이 10보다 크면 일정한 값을 유지하였다. 이는 서버의 서비스율이 도착율보다 높기 때문이다. 그림 8은 시스템용량 K가 1부터 30까지 변할 때 작업의 평균소요시간을 나타내는 것으로 K값이 증가하여도 서

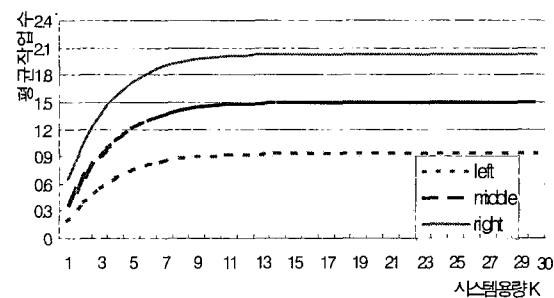


그림 6.  $\lambda=(1.2,1.5,1.7)$ ,  $\tilde{\mu}=(2.1, 2.5, 2.9)$ 에 K값의 변화에 따른 평균작업수  $\tilde{N}$

Fig. 6. Average number of jobs,  $\tilde{N}$  according to K when  $\lambda=(1.2,1.5,1.7)$ ,  $\tilde{\mu}=(2.1,2.5,2.9)$ .

버의 서비스율이 높아 작업의 평균소요시간은 일정한 값으로 수렴함을 보이고 있다.

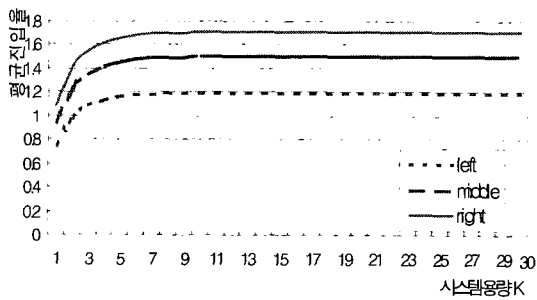


그림 7.  $\lambda=(1.2,1.5,1.7)$ ,  $\tilde{\mu}=(2.1,2.5,2.9)$ 일 때의 K값의 변화에 따른 평균진입율  $\lambda_p$

Fig. 7. Average number of jobs into the system,  $\lambda_p$  according to K when  $\lambda=(1.2,1.5,1.7)$ ,  $\tilde{\mu}=(2.1,2.5,2.9)$

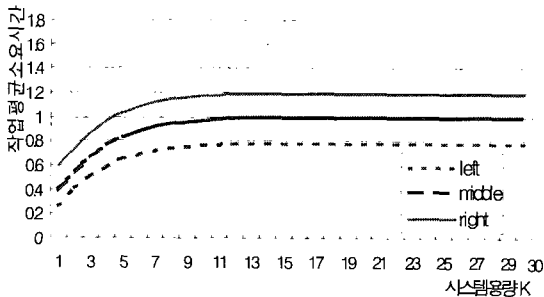


그림 8.  $\lambda=(1.2,1.5,1.7)$ ,  $\tilde{\mu}=(2.1,2.5,2.9)$ 일 때의 K값의 변화에 따른 작업평균소요시간  $\bar{W}$

Fig. 8. Average spending time of jobs in the system,  $\bar{W}$  according to K when  $\lambda=(1.2,1.5,1.7)$ ,  $\tilde{\mu}=(2.1,2.5,2.9)$ .

시뮬레이션의 결과로서, 높은 서비스율을 갖는 서버의 경우에는 시스템용량 K를 일정한 크기 이상으로 증가시켜도 시스템내의 평균작업수, 시스템에 들어갈 평균진입율, 그리고 작업의 평균소요시간 등의 시스템 성능에는 큰 차이가 없음을 알 수가 있다. 따라서 이 결과를 이용하여 시스템 설계시 적절한 큐의 크기를 설정할 수 있다.

[경우 2]  $\lambda > \tilde{\mu}$  인 경우

퍼지도착율  $\lambda$  보다 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$  값이 작은 경우로 도착율은 높고 서비스율은 낮은 경우이다. 그림 9는 시스템내의 평균작업수  $\bar{N}$ 의 시뮬레이션 결과를 나타내며,

퍼지도착율에 비해 퍼지서비스율이 적어 시스템내에 존재하는 작업들은 K값에 따라 증가한다. 따라서 시스템용량 K 증감에 따라 시스템내의 평균작업수는 비례적으로 증감함을 나타낸다. 그림 10은 시스템 내에 들어갈 수 있는 작업의 평균진입율의 결과를 나타낸 것으로 앞의 [경우 1]의 그림 7과 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 이러한 결과는 작업의 평균진입율은 시스템용량 K값보다는 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지확률  $\tilde{p}_k$ 에 영향을 더 받기 때문이다. 그림 11은 작업의 평균소요시간을 나타내는 것으로 서비스율보다 도착율이 높아 시스템내의 작업수는 시스템용량 K에 비례하여 지속적으로 증가한 작업들이 점점 큐에 들어오는 수가 많아지고 이는 작업의 평균소요시간을 증가시킨다. 따라서  $\lambda > \tilde{\mu}$  인 경우에는 K 값에 따라 시스템의 성능이 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있다.

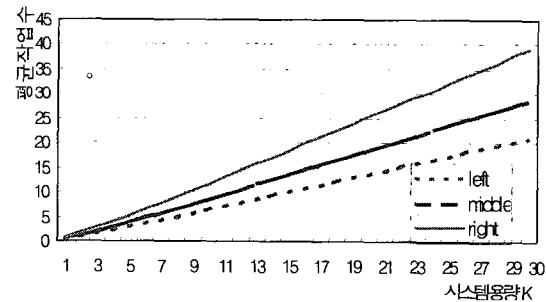


그림 9.  $\lambda=(2.1,2.5,2.9)$ ,  $\tilde{\mu}=(1.2,1.5,1.7)$ 일 때의 K값의 변화에 따른 평균작업수  $\bar{N}$

Fig. 9. Average number of jobs in the system,  $\bar{N}$  according to K when  $\lambda=(2.1,2.5,2.9)$ ,  $\tilde{\mu}=(1.2,1.5,1.7)$ .

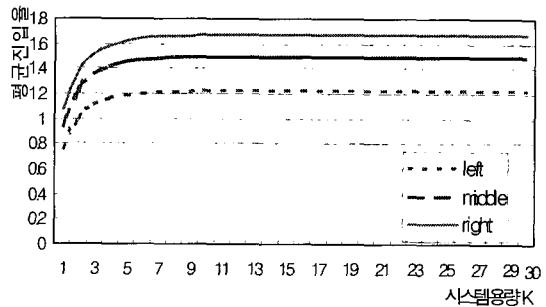


그림 10.  $\lambda=(2.1,2.5,2.9)$ ,  $\tilde{\mu}=(1.2,1.5,1.7)$ 일 때의 K값의 변화에 따른 평균진입율  $\lambda_p$

Fig. 10. Average number of jobs into the system,  $\lambda_p$  according to K when  $\lambda=(2.1,2.5,2.9)$ ,  $\tilde{\mu}=(1.2,1.5,1.7)$ .

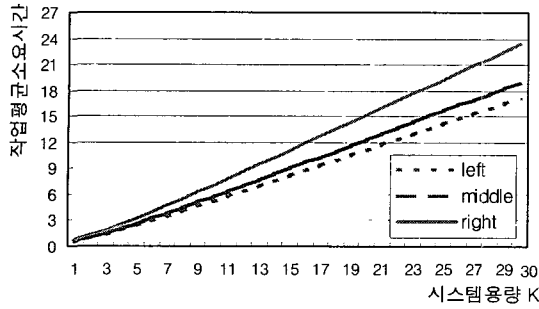


그림 11.  $\lambda=(2.1,2.5,2.9)$ ,  $\tilde{\mu}=(1.2,1.5,1.7)$ 일 때의 K값의 변화에 따른 작업평균소요시간  $\bar{W}$

Fig. 11. Average spending time of jobs in the system,  $\bar{W}$  according to K when  $\lambda=(2.1,2.5,2.9)$ ,  $\tilde{\mu}=(1.2,1.5,1.7)$ .

시뮬레이션의 결과, 서버의 서비스율보다 도착율이 크면 시스템용량 K에 따라 시스템의 평균작업수, 작업의 평균진입율, 작업의 평균소요시간 등이 비례적으로 증가함을 볼 수 있다. 시스템 설계시 이 결과를 이용하여 시스템용량 K에 따라 시스템성능을 설정할 수 있다.

## V. 결론

네트워크 시스템에서 한 개의 서버와 시스템용량 K를 갖는 M/M/1/K 큐잉네트워크모델에 작업의 도착율과 서비스율에 퍼지이론을 적용하여 퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델을 제안하였다. TFN(삼각형퍼지수)를 적용하여 구한 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 을 이용하여 다음의 성능평가 측도를 유도하였다.

(1) 시스템내 평균작업수  $\bar{N}$ : 작업이 시스템내에 들어가 서비스를 받기 위해 대기하는 평균작업수로 퍼지도착율, 퍼지서비스율, 그리고 시스템용량 K로 구하였다.

(2) 도착작업의 평균진입율  $\lambda_p$ : 퍼지도착율로 도착한 작업이 서버의 서비스를 받기 위해 시스템으로 진입하는 평균진입정도를 평가하는 측도로, 퍼지도착율과 시스템내에 k개의 작업이 존재할 확률  $P_k$ 를 이용해 유도하였다.

(3) 작업의 평균소요시간  $\bar{W}$ : 시스템내의 평균작업수  $\bar{N}$ 과 작업의 평균진입율  $\lambda_p$ 를 이용하여 유도하였으며, 도착한 작업이 큐와 서버에서의 소요되는 평균시간이 된다.

퍼지 M/M/1/K 큐잉네트워크모델과 성능평가 측도의

유효함을 검증하기 위하여 시스템용량 K의 변화에 따라 퍼지도착율  $\lambda$ 와 퍼지서비스율  $\tilde{\mu}$ 을 적용해서 컴퓨터 시뮬레이션을 수행했으며, 그 결과는 다음과 같고 실제의 퍼지 네트워크에 대한 예측한 평가와 일치함을 보였다.

(1)  $\lambda < \tilde{\mu}$ 인 경우에는 큐에 대기하는 작업의 수가 적어져 성능평가 측도  $\bar{N}$ ,  $\lambda_p$ ,  $\bar{W}$ 가 시스템용량 K에 일정한 크기까지는 큰 영향을 받지만 특정값 이후에는 일정하게 수렴하였다.

(2)  $\lambda > \tilde{\mu}$ 인 경우에는 시스템내의 작업들이 점점 큐에 들어오는 수가 많아져 성능평가측도  $\bar{N}$ ,  $\lambda_p$ ,  $\bar{W}$ 가 시스템용량 K에 비례적으로 증감하였다.

본 연구결과를 이용하면 퍼지 작업환경을 갖는 M/M/1/K 네트워크 시스템을 보다 실제적이고 유연하게 성능을 평가할 수 있을 뿐만 아니라, 네트워크 시스템을 설계할 경우에는 요구되는 성능에 따른 적절한 큐의 크기와 같은 시스템 사양을 설정할 수 있다.

## 참고 문헌

- [1] A. O. Allen, *Probability, Statistics, and Queueing Theory with Computer Science Applications*, Academic Press, California, 1990.
- [2] T. G. Robertazzi, *Computer networks and systems : queueing theory and performance evaluation*, Springer-Verlag, New York, 1994.
- [3] Randolph Nelson, *Probability, stochastic processes, and queueing theory : the mathematics of computer performance modelling*, Springer-Verlag, New York, 1995.
- [4] Yue Ma, James J. Han, and Kishor S. Trivedi, "Composite Performance and Availability Analysis of Communications Networks: A Comparison of Exact and Approximate Approaches," *IEEE GLOBECOM*, vol. 3, pp. 1771~1777, 2000.
- [5] J. B. Jo, Y. Tsujimura, M. Gen, and G. Yamazaki, "Performance Evaluation of Computer System with Failure Based on Fuzzy Set Theory," *J. of the Operations Research Society of Japan*, vol. 38, no. 4, pp. 409~422,



1995.

[6] J. B. Jo, Y. Tsujimura, M. Gen, and G. Yamazaki, "Performance Evaluation of Network Models based on Fuzzy Queueing System," *J. of Japan Society for Fuzzy Theory and Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 50~55, 1996.

[7] Y. A. Philis and Runtong Zang, "Fuzzy Service Control of Queueing System," *IEEE Tran. on Syst. Man Cyber*, vol. 29, no. 4, pp. 503~517, 1999.

[8] Nico M. van Dijk, "On Hybrid Combination of Queueing and Simulation," *2000 Winter Simulation Conference Proceedings*, vol. 1, pp. 147~150, 2000.

[9] J. J. Buckley and Y. Qu, "Solving Systems of Fuzzy Equations: A New Solution Concept," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 39, pp. 291~301, 1991.

[10] A. Kaufmann and M. M. Gupta, Introduction to Fuzzy Arithmetic, Van Nostrand Reinhold, 1985.

[11] J. J. Buckley, "Elementary Queueing Theory Based on Possibility Theory," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 37, pp. 43~52, 1990.

저 자 소 개



秋 奉 助(正會員)

1990년 2월 경성대학교 전산통계학과 졸업(이학사). 1992년 2월 경성대학교 대학원 전자계산학과 졸업(이학석사). 1996년 부경대학교 대학원 전자공학과 박사과정 수료. 1996년~현재 김천대학 컴퓨터정보처리

계열 조교수. 관심분야 : 병렬처리, 네트워크성능평가



曹 廷 輻(正會員)

1978년 2월 경북대학교 전자계산기공학과 졸업(공학사). 1986년 2월 영남대학교 전자공학과 졸업(공학석사). 1995년 일본 동경도립과학기술대학 제어정보시스템전공 졸업(공학박사). 1980-1992년 경남전문대학

전자계산과 조교수. 1992년~현재 동서대학교 시스템공학부 컴퓨터공학과 조교수. 관심분야 : GA, 퍼지큐잉시스템

禹 鍾 鎬(正會員) 第 34卷 C編 7號 參照