

## 불투수성 경사면에서 파의 처오름과 반사

# Runup and Reflection of Waves on Impermeable Slopes of Coastal Structures

이 철 응\*  
Cheol-Eung Lee

### Abstract

A numerical model is represented to calculate the reflected waves, the runup of waves and the wave induced velocities on impermeable slopes for the normally incident wave trains of nonlinear monochromatic wave and solitary wave. The finite amplitude shallow water equations with the effects of bottom friction are solved numerically in time domain using an explicit dissipative Lax-Wendroff finite difference method. The numerical model is verified by comparisons with the other numerical results, the measured data and asymptotic results. It is found that the uprushing and downrushing of incident waves may be accurately predicted by the present numerical model. Therefore, the present numerical model can be applicable to swells as well as long waves.

키 워 드 : 파의 처오름, Lax-Wendroff 유한차분법, 고립파, 반사파, 유한 진폭 천수방정식  
Keywords : runup of wave, Lax-Wendroff finite difference method, solitary wave, reflected wave, finite amplitude shallow water equation

### 1. 서론

해안 시설물을 보호하기 위하여 연안역 주변에 건설되는 경사제 전면에서 파랑장을 동수역학적으로 정확히 예측하는 것은 경사제 전면에서 피복된 사석재의 거동특성을 올바르게 해석하는 문제와 직결된다. 예로, 단면의 전체적인 안정성과 직접적인 관련을 갖는 피복재의 소요 단위중량을 결정하기 위하여 현재 일반적으로 적용되고 있는 방법이 수리모형실험에서 관측된 자료를 근간으로 제시된 기존의 경험식을 이용하는 것이다. 그러나 대부분의 경험식들은 제한적인 조건하에서 수행된 관측 자료를 근간으로 제시된 것이기 때문에, 공간에 따

른 파랑장의 제반특성이 고려되지 않았을 뿐만 아니라 설계자에 의하여 임의로 결정되어야 하는 상수들을 포함하는 등 그 적용성이 대단히 유동적이고 제한적이다. 따라서 이와 같은 경험식들의 제약성을 해결하는 가장 좋은 방법은 그 현상에 적합한 수학적 모형을 근간으로 임의의 조건하에서도 적용 가능한 수치모형을 개발하는 것이다.

경사제 전면과 같이 수심이 상대적으로 얇은 천수영역에서 발생하는 복잡한 비선형 파랑장을 해석하려는 많은 수치적 연구가 이루어졌다. 이와 같은 수치적 연구들은 포텐셜 이론을 이용하여 적분방정식 형태의 지배방정식을 경계적분방정식/요소법으로 해석하는 방법과 유한차분법을 이용하여 비선형 편미분방정식을 직접 해석하는 방법으로 구분될 수 있다. 먼저 Kim 등(1983), Svendsen과

\* 강원대학교 토목공학과 부교수

Grilli(1989) 그리고 Grilli 등(1994) 등이 경계적분 방정식/요소법을 이용하여 고립파가 입사하는 경우, 경사면에서 발생하는 자유수면의 거동특성을 해석하였다. 그러나 포텐셜 이론을 근간으로 하는 이상의 연구들에서는 천수영역에서 중요한 해저마찰의 효과가 무시되었다. Zelt(1991)와 Liu와 Cho(1994)가 마찰효과를 고려하여 일정 경사면에서 발생하는 비선형 규칙파와 고립파에 의한 처오름의 크기 및 자유수면의 거동특성을 해석하였다. 그러나 경계적분방정식/요소법을 사용한 대부분의 연구들에서는 경사면에서 자유수면과 관련된 현상만 해석되었을 뿐 흐름과 관련된 파랑장이 해석되지 않았다. 한편 Hibberd와 Peregrine(1979)은 마찰의 효과가 무시된 비선형 유한 진폭 천수방정식을 이용하여 완경사면에서 규칙파에 의하여 발생하는 쇄파형성과 처오름의 특성을 해석할 수 있는 유한차분 모형을 개발하였다. 이들 모형은 Kobayashi 등(1987,1989)에 의하여 마찰효과가 고려된 모형으로 확장되었다. 또한 Pedersen과 Gjevik(1983), Titov와 Synolakis(1995), Liu 등(1995)은 고립파에 의하여 발생하는 처오름과 관련된 현상을 유한차분법으로 해석하였다. 그 외 경사면을 갖는 해안구조물과 입사파와의 상호작용을 Norton과 Holmes(1992)와 Van Gent(1995) 등이 유한차분법을 이용하여 해석하였다. 그러나 이상에서 언급된 유한차분 수치 모형들은 대부분 각기 다른 입사파 조건에 맞게 개발되었다. 따라서 바람에 의하여 발생하는 단주기파 뿐만 아니라 해저 지진이나 기타 원인에 의하여 발생하는 진파와 같은 장주기파에 의하여 발생하는 자유수면의 변화 및 흐름과 관련된 파랑장을 하나의 수치모형에서 해석될 수 있는지에 대한 연구가 필요하다. 특히 해안 구조물 주변에서 단주기파와 장주기파의 거동특성이 하나의 수치모형으로 해석될 수 있다는 것은 구조물의 안정적인 설계에 효율적이다.

본 연구에서는 천해영역에서 적용 가능한 마찰의 효과가 고려된 유한 진폭 천수방정식을 이용하여 해안 구조물의 경사면과 입사파의 상호작용에 의하여 발생하는 파랑장의 거동특성을 해석하였다. 두 종류의 입사파, 즉, 비선형 규칙파와 고립파를 대상으로 반사파의 거동특성 뿐만 아니라 경사면에서 시간과 공간에 따른 자유수면 및 흐름의 거동특성을 유한차분법을 이용하여 해석하였다. 여기서 비선형 규칙파는 평상시 단주기 파랑조건에 대한 해석이며, 고립파는 해저 지진에 의하여 발생할 수 있는 진파와 같은 대규모 장주기파에 대한 수치모형의 적용성 여부를 확인하기 위하여 고려되었다.

2. 수학적 모형의 수립

경사제 전면은 입사파랑과 구조물이 상호작용하는 영역이기 때문에 대상영역에서 발생하는 파랑장은 대단히 복잡하게 된다. 따라서 이와 같은 복잡한 현상을 해석하기 위해서는 파랑과 구조물의 상호작용에 의하여 발생하는 비선형 효과가 올바르게 고려된 수학적 모형이 수립되어야 한다. 본 연구에서는 Kobayashi 등(1987)이 불투수성 저면을 갖는 일정경사 단면에서 입사파의 반사율과 처오름의 크기를 계산하기 위하여 유도한 마찰효과가 고려된 일차원 유한 진폭 천수방정식을 사용하였다. 서론에서 언급된 바와 같이 유한 진폭 천수방정식은 많은 연구자들에 의하여 사용되었다.

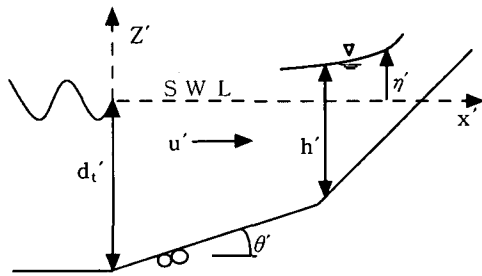


Fig. 1. Definition sketch for mathematical formulation

본 연구에서 사용된 좌표와 변수들을 Fig. 1에 나타내었다. 여기서  $d_t'$ 는 경사제 전면 끝단의 수심으로 정수면에서 바닥까지의 연직거리이다. 대상영역,  $x' \geq 0$ 에서 질량보존법칙과 운동량 방정식을 해저면에서 자유수면까지 수심 적분하면 다음식 (1)과 (2)의 지배방정식을 얻을 수 있다. 이때 경사제에 피복된 사석제들 사이에 존재하는 공극의 효과는 고려하지 않았다.

$$\frac{\partial h'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'}(h' u') = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t'}(h' u') + \frac{\partial}{\partial x'}\left(h' u'^2 + \frac{1}{2} g h'^2\right) = -g h' \tan \theta' - \frac{1}{2} f' |u'| u' \tag{2}$$

여기서  $t'$  과  $x'$  은 각각 시간과 공간에 대한 독립변수이고,  $g$  는 중력가속도,  $f'$  은 해저면에서 발생하는 마찰효과를 고려하기 위하여 도입된 마찰계수로 전 단면에 대하여 일정하다고 가정하였으며,  $\theta'$  은 단면의 경사를 의미한다. 또한  $\eta'$  은 정수면에서 자유수면까지의 연직거리를,  $h'$  은 해저면에서 자유수면까지의 연직거리를 그리고  $u'$  은 해저면에서 자유수면까지 수심 적분된 수입자의 평균유속을 의미한다. 한편 식 (1)과 (2)에 정의된 지배방정식을 간단히 표현하기 위하여 다음 식 (3)

~(5)과 같은 무차원 변수들을 도입할 수 있다 (Kobayashi 등, 1987).

$$t = \frac{t'}{T'}; \quad x = \frac{x'}{T' \sqrt{gH'}}; \quad (3)$$

$$z = \frac{z'}{H'}; \quad d_i = \frac{d_i'}{H'} \quad (3)$$

$$u = \frac{u'}{\sqrt{gH'}}; \quad h = \frac{h'}{H'}; \quad \eta = \frac{\eta'}{H'} \quad (4)$$

$$\theta = \sigma \tan \theta'; \quad f = \frac{1}{2} \sigma f'; \quad \sigma = T' \sqrt{\frac{g}{H'}} \quad (5)$$

여기서  $H'$ 과  $T'$ 은 각각 입사점에서 정의된 입사파의 파고와 주기이며,  $\sigma$ 는 파형경사와 관련된 무차원변수이다. 따라서 식 (3)~(5)을 식 (1)과 (2)에 대입하면 무차원화된 지배방정식인 다음 식 (6)과 (7)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}\left(hu^2 + \frac{1}{2}h^2\right) = -\theta h - f|u|u \quad (7)$$

그러므로 식 (6)과 (7)을 임의의 수치기법으로 해석하면 경사제 전면에서 주어진 입사파에 의하여 발생하는 파랑장의 거동특성 즉, 시간과 공간에 따른 자유수면의 변화 및 파랑에 의하여 유발되는 수심 적분된 흐름의 크기를 정량적으로 구할 수 있다. 식 (6)과 (7)은 수학적으로 쌍곡선형의 비선형 편미분방정식이기 때문에 수치적으로 풀기 위해서는 초기조건 및 대상영역의 경계점에서 올바른 경계조건이 부여되어야 한다.

먼저 초기조건은 외해에서 경사제로 진행하는 입사파가  $t=0$ 일 때 입사점,  $x=0$ 에 도달한다는 가정하에 다음 식 (8)과 같이 정의할 수 있다.

$$\eta = u = 0, \quad t=0, x \geq 0 \quad (8)$$

한편 경계조건은 Hibberd와 Peregrine(1979)에 의하여 제시되고 Kobayashi 등(1987)과 Titov와 Synolakis(1995) 등의 많은 연구자들에 의하여 그 적용성이 확인된 특성곡선법을 이용하여 정의할 수 있다. 먼저 임의의 특성곡선을 따라 Riemann 불변수 (Riemann invariant),  $\alpha = u + 2c$ 와  $\beta = -u + 2c$ 를 도입하면 식 (6), (7)을 각각 다음 식 (9), (10)과 같이 변형시킬 수 있다.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + (u+c) \frac{\partial \alpha}{\partial x} = -\theta - \frac{f|u|u}{h} \quad (9)$$

; along  $\frac{dx}{dt} = u + c$

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} + (u-c) \frac{\partial \beta}{\partial x} = \theta + \frac{f|u|u}{h} \quad (10)$$

; along  $\frac{dx}{dt} = u - c$

여기서  $c = \sqrt{gh}$ 로 정의되며,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 각각 정의된 좌표에서 양의 방향과 음의 방향으로 진행되는 특성치를 의미한다. 따라서 경사제에 의하여 반사되는 입사파의 반사특성을 묘사하기 위해서는 식 (10)을 이용하면 된다. 이때 대상영역에서 상대적으로 수심이 깊은 영역에서는 흐름이 상류가 되며, 반대로 해안선 부근과 같이 수심이 얇은 영역에서는 흐름이 하류가 된다는 개념을 이용하면 입사점의 위치를 올바르게 선택할 수 있다. 본 연구에서는 위에서 설명한 물리적인 현상에 적합하도록 Fig. 1에 보인 바와 같이 대상영역을 결정하였다. 즉, 입사점의 위치는 입사파에 의하여 발생하는 흐름이 상류이면서 쇄파가 발생되기 전인 경사제 전면의 끝단으로 선택하였다. 따라서 입사점,  $x=0$ 에서 반사파는  $\beta$ 와  $u = u_l + u_r$ 을 이용하면 다음 식 (11)을 얻을 수 있다. 이때 입사파와 반사파의 수입자 속도는 자유수면의 진폭이 대상 지점의 수심보다 작다는 가정하에 천수영역에서 적용 가능한 장파이론을 사용하면 된다.

$$\eta_r(t) \approx \frac{1}{2} \sqrt{d_i} \beta(t) - d_i, \quad x=0, t \geq 0 \quad (11)$$

여기서  $\eta_r$ 은 정수면에서 정의된 반사파의 자유수면을 의미하며,  $\beta(t)$ 는 식 (10)으로 부터 구할 수 있다. 그러므로 입사점에서 해저면을 기준으로 정의된 전 수심은 다음 식 (12)와 같이 정의될 수 있다.

$$h(t) = d_i + \eta_l(t) + \eta_r(t), \quad x=0, t \geq 0 \quad (12)$$

여기서  $\eta_l$ 은 입사점에서 부여된 입사파의 자유수면으로 다음 식 (15)의 비선형 규칙파와 식 (18)의 고립파에 대하여 각기 다른 자유수면식으로 주어진다. 한편 입사파가 경사제와 만나는 해안선,  $x=x_s$ 에서의 경계조건은 경사제에서 월류가 발생되지 않는다는 가정하에 수입자의 운동학적 경계조건과 해안선에서 수심이 없다는 조건에 의하여 다음 식 (13) 및 (14)와 같이 정의할 수 있다 (Hibberd와 Peregrine, 1979; Kobayashi 등, 1987).

$$\frac{dx_s}{dt} = u, \quad x = x_s(t), \quad t \geq 0 \quad (13)$$

$$h = 0, \quad x = x_s(t), \quad t \geq 0 \quad (14)$$

해안선 경계조건인 식 (13)에서 알 수 있듯이 해안선의 경계점은 입사파와 반사파에 의존하여 시간에 따라 변하는 이동경계조건이 된다. 그러나 식 (13)을 이용하여 시간에 따라 변하는 이동점을 예측하는 것이 불가능하다. 왜냐하면 식 (13)의 우변에 있는 경계점의 유속을 미리 알 수 없기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 Hibberd와 Peregrine (1979)에 의하여 제시되고 Kobayashi 등(1987)에 의하여 보완된 방법(predictor-corrector-smoothing method)을 이용하여 이동 경계조건을 수치모형화 하였다.

마지막으로 식 (12)에 정의된 입사점에서 입사파를 정의하면 수학적 모형의 수립이 완성된다. 서론에서 언급된 바와 같이 본 연구에서는 두 개의 입사파, 즉, 비선형 규칙파와 고립파를 대상으로 경사제 전면에서 반사파 뿐만 아니라 시간에 따른 공간상의 자유수면과 흐름의 거동특성이 해석되었다. 먼저 비선형 규칙파의 입사점에서 자유수면은 제한된 조건하에 적용 가능한 Stokes 2차 이론을 사용하였다(Dean과 Dalrymple, 1984). 이때 식 (3)~(5)에서 정의된 무차원 변수를 이용하여 Stokes 2차 이론에서 정의되는 자유수면을 무차원화시키면 다음 식 (15)~(17)과 같은 자유수면식을 쉽게 얻을 수 있다.

$$\eta_i(t) = a_1 \cos [2\pi(t+t_0)] + a_2 \cos [4\pi(t+t_0)], \quad t \geq 0 \quad (15)$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \quad (16)$$

$$a_2 = \frac{1}{16} \frac{\sigma^2}{U_r d_i^3} \left( \frac{3\sigma^4}{4\pi^2 U_r d_i^3} - 1 \right) \quad (17)$$

여기서  $t_0$ 는  $t=0$ 에서  $\eta_i=0$ 이 만족되도록 도입한 변수이다. 또한  $c' = \sqrt{g(d'+H')}$ 의 위상속도로 진행하는 고립파의 자유수면도 동일하게 무차원화시키면 다음 식 (18) 및 (19)와 같은 자유수면식을 얻을 수 있다(Kobayashi와 Karjadi, 1994).

$$\eta_i(t) = \text{sech}^2 [K(t-t_c)], \quad t \geq 0 \quad (18)$$

$$K = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sigma}{d_i} \left( 1 + \frac{1}{d_i} \right)^{1/2} \quad (19)$$

여기서  $t_c$ 는  $t=t_c$ 에서  $\eta_i=1$ 이 되도록 도입된 변수로서, 고립파의 파봉이 도달되는 시간을 무차원화하여 나타낸 변수이다. 고립파인 경우에는 비선형 규칙파와는 달리 파랑조건으로부터 파형경사와 관련된 변수인 식 (5)의  $\sigma$ 를 미리 알 수 없다. 따라서  $t_c$ 를 중심으로 단위 시간 동안의 자유수면이 임의의 작은 변수  $\delta_i$  보다 크다는 조건,  $\eta_i(t) \geq \delta_i$ , 을

이용하면 식 (19)에 정의된 함수  $K$ 는 다음 식 (20)과 같이  $\delta_i$ 의 함수로 정의된다.

$$K = 2 \ln \left[ \frac{1}{\sqrt{\delta_i}} + \left( \frac{1}{\delta_i} - 1 \right)^{1/2} \right] \quad (20)$$

식 (20)을 이용하면 고립파의 정점을 중심으로 형성되는 고립파의 폭을 임의로 결정할 수 있다. 따라서 임의의  $\delta_i$ 에 대하여 식 (20)을 이용하여  $K$ 가 결정되면 식 (19)를 이용하여 입사점에서 정의된 고립파의 파고와 수심을 가지고 고립파의 쇄파 여부를 정의하는데 유용하게 사용되는 파형경사와 관련된 변수  $\sigma$ 와 쇄파계수(surf similarity parameter)  $\xi = \tan \theta' / \sqrt{2\pi H' / g T'^2}$ 를 역으로 구할 수 있다.

지금까지 비선형 규칙파와 고립파가 경사제 전면에서 수직으로 입사하는 경우에 경사제와 입사파의 상호작용에 의하여 발생하는 파랑장을 해석할 수 있는 수학적 모형이 수립되었다. 따라서 식 (6)과 (7)에 정의된 지배방정식과 식 (8)~(20)에서 정의된 초기조건, 경계조건 그리고 입사조건을 이용하면 올바른 수치모형을 수립할 수 있다.

### 3. 수치모형의 수립

바닥의 마찰효과가 고려된 유한 진폭 천수방정식인 식 (6)과 (7)을 수치적으로 해석하였다. 환경사 영역에서 쇄파와 관련된 현상을 해석하기 위하여 Hibberd와 Peregrine(1979)에 의하여 개발되고 Kobayashi 등(1987) 등에 의하여 그 적용성이 확인된 부가적인 소산항을 갖는 Lax-Wendroff 유한 차분기법(dissipative Lax-Wendroff finite difference method)을 사용하였다. 이와 같은 수치기법은 수학적으로 종속변수의 기울기가 매우 큰 경우를 해석하는데 많이 이용된다(Richtmyer와 Morton, 1967). 또한 차분식에 부가적인 소산항을 부여하여 수치해의 안정성을 도모할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 따라서 본 연구에서 해석하려는 경사제 주변에서 발생하는 파랑장과 같은 복잡한 현상을 예측하는데 적합한 수치기법이라 생각된다.

먼저 단위폭당 질량전달율,  $m=uh$ 을 도입하여 식 (6)과 (7)을 결합하면 다음 식 (21)과 같은 벡터 형태의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + G = 0 \quad (21)$$

여기서  $U = [h, m]^T$ ,  $F = [m, m^2/h + 0.5h^2]^T$ , 그리고  $G = [0, \theta h + f | u | u]^T$ 이다. 따라서 대상

영역,  $0 \leq x \leq x_s$  에 일정한 간격으로 정의된 공간격자  $\Delta x$ 와 시간격자  $\Delta t$  를 이용하여 식 (21)을 Lax-Wendroff 차분기법으로 차분화하면 다음 식 (22)와 같은 차분식을 얻을 수 있다.

$$U_j^{n+1} = U_j^n - \lambda \left\{ \frac{1}{2} (F_{j+1}^n - F_{j-1}^n) + \Delta x G_j^n \right\} + \frac{1}{2} \lambda^2 (g_j^n - g_{j-1}^n - \Delta x S_j^n) + D_j^n ; \quad 2 \leq j \leq J-2, 1 \leq n \leq N \quad (22)$$

여기서  $\lambda = \Delta t / \Delta x$ 로 정의되며,  $g_j^n$ ,  $S_j^n$  그리고 추가적인 소산항인  $D_j^n$ 은 각각 다음 식 (23), (24) 그리고 (25)와 같이 정의된다.

$$g_j^n = \frac{1}{2} (A_{j+1}^n + A_j^n) \left\{ F_{j+1}^n - F_j^n + \frac{1}{2} \Delta x (G_{j+1}^n + G_j^n) \right\} \quad (23)$$

$$S_j^n = [0, \Delta x e_j^n - 0.5 \theta_j (m_{j+1}^n - m_{j-1}^n)]^T \quad (24)$$

$$D_j^n = \frac{1}{2} \lambda \left\{ Q_{j+1/2}^n (U_{j+1}^n - U_j^n) - Q_{j-1/2}^n (U_j^n - U_{j-1}^n) \right\} \quad (25)$$

여기서 식 (23), (24) 그리고 (25)에 도입된 새로운 변수  $A_j^n$ ,  $e_j^n$  그리고  $Q_{j+1/2}^n$ 은 각각 다음 식 (26), (27) 그리고 (28)과 같이 정의된다.

$$A_j^n = \begin{bmatrix} 1, & 0 \\ 2m_j^n/h_j^n, & h_j^n - (m_j^n/h_j^n)^2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$e_j^n = \frac{2f |u_j^n|}{h_j^n} \left\{ \frac{[(u_j^n)^2 - h_j^n](h_{j+1}^n - h_{j-1}^n)}{2\Delta x} - \frac{u_j^n(m_{j+1}^n - m_{j-1}^n)}{2\Delta x} - \theta_j h_j^n - f |u_j^n| u_j^n \right\} \quad (27)$$

$$Q_{j+1/2}^n = p_{j+1/2}^n I + \frac{1}{2} q_{j+1/2}^n (A_j^n + A_{j+1}^n) \quad (28)$$

식 (28)에서  $I$ 는 단위행렬이고  $p_{j+1/2}^n$ ,  $q_{j+1/2}^n$ 는 각각 다음 식 (29), (30)과 같이 정의된다.

$$p_{j+1/2}^n = \frac{\varepsilon_2 |w_{j+1}^n - w_j^n| (v_j^n + v_{j+1}^n)}{2(c_j^n + c_{j+1}^n)} - \frac{\varepsilon_1 |v_{j+1}^n - v_j^n| (w_j^n + w_{j+1}^n)}{2(c_j^n + c_{j+1}^n)} \quad (29)$$

$$q_{j+1/2}^n = \frac{\varepsilon_1 |v_{j+1}^n - v_j^n| - \varepsilon_2 |w_{j+1}^n - w_j^n|}{c_j^n + c_{j+1}^n} \quad (30)$$

여기서  $v_j^n = u_j^n + c_j^n$  이고,  $w_j^n = u_j^n - c_j^n$ 로 정의되며,  $\varepsilon_1$ 과  $\varepsilon_2$ 는 수치해에서 발생할 수 있는 수치진동을 감소시키기 위하여 도입된 상수로, 그 크기의 정도는  $O(1)$ 이다.

식 (23)~(30)에 정의된 변수들로 구성된 유한차분 방정식 (22)는 전 시간 단계의 값을 가지고 다음 시간 단계의 값을 직접적으로 계산할 수 있는 양해법이다. 따라서 공간격자와 시간격자는 다음 식 (31)에 정의된 CFL(Courant-Friedrichs-Lewy) 조건을 만족하도록 선정되어야 한다(Kobayashi 등, 1987).

$$\lambda < \frac{(1 + \varepsilon_m^2/4)^{1/2} - \varepsilon_m/2}{|u_m| + c_m} \quad (31)$$

여기서  $u_m$ 과  $c_m$ 은 해당 변수값의 최대치를 의미하며,  $\varepsilon_m$ 은 식 (29)와 (30)에서 정의된 상수  $\varepsilon_1$ 과  $\varepsilon_2$ 중에서 큰 값이다. 식 (6)과 (7)의 지배방정식을 이용하여 식 (22)와 같은 유한차분 방정식이 수립되었다. 따라서 초기조건과 입사점,  $x=0$ 과 해안선 이동경계점,  $x=x_s$ 에서의 경계조건에 대한 유한차분 방정식이 수립되어야 한다. 먼저 식 (8)의 초기조건에 대한 차분방정식은 다음 식 (32)와 같이 쉽게 수립될 수 있다.

$$h_j^1 = u_j^1 = 0; \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (32)$$

한편 입사점에서의 차분방정식도 식 (11)을 식 (12)에 대입하면 다음 식 (33)과 같이 쉽게 얻을 수 있다.

$$h_1^{n+1} = \eta_1^{n+1} + \frac{1}{2} \sqrt{a_t} \beta_1^{n+1}; \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (33)$$

여기서  $\beta_1^{n+1}$ 은 마찰계수  $f$ 가 무시된 식 (10)을 시간과 공간에 대하여 전방 차분하면 다음 식 (34)와 같이 정의할 수 있다. 입사점은 상대적으로 다른 영역보다 수심이 깊기 때문에 마찰계수  $f$ 의 영향이 작다고 가정하였다.

$$\beta_1^{n+1} = 2c_1^n - u_1^n - \lambda (u_1^n - c_1^n) \{ u_1^n - u_2^n + 2(c_2^n - c_1^n) \} + \Delta t \theta_1 \quad (34)$$

한편 수학적 모형에서 언급된 바와 같이 해안선에서의 이동 경계조건은 식 (13)과 (14)를 직접 이용하지 않고 Hibberd와 Peregrine(1979)에 의하여 제시되고 Kobayashi 등(1987)에 의하여 보완된 방법(predictor-corrector-smoothing method)을 이용하였다.

먼저 임의의  $n$ 시간 단계에서는  $n-1$ 시간 단계의 변수들과 식 (22)을 이용하여 계산 영역내에서 변수들을 구한다. 다음, 이미 계산된  $n-1$ 시간 단계의 경계점과 직전의 두 공간상의 자료를 다음 식 (35) 및 (36)과 같이 선형 보간하여 계산영역을 벗어난 격자점에서 자유수면과 유속을 계산한다.

$$h_{j+1}^{n-1} = 2h_j^{n-1} - h_{j-1}^{n-1}; \quad n=2, 3, \dots, N \quad (35)$$

$$u_{j+1}^{n-1} = 2u_j^{n-1} - u_{j-1}^{n-1}; \quad n=2, 3, \dots, N \quad (36)$$

마지막으로 다음 식 (22)에서 우변의 마지막항이 무시된 차분식을 이용하여  $n$ 시간 단계에서 경계점과 직전의 격자점에서 자유수면과 유속을 구한다. 이때 경계점의 자유수면이 임의로 정의된 미소변수  $\delta$ 보다 크면 한 격자 전진하고, 반대로 작으면 후퇴하는 기법이다. 자세한 해석과정이 Kobayashi 등(1987)에 제시되어 있다. 식 (22)의 부가적인 소산항은 쇄파현상과 같이 난류흐름이 지배적인 불연속적인 문제를 수치적으로 해결하기 위하여 도입된 것이다. 따라서 흐름상태가 경계층 흐름과 같은 형태로 변하는 해안선 경계점 부근에서는 부가적인 소산항이 무시된 차분식을 이용할 수 있다. 그러므로 경사제의 전면과 입사파의 상호작용에 의하여 발생하는 파랑장을 해석할 수 있는 유한차분 수치모형이 수립되었다. 이상에서 수립된 수치모형의 전체적인 해석순서는 다음과 같다. 경사제 전면의 기하학적인 형상이  $d = d_t -$

$\theta x$ 의 함수로 주어지면 식 (32)를 이용하여  $n=1$ 의 시간에서 자유수면  $h$ 와 유속  $u = m/h$ 를 대상영역 전 공간에 대하여 설정된 후, 다음 시간 단계로 진행하여 식 (33)과 (34) 그리고 식 (15)나 식 (18)에 주어진 해당 입사파의 자유수면식을 이용하여 입사점에서 자유수면과 유속을 계산한다. 이와 같이 계산된 입사점의 자료를 이용하면 식 (22)로 부터 이동경계점을 제외한 공간상에서 변수들이 계산된다. 마지막으로 식 (35)와 (36)을 이용하여 이동경계점에서 자유수면과 유속을 계산하면 된다.

#### 4. 규칙파에 대한 해석

경사제 전면에서 파랑장을 해석할 수 있는 유한차분 수치모형이 Lax-Wendroff 차분기법으로 수

립되었다. 특히 수치모형을 수립하기 위하여 사용된 지배방정식이 입사파랑의 파고 및 주기에 의하여 무차원화되었기 때문에 해석의 효용성이 높다고 하겠다. 따라서 본 장에서는 비선형 규칙파를 대상으로 수립된 수치모형의 적용성 여부를 먼저 검증하고, 경사제 전면에서 공간과 시간에 따른 자유수면의 변화 및 흐름 특성에 대하여 해석한다. 비선형 규칙파를 대상으로 경사제 전면에서 시간과 공간의 변화에 따른 파랑장을 관측한 실험자료를 얻을 수 없어서, 수치모형의 검증은 Kobayashi 등(1989)에 의하여 계산된 수치결과와 비교하여 수행되었다.

검증에 사용된 입사파의 파고와 주기는 각각  $H' = 2.60$  cm와  $T' = 2.76$  s이고, 경사면의 단면 제원은  $d_t' = 0.38$  m 그리고  $\cot \theta' = 8.14$ 이다. 수치계산에 필요한 공간 및 시간격자 간격은  $\Delta x = 0.003$ ,  $\Delta t = 0.0002$ 을 사용하였으며,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 5$ , 마찰계수  $f' = 0.05$ 로 전 단면에 대하여 일정하다고 가정하였다. 먼저 경사제에 의하여 반사된 반사파의 자유수면이 시간의 함수로 계산되었다. 계산 결과를 Kobayashi 등(1989)의 수치해와 함께 Fig. 2에 제시하였다.

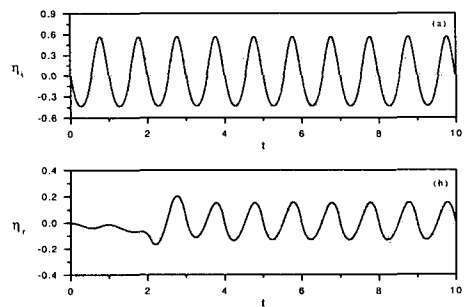


Fig. 2. Comparison of the present numerical results with Kobayashi et al.(1989)'s results for (a) the incident wave train of nonlinear monochromatic wave and (b) the reflected wave profile at seaward boundary

Fig. 2(a)와 (b)에서 실선으로 표시된 결과가 본 연구에서 계산된 입사파와 반사파이며, ○의 기호로 표시된 결과가 Kobayashi 등(1989)의 수치해이다. 그림에서 볼 수 있듯이 진행파의 위상 및 진폭의 크기가 매우 잘 일치하고 있다. 파동장이 대략  $t=6$  이전에 이미 정상상태에 도달되는 현상까지 일치하고 있다. 따라서 식 (11)과 (12)에 의하여 입사점에 부여된 경계조건들이 본 연구에서 수립된 수치모형에 올바르게 고려되었다고 판단된다. 또한 Fig. 2로 부터 얻을 수 있는 결과는 계산에 사용된 경사제의 제원하에서 입사파고에 대한 반사파고의

비로 정의된 반사율이 약 0.3정도로 된다는 사실이다. 다음은 경사제 전면에서 파동장이 정상상태에 도달된 이후에 선택된 임의의 시간에서 자유수면을 공간의 함수로 계산하여 각각 Fig. 3에 비교하였다. 각각의 그림에서 볼 수 있듯이 Kobayashi 등(1989)의 결과와 동일한 거동 특성을 보이고 있다. 또한 경사면을 따라 발생하는 침투와 관련하여 수심이 얇은 해안선 경계점 부근에서 파랑이 올라가는 현상(uprushing)과 내려오는 현상(down-rushing)이 본 연구에서 수립된 수치모형에 의하여 잘 재현되고 있음을 Fig. 3으로 부터 알 수 있다.

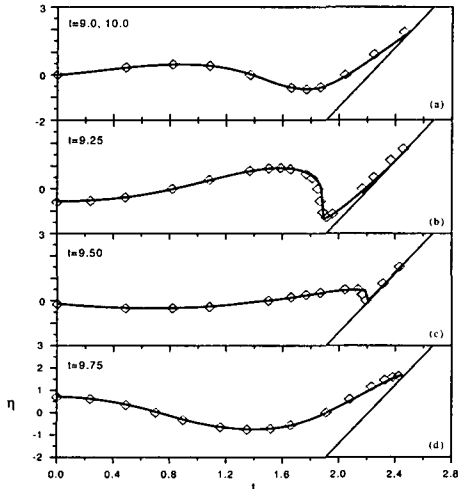


Fig. 3. Comparison of the present numerical results with Kobayashi et al.(1989)'s results for the spatial variations of free surfaces at (a)  $t=9.0; 10.0$ , (b) 9.25, (c) 9.50 and (d) 9.75

한편 Fig. 4와 5에 비선형 규칙파가 입사하는 경우 공간에 따른 유속,  $u$ 와 단위폭당 질량전달율,  $m=uh$ 를 제시하였다. Fig. 4와 5에 제시된 유속과 질량전달율을 함께 해석하면 입사파와 반사파의 상호작용에 의하여 형성되는 시간과 공간에 따른 흐름의 크기 및 방향을 알 수 있다. 또한 유속이 최대가 되는 시간과 위치도 쉽게 구할 수 있다. 전반적으로 수심이 얇은 해안선 경계점 전후의 유속이 상대적으로 수심이 깊은 입사점 부근에서의 유속보다 크게 나타나고 있으나, 질량전달율은 수심의 영향으로 반대 현상을 보이고 있다. 한편 Fig. 4를 Fig. 3과 비교하면 침투와 관련된 현상을 이해하기가 쉽다. 먼저 입사파가 경사면을 따라 진행하면서 최대 침투가 발생되며( $t=9.0$ ), 최대 침투의 위치에서 경사면을 따라 내려오는 반사파가 입사파를 만나면서 파형경사가 급해진 후( $t=9.25$ ) 쇠파된다

( $t=9.5$ ). 반사파가 외해쪽으로 빠져나간 후 입사파가 다시 경사면을 따라 최대 침투의 위치까지 진행하게 된다( $t=9.75$ ). 이와 같은 현상은 Fig. 6에서 쉽게 알 수 있다.  $Z_r$ 은 정수면을 기준으로 계산된 연직높이로 시간에 따라 이동하는 해안선 경계점의 위치이다. 그림에서 알 수 있듯이 파랑장이 정상상태에 도달한 후에는 해안선의 이동 경계점이 시간에 따라 일정한 형태로 진행과 후퇴를 반복하게 된다. 피복재의 안정성에 영향을 주는 항력, 양력 그리고 판성력 등의 작용력이 유속과 가속도의 함수로 표현되기 때문에 이상의 결과를 임의의 사석재로 피복된 경사제의 안정성 해석에 유용하게 이용될 수 있다고 판단된다.

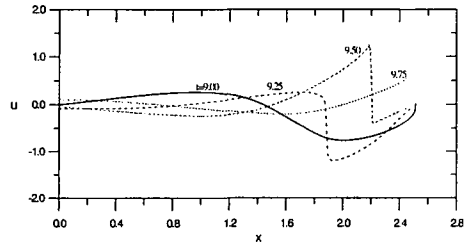


Fig. 4. Computed spatial variations of horizontal velocities at  $t=9.0; 10.0, 9.25, 9.50$  and  $9.75$

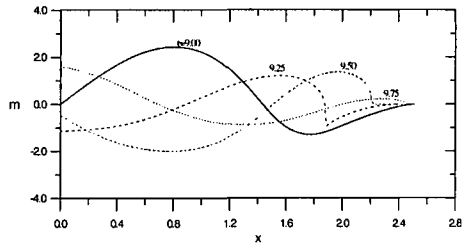


Fig. 5. Computed spatial variations of volume flux per unit width at  $t=9.0; 10.0, 9.25, 9.50$  and  $9.75$

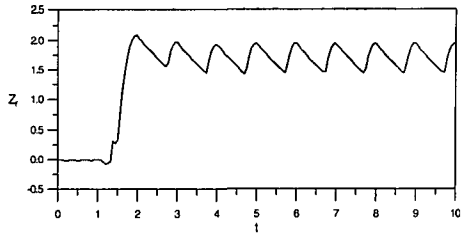


Fig. 6. Predicted shoreline oscillation with respect to time

5. 고립파에 대한 해석

평상시 파랑조건에 대한 해석으로 비선형 규칙 파가 입사하면서 발생하는 시간과 공간에 따른 자유수면과 흐름의 자세한 특성들이 만족스럽게 해석되었다. 따라서 Goring(1978)에 의하여 제시된 바와 같이 해저 지진에 의하여 발생하는 진파와 같은 대규모 장주기파가 입사하는 경우에 대한 수치모형의 적용성을 해석하기 위하여 본 장에서는 고립파에 대한 해석이 수행되었다. 비선형 규칙파와는 달리 고립파인 경우에는 경사면에서 공간 및 시간의 변화에 따른 처오름과 관련된 자유수면의 거동특성들을 관측한 실험자료가 있어 Synolakis(1987)의 실험자료 및 근사해와 비교하여 검증이 수행되었다.

검증에 사용된 고립파의 파고  $H' = 0.019$  m 이고, 경사면의 단면 제원으로  $d_i' = 1.00$  m 그리고  $\cot \theta' = 19.85$ 이며, 공간 및 시간격자 간격은  $\Delta x = 0.002$ ,  $\Delta t = 0.0002$ 을 사용하였다. 또한  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 5$ 로, 마찰계수  $f' = 0.005$ 로 전 단면에 대하여 일정하다고 가정하였다. 그 외 식 (20)의  $\delta_i = 0.05$ , 식 (18)에 정의된 고립파의 파봉이 입사점에 도달되는 시간인  $t_c$ 의 값은 2.0으로 부여하였다. 따라서 식 (20)에 의하여  $K = 4.36$ 이 된다. 먼저 식 (18)과 (20)에 정의된 고립파가 입사하는 경우 입사점을 포함하는 임의의 고정된 위치에서 입사파와 경사면에 의하여 반사되는 반사파와의 상호작용에 의하여 시간에 따라 변화되는 자유수면을 계산하여 Fig. 7에 제시하였다.

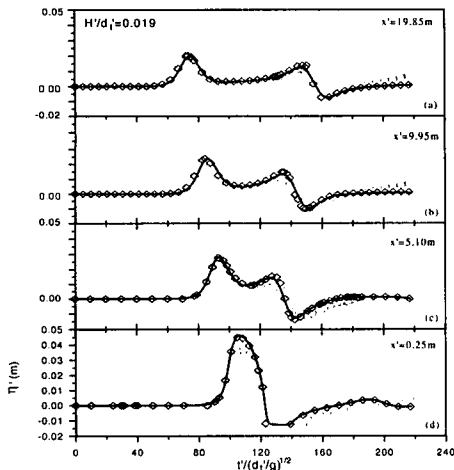


Fig. 7. Predicted time series of free surface elevations at (a)  $x' = 19.85$  m, (b)  $9.95$  m, (c)  $5.10$  m and (d)  $0.25$  m

그림에서  $x'$ 은 정수면을 기준으로 정의된 해안선으로 부터 임의의 고정된 위치까지의 거리이다. 여기서  $x' = 19.85$  m는 입사점을 의미하며,  $x' = 9.95$  m는 대상영역의 중앙점을, 그리고  $x' = 0.25$  m는 해안선 부근의 위치를 의미한다. 그림에는 Synolakis(1987)의 관측자료(○)와 계산결과(◇)를 함께 제시하였다. 그림에서 볼 수 있듯이 본 연구에서 계산된 자유수면의 거동특성이 Synolakis(1987)의 결과들과 매우 잘 일치하고 있다.

또한 Fig. 7로 부터 입사파와 반사파의 거동특성을 알 수 있다. 즉, 입사파의 진행과정과 반사파와의 합성과정이 명확하게 수치모형에 의하여 재현되고 있다. 한편 주어진 시간에 공간상의 자유수면 거동특성은 Fig. 8로 부터 알 수 있다. 고립파가 대상영역안에 도달하여 경사면으로 입사하는 시간,  $t / (d_i' / g)^{1/2} = 25$  부터 대상영역안에 반사파만 존재하는 시간,  $t / (d_i' / g)^{1/2} = 70$  까지 모두 10개의 시간에 대하여 공간상의 자유수면이 계산되었다. 각각의 결과를 Synolakis(1987)의 관측자료(○) 및 계산결과(◇)와 함께 Fig. 8에 제시하였다. 그림에서 쉽게 알 수 있듯이 본 연구에서 계산된 결과가 Synolakis(1987)의 결과들과 매우 잘 일치하고 있다. 따라서 본 연구에서 수립된 수치모형은 이미 전 장에서 만족스럽게 검증된 비선형 규칙파와 같은 단주기파 뿐만 아니라 장주기파도 올바르게 해석할 수 있다. 또한 Fig. 8을 보면 고립파가 입사되면서 발생하는 처오름과 관련된 자유수면의 거동특성을 해석할 수 있다. 그림에 의하면 대략

$t / (d_i' / g)^{1/2} = 50$ 까지는 입사파가 경사면을 따라 올라가는 반면, 그 후부터는 반대로 반사파에 의하여 내려오는 현상을 보이고 있다. 이와 같은 결과는 공간상의 유속을 나타낸 Fig. 9에서도 확인된다.  $t / (d_i' / g)^{1/2} = 50$  이후에는 반대방향으로의 흐름만이 존재한다는 사실을 Fig. 9에서 쉽게 알 수 있다. 이때 반사파에 의하여 형성되는 흐름의 크기는 정수면을 기준으로 최초로 정의된 해안선 부근에서 최대가 되고, 해안선으로부터 멀어짐에 따라 지수적으로 감소하여 입사점에서는 흐름이 거의 존재하지 않게 된다. 그러나 입사파가 경사면을 따라 올라가는 경우에는 반대로 처오름이 최대로 발생하는 위치까지 유속이 계속 증가하고 있다. 이와 같은 결과들은 Fig. 10에 나타낸 단위폭당 질량전달율의 거동특성에서도 확인되었다. 마지막으로 동일한 경사 단면에서 고립파의 입사파고를 달리하여 입사점에서 발생하는 반사파의 거동특성이 해석되었다. 계산은 동일한 조건에서 파고만 변화시켜  $H' = 0.04$  m와  $H' = 0.28$  m에 대하여 수행되었다. 이상에서 해석된 결과를 포함하여 각각의 계산 결과를 Fig. 11과 Fig. 12 그리고



Fig. 13에 제시하였다. 전체적인 반사파의 거동특성은 유사하나, 입사파고가 커짐에 따라 반사파가 작게 나타나고 입사점에 도달되는 시간이 오래 걸린다. 이는 입사파고가 커짐에 따라 경사면에서 상대적으로 강한 쇄파가 발생되어 입사파 에너지의 많은 부분이 반사되지 못하고 경사면에서 소산되는 것과 관련된다고 생각된다.

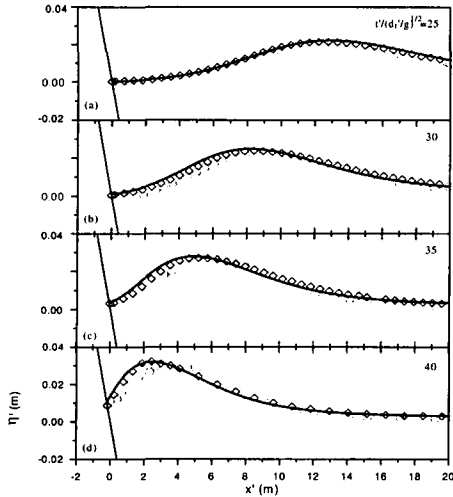


Fig. 8. Comparison of the present numerical results with Synolakis(1987)' measured data and asymptotic results for the free surface profiles at (a)  $t/(d_i/g)^{1/2} = 25$ , (b) 30, (c) 35, (d) 40

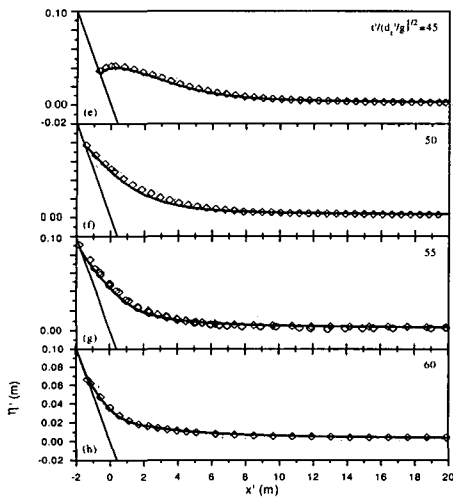
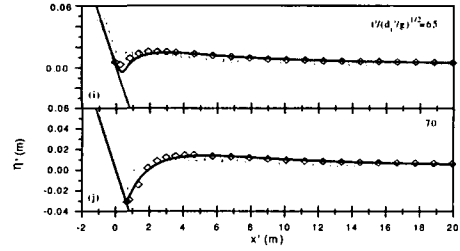


Fig. 8. Comparison of the present numerical results with Synolakis(1987)' measured data and asymptotic results for the free surface profiles at (e) 45, (f) 50, (g) 55, (h) 60

Fig. 8. Comparison of the present numerical



results with Synolakis(1987)' measured data and asymptotic results for the free surface profiles at (i) 65 and (j) 70

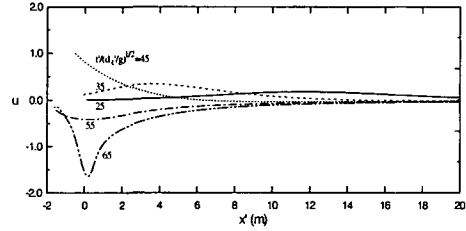


Fig. 9. Computed spatial variations of horizontal velocities at  $t/(d_i/g)^{1/2} = 25, 35, 45, 55$  and 65

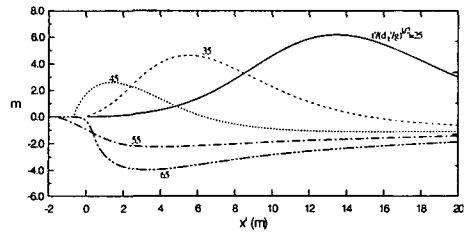


Fig. 10. Computed spatial variations of volume flux per unit width at  $t/(d_i/g)^{1/2} = 25, 35, 45, 55$  and 65

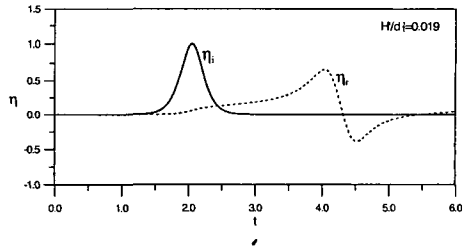


Fig. 11. The incident wave train of solitary for  $H/d_i = 0.019$  and the reflected wave profile at seaward boundary

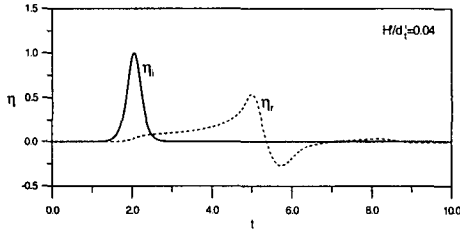


Fig. 12. The incident wave train of solitary for  $H/d_i=0.04$  and the reflected wave profile at seaward boundary

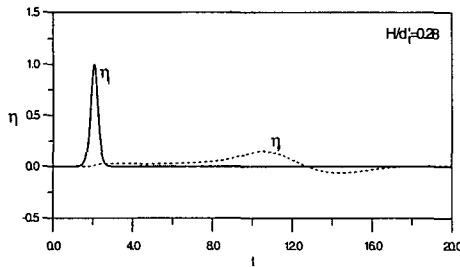


Fig. 13. The incident wave train of solitary for  $H/d_i=0.28$  and the reflected wave profile at seaward boundary

6. 결론

친해영역에서 적용 가능한 마찰의 효과가 고려된 유한 진폭 천수방정식을 이용하여 해안 구조물의 경사면과 입사파의 상호작용에 의하여 발생하는 파랑장의 거동특성을 해석하였다. 두 개의 입사파, 비선형 규칙파와 고립파를 대상으로 경사면에서 발생하는 반사파의 거동특성 뿐만 아니라 시간과 공간에 따른 자유수면 및 흐름의 동수역학적인 거동특성이 본 연구에서 수립된 수치모형을 이용하여 해석되었다. 두 개의 입사조건에 대한 예측 결과를 기존의 수치해, 실험자료 그리고 근사해와 비교하여 수치모형이 만족스럽게 검증되었다. 경사면을 따라 입사파가 올라가고 내려오는 현상이 두 입사파 조건에서 올바르게 재현되었다. 또한 입사점에 부여된 입사조건과 해안선의 이동경계조건을 묘사하기 위하여 본 연구에서 사용한 방법들은 반사파의 거동특성 뿐만 아니라 초오름의 최대높이 그리고 해안선 주변에서 발생하는 복잡한 파랑장을 잘 해석하는 것으로 확인되었다. 그러므로 본 연구에서 수립된 수치모형은 단주기파 뿐만 아니라 장주기파에 대하여도 적용이 가능하다. 앞으로 본 연구에서 얻어진 흐름특성을 이용하여 경사제를 피복하고 있는 피복재의 거동특성에 대한 해석이 이루어져야 한다.

참 고 문 헌

- [1] Dean, R. G. and Dalrymple, R. A. (1984). *Water wave mechanics for engineers and scientists*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- [2] Goring, D. G. (1978). "Tsunamis-the propagation of long waves onto a shelf," *Rept. No. KH-R-38*, W. M. Keck Lab. of Hydr. and Water Resour., California Inst. of Technol., Pasadena, C.L.
- [3] Grilli, S. T., Losada, M. and Martin, F. L. (1994). "Characteristics of solitary wave breaking induced by breakwaters," *J. Wtrway., Port, Coast., and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol. 120, No. 1, pp.74-92.
- [4] Hibberd, S. and Peregrine, D. H. (1979). "Surf and run-up on a beach: a uniform bore," *J. Fluid Mech.*, Vol. 95, pp.323-345.
- [5] Kim, S. K., Liu P. L-F. and Liggett, J. A. (1983). "Boundary integral equation solutions for solitary wave generation, propagation and run-up," *Coast. Engrg.*, Vol. 7, pp.299-317.
- [6] Kobayashi, N. and Karjadi, E. A. (1994). "Surf-similarity parameters for breaking solitary-wave runup," *J. Wtrway., Port, Coast., and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol. 120, No. 6, pp.645-650.
- [7] Kobayashi, N., DeSilva, G. S. and Watson, K. D. (1989). "Wave transformation and swash oscillation on gentle and steep slopes," *J. Geophy. Res.*, Vol. 94, No. C1, pp.951-966.
- [8] Kobayashi, N., Otta, A. K. and Roy, I. (1987). "Wave reflection and run-up on rough slopes," *J. Wtrway., Port, Coast., and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol. 113, No. 3, pp.282-298.
- [9] Liu, P. L-F., Cho, Y. S., Briggs, M. J., Kanoglu, U. and Synolakis, C. E. (1995). "Runup of solitary waves on a circular island," *J. Fluid Mech.*, Vol. 302, pp.259-285.

- [10] Liu, P. L.-F. and Cho, Y. S. (1994). "Integral equation model for wave propagation with bottom frictions," *J. Wtrway., Port, Coast., and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol. 120, No. 6, pp.594-608.
- [11] Norton, P. A. and Holmes, P. (1992). "Armour displacements on reshaping breakwaters," *Proc. 23rd. Int. Conf. on Coast. Engrg.*, ASCE, New York, N.Y., pp.1448-1460.
- [12] Pedersen, G. and Gjevik, B. (1983). "Run-up of solitary waves," *J. Fluid Mech.*, Vol. 135, pp.283-299.
- [13] Richtmyer, R. D. and Morton, E. W. (1967). *Difference methods for initial value problems*, John Wiley & Sons, New York, N.Y.
- [14] Svendsen, I. A. and Grilli, S. T. (1989). "Nonlinear waves on steep slopes," *J. Coast. Res.*, Vol. 7, pp.185-200.
- [15] Synolakis, C. E. (1987). "The runup of solitary waves," *J. Fluid Mech.*, Vol. 185, pp.523- 545.
- [16] Titov, V. V. and Synolakis, C. E. (1995). "Modeling of breaking and nonbreaking long-wave evolution and runup using VTCS-2," *J. Wtrway., Port, Coast., and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol. 121, No. 6, pp.308-316.
- [17] Van Gent, M. R. A. (1995). "Wave interaction with berm breakwaters," *J. Wtrway., Port, Coast., and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol. 121, No. 5, pp.229-238.
- [18] Zelt, J. A. (1991). "The run-up of nonbreaking and breaking solitary waves," *Coastal Engrg.*, Vol. 15, pp.205-246.